שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 39

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2020

קיץ מועד א 1
קיץ מועד ב 6

בגרות קיץ 2020 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) לפניכם טבלה המייצגת התפלגות השכר ב-₪ ליום עבודה של עובדי מפעל א'.

שכר ביום ב-₪	300	220	180
מספר עובדים	7	13	20

א. חשבו את המדדים הבאים של מפעל א':

(1) השכר השכיח ליום והשכר החציוני ליום.

(2) השכר הממוצע ליום.

(3) הטווח וסטיית התקן של השכר ליום.

ב. במפעל ב' שבו אותו מספר עובדים כמו במפעל א' המדדים הם:

השכר הממוצע ליום זהה למפעל א'.

השכר השכיח ליום הוא 200 ₪.

השכר החציוני ליום הוא 218 ₪.

סטיית התקן היא 15.7 ₪.

(1) באיזה מפעל יש הבדלי שכר גדולים יותר בין העובדים? נמקו.

(2) האם במפעל ב' השכר הנמוך ביותר ביום הוא 210 ₪? נמקו.

(3) האם במפעל ב' רוב (יותר ממחצית) העובדים מקבלים שכר גדול או שווה ל-200 ₪ ביום? נמקו.

2) ידוע כי ביישוב מסוים 20% מהתושבים חולים בנגיף הקורונה.

בית החולים ערך בדיקות לכל התושבים.

לפי הבדיקות שנערכו, 90% מהחולים אובחנו כחולים ו-10% מהבריאים אובחנו כחולים.

א. מהי ההסתברות שתושב היישוב הוא חולה בנגיף הקורונה וגם אובחן כחולה?

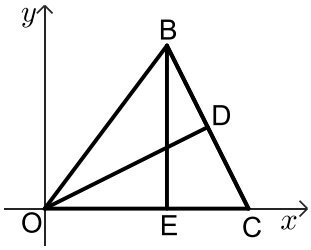
ב. חשבו את אחוז התושבים שאובחנו כחולים בנגיף.

ג. מהו אחוז התושבים ביישוב שלגביהם בית החולים ביצע אבחנה שגויה?
(אבחנה שגויה היא תוצאת בדיקה שלא תואמת את המצב הרפואי).

3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

פרק שני - גאומטריה

4) במשולש OBC העבירו גבהים OD ו-BE לצלעות BC ו-OC בהתאמה.



הנקודה O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x.

משוואת הישר BC היא: $y=-2x+20$.

א. מצאו את אורך הצלע OC.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר OD.

(2) חשבו את גודל הזוויות החדות של המשולש ODC.

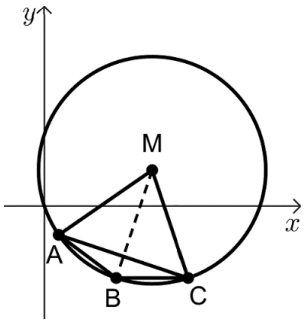
ג. הוכיחו כי המשולשים BEC ו-ODC דומים.

ד. נתון: $\frac{S_{BEC}}{S_{ODC}}=0.8$.

(1) חשבו את אורך הצלע BC.

(2) חשבו את שטח המשולש OBC.

5) במעגל שמרכזו M המיתרים AB ו-BC שווים (ראו סרטוט).



א. הוכיחו: MB חוצה זווית AMC.

משוואת המעגל היא: $(x-3)^2+(y-1)^2=10$.

נתון: $C(4,-2)$, הישר BC מקביל לציר ה- x.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר BC.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה B, ואת אורך המיתר BC.

ג. (1) חשבו את גודל הזווית BAC במשולש ABC החסום במעגל.

(2) חשבו פי כמה גדול שטח המשולש AMC משטח המשולש ABC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=x\sqrt{x+2}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ג. מצאו את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=x\sqrt{x+2}+k$, k הוא פרמטר.

(1) כתבו דוגמה לערך הפרמטר k, עבורו $g(x)$ לא חותכת את ציר ה- x.

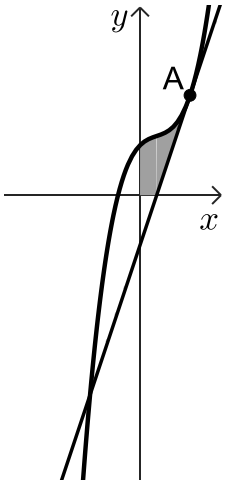
(2) עבור ערך ה- k שכתבתם בסעיף הקודם, רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=2x^3-2x^2+x+b$, b הוא פרמטר.

א. הראו כי לפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון.

מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה A הנמצאת ברביע הראשון (ראו סרטוט).

ידוע כי שיפוע המשיק הוא 3, ושיעור ה- y של נקודה A שווה ל-2.



ב. (1) מצאו את שיעור ה- x של נקודה A.

(2) מצאו את משוואת המשיק.

(3) מצאו את b.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק והצירים (השטח המסומן בסרטוט).

ד. נתונה הפונקציה: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

(1) רשמו את האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $g(x)$.

(2) קבעו אם לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה המאונכת לציר ה-x. נמקו.

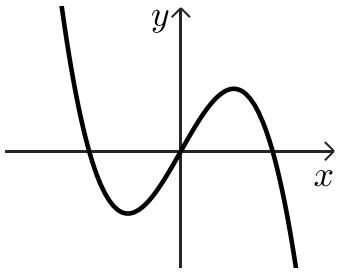
8) הפונקציה: $f(x)$, מוגדרת לכל x.

בציור שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

המוגדרת גם היא לכל x.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x

בנקודות $(2,0)$, $(-2,0)$ ובראשית הצירים.



א. רשמו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו.

ב. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. נמקו.

ג. ידוע כי הפונקציה $f(x)$ זוגית ועוברת בנקודות: $(-3,0)$, $(2,6)$, $(0,2)$.

(1) רשמו את הערך של $f(-2)$. נמקו.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

ציר ה- x והישרים: $x=2$, $x=-2$.

תשובות סופיות:

1) א. (1) השכר השכיח: 180 ש"ח, השכר החציוני: 200 ש"ח א. (2) 214 ש"ח.

א. (3) הטווח: 120 ש"ח, סטיית התקן: 43.41 ש"ח ב. (1) במפעל א'.

ב. (2) לא ב. (3) שכר גדול או שווה.

2) א. 0.18 ב. 26% ג. 10%.

4) א. 10 ב. (1) $y=\frac{1}{2}x$ ב. (2) $\sphericalangle DCO=63.435°$, $\sphericalangle DOC=26.565°$.

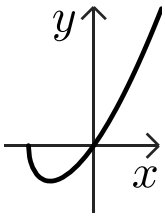
ג. שאלת הוכחה ד. (1) $4\sqrt{5}$ ד. (2) 40.

5) א. שאלת הוכחה ב. (1) $y=-2$ ב. (2) $BC=2$, $B(2,-2)$.

ג. (1) $\sphericalangle BAC=18.43°$ ג. (2) פי 4.

6) א. $x\geq -2$ ב. $(0,0)$, $(-2,0)$ ג. $\max(-2,0)$, $\min\left(-\frac{4}{3},-1.089\right)$.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) $k=2$ ה. (2) $\max(-2,2)$, $\min\left(-\frac{4}{3},0.911\right)$.



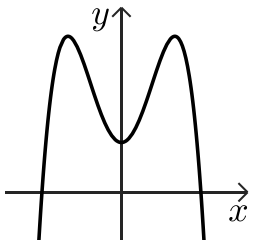
7) א. ראו סרטון ב. (1) $x_A=1$ ב. (2) $y=3x-1$ ב. (3) $b=1$.

ג. $\frac{2}{3}$ ד. (1) $y=0$ ד. (2) קיימת אסימפטוטה.

8) א. מינימום: $x=2$, $x=0$, מקסימום: $x=-2$

ב. עליה: $0<x<2$, $x<-2$, ירידה: $2<x$, $-2<x<0$ ג. (1) $f(-2)=6$.

ג. (2) להלן סרטוט: ד. 8.



בגרות קיץ 2020 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) בבית ספר מסוים נערכה בחינת מתכונת במתמטיקה שתוצאותיה מתפלגות נורמלית.
- לבחינת המתכונת ניגשו 300 תלמידים.
- 20% מהציונים נמוכים מהציון 60.
- הציון הממוצע בבחינה הוא 75.

א. חשבו את סטיית התקן של הציונים של בחינת המתכונת.

בבית ספר החליטו שכל התלמדים שהציון שלהם בבחינה נמוך מ-55 יקבלו שיעורי עזר.

ב. כמה תלמידים (בערך) יקבלו את שיעורי העזר?

במסגרת התנדבות בבית הספר הציעו ל-38 התלמידים המצטיינים, בעלי הציונים הגבוהים ביותר, לעזור לתלמידים מתקשים.

ג. מהו הציון המינימלי הנדרש להצטיינות?

2) בכיתה יש 30 תלמידים, מתוכם 12 בנים והשאר בנות.

ל-9 בנים בכיתה יש רישיון נהיגה, ול-12 בנות בכיתה יש רישיון נהיגה.

בוחרים באקראי תלמיד (בן/בת) מהכיתה.

א. (1) מהי ההסתברות שנבחר תלמיד (בן/בת) ללא רישיון נהיגה?

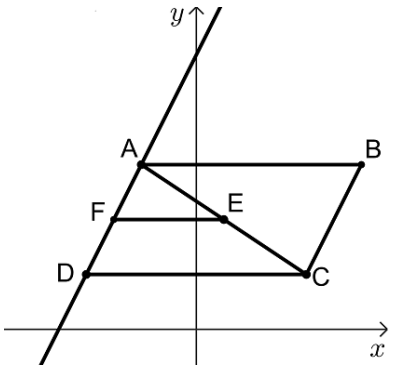
(2) ידוע שנבחר תלמיד (בן/בת) ללא רישיון נהיגה. מהי ההסתברות שנבחרה בת?

ב. מוציאים מהכיתה באופן אקראי תלמיד (בן/בת) ואחרי זה הוא חוזר לכיתה.
באופן זה מוציאים תלמיד נוסף.
מהי ההסתברות שבשתי ההוצאות יצא תלמיד (בן/בת) עם רישיון נהיגה?

ג. בהמשך נוספו ל-30 התלמידים בכיתה עוד 5 תלמידים (בנים/בנות).
לאחר בדיקה התברר שההסתברות לבחור בן באופן אקראי לא השתנתה.
כמה בנים וכמה בנות יש בכיתה לאחר השינוי?

3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

4) במקבילית ABCD נקודה F היא אמצע הצלע AD.
אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה E.



א. (1) הוכיחו כי: $FE \parallel DC$.

(2) הוכיחו כי המשולשים AEF ו-ACD דומים,
וחשבו את יחס שטחיהם.

נתון: $D(-4,2)$, $E(1,4)$, $C(4,2)$.

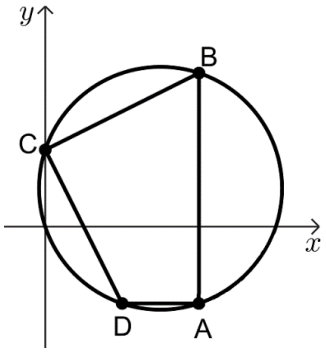
ב. (1) מצאו את משוואות הישרים AD ו-DC.

(2) חשבו את גודל הזווית ADC.

ג. (1) חשבו את שטחי המשולשים AEF ו-ACD.

(2) מצאו פי כמה גדול שטח המקבילית ABCD משטח הטרפז DFEC.

5) מרובע ABCD חסום במעגל.



נתון: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle BCD$.

א. הוכיחו: BD הוא קוטר במעגל.

נתון: $A(4,-2)$, $C(0,2)$, $D(2,-2)$.

ב. (1) הסבירו מדוע AB מקביל לציר ה- y.

(2) מצאו את משוואת הישר BC.

(3) חשבו את שיעורי הנקודה B.

(4) מצאו את משוואת המעגל.

העבירו את האלכסון AC במרובע ABCD.

ג. חשבו את גודל הזווית ACB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) הראו כי הפונקציה היא זוגית.

(5) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבעו את סוגן.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-k$, k הוא פרמטר.

ג. מהו הערך של k שבעבורו הישר $y=-4$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$?

7) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{a}{x^3}+2$, a הוא פרמטר.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x=2$ הוא $-\frac{3}{2}$.

א. חשבו את a.

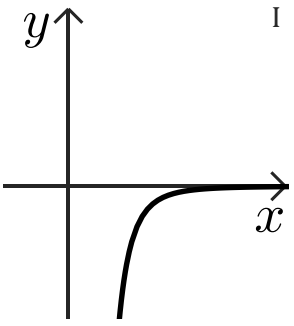
ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה ואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

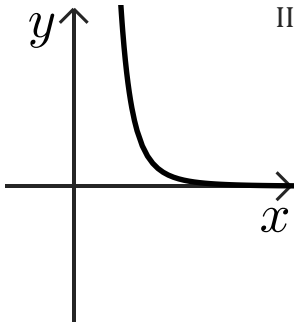
(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $x>0$.

ג. איזה מבין הגרפים I, II, III הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x>0$? נמקו.

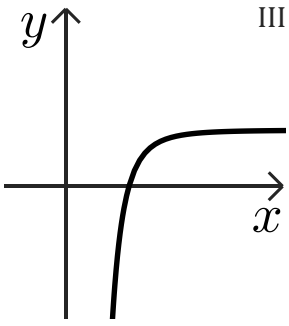
I



II

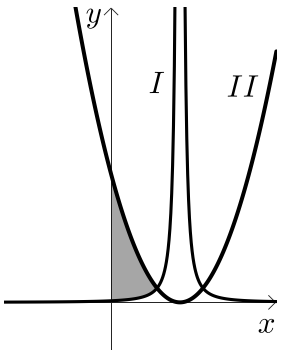


III



ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה-x והישרים $x=2$, $x=5$.

8) נתונות הפונקציות: $f(x)=(x-3)^2$, $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות.

בציור מוצגים הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

ב. (1) התאימו לכל פונקציה את הגרף שלה (I או II). נמקו.

(2) לאחת משתי הפונקציות הנתונות יש אסימפטוטות המאונכות לצירים. מצאו אותן.

(3) הראו כי הגרפים של הפונקציות נפגשים בנקודה בה: $x=2$.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ וציר ה- y (השטח המקווקו בציור).

www.bagrut.co.il

תשובות סופיות:

1) א. 17.86 ב. 39 תלמידים ג. 95.36.

2) א. (1) 0.3 (2) $\frac{2}{3}$ ב. 0.49 ג. 14 בנים ו-21 בנות.

4) א. (1) שאלת הוכחה (2) שאלת הוכחה.

ב. (1) $DC: y=2$, $AD: y=2x+10$ (2) $\sphericalangle ADC=63.43°$.

ג. (1) $S_{\Delta ACD}=16$, $S_{\Delta AEF}=4$ (2) $\frac{8}{3}$.

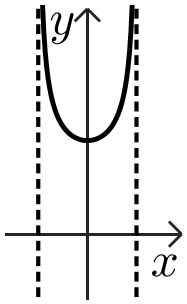
5) א. שאלת הוכחה ב. (1) שאלת הוכחה ב. (2) $y=\frac{1}{2}x+2$.

ב. (3) $B(4,4)$ ב. (4) $(x-3)^2+(y-1)^2=10$ ג. $\sphericalangle ACB=71.56°$.

6) א. (1) $-1<x<1$ א. (2) $x=1$, $x=-1$ א. (3) $(0,3)$.

א. (4) ראו סרטון א. (5) $\min(0,3)$

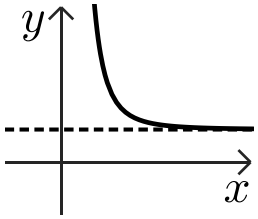
ב. להלן סרטוט: ג. $k=7$.



7) א. $a=8$ ב. (1) תחום הגדרה: $x\neq 0$, אסימפטוטות: $x=0$, $y=2$.

ב. (2) ירידה: $x>0$, $x<0$, עליה: אף x ב. (3) להלן סרטוט:

ג. גרף I ד. 0.936.



8) א. (1) $f(x)$: כל x, $g(x)$: $x\neq 3$.

א. (2) $f(x)$: עליה: $x>3$, ירידה: $x<3$, $g(x)$: עליה: $x<3$, ירידה: $x>3$.

ב. (1) גרף I: $g(x)$, גרף II: $f(x)$ ב. (2) ל-$g(x)$: $x=3$, $y=0$.

ב. (3) ראו סרטון ג. 8.