

# שאלון 472

פרק 17

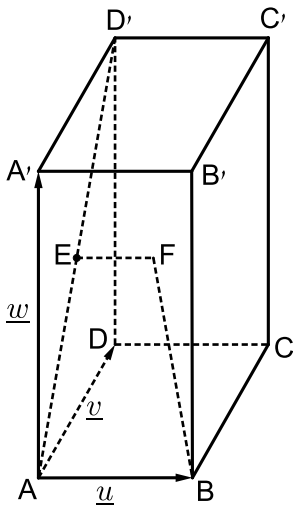
## פתרון בידאו של בחינות שנת 2023

1	מועד חורף
5	קיץ מועד א
9	קיץ מועד ב
13	קיץ מועד מיוחד

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

**פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה**



1 בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה  $ABCD A'B'C'D'$ .

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה  $AA'D'D'$ .

נסמן:  $\vec{AA'} = \vec{u}$ ,  $\vec{AD} = \vec{v}$ ,  $\vec{AB} = \vec{u}$ .

הנקודה F מקיימת:  $\vec{EF} = \frac{1}{2}\vec{u}$ .

א. (1) הביעו את הווקטורים  $\vec{AE}$  ו- $\vec{BD'}$

באמצעות  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  ו- $\vec{w}$ .

(2) הוכיחו:  $\vec{BF} = \frac{1}{2}\vec{BD'}$ .

ב. (1) הסבירו מדוע EF מקביל ל-AB.

(2) הוכיחו:  $\vec{AB}$  מאונך ל- $\vec{AE}$ .

נתון: בסיס התיבה ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 2.

נפח התיבה הוא 16.

ג. (1) חשבו את אורך המקצוע הצדדי של התיבה.

(2) חשבו את אורך הווקטור  $\vec{BF}$ .

ד. (1) חשבו את גודל הזווית ABF.

(2) מצאו את הגדלים של שאר הזוויות של המרובע AEFB.



2 שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



(3) נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 6}$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבעו את סוגן.

ה. לפניכם סקיצה חלקית של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

העתיקו את הסקיצה למחברת והשלימו בה את החלקים

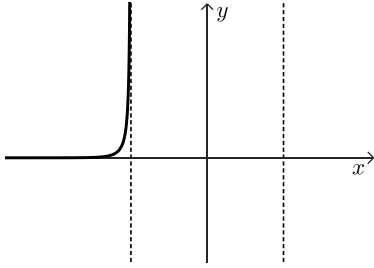
החסרים של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + c$ , כאשר  $c$  פרמטר.

ה. מצאו את שני הערכים האפשריים של  $c$ , עבורם

יש לפונקציה  $g(x)$  נקודת קיצון על הישר  $y = 4$ .

נמקו את תשובתכם.



## פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x + 3$ . הוא פרמטר.

אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  היא  $(e^3, 0)$ .

א. מצאו את  $a$ .

הציבו  $a = 4$  בפונקציה  $f(x)$ , וענו על הסעיפים ב-ו שלפניכם.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך האחרת של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

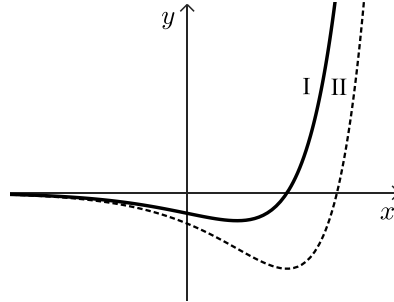
נתונה הפונקציה:  $g(x) = |f(x)|$  המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ .

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .





- 5) בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים: I, II. אחד מהם הוא גרף הפונקציה  $f(x)$ , והאחר הוא גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . כל אחד מן הגרפים חותך את ציר ה- $x$  בנקודה אחת בלבד.



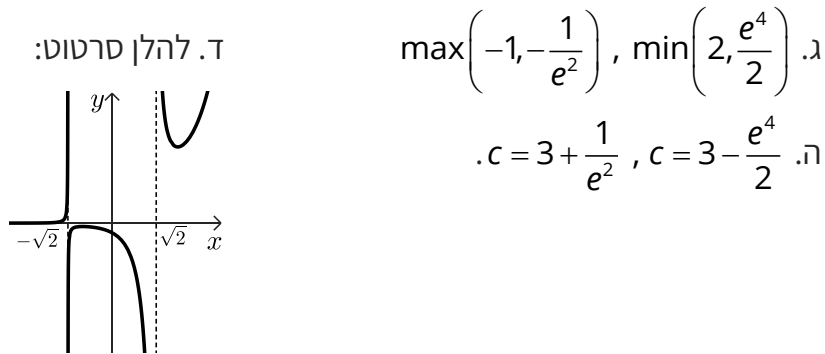
- א. איזה מן הגרפים I, II מתאים לגרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ? נמקו.  
נתון:  $f(x) = (x-3) \cdot e^x$ .
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f'(x)$ .
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

תשובות סופיות:

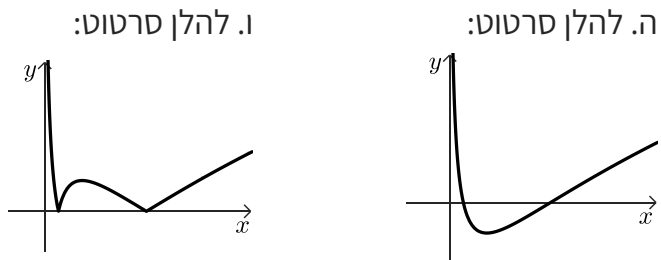
(1) א.  $\overline{BD'} = -\underline{u} + \underline{v} - \underline{w}$ ,  $\overline{AE} = \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$  .א. (2)  $\overline{BF} = \frac{1}{2}\overline{BD'}$  .ב. (1) ראו סרטון.

ב. (2) שאלת הוכחה ג. (1) 4 ג. (2)  $|\overline{BF}| = \sqrt{6}$  .ד. (1)  $\sphericalangle ABF = 65.91^\circ$  .  
 ד. (2)  $\sphericalangle EFB = 114.09^\circ$ ,  $\sphericalangle AEF = 90^\circ$ ,  $\sphericalangle BAE = 90^\circ$  .

(3) א. (1)  $x \neq \pm\sqrt{2}$  .א. (2)  $x = \pm\sqrt{2}$  .ב.  $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$  .

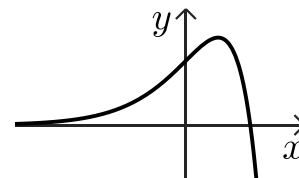


(4) א.  $a = 4$  .ב.  $x > 0$  .ג.  $(e, 0)$  .ד.  $\min(e^2, -1)$  .



(5) א. גרף I .ב. כל  $x$  .ג.  $(0, -3)$ ,  $(3, 0)$  .ד. עליה:  $x > 2$ , ירידה:  $x < 2$  .

ו.  $2e^2 - 6 \approx 8.778$  .  
 ה. להלן סרטוט:



יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

**פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה**

(1) בפירמידה המשולשת ABCD המקצועות AD, BD ו-CD מאונכים זה לזה (ראו סרטוט). הנקודה E נמצאת על המישור ABC, ומתקיים:

$$\vec{BE} = \frac{1}{9}\vec{BA} + \frac{4}{9}\vec{BC}$$

נסמן:  $\vec{DA} = \underline{u}$ ,  $\vec{DB} = \underline{v}$ ,  $\vec{DC} = \underline{w}$ .

א. הביעו את הווקטורים  $\vec{BA}$ ,  $\vec{BC}$ ,  $\vec{DE}$

באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

נתון:  $|\underline{u}| = 2$ ,  $|\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$ .

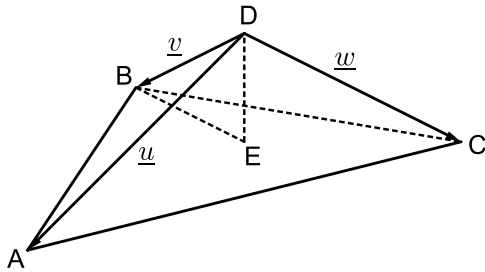
ב. (1) חשבו את אורכי המקצועות BA ו-BC.

(2) חשבו את גודל הזווית ABC.

(3) חשבו את שטח המשולש ABC.

ג. הוכיחו כי הווקטור  $\vec{DE}$  מאונך למישור ABC.

ד. חשבו את נפח הפירמידה ABCD.



(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



3) בבנק מסחרי יש שני סוגים של חוב: חוב של הבנק ללקוח (כאשר הלקוח מפקיד כסף בבנק) וחוב של הלקוח לבנק (כאשר הבנק מלווה כסף ללקוח).

בבנק מסחרי מסוים, כאשר הבנק חייב כסף ללקוח, הוא משלם ללקוח ריבית בגובה של 1.5% מן החוב בכל שנה. בתחילת שנת 2023 הפקיד דני בבנק 10,000 ₪.

א. איזו מבין הפונקציות 1-4 שלפניכם מתארת את גובה החוב של הבנק לדני לפי השנים  $t$ ?

$$f(t) = 10,000 \cdot 1.015^t \quad (1)$$

$$f(t) = 10,150 \cdot 1.02^t \quad (2)$$

$$f(t) = 10,150 \cdot 2^t \quad (3)$$

$$f(t) = 10,000 \cdot 1.5^t \quad (4)$$

ב. כמה כסף יהיה הבנק חייב לדני כעבור 20 שנה מן היום שבו הפקיד דני את הכסף? כאשר הבנק הזה מלווה כסף ללקוח, הוא גובה ממנו ריבית של 15% מגובה החוב בכל שנה. בתחילת שנת 2023 לוותה יעל 1,000 ₪ מן הבנק.

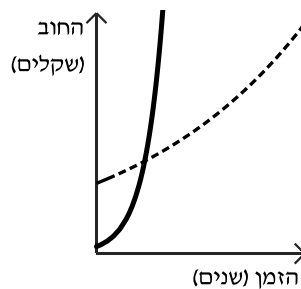
ג. מצאו את הפונקציה  $g(t)$  המתארת את גובה החוב של יעל לבנק לפי השנים  $t$ .

ד. בסרטוט שבסוף השאלה מתוארים הגרפים של הפונקציה  $f(t)$  ושל הפונקציה  $g(t)$ .

איזו פונקציה מתאר הקו המקווקו? נמקו.

בתחילת כל שנה הבנק מברר את המאזן שלו: כמה כסף לקוחותיו חייבים לו, וכמה כסף הוא חייב ללקוחותיו.

ה. בתחילתה של איזו שנה יגלה הבנק שהחוב שלו לדני קטן מן החוב של יעל לבנק?



**פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**



4 נתונה הפונקציה:  $f(x) = e^x \cdot (e^x - 6)^2$ , המוגדרת לכל  $x$ .

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ב. הראו כי מתקיים:  $f(x) = e^{3x} - 12e^{2x} + 36e^x$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = e^{3x}$ , העולה לכל  $x$ .

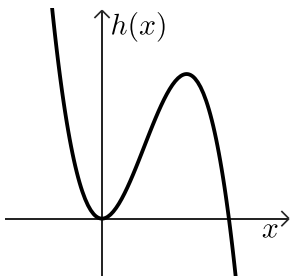
ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(2) באותה מערכת צירים שבה שרטטתם את גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  בקו מקווקו.

(3) מצאו את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי הגרף של הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $y$ .



5 בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה:  $h(x) = -2x^3 + 6x^2$

המוגדרת לכל  $x$ .

א. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $h(x)$

עם ציר ה- $x$ .

(2) היעזרו בגרף, ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של

הפונקציה  $h(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln(-2x^3 + 6x^2)$

ב. היעזרו בתשובתכם לתת סעיף א(2), ומצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x) + 4$ , המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ .

ה. מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , ומהו סוגה?



תשובות סופיות:

1) א.  $\vec{BA} = \vec{u} - \vec{v}$ ,  $\vec{BC} = -\vec{v} + \vec{w}$ ,  $\vec{DE} = \frac{1}{9}\vec{u} + \frac{4}{9}\vec{v} + \frac{4}{9}\vec{w}$  ב. (1)  $BA = \sqrt{5}$ ,  $BC = \sqrt{2}$ .

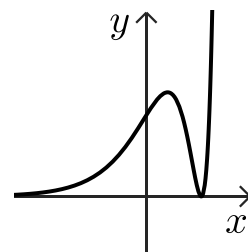
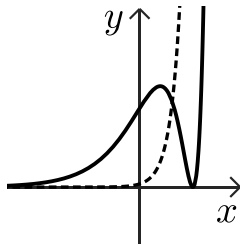
ב. (2)  $\sphericalangle ABC = 71.565^\circ$  ב. (3) 1.5 ג. שאלת הוכחה ד.  $\frac{1}{3}$ .

3) א. תשובה (1) ב. 13,468.55 ש"ח ג.  $g(t) = 1,000 \cdot 1.15^t$  ד.  $f(t) = 10,000 \cdot 1.015^t$

ה. שנת 2042

4) א.  $(0, 25)$ ,  $(\ln 6, 0)$  ב. ראו סרטון ג.  $\max(\ln 2, 32)$ ,  $\min(\ln 6, 0)$

ד. להלן סרטוט: ה. (1)  $(\ln 3, 27)$  ה. (2) להלן סרטוט: ה. (3) 24.



5) א. (2) חיוביות:  $0 < x < 6$ , שליליות:  $x > 6$ .

א. (1)  $(0, 0)$ ,  $(6, 0)$

ג.  $x = 0$ ,  $x = 6$  ד.  $\max(4, \ln 64)$

ב.  $0 < x < 6$ ,  $x < 0$

ה.  $\min(4, 3.89)$

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

(1) תיבה ממוקמת במערכת צירים כך שהקודקוד D נמצא בראשית הצירים. הקודקודים A, C, D' נמצאים על החלקים החיוביים של ציר ה-x, של ציר ה-y, ושל ציר ה-z בהתאמה (ראו סרטוט).

נתון:  $AD = 2$ ,  $DC = 5$ , נפח התיבה הוא 80.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד D'.

ב. חשבו את השיעורים של הקודקודים A, B, C, C'.

נתון: הנקודה E נמצאת על המקצוע CC' ומקיימת:  $\vec{CE} = \frac{3}{4}\vec{CC'}$ .

הנקודה F היא אמצע המקצוע DD'.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של אלכסוני הפאה BB'C'C.

הנקודה M נמצאת על הפאה AA'D'D ומקיימת:

המרובע FEKM הוא מקבילית.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות K, F, E.

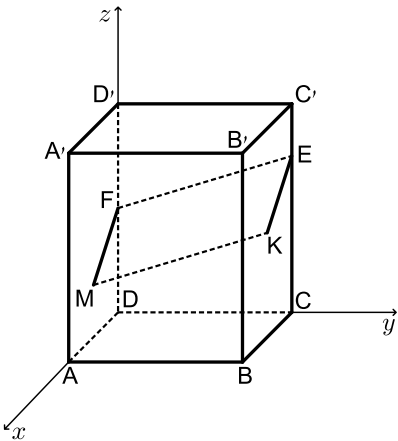
ג. (1) חשבו את גודל הזווית FEK.

(2) חשבו את שטח המקבילית FEKM.

ד. (1) מצאו את שיעורי הנקודה M.

(2) הסבירו מדוע הנקודות A, M, F נמצאות על אותו ישר.

(3) חשבו פי כמה שטח המקבילית FEKM גדול משטח המשולש AMK.



(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

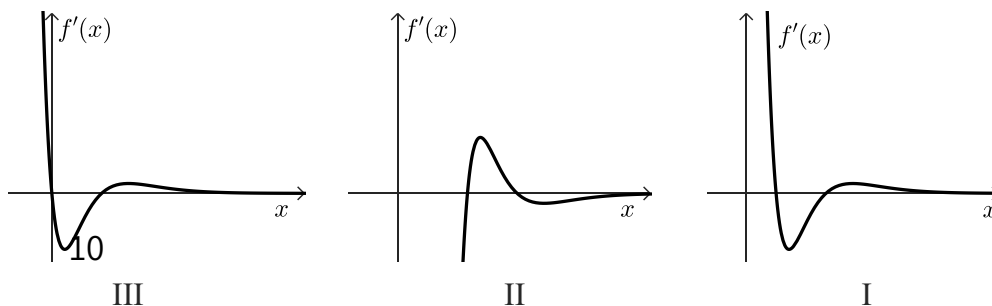


- 3) אחד הבנקים מלווה כסף לגופים מסחריים בריבית קבועה.
- א. הנהלת הבנק קבעה ריבית של 1.45% לשנה.
- (1) חברת "היי-טק" לוותה 1,000,000 שקלים לשנתיים. מהו גובה הסכום שהיה על החברה להחזיר לבנק בתום השנתיים?
- (2) חברת "התעשייה" לוותה 1,000,000 שקלים ל-3 חודשים. מהו גובה הסכום שהיה עליה להחזיר לבנק בתום 3 החודשים?
- (3) חברת "הבנייה" לוותה 2,000,000 שקלים, והחזירה לבנק בתום תקופת הלוואה סכום של 2,103,353.05 שקלים. מה היה משך תקופת הלוואה? הנהלת הבנק התחלפה, ואז הציע הבנק ללקוחותיו המסחריים שני מסלולי הלוואה חדשים לשנתיים:
- מסלול 1 - מסלול בריבית משתנה: 1% ריבית לשנה הראשונה, ו-2.2% ריבית לשנה השנייה.
- מסלול 2 - מסלול בריבית שנתית קבועה לשנתיים.
- ב. חברה לווה סכום מסוים.
- מה צריכה להיות הריבית השנתית במסלול 2, כדי שבתום השנתיים יקבל הבנק מן החברה את אותו סכום החזר בשני המסלולים?
- פרטו את חישוביכם.

## פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



- 4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (2x^2 - 15x + 27) \cdot e^{5-x}$ .
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- ד. קבעו עבור אילו ערכי  $x$  מתקיים:  $f(x) < 0$  וגם  $f'(x) < 0$ . נמקו את קביעתכם.
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .





(5) נקודת הפונקציה:  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{4x}$

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x)$ .
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  וסקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  באותה מערכת צירים.
- נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.
- ה. (1) מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.  
 (2) מצאו ערך של  $c$  שבעבורו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי הישר:  $y = c$  שווה ל- $S$ . נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

(1) א.  $D'(0,0,8)$  א. (2)  $C'(2,5,8)$ ,  $C(0,5,0)$ ,  $B(2,5,0)$ ,  $A(2,0,0)$

ב.  $K(1,5,4)$ ,  $F(0,0,4)$ ,  $E(0,5,6)$  ג. (1)  $\angle FEK = 70.6^\circ$  ג. (2) 11.36.

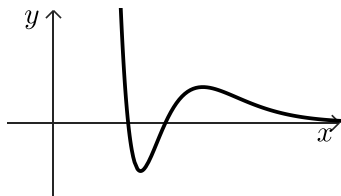
ד. (1)  $M(1,0,2)$  ד. (2) ראו סרטון ד. (3) פי 2.

(3) א. (1) 1,029,210.25 ש"ח א. (2) 1,003,605.45 ש"ח א. (3) 3.5 שנים.

ב. 1.6%

(4) א. כל  $x$  ב. (1)  $(4.5,0)$ ,  $(3,0)$ ,  $(0,27e^5)$

ב. (2)  $\max(6,3.31)$ ,  $\min(3.5,-4.48)$  ב. (3) להלן סרטוט:



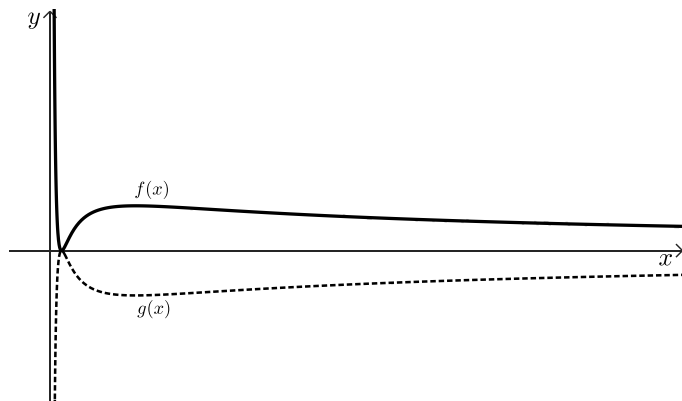
ג. גרף II.

ד.  $3 < x < 3.5$

ה. 7.79

(5) א.  $x > 0$  ב.  $(1,0)$  ג.  $\max\left(e^2, \frac{1}{e^2}\right)$ ,  $\min(1,0)$

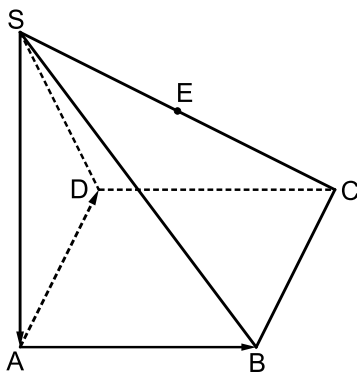
ד. להלן סרטוט: ה. (1)  $y = \frac{1}{e^2}$  ה. (2)  $y = -\frac{1}{e^2}$



יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



(1) נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.

המקצוע SA מאונך לבסיס הפירמידה.

הנקודה E היא אמצע המקצוע SC (ראו סרטוט).

נסמן:  $\vec{SA} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .

א. הביעו את הווקטורים  $\vec{SC}$ ,  $\vec{EB}$  ו- $\vec{ED}$

באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

נתון:  $\vec{EB}$  מאונך ל- $\vec{ED}$ ,  $|\underline{v}| = 3$ ,  $|\underline{u}| = 4$ .

ב. מצאו את  $|\underline{w}|$ .

נתון:  $D(0,0,0)$ ,

הצלע AD מונחת על החלק החיובי של ציר ה-x,

הצלע DC מונחת על החלק החיובי של ציר ה-y,

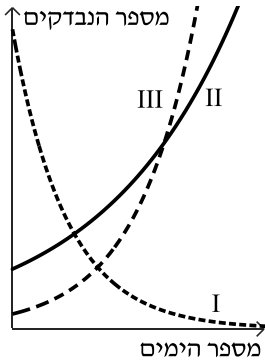
שיעור ה-z של הנקודה S הוא חיובי.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות A, C ו-S.

ד. חשבו את שטח המשולש DEB.



(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



(3)

לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות המתארות את מספר הנדבקים בנגיף הקורונה לפי ימים בשלושה יישוב א, ב ו-ג.

הפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום

$$\text{ביישוב א היא: } M(t) = 10 \cdot (1.5)^t,$$

והפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום

$$\text{ביישוב ב היא: } G(t) = 100 \cdot (1.2)^t.$$

א. מבין הגרפים III-I קבעו איזה גרף מתאר

את מספר הנדבקים ביישוב א, ואיזה גרף מתאר

את מספר הנדבקים ביישוב ב. נמקו את תשובותיכם.

ב. מה היה מספר הנדבקים ביישוב ב לאחר 8 ימים?

ג. מצאו לאחר כמה ימים היה מספר הנדבקים ביישוב א שווה למספר הנדבקים ביישוב ב.

בזמן הבדיקה הראשונית של יישובים א ו-ב, היה מספר הנדבקים ביישוב ג גדול פי 40

ממספר הנדבקים ביישוב ב, לכן הוחלט לתת ביישוב ג תרופה ניסיונית.

בעקבות כך קטן מספר הנדבקים ביישוב ג באופן מעריכי.

לאחר 8 ימים היו ביישוב ג 107 נדבקים.

ד. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ג.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{a+x}}{x-3}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .

נתון כי הנקודה:  $\left(5, \frac{e^6}{2}\right)$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצאו את הפרמטר  $a$ .

הציבו בפונקציה  $f(x)$  את הפרמטר  $a$  שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים

(אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

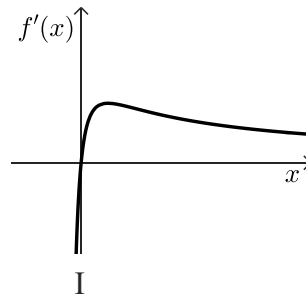
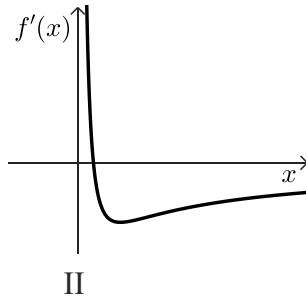
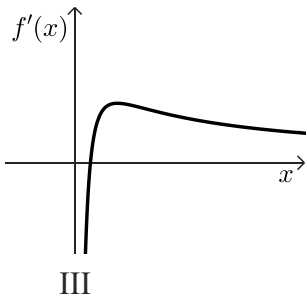
נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x) + 18$  המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ .

ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $g(x)$ .

נמקו את תשובתכם.



- 5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = (2 + \ln x) \cdot (-4 + \ln x)$
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. (1) אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.  
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,  
על ידי הישר:  $x = \sqrt{e}$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



תשובות סופיות:

(1) א.  $\overline{SC} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ ,  $\overline{EB} = \frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$ ,  $\overline{ED} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$ . ב.  $|\underline{w}| = 5$ .

ג.  $A(3,0,0)$ ,  $C(0,4,0)$ ,  $S(3,0,5)$ . ד. 6.25.

(3) א. יישוב א: גרף III, יישוב ב: גרף II

ג. לאחר 10.32 ימים (ביום ה-11)

ב. 430 נדבקים.

ד. 36.41%.

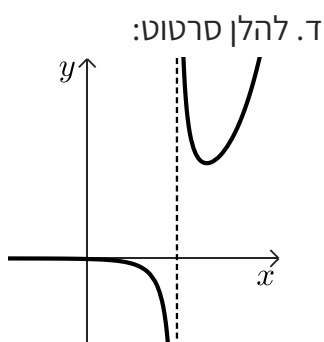
(4) א. (1)  $x \neq 3$  א. (2)  $x = 3$  ב.  $a = 1$

ג. (1)  $(4, e^5)$  מינימום. ג. (2) ירידה:  $3 < x < 4$  או  $3 < x$ .

ג. (3)  $(0, -\frac{e}{3})$

ה. חיוביות:  $x < 3$ ,

שליליות:  $3 < x$ .



(5) א.  $0 < x$  ב.  $(e^4, 0)$ ,  $(e^{-2}, 0)$  ג.  $(e, -9)$  מינימום.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) גרף III. ה. (2) 0.25.

