שאלון 481

פרק 37

בחינות מתכונת

מבחן 1 1
מבחן 2 5
מבחן 3 9
מבחן 4 13
מבחן 5 17
מבחן 6 21
מבחן 7 25
מבחן 8 29
מבחן 9 33
מבחן 10 37
מבחן 11 42
מבחן 12 46
מבחן 13 50
מבחן 14 54
מבחן 15 58
מבחן 16 62
מבחן 17 66
מבחן 18 70
מבחן 19 75
מבחן 20 79
מבחן 21 83
מבחן 22 88
מבחן 23 92
מבחן 24 95
מבחן 25 99

מבחן מספר 1:

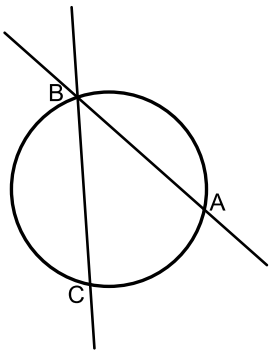
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) מחירו של מוצר א' גדול ב-20 שקלים ממחירו של מוצר ב'.
מוצר א' התייקר ב-5% ומוצר ב' התייקר ב-50%.
המחיר הכולל של שני המוצרים לאחר ההתייקרות גדול ב-25% מהמחיר המקורי של שני המוצרים.
מהו המחיר המקורי של כל מוצר?

2) הישרים: $9y+11x=94$ ו- $y=-3x+14$ נחתכים בנקודה B.



דרך נקודה זו עובר מעגל שמרכזו הוא: $M(-9,1)$.

ידוע כי מעגל זה חותך את הישרים (חוץ מהנקודה B) בשתי נקודות A ו-C (ראה איור).

א. מצא את שיעורי הנקודה B.

ב. מצא את משוואת המעגל.

ג. מצא את שיעורי הנקודה A – נקודת החיתוך של הישר שמשוואתו: $y=-3x+14$ עם המעגל.

3) בבית ספר בעיר מסוימת נערכו שני מבחנים. 80% מהתלמידים עברו את המבחן הראשון. $\frac{1}{4}$ מבין התלמידים שעברו את המבחן הראשון עברו גם את השני ו- $\frac{1}{2}$ מהתלמידים שנכשלו במבחן הראשון נכשלו גם בשני.

א. בוחרים באקראי תלמיד.
מה ההסתברות שהוא עבר את אחד המבחנים בלבד?

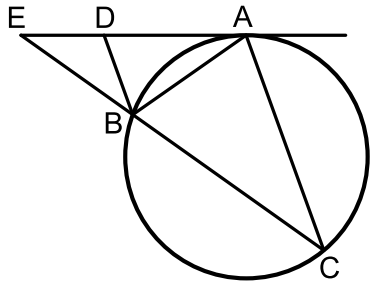
ב. בוחרים באקראי 4 תלמידים.
מה ההסתברות שבדיוק אחד מהם עבר את אחד המבחנים בלבד?

ג. איזה חלק מבין התלמידים שנכשלו במבחן השני מהווה קבוצת התלמידים שנכשלו גם במבחן הראשון?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) מעבירים משיק AE למעגל הנתון באיור.
מנקודת ההשקה מעבירים את המיתרים AB ו-AC כך שנוצר המשולש ABC.



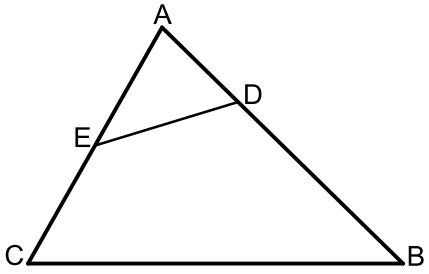
ידוע כי: $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{BC}$.
המשך המיתר BC נפגש עם המשיק בנקודה E
המיתר AB חוצה את זווית CBD .

א. הוכח כי הקטע BD מקביל למיתר AC.

ב. הוכח: $\Delta ABD \sim \Delta CBA$
וכתוב את יחס הדמיון.

ג. הוכח: $\frac{DE}{BE} = \frac{BD}{AB}$.

5) במשולש ABC אורך הצלע AC הוא 8 ס"מ ואורך הצלע AB הוא 10 ס"מ.
הנקודה E היא אמצע הצלע AC והנקודה D מקיימת: $AD = 3$ ס"מ.



ידוע כי: $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$.

א. מצא את אורך הקטע DE.

ב. חשב את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADE.

ג. חשב את שטח המרובע BCED.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה –20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=\frac{kx}{\sqrt{k-x^2}}$, k פרמטר חיובי.

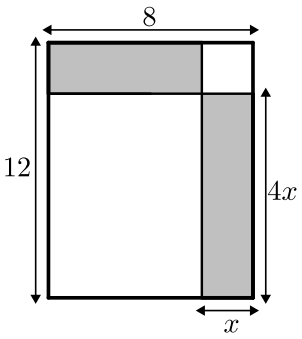
א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? (בטא באמצעות k).
(2) מהן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה?

ב. הראה כי הפונקציה עולה עבור כל ערך של k בתחום הגדרתה.

ג. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-x. (בטא באמצעות k).

ד. המשיק אשר מצאת בסעיף הקודם חותך את אחת האסימפטוטות של הפונקציה בנקודה A. ידוע כי שטח המשולש הכלוא בין המשיק, ציר ה-x והאסימפטוטה הנ"ל הוא: 4 יח"ש $S=$.
מצא את k.

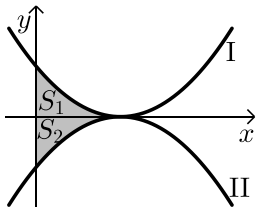
7) נתון מלבן שאורכי צלעותיו הם 8 ס"מ ו- 12 ס"מ כמתואר באיור.
מקצים קטעים באורכים של x ו-$4x$ על צלעות המלבן כך שנוצרים המלבנים המקווקווים.
מצא את x עבורו סכום שטחי המלבנים המקווקוים הוא מינימלי.



8) נתונות הפונקציות:
$f(x)=(x-2)^2$ ו- $g(x)=-(x-2)^2$ כמתואר באיור.

א. התאם בין הפונקציות לגרפים I ו-II.

ב. מסמנים את השטחים שבין כל פונקציה והצירים ב-S_1 ו-S_2 כמתואר באיור.
הראה כי השטחים S_1 ו-S_2 שווים זה לזה.



בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) 100 ₪ ו- 80 ₪.

1) א. $(2,8)$ ב. $(x+9)^2+(y-1)^2=170$ ג. $(4,2)$.

2) א. $P=0.7$ ב. $P=\frac{189}{2500}$ ג. $\frac{1}{7}$.

3) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

4) א. 2.53 ס"מ = DE. ב. 2 ס"מ. ג. 21.48 סמ"ר.

5) א. (1) $-\sqrt{k}<x<\sqrt{k}$. (2) $x=\pm\sqrt{k}$.

ב. הנגזרת היא: $f'(x)=\frac{k^2}{\left(k-x^2\right)^{1.5}}>0$. ג. $y=\sqrt{k}x$. ד. $k=4$.

6) $x=2.75$.

7) א. $\mathrm{I}=f(x)$, $\mathrm{II}=\mathrm{g}(x)$.

מבחן מספר 2:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

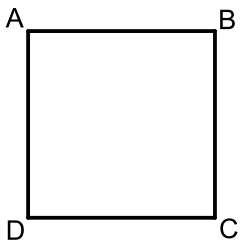
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) רכבת נוסעים נוסעת מדי יום מעיר א' לעיר ב', שהמרחק בניהן הוא 360 ק"מ.
רכבת משא יוצאת מעיר ב' לעיר א' גם היא על בסיס יומי ובאותן שעות היציאה של רכבת הנוסעים.
ידוע כי מהירות רכבת הנוסעים גדולה ב-20% ממהירות רכבת המשא.
יום אחד, רכבת הנוסעים התעכבה ויצאה מהתחנה שבעיר א' לאחר 40 דקות אך הגיעה לתחנה שבעיר ב' 20 דקות לפני רכבת המשא.

א. מה הן המהירויות של שתי הרכבות?

ב. כמה זמן נסעה רכבת הנוסעים מעיר א' לעיר ב'?

2) במרובע ABCD ידוע כי שיפוע הצלע BC הוא 3 ושיעורי הנקודה A הם: $(1,4)$.



א. הסבר מדוע לא ניתן להסיק דבר על סוג המרובע ABCD.

נתון גם: $D(4,13)$, $m_{CD}=-\frac{1}{3}$ ו- $BC=\sqrt{90}$ ס"מ.

ב. איזה מרובע הוא המרובע ABCD כעת?
הראה חישוב מתאים.

נתון גם: $B(-8,7)$.

ג. איזה מרובע הוא המרובע ABCD כעת? הראה חישוב מתאים.

ד. חשב את שטח המרובע ABCD.

3) בתוך כד ישנם 8 כדורים, חלקם אדומים וחלקם לבנים.
מוציאים באקראי כדור, מניחים אותו בצד ומוציאים כדור נוסף.

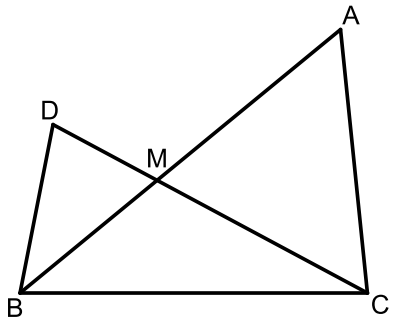
א. מצא כמה כדורים יש בכד מכל צבע אם ידוע כי ההסתברות שהכדור השני שהוצא הוא לבן היא $\frac{3}{8}$.

ב. ידוע כי הכדור השני שהוצא הוא לבן.
מה ההסתברות שהכדור הראשון שיצא הוא אדום?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתון משולש ABC. על הצלע BC של המשולש ABC בונים משולש נוסף BDC.
הצלעות DC ו-AB נחתכות בנקודה M.
הצלע AB חוצה את זווית B וידוע כי: $\sphericalangle B = 2\sphericalangle ACD$.

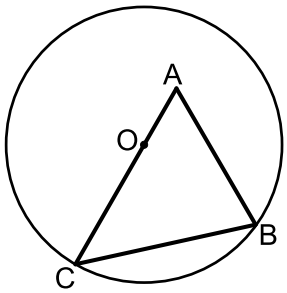


א. הוכח: $\Delta ACM \sim \Delta DBM$.

ב. הוכח: $\frac{AC}{BC} = \frac{AM}{CM}$.

ג. נתון כי: $\frac{AM}{CM} = \frac{8}{5}$ וכי אורך הצלע BD הוא 6 ס"מ.
סכום הצלעות AC ו-BC הוא 19.5 ס"מ.
חשב את היחס: $\frac{S_{BDM}}{S_{BMC}}$.

5) נתון משולש ABC.
הקודקודים B ו-C של המשולש ABC נמצאים על מעגל שמרכזו O.
מרכז המעגל O מונח על הצלע AC.
אורך הצלע AB הוא 12 ס"מ ואורך הקטע AO הוא 4.5 ס"מ.
זווית BAC היא $60°$.



א. חשב את רדיוס המעגל.

ב. מעבירים את הקוטר BD ואת הקטע AD כך שנוצר המשולש ADB.
חשב את זווית ADB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה –20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $y=\frac{x^2-m}{ax-4}$, a,m פרמטרים קבועים כאשר: $a>0$.
ידוע כי אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה נמצאת על ציר ה- y.

א. מצא את הערך של הפרמטר m.

ב. הצב את הערך של m שמצאת בסעיף א' והבע באמצעות a את:
(1) תחום ההגדרה של הפונקציה.
(2) נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
(3) האסימפטוטות לגרף הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. סרטט סקיצה וסמן בה את נקודות הקיצון ואת משוואות האסימפטוטות שהבעת באמצעות a בסעיף הקודם.

ד. ידוע כי נקודת הקיצון שאינה על ציר ה- y, נמצאת במרחקים שווים מהצירים. מצא את הערך של הפרמטר a.

ה. נתון הישר: $y=k$. מצא עבור אילו ערכים של k אין לישר ולגרף הפונקציה נקודות משותפות כלל.

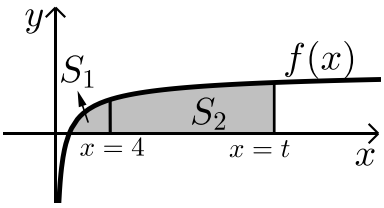
7) נתונים שלושה מספרים שסכומם הוא 36. ידוע שמספר אחד זהה לשני.

א. מה צריכים להיות שלושת המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?

ב. כיצד תשתנה התוצאה אם מספר אחד יהיה גדול פי 2 מהשני במקום זהה לו?

ג. באיזה מקרה תהיה מכפלה גדולה יותר?

8) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x)=1-\frac{1}{\sqrt{x}}$.



מעבירים שני אנכים לציר ה- x
והם: $x=4$ ו- $x=t$, $(t>4)$.
נסמן:
S_1 - השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר ה- x.
S_2 - השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והאנכים.
ידוע כי: $8S_1=S_2$. מצא את t.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 60 קמ"ש , 72 קמ"ש. ב. 5 שעות.

2) א. לא ניתן להצביע על אף תכונה של מרובע מוגדר כלשהו.

ב. מלבן. ניתן להראות כי יש למרובע שני זוגות צלעות נגדיות מקבילות ושוות וזווית ישרה.

ג. ריבוע. ניתן להראות כי קיימות זוג צלעות סמוכות שוות.

ד. 90 יח"ש $S=$.

3) א. 5 אדומים ו-3 לבנים. ב. $\frac{5}{7}$.

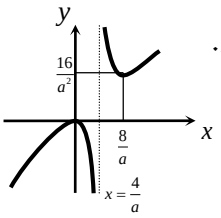
4) ג. 0.8.

5) א. 10.5 ס"מ $R=$ ב. $24.32°$.

6) א. $m=0$ (מתקבל: $am=0$ וידוע כי: $a>0$ לכן נותרנו עם הפתרון הנ"ל).

ב. i. $x\neq\frac{4}{a}$. ii. $\min\left(\frac{8}{a},\frac{16}{a^2}\right)$, $\max(0,0)$. iii. $x=\frac{4}{a}$.

ג.



ד. $a=2$. ה. $0<k<4$.

7) א. 12 , 12 , 12. ב. 8 , 12 , 16. ג. מקרה א'.

8) $t=16$.

מבחן מספר 3:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

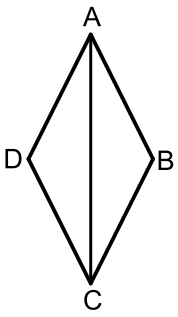
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה –20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) לרפי מטבח מלבני שמידותיו הם: 18 X 12 מטרים ריבועיים (מ״ר).
רפי מחלק את המטבח לשני מלבנים כך ששטח אחד גדול פי 2 מהשטח של השני כמתואר באיור.



רפי רוצה לרצף את השטח הקטן ברצפת שיש יוקרתית (השטח הימני) לעומת השטח הגדול שאותו ירצף ברצפה רגילה (השטח השמאלי). ידוע כי המחיר של מ״ר אחד מהרצפה הרגילה מהווה 60% מהמחיר של מ״ר אחד מרצפת השיש היוקרתית.
רפי השקיע בריצוף המטבח סכום כולל של 3168 ₪.
כמה עולה מ״ר מכל סוג?

2) המרובע ABCD הוא מעוין.
ידוע כי שיעורי אחד מקדקודי המעוין הם: $(0,6)$.
כמו כן, ידוע גם כי משוואת האלכסון AC היא: $y=-1.5x+6$ ואחת ממשוואות הצלעות היא: $5y+x=4$.



א. מצא את משוואת האלכסון השני.
ב. מצא את שאר קדקודי המעוין.

3) מפעל מייצר שולחנות וכיסאות. בוחרים 4 רהיטים.
ידוע כי ההסתברות שכולם יהיו כיסאות זהה להסתברות שיהיה שולחן אחד בדיוק ביניהם.
א. מצא את ההסתברות לבחור כיסא.
במפעל צובעים את הרהיטים בשחור או לבן.
רבע מהשולחנות נצבעים בשחור ורבע מהכיסאות נצבעים בלבן.
ב. מה ההסתברות לבחור כיסא שחור?
ג. איזה חלק מבין הרהיטים הלבנים מהווים השולחנות?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

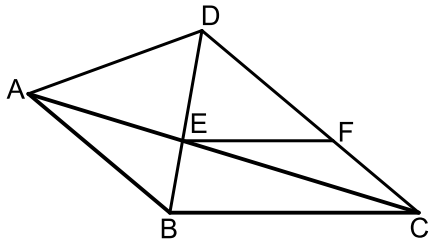
4) נתון משולש ABC.

על הצלע AB של המשולש ABC בונים משולש שווה צלעות ABD.

הצלע AC חותכת את הצלע BD בנקודה E אשר ממנה מעבירים

ישר EF המקביל לצלע BC.

נתון כי: $\sphericalangle DBC = 80°$, $\sphericalangle DCB = 40°$.



א. הוכח כי המשולשים ABE ו-CDE דומים.

ב. הוכח: $FC \cdot CE = AE \cdot DF$.

ג. נתון כי: $BC = 1.5 \cdot EF$.

(1) הוכח: $\frac{AE}{CE} = \frac{1}{2}$.

(2) חשב את יחס השטחים הבא: $\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}}$.

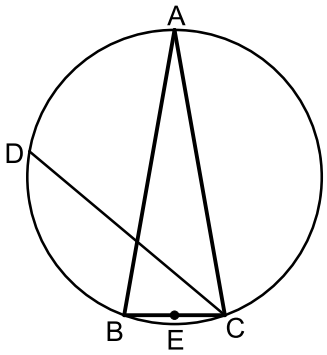
5) המשולש ABC הוא שווה שוקיים $(AB = AC)$

החסום במעגל שרדיוסו R.

הנקודה E היא אמצע הבסיס BC והנקודה D היא

אמצע הקשת $\overset{\frown}{AB}$.

ידוע כי זווית הבסיס של המשולש היא $80°$.



א. הבע באמצעות R את הקטעים CD ו-DE.

ב. r הוא רדיוס המעגל החוסם את המשולש CED.

הבע באמצעות R את r.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה –20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x-a}{x-1}$, $(a\neq 1)$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

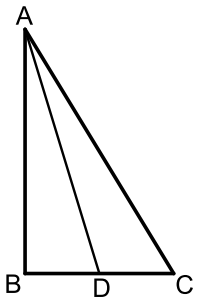
ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. הבע באמצעות a את השיעורים של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x ועם ציר ה-y .

ד. (1) מצא עבור אילו ערכים של a הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x בתחום הגדרה.

(2) ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=a$ מקביל לישר משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x=2$.
מצא את הערך של a אם נתון כי הפונקציה עולה לכל x .

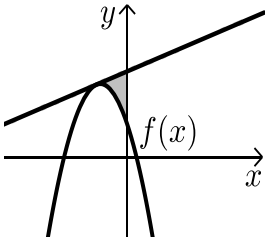
7) במשולש ישר הזווית ABC $(\sphericalangle B=90°)$, AD הוא תיכון לניצב BC.
ידוע כי סכום אורכי הניצבים הוא 20 ס"מ.
מצא מה צריכים להיות אורכי הניצבים עבורם אורך התיכון AD יהיה מקסימלי.



8) נתונה פונקציה $f(x)$. משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה: $x=-2$ היא: $y=x+13$.
הנגזרת של הפונקציה היא: $f'(x)=-4x-7$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין המשיק, גרף הפונקציה וציר ה-y . (ראה איור).



בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) 20 ₪ ו-12 ₪.

1) א. $y=\frac{2}{3}x+1\frac{2}{3}$. ב. $(-1,1)\ ,\ (4,0)\ ,\ (5,5)$.

2) א. $P=0.8$ ב. $P=0.6$ ג. $\frac{3}{7}$.

3) ג. (2) 0.25.

4) א. $CD=R\sqrt{3}\ ,\ DE=1.48R$ ב. $r=1.15R$.

5) א. $x\neq 1$ ב. $x=1\ ,\ y=1$ ג. $(0,a)\ ,\ (a,0)$.

ד. (1) $a>1$ (2) $a=2$.

6) 4 ס"מ , 16 ס"מ.

7) א. $f(x)=-2x^2-7x+5$. ב. $S=5\frac{1}{3}$.

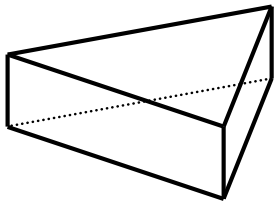
מבחן מספר 4:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

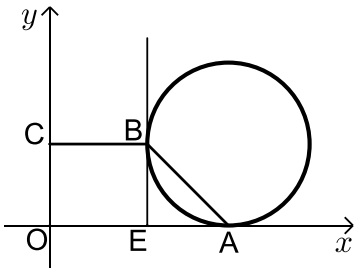
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) ★ נתונה מנסרה שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים.
ידוע כי שטח הפאה הבנויה על מקצוע הבסיס של המשולש מהווה 80% משטח הפאה הסמוכה לה. כמו כן ידוע כי אורך מקצוע השוק במשולש הבסיס גדול ב-4 ס"מ מאורך מקצוע הבסיס במשולש זה.
גובה המנסרה הוא 4 ס"מ.



א. מצא את מידות משולש הבסיס.
ב. מה יהיה שטח המעטפת של המנסרה?
ג. מה יהיה סכום כל מקצועות המנסרה?

2) נתון מעגל המשיק לציר ה-x בנקודה A. מהנקודה E שעל ציר ה-x מעלים אנך המשיק למעגל בנקודה B (ראה איור). הקטע BC מקביל לציר ה-x ו-O היא נקודת ראשית הצירים.
יוצרים טרפז ישר זווית ABCO ששטחו הוא 170 יח"ש.
נתון: $C(0,10)$ ו-$d_{AE}=10$.



א. (1) מצא את שיעורי הנקודה B.
(2) מצא את שיעורי הנקודה A.
ב. כתוב את משוואת המעגל.

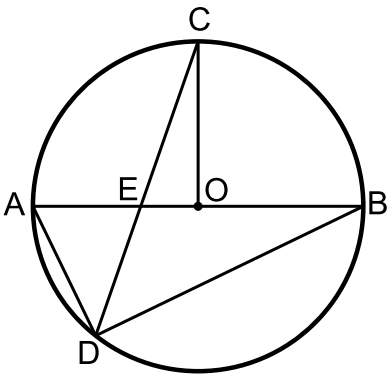
3) בחדר יש פי 4 נשים מגברים. משחקים את המשחק הבא:
בוחרים באקראי אדם מהחדר. אם נבחר גבר אז הוא יוצא מהחדר ואם נבחרה אישה אז היא נשארת. לאחר מכן בוחרים אדם נוסף.
א. מצא כמה גברים יש בחדר אם ידוע כי ההסתברות שייבחרו שני אנשים שונים היא: $\frac{236}{725}$.
ב. ידוע כי בפעם השנייה נבחר גבר, מה ההסתברות שגם בפעם הראשונה יבחר גבר?

ג. משחקים את המשחק 4 פעמים. ידוע כי בכל ארבעת הפעמים נבחר גבר בפעם השנייה. מה ההסתברות שברוב המקרים יצא גבר גם בפעם הראשונה?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) ★ AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
מהנקודה C שעל היקף המעגל מעבירים את הרדיוס CO ואת המיתר CD החותך את הקוטר בנקודה E. מהנקודה D מעבירים את המיתרים BD ו-AD.



ידוע כי המיתר CD מקיים: $\frac{AD}{BD}=\frac{AE}{BE}$.

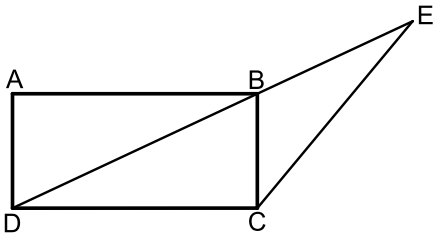
נתון: $AD=DE$.

א. הוכח כי הרדיוס CO מאונך לקוטר AB.

ב. הוכח: $\Delta COE \sim \Delta BDA$.

ג. נתון כי אורך המיתר BD הוא 16.2 ס"מ ואורך הקטע CE הוא 10 ס"מ.
חשב את רדיוס המעגל.

5) המרובע ABCD הוא מלבן. מעבירים את האלכסון BD וממשיכים אותו עד לנקודה E שמחוץ למלבן. מחברים את הנקודה E עם הקודקוד C.



ידוע כי אורך הצלע AD של המלבן הוא 6 ס"מ וכי אורך הקטע BE הוא 9 ס"מ.
הזווית CBE היא $115°$.

א. מצא את אורך הקטע CE
(בתשובתך כתוב עד לשני מספרים אחרי הנקודה).

ב. מצא את אורך האלכסון BD.

ג. חשב את שטח המשולש DCE.

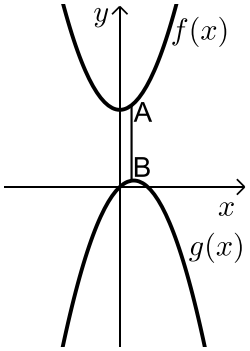
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

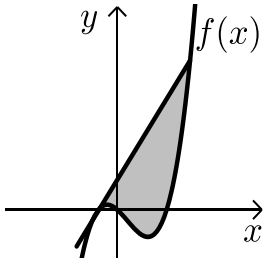
6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+3}}{x}$ ונתון הישר: $y=2x$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה והישר הנמצאת ברביע הראשון.
ב. מצא את משוואות המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת בסעיף הקודם.
ג. חשב את השטח שנוצר בין המשיק והצירים.

7) נתונות הפונקציות: $f(x)=x^2+12$
ו- $g(x)=2x-x^2$ כמתואר באיור הסמוך.
הנקודות A ו-B נמצאות בהתאמה על הגרפים של הפונקציות: $f(x)$ ו- $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y.
מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שאורך הקטע AB יהיה מינימלי.



8) נתונה פונקציה $f(x)$ שנגזרתה היא: $f'(x)=3x^2-6x-9$.
ישר ששיפועו 15 משיק לפונקציה ברביע הרביעי בנקודה שבה: $y=-20$.



א. מצא את הפונקציה $f(x)$.
ב. האם יש עוד משיקים לגרף הפונקציה בעלי שיפוע 15? אם כן - מצא אותם.
ג. (1) הראה כי הנקודה שבה $x=7$ משותפת למשיק שמצאת בסעיף הקודם ולפונקציה $f(x)$.
(2) מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה והמשיק שמצאת בסעיף קודם (ראה איור).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 16 ס"מ ו-20 ס"מ. ב. $S=224$ ג. 124 ס"מ.

2) א. **(1)** $B(12,10)$. **(2)** $A(22,0)$.

ב. $(x-22)^2+(y-10)^2=100$.

3) א. בחדר יש 6 גברים (ו-24 נשים). ב. $\frac{25}{141}$. ג. 0.0193.

4) ג. 9 ס"מ.

5) א. 12.75 ס"מ ב. 14.19 ס"מ ג. 63.05 סמ"ר.

6) א. $(1,2)$ ב. $y=-1.5x+3.5$. ג. $4\frac{1}{12}$ יח"ש $S=$.

7) $A(0.5,12.25)$.

8) א. $f(x)=x^3-3x^2-9x$. ב. $y=15x+28$.

ג. **(1)** $(7,133)$. **(2)** 546.75 יח"ש $S=$.

מבחן מספר 5:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

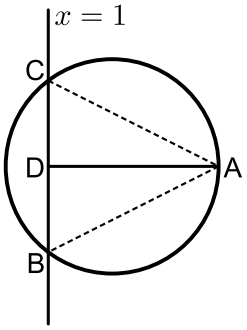
1) סוחר קנה שולחנות במחיר כולל של 18,000 ₪.
10 שולחנות הוא מכר ברווח של 60% לשולחן, 20 שולחנות הוא מכר ללא רווח ואת שאר השולחנות הוא מכר בהפסד של 15% לשולחן. סה"כ הרוויח הסוחר בעסקאות אלו 450 ₪.

א. כמה שולחנות קנה הסוחר?

ב. מה המחיר ששילם הסוחר עבור כל שולחן?

2) הנקודה $A(17,4)$ נמצאת על המעגל שמשוואתו: $(x-7)^2+(y-4)^2=R^2$.

הישר $x=1$ חותך את המעגל בשתי נקודות B ו-C כך ש-B נמצאת ברביע הרביעי. מעבירים את הקטע AD המאונך לישר BC וידוע כי הנקודה D היא אמצע BC.



א. מצא את רדיוס המעגל.

ב. מצא את שיעורי הנקודות B ו-C.

ג. (1) חשב את מרחק הנקודה A מהישר $x=1$.

(2) חשב את שטח המשולש ABC.

3) בכד ישנם 12 כדורים, חלקם לבנים וחלקם שחורים.
אם מוציאים עם החזרה שני כדורים מהכד ההסתברות ששניהם יהיו בעלי אותו הצבע היא $\frac{13}{18}$.

א. מה ההסתברות להוציא כדור שחור אם ידוע כי יש יותר כדורים שחורים? על 40% מהכדורים השחורים רשום מספר ועל מחצית הכדורים הלבנים רשום מספר.

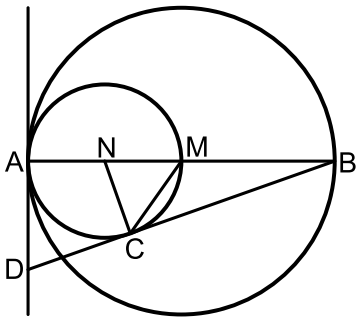
ב. מה ההסתברות להוציא מהכד כדור שחור שרשום עליו מספר?

ג. איזה חלק מבין הכדורים שרשום עליהם מספר מהווים הכדורים הלבנים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) המעגלים שמרכזם בנקודות M ו-N משיקים זה לזה מבפנים בנקודה A כך שהיקף המעגל הפנימי עובר בנקודה M. דרך הנקודה A מעבירים משיק. AB הוא קוטר במעגלים ו-C היא נקודה הנמצאת על היקף המעגל הפנימי כך שהישר החותך BD משיק למעגל פנימי בנקודה זו.

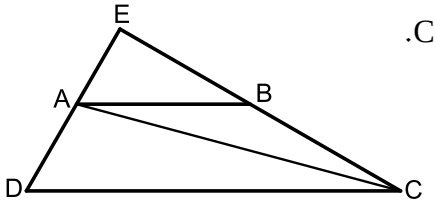


א. הוכח: $\Delta ABD \sim \Delta CBN$ וחשב את יחס הדמיון.

ב. נתון כי: $AD = \sqrt{8}$.
חשב את רדיוס המעגל הגדול.

ג. הוכח: $2CD = BC$.

5) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \| CD)$.
ממשיכים את השוקיים AD ו-BC עד לפגישתם בנקודה E.
ידוע כי: $DE \perp CE$.
מעבירים את האלכסון AC אשר חוצה את זווית C.
מסמנים את הבסיס הגדול DC ב- k
ואת: $\sphericalangle ACD = \alpha$.



א. הבע באמצעות k ו- α את הבסיס הקטן של הטרפז AB.

ב. הבע באמצעות k ו- α את שטח המשולש ABC.

ג. חשב את שטח המשולש ABC כאשר: $\alpha = 15°$, $k = 12$ ס"מ.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $y=-3x^3+6x^2-4x+d$, (d פרמטר).
ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה-x בנקודה שבה: $x=2$.

א. מצא את d.

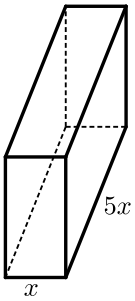
ב. האם יש לפונקציה נקודות קיצון?

ג. כתוב את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה.

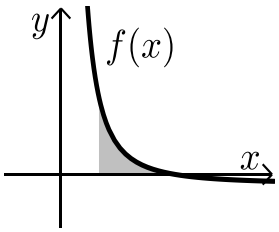
ד. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

7) ליוסי משטח פח אשר הוא רוצה לבנות תיבה ממנו שנפחה הכולל הוא 225 סמ"ק. יוסי רוצה שאורך הבסיס יהיה גדול פי 5 מרוחבו כמתואר באיור הסמוך. כמות הפח שיש בידי יוסי מוגבלת ולכן הוא רוצה לדעת מה היא הכמות המינימלית של פח שעליו להשתמש בכדי להשיג את מבוקשו.
מצאו את כמות הפח המינימלית.



8) גרף הפונקציה: $f(x)=\frac{a-x^2}{x^2}$ (a קבוע) חותך את ציר ה-x בנקודה $(6,0)$.



א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.

ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה-x והישר: $x=2$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 60 ב. 300 ₪.

1) א. $R=10$. ב. $B(1,-4)$, $C(1,12)$. ג. **(1)** $d=16$.

(2) 128 יח"ש $S=$.

2) א. $P=\frac{5}{6}$ ב. $P=\frac{1}{3}$ ג. $\frac{1}{5}$.

3) א. $\sqrt{2}$ ב. 4 ס"מ.

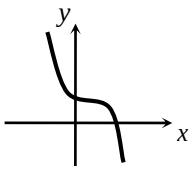
4) א. תשובה אפשרית: $\frac{k\tan\alpha}{\tan 2\alpha}$ (תיתכנה תשובות אחרות).

ב. תשובה אפשרית: $\frac{k^2\tan^2\alpha\sin 2\alpha}{2\tan^2 2\alpha}$ (תיתכנה תשובות אחרות).

ג. 7.754 יח"ש $S=$.

5) א. $d=8$. ב. לא. ג. יורדת בכל תחום הגדרתה.

ד. $(0,8)$ ה.



6) 270 סמ"ר. (3 ס"מ , 15 ס"מ ו- 5 ס"מ).

7) א. $a=36$, $f(x)=\frac{36-x^2}{x^2}$ ב. $S=8$.

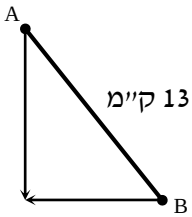
מבחן מספר 6:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

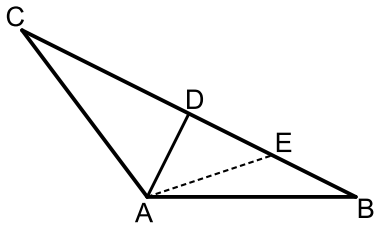
פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) שני הולכי רגל יוצאים משני יישובים A ו-B המרוחקים זה מזה 13 ק"מ.
היישוב A ממוקם בצפון מערב ביחס ליישוב B כמתואר באיור ממול.
הולך הרגל מיישוב A הולך דרומה והולך הרגל מיישוב B הולך מערבה.
הולך הרגל מיישוב A יוצא שעתיים לפני הולך הרגל השני.
לאחר שלוש שעות מיציאתו של הולך הרגל מיישוב A, נפגשו שני הולכי הרגל. מהירות הולך הרגל מיישוב B גדולה ב-25% ממהירות הולך הרגל השני.
באיזו מהירות הלך כל אחד משני הולכי הרגל?



2) המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים $(AB = AC)$.
מעבירים במשולש את הגובה לבסיס AD ומסמנים
נקודה E על הבסיס BC כך שמתקיים: $BE = DE$.
קדקוד הראש A נמצא בראשית הצירים
ונתון כי: $D(5,7)$, $E(8.5,2.5)$.



א. מצא את שיעורי שאר קדקודי המשולש.
ב. כתוב את משוואת השוק AC.

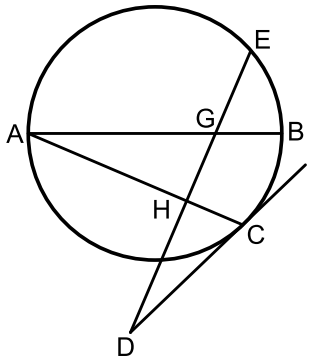
3) במפעל גדול ההסתברות שמתוך 4 עובדים לפחות אחד ירכיב משקפיים היא 0.5904.
א. מה ההסתברות לבחור עובד שלא מרכיב משקפיים?
ידוע כי 40% מהפועלים שמרכיבים משקפיים הם מעשנים
ו-20% מבין העובדים המעשנים הם מרכיבים משקפיים.
ב. מה ההסתברות לבחור עובד שמרכיב משקפיים בלבד או מעשן בלבד?
ג. בוחרים באקראי 5 עובדים. מה ההסתברות שרוב העובדים שנבחרו הם מעשנים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

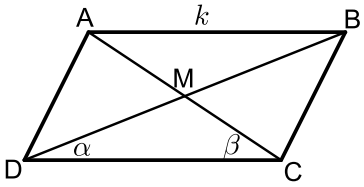
4) AB הוא קוטר במעגל. מהנקודה A מעבירים מיתר AC.
הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל וממנה מעבירים משיק CD וישר חותך DE. ידוע כי הישר DE חותך את הקוטר AB בנקודה G ומאונך למיתר AC בנקודה H.



א. הוכח: $\sphericalangle ACD = \sphericalangle BGE$.

ב. נתון כי: $\frac{S_{AHG}}{S_{GHCB}} = \frac{4}{5}$ חשב את היחס: $\frac{AH}{AC}$.

5) ★ נתונה מקבילית ABCD ובה מעבירים את האלכסונים AC ו-BD אשר נחתכים בנקודה M כמתואר באיור. מסמנים:
$\sphericalangle ACD = \beta$, $\sphericalangle BDC = \alpha$, $AB = k$.



א. הוכח כי אלכסוני המקבילית מקיימים: $\frac{AC}{BD} = \frac{\sin\alpha}{\sin\beta}$.

ב. (1) הבע באמצעות α, β ו-k את שטח המשולש DMC.

(2) הבע באמצעות α, β ו-k את שטח המקבילית ABCD.

ג. נתון כי: $\frac{AC}{BD} = 2$. הראה כי שטח המקבילית הוא: $\frac{4k^2\sin^2\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

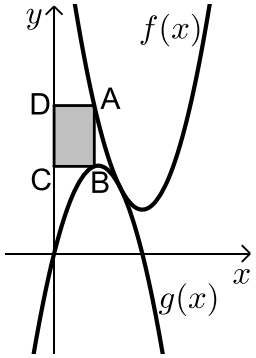
6) נתונה הפונקציה: $y=\frac{a^2x-4}{2x^2-1}$, (a קבוע).
ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x=1$ הוא: $m=4$.

א. מצא את כל הערכים האפשריים עבור a.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ג. מצא את נקודת החיתוך בין המשיק הנתון ומשיק העובר דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y.

7) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:
$f(x)=x^2-8x+18$ ו- $g(x)=-x^2+4x$.



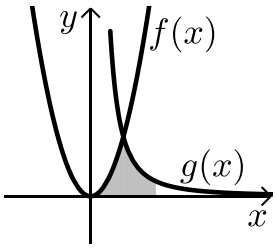
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y.
מותחים אנכים מהנקודות A ו-B לציר ה- y כך שנוצר מלבן (המסומן).
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.

א. הבע באמצעות t את שטח המלבן המסומן.

ב. מצא את ערכו של t עבורו שטח המלבן הוא מקסימלי.

ג. מה יהיה שטח המלבן במקרה זה?

8) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:
$f(x)=2x^2$ ו- $g(x)=\frac{a}{x^2}$, (a קבוע) בתחום: $x>0$.



ידוע כי הגרפים נחתכים ברביע הראשון בנקודה הנמצאת על הישר: $y=4x$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים ואת a.

ב. חשב את השטח המוגבל בין שני הגרפים, ציר ה- x והישר: $x=4$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 4 קמ"ש ו-5 קמ"ש.

1) א. $B(12,-2)$, $C(-2,16)$. ב. $y=-8x$.

2) א. $P=0.8$ ב. $P=0.44$ ג. $P=0.31744$.

3) ב. $\frac{2}{3}$.

4) ב. (1) $\frac{k^2\sin\alpha\sin\beta}{2\sin(\alpha+\beta)}$ ב. (2) $\frac{2k^2\sin\alpha\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$.

5) א. $a=\pm 2$. ב. $(1,0)$, $(0,4)$

ג. המשיק: $y=-4x+4$ אשר עובר בנקודה $(1,0)$.

6) א. $S=2t^3-12t^2+18t$. ב. $t=1$. ג. $S=$ 8 יח"ש.

7) א. $(2,8)$, $a=32$ ב. $S=13\frac{1}{3}$ יח"ש.

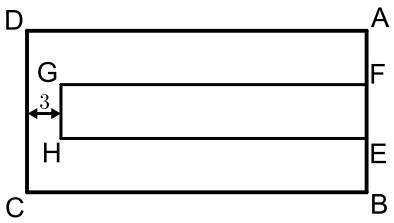
מבחן מספר 7:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) במלבן ABCD ידוע כי הצלע AD גדולה ב-6 ס"מ מהצלע AB.
על הצלע AB מקצים נקודות E ו-F כך ששלושת הקטעים הנוצרים על צלע זו שווים: $AF = EF = BE$.
מעבירים אנכים לצלע AB דרך הנקודות E ו-F עד לנקודות G ו-H שבתוך המלבן כך שנוצר מלבן פנימי EFGH.
מרחק הצלע GH מהצלע DC הוא 3 ס"מ.
ידוע כי שטח המלבן הפנימי מהווה 30% משטח המלבן ABCD.
נסמן ב- x את אורך הקטע EF.

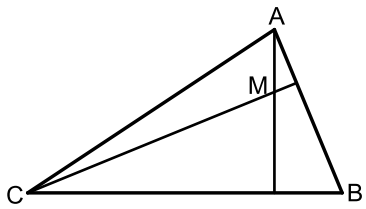


א. (1) הבע באמצעות x את צלעות המלבן ABCD.
(2) הבע באמצעות x את שטח המלבן ABCD ושטח המלבן הפנימי EFGH.

ב. מצא את x ואת צלעות המלבן ABCD.

ג. עבור ה- x שמצאת מה יהיה שטח המלבן EFGH?

2) נתון משולש ABC. משוואות הצלעות AB ו-BC במשולש ABC הן בהתאמה: $2y - x = 56$ ו- $8y + x = 104$.
מעבירים גבהים לצלעות AB ו-BC אשר נחתכים בנקודה $M(0,-2)$ שבתוך המשולש (ראה איור).



א. מצא את משוואות הגבהים.

ב. מצא את שיעורי הנקודה B.

ג. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה M ורדיוסו הוא הקטע BM.

★ **3)** במפעל לייצור ברגים פועלים שני פסי ייצור – פס ייצור א' ופס ייצור ב'.
ידוע כי אם בוחרים 5 ברגים אז ההסתברות ש-3 מהם מיוצרים ע"י פס הייצור השני גדולה פי 4.5 מההסתברות שאחד מהם מיוצר ע"י פס הייצור הנ"ל.

א. מצא את ההסתברות לבחור בורג המיוצר ע"י פס הייצור הראשון.
מתוך כל 100 ברגים שהמפעל מייצר 7 פגומים ומתוך כל 10 ברגים היוצאים מפס הייצור הראשון אחד הוא פגום.

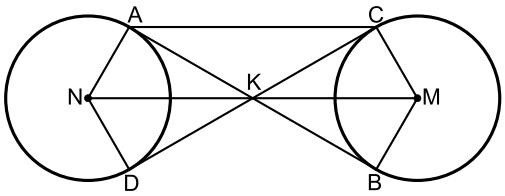
ב. מהו אחוז הברגים התקינים שמיוצרים ע"י פס הייצור השני?

ג. איזה חלק מבין הברגים הפגומים מהווים אלו שיוצאים מפס הייצור הראשון?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתונים שני מעגלים בעלי רדיוס זהה M ו-N.
מעבירים שני משיקים למעגלים AB ו-CD הנחתכים בנקודה K.
מעבירים את הרדיוסים AN ו-DN במעגל השמאלי ו-BM ו-CM במעגל הימני.

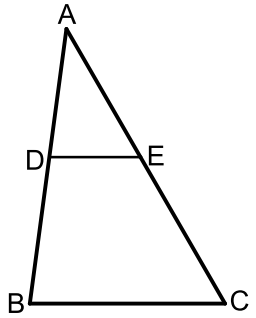


א. הוכח: $KN = KM$.

ב. הוכח כי המרובע ACMN הוא טרפז שווה שוקיים.

ג. רדיוס המעגלים הוא R וידוע כי המשולש BKC הוא שווה צלעות.
הבע באמצעות R את היקף הטרפז ACMN.

5) הקטע DE מקביל לצלע BC במשולש ABC כמתואר באיור. נתון כי:
$CE = 13$ ס"מ, $BC = 15$ ס"מ, $BD = \sqrt{129}$ ס"מ.
ידוע כי זווית AED היא $60°$.



א. חשב את אורך הקטע DE אם ידוע כי הוא קטן מ-10 ס"מ.

ב. חשב את שטח המשולש ADE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונות שתי הפונקציות הבאות:

$g(x)=\frac{\sqrt{x-k}}{x}$, $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x+k}}$ (k פרמטר חיובי).

ידוע כי הפונקציות חותכות זו את זו בנקודה שבה: $x=0.8$.

א. מצא את k.

ב. האם הפונקציות נחתכות בנקודה נוספת מלבד לנקודה הנתונה?
אם כן – מצא אותה.

ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה: $x=0.52$.

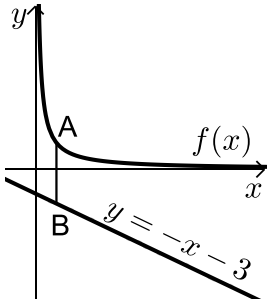
7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4}{x}$ ונתון

הישר: $y=-x-3$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$

והנקודה B נמצאת על גרף הישר כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y.

מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שאורך הקטע AB יהיה מינימלי.



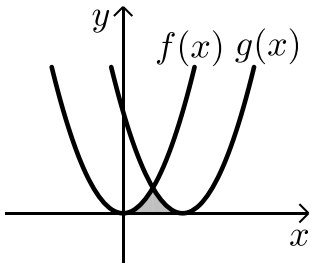
8) באיור שלפניך חותך גרף הפונקציה: $f(x)=x^2$

את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x=2$.

הנגזרת של הפונקציה $g(x)$ היא: $g'(x)=2x-8$.

א. מצא את הפונקציה $g(x)$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים וציר ה- x (המסומן).



בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. $3x$, $3x+6$ **(1)** **(2)** $9x^2+18x$, $3x^2+3x$.

ב. $x=8$, 30 ס"מ ו-24 ס"מ. ג. 216 יח"ש $S=$.

2) א. $y=-2x-2$; $y=8x-2$. ב. $(-24,16)$. ג. $x^2+(y+2)^2=900$.

3) א. $P=0.4$. ב. 95% ג. $\frac{4}{7}$.

4) ג. $9R$.

5) א. 7 ס"מ ב. 34.48 סמ"ר.

6) א. $k=0.48$ ב. כן. $(0.6,0.57)$ ג. $y=0.74x+0.1352$.

7) $A(2,2)$.

8) א. $g(x)=(x-4)^2$. ב. $5\frac{1}{3}$ יח"ש $S=$.

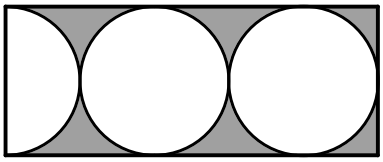
מבחן מספר 8:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

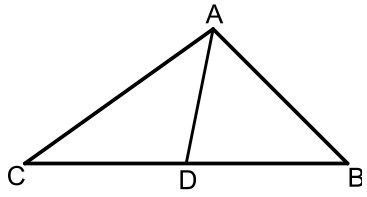
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) במלבן שלפניך חסומים שני עיגולים וחצי בעלי רדיוס זהה.
השטח שנוצר בין העיגולים וצלעות המלבן הוא $250-62.5\pi$.



א. (1) מצא את רדיוס העיגולים.
(2) מצא את אורכי צלעות המלבן.
ב. חשב את סכום שטחי העיגולים.

2) נתון משולש ABC. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של המשולש ABC כך שהקטע AD מחלק אותו לשני משולשים שווי שטח ABD ו-ACD.
הצלע BC מונחת על הישר: $y=4$ וידוע כי שיעור ה-x של הנקודה C הוא: $x_C=-1$. כמו כן נתון: $A(7,8)$, $m_{AB}=-2$.



א. מצא את משוואת הצלע AB.
ב. (1) איזה קטע הוא AD בתוך המשולש ABC?
(2) מצא את שיעורי הנקודות B ו-D.
ג. (1) חשב את אורך הצלע BC ואת אורך הקטע AD.
(2) איזה משולש הוא המשולש ABC?

★ **3)** רפי קנה במכולת חבילה של 10 סוכריות, חלקן ורודות וחלקן צהובות.
רפי מוציא באקראי (ללא החזרה) שתי סוכריות מהחבילה שקנה.
ידוע כי ההסתברות ששתי הסוכריות תהיינה ורודות קטנה פי 4 מההסתברות להוציא סוכריות בצבעים שונים.

א. כמה סוכריות מכל צבע יש בכל חבילה?
רפי מחזיר את הסוכריות לחבילה ומוציא באקראי 3 סוכריות (ללא החזרה).

ב. מה ההסתברות שכל הסוכריות שהוציא רפי הן צהובות?
שלומי, חברו הטוב של רפי, קנה 3 חבילות "מנטוס".

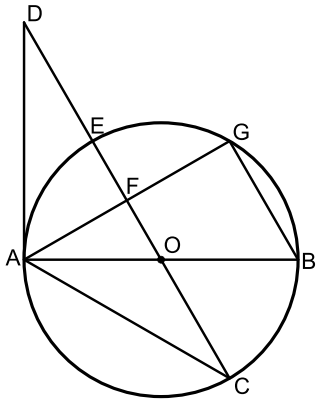
ג. שלומי מוציא באקראי סוכרייה מכל חבילה.
האם ההסתברות של שלומי להוציא 3 סוכריות צהובות גבוהה או נמוכה מזו של רפי?

ד. שלומי מוציא מכל חבילה שתי סוכריות.
מה ההסתברות שלו להוציא מכל חבילה סוכרייה ורודה ואחר כך צהובה?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
מהנקודה A מעבירים את המיתרים AC ו-AG
ואת המשיק AD כך שהמשולש ACD שווה שוקיים.
הישר CD חותך את היקף המעגל בנקודה E,
את המיתר AG בנקודה F ועובר דרך מרכז המעגל O.
המיתר BG מקביל לישר החותך CD.

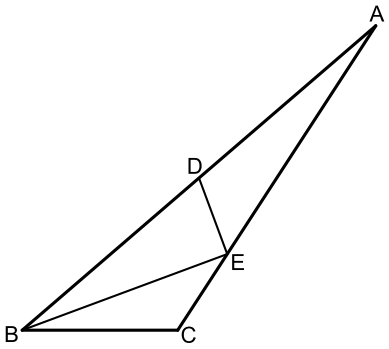


א. חשב את זוויות המשולש ACD.

ב. הוכח כי: $AF = FG$.

ג. רדיוס המעגל יסומן ב- R.
הוכח כי: $DC = 3R$.

5) במשולש ABC הקטע BE חוצה את זווית B.
הנקודה D היא אמצע הצלע AB
ומקיימת: $DE = CE$.
ידוע כי: $BD = 9$, $BE = 8$, $BC = 6$.



א. מצא את זווית B.

ב. חשב את שטח המשולש ADE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2+ax+6}{x-2}$, (a פרמטר).
ידוע שאחת מנקודות הקיצון של הפונקציה נמצאת על ציר ה-y.

א. מצא את הערך של a.

ב. הצב את הערך של a שמצאת בסעיף א' ומצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

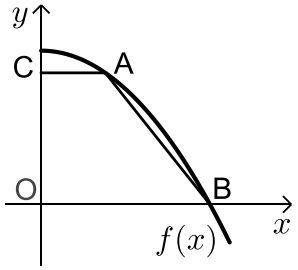
(3) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(4) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ג. עבור אלו ערכי x הפונקציה שלילית?

ד. נתון הישר: $y=k$. עבור אלו ערכי k אין נקודות משותפות לישר ולגרף הפונקציה? נמק.

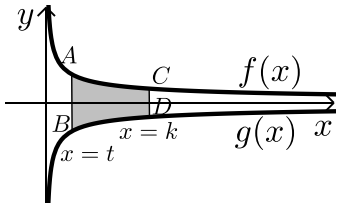
7) נתונה הפונקציה: $f(x)=36-x^2$. על גרף הפונקציה ברביע הראשון מסמנים נקודה A. מהנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה-x שחותך את ציר ה-y בנקודה C. הנקודה B היא נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x ו-O ראשית הצירים.



א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח הטרפז ABOC יהיה מקסימלי?

ב. מה יהיה שטח הטרפז במקרה זה?

8) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:
$f(x)=\frac{3}{\sqrt{x}}$ ו- $g(x)=-\frac{3}{\sqrt{x}}$.
מעבירים שני ישרים: $x=k$ ו- $x=t$ אשר חותכים של את הגרפים של הפונקציות ויוצרים את הקטעים AB ו-CD. ידוע כי: $AB=2CD$.



א. הראה כי: $k=4t$.

ב. השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות והישרים: $x=k$ ו- $x=t$ הוא: $S=12$. מצא את t.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. (1) 5 ס"מ. (2) 10 ס"מ ו-50 ס"מ. ב. 62.5π סמ"ר $= S$.

2) א. $y = -2x + 22$.

ב. (1) תיכון -קטע במשולש שחוצה אותו לשני משולשים שווי שטח הוא תיכון

(2) $B(9,4)$, $D(4,4)$.

ג. (1) $BC = 10$, $AD = 5$.

(2) משולש ישר זווית – אם במשולש יש תיכון לצלע ששווה למחציתה אז המשולש הוא ישר זווית.

3) א. 4 ורודות ו-6 צהובות. ב. $\frac{1}{6}$ ג. גבוהה $\frac{27}{125} > \frac{1}{6}$

ד. $P = 0.0189$.

4) א. $30°, 30°, 120°$.

5) א. $40.72°$ ב. $S = 12.52$.

6) א. $a = -3$. ב. (1) $x \neq 2$ (2) $(0,-3)$

(3) $\max(-3,0)$, $\min(4,5)$ (4) $x = 2$. ג. $x < 2$.

ד. $-3 < k < 5$.

7) א. $A(2,32)$. ב. 128 יח"ש $= S$.

8) ב. $t = 1$.

מבחן מספר 9:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

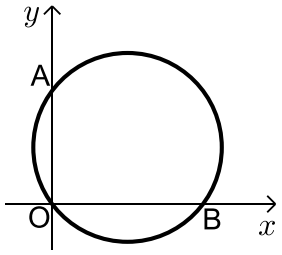
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) אוטובוס נוסע מעיר א' לעיר ב' הרחוקה ממנה 800 ק"מ.
לאחר שעבר האוטובוס 135 ק"מ במהירות קבועה הוא עצר להתרעננות של חצי שעה. לאחר מכן המשיך האוטובוס את נסיעתו במהירות הגדולה ב-43 קמ"ש ממהירותו הקודמת עד לעיר ב'.
סך כל הזמן שהיה האוטובוס על הדרך הוא 7 שעות.

א. מה הייתה המהירות ההתחלתית של האוטובוס?

ב. מה היה המרחק שעבר האוטובוס אחרי ההתרעננות עד לעיר ב'?

2) באיור שלפניך מתואר המעגל: $(x-4)^2+(y-3)^2=25$.
המעגל חותך את הצירים בנקודות A , B ו-O.



א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם הצירים.

ב. מצא נקודה C הנמצאת על היקף המעגל ברביע הראשון כך שהמרובע AOBC יהיה מלבן.

ג. חשב את היקף המלבן.

3) בעיר מסוימת נערכות בחירות. ידוע כי אם בוחרים 4 תושבים אז ההסתברות שלפחות אחד מהם יצביע למועמד ב' היא $\frac{65}{81}$.

א. איזה חלק מהתושבים הצביעו למועמד א'?

בעיר יש תושבים מבוגרים וצעירים. ידוע כי $\frac{2}{3}$ מהצעירים הצביעו למועמד א' וכי ההסתברות לבחור מבוגר שהצביע למועמד ב' היא $\frac{2}{15}$.

ב. מהו אחוז התושבים הצעירים שהצביעו למועמד ב'?

ג. איזה אחוז מהווים התושבים הצעירים מבין אלו שהצביעו למועמד א'?

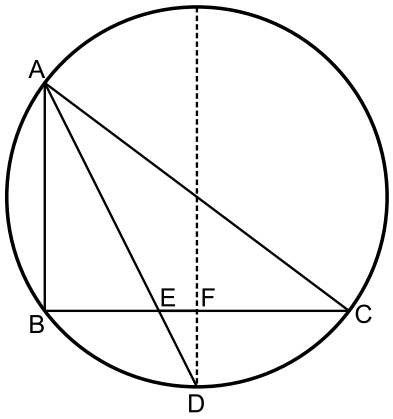
פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) במעגל שרדיוסו הוא 10 ס"מ המיתרים AB ו-BC מאונכים זה לזה.

הנקודה D היא אמצע הקשת $\overset{\frown}{BC}$. הקטע AD חותך את המיתר BC בנקודה E. אורך המיתר AB הוא 12 ס"מ.



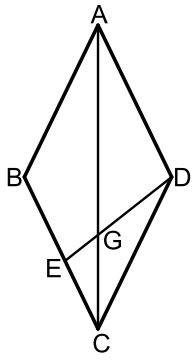
א. חשב את אורך הקטע BE.

ב. מהנקודה D מעבירים מיתר החותך את המיתר BC בנקודה F ומקביל למיתר AB. הוכח כי מיתר זה עובר דרך מרכז המעגל.

ג. חשב את אורך הקטע FE.

5) נתון המעוין ABCD.

אורך האלכסון הגדול במעוין AC גדול פי 1.8 מצלע המעוין.



א. חשב את זוויות המעוין.

מהקודקוד D מעבירים את הקטע DE שאורכו הוא m.

הקטע DE חותך את האלכסון AC בנקודה G.

הזווית EDC תסומן ב- α.

ב. הבע באמצעות m ו- α את אורך הקטע CE.

ג. הבע באמצעות m ו- α את שטח המשולש EGC.

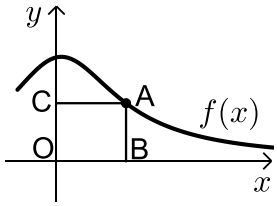
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-2x}}{x^2}$.

א. מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה?
ב. מצא את נקודות קיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
ג. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x.
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

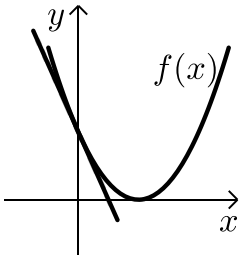
7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x+12}{x^2+3}$ בתחום: $x\geq 0$.



מקצים נקודה A על גרף הפונקציה וממנה מורידים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC כמתואר באיור.

א. מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A עבורם שטח המלבן יהיה מקסימלי.
ב. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A עבורם שטח המלבן יהיה מינימלי בתחום הנ"ל.

8) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x-2)^2$.



מנקודת החיתוך שלה עם ציר ה-y מעבירים משיק.

א. מצא את משוואת המשיק.
ב. מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-x.
ג. חשב את השטח הכלוא בין המשיק, גרף הפונקציה וציר ה-x (השטח המסומן).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 90 קמ"ש. ב. 665 ק"מ.

1) א. $O(0,0)$, $A(0,6)$, $B(8,0)$ ב. $C(8,6)$ ג. $P=28$.

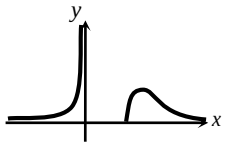
2) א. $\frac{2}{3}$ ב. 20% ג. 60%.

3) א. 6 ס"מ. ג. 2 ס"מ.

4) א. $128.32°$; $51.68°$ ב. $1.27m\sin\alpha$ ג. $\frac{0.35m^2\sin^2\alpha\sin(128.32-\alpha)}{\sin(25.84+\alpha)}$.

5) א. $x<0$, $x\geq 2$. ב. $\min(2,0)$, $\max\left(3,\frac{1}{\sqrt{27}}\right)$ ג. $(2,0)$

ד.



6) א. $A(2,2)$ ב. $A(0,4)$.

7) א. $y=-4x+4$. ב. $(1,0)$. ג. $\frac{2}{3}$ יח"ש $S=$.

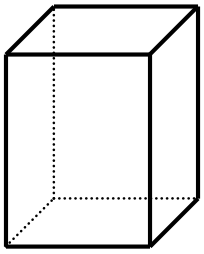
מבחן מספר 10:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) נתונה תיבה שבסיסה הוא מלבן. ידוע כי צלע אחת של המלבן גדול ב-50% מהצלע הסמוכה לה.
כמו כן גובה התיבה גדול ב-50% מצלע המלבן הגדולה.
סכום ארבעת הגבהים של המלבן גדול ב-32 ס"מ מהיקף בסיס המלבן.



א. מצא את מידות המלבן.
ב. חשב את שטח המעטפת של התיבה.
ג. חשב את נפח התיבה.

2) המעגל: $(x+a)^2+(y-1)^2=a+4$, $a>0$ חותך את ציר ה-x בנקודה שבה: $x=1$.
א. מצא את ערך הפרמטר a.
ב. מצא את נקודות החיתוך של המעגל הנתון עם המעגל: $(x-1)^2+(y-2)^2=10$.
ג. כתוב את משוואת הישר העובר דרך נקודות החיתוך של שני המעגלים.
ד. חשב את שטח המשולש שיוצר הישר שמצאת בסעיף הקודם עם הצירים.

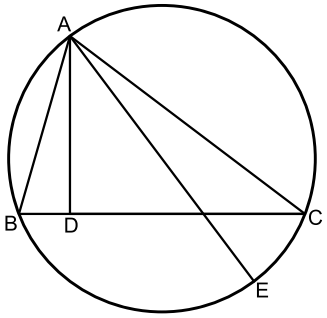
3) בכד יש 9 כדורים, חלקם כחולים והשאר לבנים.
מוציאים כדור מהכד, אם הוא כחול אז מחזירים אותו לכד ומוסיפים 4 כדורים לבנים ואם הוא לבן אז מחזירים אותו לכד ומוסיפים 4 כדורים כחולים. לאחר מכן מוציאים כדור נוסף.
ידוע כי ההסתברות שהכדור הראשון שיצא הוא כחול אם ידוע כי הכדור השני כחול היא $\frac{6}{11}$.
א. מצא כמה כדורים כחולים יש בכד.
ב. חוזרים על התהליך 6 פעמים, כלומר בכל פעם מחזירים את המצב לקדמותו, מוציאים באקראי כדור ופועלים בהתאם לחוקים.
מצא את ההסתברות שלפחות פעם אחת יבחרו שני כדורים כחולים

בזה אחר זה.

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) המשולש ABC חסום במעגל.
AD גובה לצלע BC ו-AE קוטר במעגל.

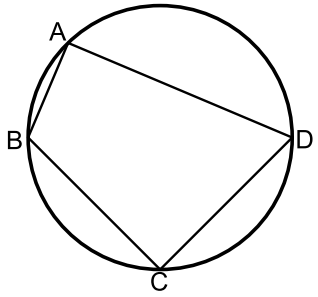


א. הוכח: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle EAC$.

נתון גם כי: $CD = 8$, $AD = 6$, $CE = \sqrt{21}$

ב. חשב את רדיוס המעגל.

5) המרובע ABCD חסום במעגל כמתואר באיור.
ידוע כי: $AD = 3b$, $CD = a$, $BC = a$, $AB = b$.



א. הבע באמצעות a ו-b את $\cos\sphericalangle BCD$.

ב. הוכח כי אם BD קוטר אז מתקיים: $a = b\sqrt{5}$.

ג. נתון כי רדיוס המעגל הוא 3 ס"מ.
הסתמך על סעיף ב' וחשב את שטח המרובע ABCD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

★ **6)** נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x+2}{x+4}$. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x)=\sqrt{f(x)}$.

א. כתוב בצורה מפורשת את הפונקציה $g(x)$.

ב. לפניך מספר טענות המתייחסות לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
קבע אילו מהטענות הבאות נכונות ואלו אינן נכונות.
הצדק את קביעותיך באמצעות חישוב מתאים:

(1) לפונקציות תחום הגדרה זהה.

(2) שתי הפונקציות עולות בכל תחום הגדרתן.

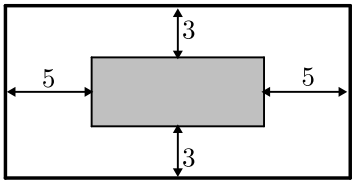
(3) שתי הפונקציות חותכות את ציר ה- x באותה נקודה.

(4) לשתי הפונקציות יש אסימפטוטה משותפת.

ג. מצא את נקודות החיתוך של כל פונקציה עם ציר ה- y .

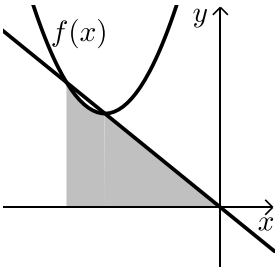
ד. אסף פתר את סעיפים א' ו-ב' והחליט לטעון את הטענה הבאה:
היות והפונקציה $g(x)$ מוגדרת להיות: $g(x)=\sqrt{f(x)}$ אזי ניתן למצוא את שיעור ה- y של כל נקודה שעל גרף הפונקציה $f(x)$ ע"י כך שנמצא תחילה את שיעור ה- y של הנקודה בעלת אותו שיעור x על הגרף של $g(x)$ ונעלה אותה בריבוע. האם אסף צודק?
נמק בצורה איכותית (חישובים אינם נדרשים) את שיקולך.

7) חיים הוא אחד מעובדי חברת "דפוס יהלום בע"מ".
תפקידו של חיים הוא להדביק גלויות על משטחי קרטון בעלי שטח מינימלי כך שיישארו רווחים של 3 ס"מ מקצות הקרטון העליון והתחתון, ו-5 ס"מ מצידי הקרטון (ראה איור). יום אחד קיבל חיים שיחת טלפון מלקוח אנונימי ששאל אותו את השאלה הבאה:
"יש לי מגוון גדול של גלויות במידות שונות אשר שטחן זהה והוא 60 סמ"ר. מה הן המידותשל גלויה אשר שטח משטח הקרטון שלה יהיה מינימלי?"



א. עזור לחיים לענות ללקוח על שאלתו והראה דרך חישוב.

ב. מה יהיו מידות הקרטון עבור הגלויה המסוימת?



8) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2+6x+12$.
ישר העובר בראשית הצירים חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x=-4$ כמתואר באיור.

א. מצא את משוואת הישר.

ב. מצא את נקודת החיתוך השנייה של הישר והפונקציה.

ג. מצא את השטח המוגבל בין הישר, גרף הפונקציה, ציר ה-x והישר $x=-4$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 8X12X18 ס"מ. ב. $S=720$ ג. 1728 סמ"ק $V=$.

2) א. $a=1$ ב. $(-2,3)\ ,\ (0,-1)$ ג. $y=-2x-1$

ד. 0.25 יח"ש $S=$.

3) א. 6 כדורים כחולים. ב. 0.88989.

4) ב. 5.5 יח"א.

5) א. $\cos\sphericalangle BCD=\frac{a^2-5b^2}{a^2+3b^2}$ ג. 14.4 סמ"ר $S=$.

6) א. $g(x)=\sqrt{\frac{x+2}{x+4}}$.

ב. (1) <u>הטענה אינה נכונה.</u> תחומי ההגדרה הם:

$g(x):x<-4,x\geq-2$; $f(x):x\neq-4$.

(2) <u>הטענה נכונה.</u> הנגזרות חיוביות: $f(x)=\frac{1}{(x+4)^2}>0$

ו- $g(x)=\frac{1}{(x+4)^2\sqrt{\frac{x+2}{x+4}}}>0$.

(3) <u>הטענה נכונה.</u> הנקודה היא: $(-2,0)$.

(4) <u>הטענה נכונה.</u> לפונקציות שתי אסימפטוטות משותפות: $x=-4$ ו- $y=1$.

ג. $g(x):\left(0,\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$; $f(x):\left(0,\frac{1}{2}\right)$.

ד. אסף צודק שכן מכוח ההגדרה: $g(x)=\sqrt{f(x)}$ ניתן לראות כי עבור כל ערך של x_0 בחיתוך תחום ההגדרה המשותף קיימות שתי נקודות: $A(x_0,f(x_0))$ ו- $B(x_0,g(x_0))$ (אחת על כל גרף כמובן) ושיעורי ה- y שלהן מקיימים: $g(x_0)=\sqrt{f(x_0)}$.

7) א. 6 ס"מ X 10 ס"מ. ב. 12 ס"מ X 20 ס"מ.

8) א. $y=-x$ ב. $(-3,3)$ ג. $7\frac{5}{6}$ יח"ש $S=$.

מבחן מספר 11:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

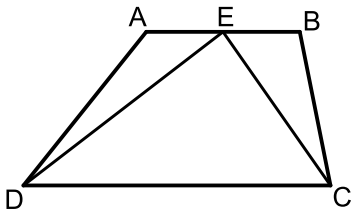
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) סוחר קנה כיסאות ב-7,200 ₪. הסוחר השקיע 1,000 ₪ בשיפוץ כל הכיסאות ואז מכר אותם. 20 כיסאות הוא מכר ברווח של 70 ₪ לכיסא.
את שאר הכיסאות הוא מכר בהפסד של 15 ₪ לכיסא.
הסוחר הפסיד בעסקה 650 ₪.

א. כמה כיסאות קנה הסוחר?

ב. כמה שילם הסוחר עבור כל כיסא?

2) המרובע ABCD הוא טרפז.
הנקודה E היא אמצע הבסיס AB וידוע כי היא נמצאת על ציר ה- x.
שיעורי הנקודה B הם $(3,2)$ והצלע AD מונחת על הישר: $x=-5$.
אורך הקטע DE הוא $\sqrt{80}$ כך ש-D ברביע השלישי וכן: $\sphericalangle DEC=90°$.



א. מצא את שיעורי הנקודות A , D ו-E.

ב. מצא את משוואת הקטע CE
ואת משוואת הבסיס CD.

ג. מצא את שיעורי הנקודה C.

ד. חשב את שטח המשולש DEC.

3) בסיטונאות מזון ידוע כי 40% מתוך הסכו"ם החד-פעמי הוא תוצרת חו"ל והשאר תוצרת הארץ. 40% מבין הסכו"ם המיובא מחו"ל הם צבעוניים והשאר שקופים.

א. מה ההסתברות לבחור בסיטונאות המזון סכו"ם שקוף המיובא מחו"ל?

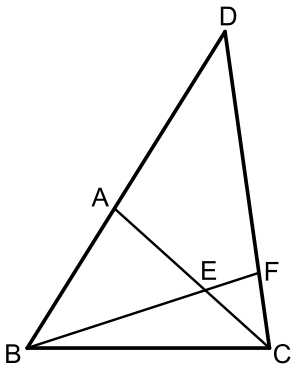
ב. בוחרים 5 כלים בחנות באופן אקראי.
(1) מה ההסתברות שלכל היותר כלי אחד הוא כלי שקוף תוצרת חו"ל?
(2) מה ההסתברות שבדיוק אחד מחמשת הכלים הוא כלי שקוף תוצרת חו"ל אם ידוע כי לכל היותר כלי אחד הוא שקוף תוצרת חו"ל?

ג. בוחרים שני כלים באופן אקראי וידוע כי ההסתברות ששניהם שקופים היא 0.4096. איזה חלק מהווים כלי הסכו"ם השקופים מבין כלי הסכו"ם תוצרת הארץ?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (40 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) ★ מהקדקוד C של המשולש BCD מעבירים את הקטע AC כך שהמשולש ACD הוא שווה שוקיים $(AC = AD)$. הנקודה F נמצאת על הצלע CD כך שמתקיים: $3\cdot\sphericalangle ACD = \sphericalangle BEC$, $\sphericalangle D = \sphericalangle CBF$.

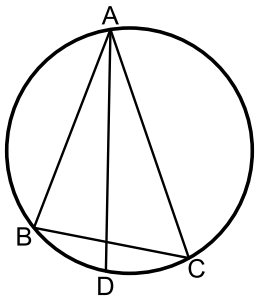


א. הוכח כי הקטע BF חוצה את זווית $\sphericalangle B$.

ב. הוכח כי: $\Delta AEB \sim \Delta FEC$.

ג. הוכח כי: $\frac{BE}{BC} = \frac{AE}{FC}$.

5) המשולש ABC חסום במעגל כמתואר באיור.
מעבירים את המיתר AD החוצה את זווית BAC.
ידוע כי: $\sphericalangle ACB = 60°$, $\sphericalangle BAC = 40°$. מסמנים: $AD = k$.



א. הבע באמצעות k את אורך המיתר BD.

ב. ידוע כי שטח המשולש ABD הוא 7.368 סמ"ר.
מצא את k (עגל למספר שלם).

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה –20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) א. הוכח כי לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{9-x^2}{x^2-k}$, יש נקודת קיצון שנמצאת על ציר ה-y.

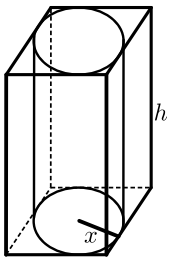
ב. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x אם ידוע כי שיעור ה-y של נקודת הקיצון הוא 3.

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x.

ד. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה וקבע בכמה נקודות יחתוך אותו הישר $y=-1$. נמק את תשובתך.

7) ★ באיור שלפניך מתוארים תיבה שבסיסה ריבוע וגליל החסום בתוך התיבה.



רדיוס הגליל יסומן ב- x וגובהו ב- h.

ידוע כי הסכום של x ו- h הוא 12 ס"מ.

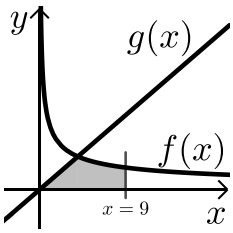
א. הבע באמצעות x את אורך מקצוע הבסיס של התיבה.

ב. (1) הבע באמצעות x את נפח הגליל.

(2) הבע באמצעות x את נפח התיבה.

ג. מצא את x עבורו הנפח הכלוא בין התיבה לגליל יהיה מקסימלי.

8) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:



$f(x)=\frac{16}{\sqrt{x}}$ ו- $g(x)=2x$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים.

ב. חשב את השטח המוגבל בין שני הגרפים, ציר ה- x והישר: $x=9$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 90. ב. 80 ₪.

1) א. $E(-1,0)$, $A(-5,-2)$, $D(-5,-8)$.

ב. $CD: y=\frac{1}{2}x-5\frac{1}{2}$, $CE: y=-\frac{1}{2}x-\frac{1}{2}$. ג. $C(5,-3)$.

ד. 30 יח"ש $=S_{DEC}$.

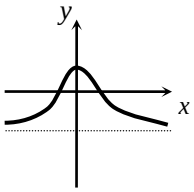
2) א. 0.24 ב. **(1)** 0.65389 **(2)** $\frac{30}{49}\sim 0.61224$ ג. $\frac{2}{3}$.

3) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

4) א. $BD=\frac{k\sin 20}{\sin 100}$. ב. $k=7$.

5) ג. $(-3,0)$, $(3,0)$. ד. $y=-1$.

ה. באף נקודה. הגרף שואף לישר ואינו חותך אותו.



6) א. $2x$. ב. **(1)** $V=12\pi x^2-\pi x^3$. **(2)** $V=48x^2-4x^3$. ג. $x=8$.

7) א. $(4,8)$ ב. 48 יח"ש $=S$.

מבחן מספר 12:

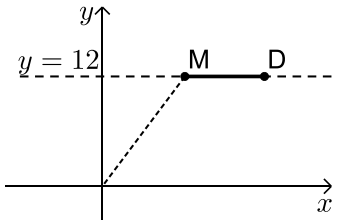
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) משאית מביאה סחורה מידי יום מיישוב א' ליישוב ב' המרוחק ממנו 630 ק"מ.
המשאית נוסעת במהירות קבועה בכל יום.
יום אחד נסעה המשאית במהירות הנמוכה ממהירותה הרגילה ב-20%.
לאחר 3 שעות ראה נהג המשאית כי הוא עומד לאחר ולכן הגביר את מהירותו ב-21 קמ"ש ממהירותו הנוכחית. המשאית הגיעה ליעדה בדיוק באותו הזמן שהיא מגיעה בכל יום. באיזו מהירות נוסעת המשאית בכל יום?

2) הנקודות M ו-D נמצאות על הישר $y=12$.
ידוע כי שיעור ה-x של הנקודה M הוא 9 וכי המרחק של הנקודה M מראשית הצירים גדול ב- 6 מהמרחק בין הנקודות D ו-M (ראה איור).
בונים מעגל שמרכזו נמצא בנקודה M ורדיוסו והוא האורך DM.



א. (1) מצא את מרחק הנקודה M מראשית הצירים.
(2) מצא את שיעור ה-x של הנקודה D.

ב. כתוב את משוואת המעגל.

ג. האם המעגל הזה חותך את הצירים?
הראה חישוב מתאים לטענתך.

3) בכד יש פי 5 כדורים כחולים מאדומים. מוציאים מהכד כדור.
אם הוא כחול אז משאירים אותו בחוץ ואם הוא אדום אז מחזירים אותו לכד.
לאחר מכן מוציאים כדור נוסף מהכד.

ידוע כי ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים היא: $\frac{175}{612}$.

א. כמה כדורים מכל צבע יש בכד?

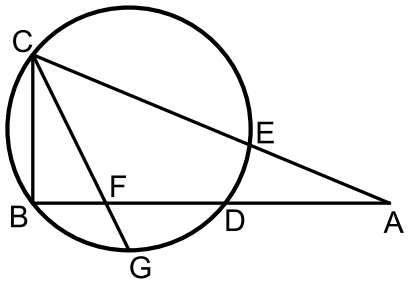
ב. ידוע כי הכדור השני שנבחר הוא כחול, מה ההסתברות שהכדור הראשון שנבחר היה אדום?

ג. חוזרים על התהליך 5 פעמים.
ידוע כי בכל הפעמים הכדור השני שהוצא הוא כחול.
מה ההסתברות שברוב הפעמים הכדור הראשון היה אדום?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) הישרים AB ו-AC חותכים את המעגל בנקודות D ו-E בהתאמה כך שהמיתרים BD ו-BC מאונכים זה לזה. הקטע CG חוצה את הקשת הקטנה $\overset{\frown}{BGD}$ וחותך את המיתר BD בנקודה F.

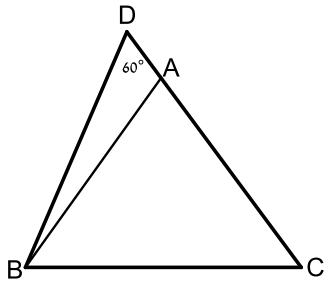


נתון: $\frac{AC}{AB}=\frac{13}{12}$. נסמן: $AB=t$.

א. הבע באמצעות t את אורך המיתר BC.

ב. נתון כי רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ וכי: $\frac{BF}{DF}=\frac{3}{5}$.
חשב את אורך הקטע AB.

5) המשולש ABC הוא שווה שוקיים $(AB=AC)$.
ממשיכים את הצלע AC עד לנקודה D כך שאורך שוק המשולש גדולה פי 3.8 מהקטע AD. ידוע כי: $\sphericalangle D=60°$.
אורך הקטע BD הוא 21 ס"מ.



א. מצא את אורך הקטע AD.

ב. חשב את שטח המשולש ABC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

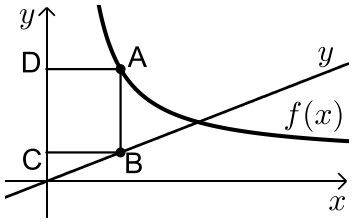
ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=\frac{ax+6}{\sqrt{9-x^2}}$, a פרמטר.
מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y.
ידוע כי הוא מקביל לישר: $3y-x=0$.

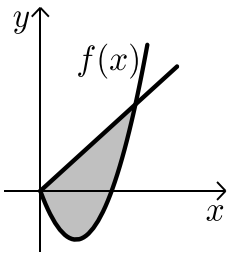
א. מצא את ערך הפרמטר a.
ב. כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ג. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
ד. כתוב את התחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

7) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה: $f(x)=\frac{x+8}{x-1}$ והישר: $y=\frac{9x}{25}$. הנקודות A ו-B נמצאות על הגרפים של הפונקציות כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y. מהנקודות A ו-B מותחים אנכים לציר ה- y כך שנוצר המלבן ABCD. נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.



א. הבע באמצעות t את היקף המלבן ABCD.
ב. מצא את t עבורו היקף המלבן הוא מינימלי.
ג. מה יהיה ההיקף במקרה זה?

8) באיור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)$ והישר: $y=2x$.
נגזרת הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x)=2x-6$ וידוע הישר חותך את הפונקציה בנקודה שבה ערך ה- y הוא 16.



א. מצא את הפונקציה $f(x)$.
ב. האם יש לגרף הפונקציה ולישר עוד נקודות חיתוך? אם כן מצא אותן.
ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה והישר.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) 70 קמ"ש.

2) א. $d=15$ (1) $x=18$ (2) ב. $(x-9)^2+(y-12)^2=81$.

ג. המעגל אינו חותך את ציר ה- x – כאשר מציבים ב- y אפס מתקבלת משוואה ריבועית ללא פתרון.

המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה אחת - $(12,0)$.

3) א. 15 כחולים ו-3 אדומים. ב. $\frac{17}{101}$ ג. 0.03645.

4) א. $BC=\frac{5}{12}t$ ב. 14.4 ס"מ = AB.

5) א. 5 ס"מ. ב. 172.77 סמ"ר $S=$.

6) א. $a=1$ ב. $-3<x<3$ ג. $\left(-1.5,\sqrt{3}\right)$.

ד. יורדת: $-3<x<-1.5$, עולה: $-1.5<x<3$.

7) א. $P=\frac{1.28t^2+0.72t+16}{t-1}$ ב. $t=4\frac{3}{4}$ ג. $P=12.88$.

8) א. $f(x)=x^2-6x$ ב. $(0,0)$. ג. $S=$ סמ"ר $85\frac{1}{3}$.

מבחן מספר 13:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

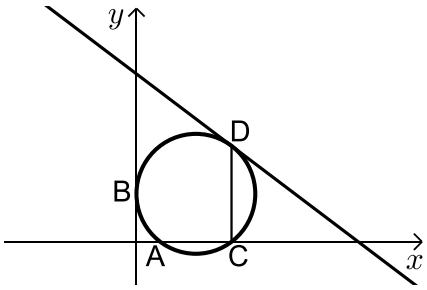
פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) בעל חנות כלי נגינה קנה גיטרות ב-50,000 ₪, מחיר כל הגיטרות זהה.
בשבוע הראשון מכר בעל החנות 3 גיטרות ברווח של 85%.
בשבוע השני מכר בעל החנות גיטרה אחת במחיר שקנה אותה ובשבוע השלישי והרביעי מכר בעל החנות את שאר הגיטרות בהפסד של 5%.
סה"כ הרוויח בעל החנות מעסקי הגיטרות 11,250 ₪.
כמה גיטרות קנה בעל החנות ובאיזה מחיר לגיטרה?

2) מעגל שמרכזו בנקודה $M(15,12)$ משיק לציר ה-y
בנקודה B וחותך את ציר ה-x בשתי נקודות A ו-C כמתואר באיור.



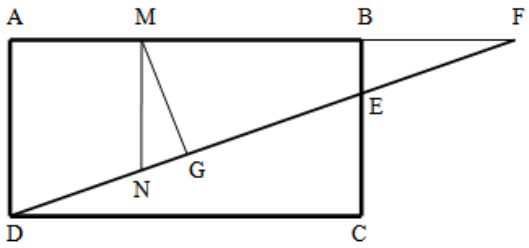
א. כתוב את משוואת המעגל.
מהנקודה C מעלים אנך לציר ה-x שחותך את המעגל בנקודה נוספת D.
דרך הנקודה D עובר משיק למעגל.
ב. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.
ג. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

★ **3)** לכבוד חנוכה קנתה סבתא תקווה לשתי נכדותיה, שני ושרון, סביבונים עם סוכריות בתוכם.
בכל סביבון יש 7 סוכריות שוקולד ו-4 סוכריות מנטה.
שרון לקחה סביבון אחד והוציאה ממנו באקראי (ללא החזרה) 4 סוכריות.
א. מה ההסתברות שכל הסוכריות שהוציאה שרון הן סוכריות מנטה?
שני לקחה 4 סביבונים (אחרים) והוציאה באקראי מכל סביבון סוכרייה אחת.
ב. האם ההסתברות ששני תוציא 4 סוכריות מנטה גבוהה יותר או נמוכה יותר מההסתברות שחשבת בסעיף א'? נמק.
ג. שני הוציאה באקראי סוכרייה אחת מכל סביבון מתוך ארבעת הסביבונים שברשותה.
ידוע שבין הסוכריות שבידה יש יותר סוכריות מנטה.
מה ההסתברות שכל הסוכריות שיש לשני ביד יהיו בטעם מנטה?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) המרובע ABCD הוא מלבן.
הקטע DF חותך את הצלע BC בנקודה E כך שהקטע CE גדול פי 2 מהקטע BE.
F נמצאת על המשך הצלע AB של המלבן. מעבירים את הקטע MN המקביל לצלעות AD ו-BC של המלבן ואת הקטע MG המאונך לקטע DF.



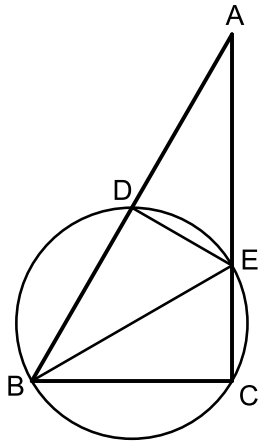
נתון: $\frac{AM}{BM}=\frac{3}{5}$.

א. פי כמה גדול הקטע MN מהקטע BE?

ב. הוכח כי המשולשים MGN ו-FAD דומים.

ג. נתון כי: $\frac{GN}{DF}=\frac{3}{40}$.
הוכח: $\frac{DF}{BE}=\sqrt{90}$.

5) המשולש ABC הוא ישר זווית $(\sphericalangle C=90°)$ ובו: $\sphericalangle B=2\alpha$.
מעבירים מעגל שרדיוסו R דרך הקדקודים B ו-C אשר חותך את צלעות המשולש בנקודות D ו-E.
המיתר BE חוצה את זווית B.



א. הבע באמצעות R ו- α את שטח המשולש ABE.

ב. ידוע כי המשולש ABE הוא שווה שוקיים וכי אורך המיתר CE הוא 6 ס"מ.
חשב את שטח המשולש ABE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה –20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

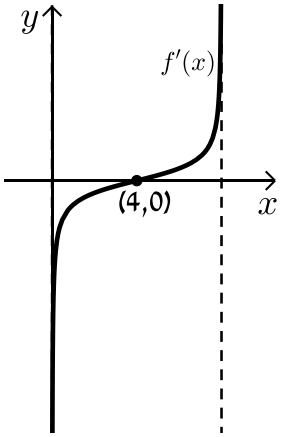
6) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=\frac{x+3}{\sqrt{x}-1}$.

א. מהו תחום הגדרה של הפונקציה?

ב. כמה נקודות יש לגרף הפונקציה שהמשיק העובר דרכן מקביל לציר ה-x? מצא אותן.

ג. כתוב את משוואות המשיקים בנקודות שמצאת בסעיף הקודם.

7) באיור שלפניך מתואר גרף פונקצית הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה: $f(x)=-\sqrt{bx-x^2}$, b פרמטר.



ענה על הסעיפים שלפניך
(אפשר להיעזר בגרף הנגזרת במידת הצורך):

א. (1) מהו שיעור ה-x של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$? נמק.

(2) מצא את b.

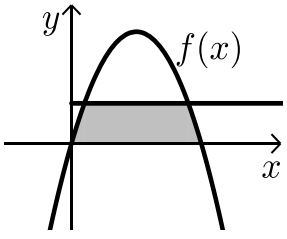
ב. מהו תחום ההגדרה של $f(x)$?

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקצית הנגזרת $f'(x)$ והצירים (השטח המסומן באיור).

8) נתונה הפונקציה: $f(x)=kx-x^2$.



הישר $y=9$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות.
ידוע כי שיעור ה-x של אחת מנקודות החיתוך הוא $x=9$.

א. מצא את ערך הפרמטר k.

ב. מצא את נקודת החיתוך השנייה בין שני הגרפים.

ג. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הישר וציר ה-x (השטח המסומן).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) 10 גיטרות ב-5,000 ₪.

2) א. $(x-15)^2+(y-12)^2=225$. ב. $C(24,0)$, $D(24,24)$.

ג. $y=-\frac{3}{4}x+42$.

3) א. $\frac{1}{330}$ ב. גבוהה יותר $\left(\frac{256}{14641}>\frac{1}{330}\right)$ ג. $\frac{1}{8}$.

4) א. פי 2.25.

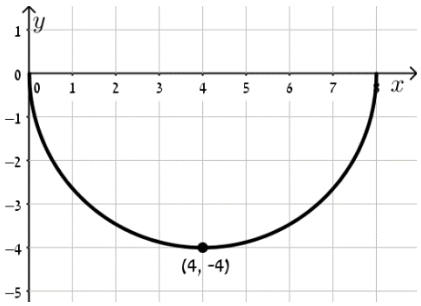
5) א. $S=R^2\tan 2\alpha$ ב. 36 סמ"ר $S=$.

6) א. $x\neq 1$, $x\geq 0$ ב. $(9,6)$ ג. $y=6$.

7) א. (1) $x=4$ (2) $b=8$ ב. $0\leq x\leq 8$

ג. $\max(8,0)$ קצה , $\min(4,-4)$ קצה $\max(0,0)$.

ד. סקיצה בצד. ה. 4 יח"ש.



8) א. $k=10$.

ב. $(1,9)$.

ג. $81\frac{1}{3}$ סמ"ר $S=$.

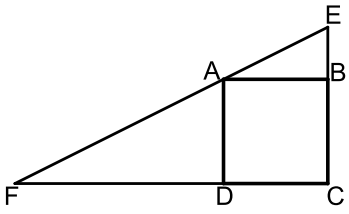
מבחן מספר 14:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

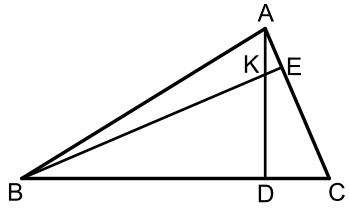
פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) נתון ריבוע ABCD. בונים משולש ישר זווית EFC כך ש-E ו-F הן נקודות על המשכי הצלעות BC ו-DC של הריבוע בהתאמה.
הנקודה A נמצאת על יתר המשולש EF.
הקטע BE מהווה 50% מצלע הריבוע והקטע FD גדול פי 2 מצלע הריבוע.
ידוע כי שטח המשולש EFC הוא 81 סמ"ר.
מצא את אורך צלע הריבוע.



2) AD ו-BE הם בהתאמה גבהים לצלעות BC ו-AC במשולש ABC. ידוע כי שיעורי נקודת פגישת הגבהים K הם: $(1,3)$.
שיעורי הנקודות D ו-E הם: $E(3,5)$, $D(-2,4)$.



א. מצא את משוואת הגובה AD ואת משוואת הצלע AC.
ב. מצא את שיעורי הקדקוד A.
ג. מצא את משוואת הגובה BE ואת משוואת הצלע BC.
ד. מצא את שיעורי הקדקוד B.

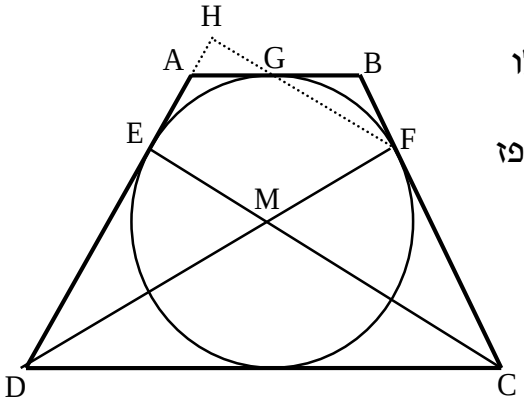
3) בחדר יש x גברים ו-$3x$ נשים. משחקים את המשחק הבא:
בוחרים באקראי שני אנשים מהחדר בזה אחר זה (ללא החזרה).
ידוע כי ההסתברות לבחור שני אנשים מאותו המין היא 13/22.
א. מצא כמה נשים יש בחדר.
ב. ידוע כי האדם השני שנבחר הוא גבר, מה ההסתברות שגם הראשון שנבחר הוא גבר?

ג. משחקים את המשחק 4 פעמים. ידוע כי בכל הפעמים נבחר גבר בפעם השנייה, מה ההסתברות שבדיוק ב-3 פעמים יבחר גבר גם בפעם הראשונה.

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) ★ הטרפז ABCD הוא שווה שוקיים.
חוסמים מעגל בתוך הטרפז אשר משיק לו בנקודות E, F ו-G כמתואר באיור.
הקטעים DF ו-CE חוצים את זוויות הטרפז ונחתכים בנקודה M.

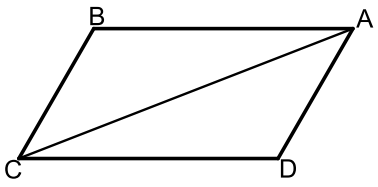


א. הוכח כי הנקודה M היא מרכז המעגל החסום.

ב. חשב את זוויות הטרפז.
ממשיכים את GF ואת AD כך שהם נפגשים בנקודה H.

ג. חשב את היחס $\frac{EM}{FH}$.

5) במקבילית ABCD אורך האלכסון AC הוא $\sqrt{79}$ ס"מ.
היקף המקבילית הוא 20 ס"מ וידוע כי: $\sphericalangle B = 120°$.



א. מצא את אורכי צלעות המקבילית.

ב. חשב את שטח המקבילית.

ג. מסמנים נקודה E על האלכסון AC כך שהמרובע CBED הוא בר חסימה.
חשב את רדיוס המעגל החוסם את המרובע CBED.

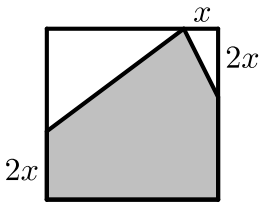
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

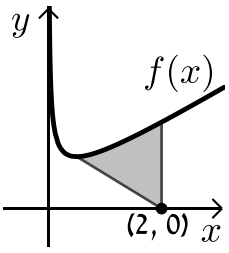
6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{ax^2-20x+28}{x^2+2a}$.
ידוע כי גרף הפונקציה חותך את האסימפטוטה האופקית שלו בנקודה $(0.5,3)$.

א. מצא את ערך הפרמטר a וכתוב את הפונקציה ואת תחום הגדרתה.
ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ו. העזר בגרף הפונקציה וקבע עבור אלו ערכים של k הישר $y=k$ יחתוך את גרף הפונקציה בנקודה אחת בלבד.

7) נתון ריבוע בעל אורך צלע של 16 ס"מ.
מקצים קטע שאורכו x על הצלע העליונה ושני קטעים שאורכם $2x$ על הצלעות הצדדיות כמתואר באיור כך שנוצר המחומש המקווקו.
מצא מה צריך להיות ערכו של x עבורו שטח המחומש יהיה מקסימלי.



8) ★ באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{1}{\sqrt{2x}}+x$.



א. מצא את נקודת המינימום שלה.
ב. מנקודת המינימום של הפונקציה מעבירים ישר לנקודה: $(2,0)$ שעל ציר ה-x.
מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, הישר ואנך לציר ה-x היוצא מהנקודה $(2,0)$ עד לנקודת החיתוך עם גרף הפונקציה.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) 6 ס"מ.

2) א. $AC: y=-x+8$, $AD: y=-\frac{1}{3}x+3\frac{1}{3}$.

ב. $A(7,1)$ ג. $BC: y=3x+10$, $BE: y=x+2$. ד. $B(-4,-2)$.

3) א. 9 נשים. ב. $\frac{2}{11}$. ג. 0.0196.

4) ב. $120°, 60°$. ג. $\frac{2}{3}$.

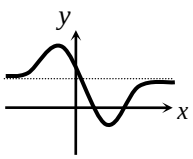
5) א. $BC=3$ ס"מ ו- $AB=7$ ס"מ. ב. 18.18 סמ"ר $S=$.

ג. $R=\sqrt{\frac{37}{3}}\approx 3.511$ ס"מ.

6) א. $a=3$, $f(x)=\frac{3x^2-20x+28}{x^2+6}$ כל x. ב. $\min\left(3,-\frac{1}{3}\right)$, $\max(-2,8)$.

ג. עולה: $x<-2$, $x>3$ יורדת: $-2<x<3$.

ד. $\left(4\frac{2}{3},0\right)$, $\left(0,4\frac{2}{3}\right)$, $(2,0)$. ה. סקיצה:



ו. $k=8,-\frac{1}{3},3$.

7) $x=6$.

8) א. $\min(0.5,1.5)$ ב. 1.75 סמ"ר $S=$.

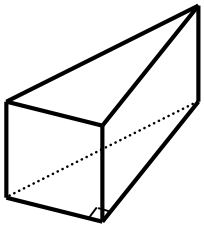
מבחן מספר 15:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

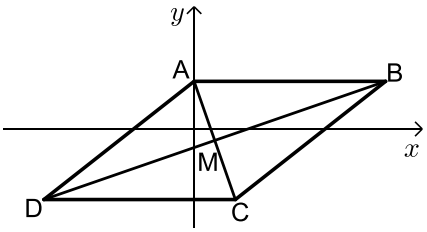
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) נתונה מנסרה שבסיסה הוא משולש ישר זווית.
הניצב הגדול ארוך ב- 4 ס"מ מהניצב הקטן,
וקצר ב-4 ס"מ מהיתר.
נפח המנסרה הוא 2880 סמ"ק.



א. מצא את מידות משולש הבסיס.
ב. מצא את גובה המנסרה.
ג. מצא את שטח המעטפת של המנסרה.

2) נתון מעוין ABCD. ידוע כי הצלע CD מונחת על הישר $y=-7$.
אלכסוני המעוין AC ו-BD נפגשים בנקודה: $M(-0.5,-3)$.
שיפוע האלכסון AC הוא 4-.



א. מצא את משוואת האלכסון AC.
ב. מצא את שיעורי הנקודה C.
ג. חשב את שטח המשולש BMC.
(היעזר בתכונה כי אלכסוני המעוין מחלקים אותו ל-4 משולשים שווי-שטח).

3) בעיר מסוימת נערכו בחירות מקומיות. ידוע כי אם בוחרים באקראי 4 אזרחים ההסתברות שתִמצא אישה אחת ביניהם קטנה פי 16 מההסתברות להיתקל באישה באופן אקראי.
א. מה הוא אחוז הגברים בעיר?
בעיר שלושה מועמדים. $\frac{1}{11}$ מהמצביעים למועמד א' הם גברים, 60% מהמצביעים למועמד ב' הם גברים ו-25% מהמצביעים למועמד ג' הם גברים.
אחוז המצביעים למועמד ג' הוא 20%.
ב. איזה מועמד קיבל את רוב הקולות?
ג. איזה חלק מבין כל הנשים מהווה קבוצת הנשים שהצביעו למועמד המנצח?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

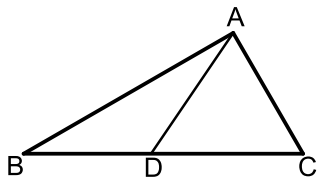
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) במשולש ABC הזווית C היא $60°$.

מעבירים את הקטע AD כך שנוצרים המשולשים ACD ו-ABD.

ידוע כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ACD הוא: $\sqrt{3}$ ס"מ $= R_1$.

כמו כן רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD הוא: 3 ס"מ $= R_2$.



א. הוכח כי המשולש ABC הוא ישר זווית.

ב. היקף המשולש ABC

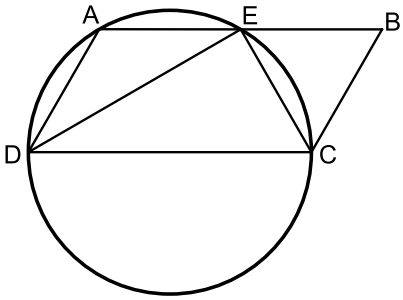
הוא: $12+4\sqrt{3}$ ס"מ $= P$.

חשב את שטח המשולש.

5) דרך הקדקודים A , C ו-D של המקבילית ABCD מעבירים מעגל.

היקף המעגל חוצה את הצלע AB בנקודה E , $(AE = BE)$.

נתון כי DC הוא קוטר במעגל וכי המיתר DE חוצה את זווית D.



א. הוכח כי המיתר CE חוצה את זוויות C.

ב. רדיוס המעגל יסומן ב- R.

הבע באמצעות R את היקף המקבילית.

ג. מצא את רדיוס המעגל אם ידוע כי שטח המקבילית הוא $16\sqrt{3}$ סמ"ר.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=1.5x-\frac{5x+1}{x+5}$. חקור לפי הסעיפים הבאים:

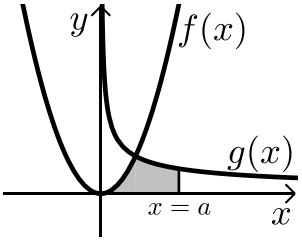
א. תחום הגדרה.
ב. נקודות קיצון וסוגן.
ג. תחומי עלייה וירידה.
ד. חיתוך עם הצירים.
ה. מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
ו. סרטוט סקיצה.

7) x ו- y הם שני מספרים חיוביים המקיימים: $x+6y=60$.

א. הבע את y באמצעות x.
ב. מה צריכים להיות המספרים x ו- y כדי שמכפלת ריבועיהם תהיה מקסימלית?
ג. מהי המכפלה הנ"ל?

8) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=x^2$ ו- $g(x)=\frac{32}{\sqrt{x}}$

ברביע הראשון.
מעבירים ישר $x=a$ החותך את גרף הפונקציה $g(x)$ ויוצר את השטח הכלוא בין שני הגרפים, ציר ה- x והישר (השטח המסומן).



ידוע כי שטח זה שווה ל- $S=85\frac{1}{3}$.
מצא את a.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 12 ס"מ, 16 ס"מ ו-20 ס"מ. ב. 30 ס"מ. ג. 1440 סמ"ר.

2) א. $y=-4x-5$ ב. $C(0.5,-7)$

ג. 34 סמ"ר $S_{BMC}=S_{DMC}=$.

3) א. 25% ב. מועמד א'. ג. $\frac{2}{3}$.

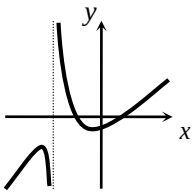
4) ב. $8\sqrt{3}$ סמ"ר $S=$.

5) ב. $6R$. ג. 4 ס"מ.

6) א. $x\neq -5$ ב. $\max(-9,-24.5)$, $\min(-1,-0.5)$

ג. עולה: $x<-9$, $x>-1$. יורדת: $-9<x<-1$, $x\neq -5$.

ד. $(-2,0)$, $(\frac{1}{3},0)$, $(0,-0.2)$ ה. $x=-5$. ו.



7) א. $y=10-\frac{x}{6}$. ב. $y=5$, $x=30$.

ג. $M=22500$.

8) $a=9$.

מבחן מספר 16:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

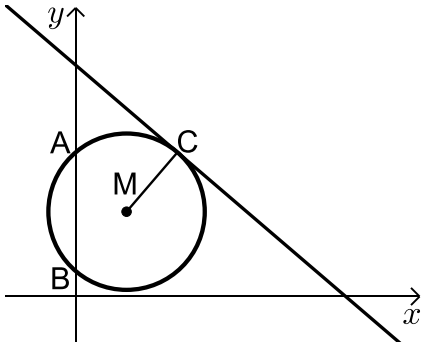
1) המחיר של 3 מקלדות ו-5 עכברים הוא 490 ₪.
לאחר חצי שנה חנות המחשבים יצאה למבצע והכריזה כי כל המקלדות בהנחה מיוחדת של 50% וכל העכברים בהנחה של 10%.
כעת ניתן לקנות 4 עכברים ו-8 מקלדות במחיר של 500 ₪.

א. מה היו המחירים של מקלדת ושל עכבר לפני ההנחה?

ב. מה הם המחירים של מקלדת ושל עכבר לאחר ההנחה?

ג. בכמה אחוזים גדול המחיר הראשוני של מקלדת מהמחיר הראשוני של עכבר?

2) באיור שלפניך נתון מעגל שמרכזו בנקודה M.
המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות A ו-B.
מעבירים משיק למעגל: $6x+7y=191$ דרך הנקודה: $C(12,17)$.



א. כתוב את משוואת הרדיוס MC.

ב. ידוע כי הנקודה M נמצאת על הישר: $y=10$.

(1) מצא את שיעורי הנקודה M.

(2) מצא את אורך רדיוס המעגל.

(3) כתוב את משוואת המעגל.

ג. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y.

ד. חשב את שטח המשולש AMB.

3) כדי להתקבל לעבודה בחברת "קוקה-קולה" יש לעבור שלושה ראיונות ע"י שלושה בעלי תפקידים בסדר הבא: אחראי משמרת, מנהל ראשי ומנכ"ל החברה. כל בעל מקצוע נותן חוות דעת חיובית או שלילית בלבד.
כדי שמועמד יקבל עבודה בחברה עליו לעבור בהצלחה לפחות את אחד מהראיונות עם אחראי המשמרת והמנהל הראשי אך הראיון עם המנכ"ל חייב לעבור בהצלחה (כדי שמועמד יקבל עבודה המנכ"ל צריך לתת לו חוות דעת חיובית).

ידוע כי אחראי המשמרת נותן חוות דעת חיובית ל- $\frac{1}{6}$ מהמועמדים.

המנהל הראשי קורא את חוות הדעת של אחראי המשמרת וב- $\frac{2}{3}$ מהמקרים נותן חוות דעת הפוכה מזו של אחראי המשמרת. מנכ"ל החברה נותן חוות דעת חיובית ל-80% מהמועמדים ללא קשר לחוות הדעת הקודמות.

א. מה ההסתברות לקבל חוות דעת חיובית מהמנהל הראשי?

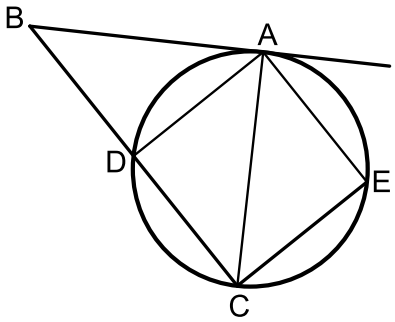
ב. ידוע כי המנהל הראשי נתן חוות דעת חיובית, מה ההסתברות שגם אחראי המשמרת נתן חוות דעת חיובית?

ג. מה ההסתברות להתקבל לחברה?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) ★ הקטע AB משיק למעגל בנקודה A.
מהנקודה B מעבירים ישר חותך למעגל החותך אותו בנקודות C ו-D.
E היא נקודה על המעגל כך ש- $\sphericalangle AEC = 90°$.
נתון כי המיתר AC חוצה את זווית BCE.

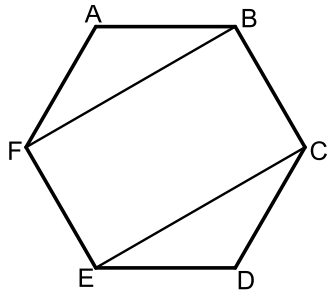


א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta EAC$.

ב. נסמן ב- R את רדיוס המעגל.
הוכח: $R = \frac{\sqrt{BC \cdot CE}}{2}$.

ג. איזה מרובע יהיה המרובע ADCE אם יתקיים: $2CE = BC$. נמק.

5) באיור שלפניך נתון משושה משוכלל ששטחו הכולל הוא: S.



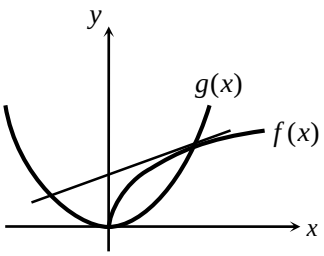
א. הבע באמצעות S את אורך צלע המשושה.
מעבירים אלכסונים במשושה כך שנוצר המלבן BFEC.

ב. הבע באמצעות S את שטח המלבן.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציית שורש (40 נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=\sqrt{x}$ ו- $g(x)=x^2$.

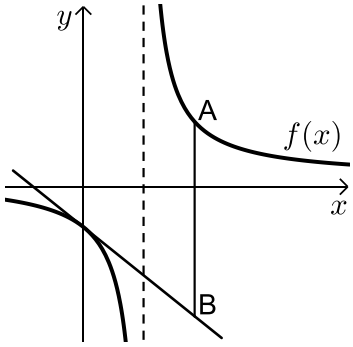


א. מצא את נקודות החיתוך של הגרפים.

ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ העובר דרך נקודת החיתוך שמצאת הנמצאת ברביע הראשון.

ג. מצא את נקודת החיתוך הנוספת של המשיק שמצאת עם גרף הפונקציה $g(x)$.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x+10}{x-2}$.



מעבירים משיק לגרף הפונקציה דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y.

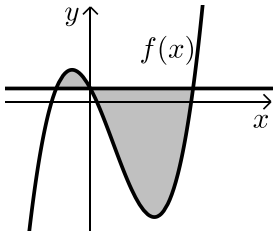
א. מצא את משוואת המשיק.

מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון ו-B על גרף המשיק כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A עבורן אורך הקטע AB הוא מינימלי.

ג. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?

8) נגזרת הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x)=3x^2-8x-12$.



הישר $y=5$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ על ציר ה- y.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השטח המוגבל בין הישר והפונקציה (ראה איור).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 80 ₪ ו-50 ₪ ב. 40 ₪ ו-45 ₪ ג. 60%.

2) א. $y=\frac{7}{6}x+3$ ב. **(1)**. $M(6,10)$ ב. **(2)**. $\sqrt{85}$.

ב. **(3)**. $(x-6)^2+(y-10)^2=85$ ג. $A(0,17)$; $B(0,3)$. ד. 42.

3) א. $\frac{11}{18}$ ב. $\frac{1}{11}$ ג. $\frac{26}{45}$.

4) ג. ריבוע.

5) א. $\sqrt{\frac{2S}{\sqrt{27}}}\approx 0.62\sqrt{S}$ ב. $\frac{2}{3}S$.

6) א. $(0,0)$, $(1,1)$ ב. $y=0.5x+0.5$ ג. $(-0.5,0.25)$.

7) א. $y=-3x-5$ ב. $A(4,7)$ ג. $AB=24$.

8) א. $f(x)=x^3-4x^2-12x+5$ ב. $S=189\frac{1}{3}$ יח"ש.

מבחן מספר 17:

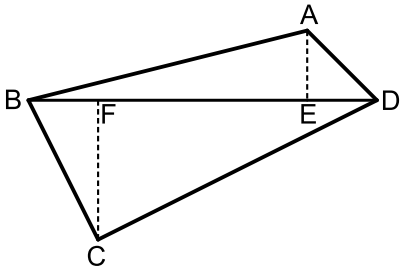
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) סוחר קנה שני סוגי בד במחיר כולל של 900 ₪.
את הבד מהסוג הראשון הוא מכר בהצלחה רבה ברווח של 72%
אך את הבד השני הוא מכר בהפסד של 15%.
הסוחר מכר את הבדים במחיר כולל של 1,113 ₪.
כמה שילם הסוחר עבור שני סוגי הבדים?

2) נתון מרובע ABCD שקדקודיו הם:
$A(3,13)$, $B(-2,4)$, $C(9,3)$, $D(8,14)$.
מורידים גבהים AE ו-CF לאלכסון BD.



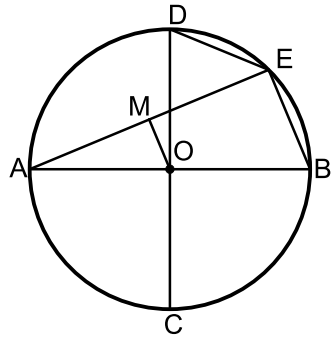
א. מצא את משוואת האלכסון BD ואת אורכו.
ב. מצא את שיעורי הנקודות E ו-F.
ג. מצא את אורכי הגבהים AE ו-CF.
ד. חשב את שטח המרובע ABCD.

3) במדינה מסוימת $\frac{19}{60}$ מהאזרחים הם גברים ו-$\frac{41}{60}$ הן נשים.
30% מבין מרכיבי המשקפיים במדינה זו הם גברים ו-40% מבין אלו שלא מרכיבים משקפיים הם גברים.
א. מה ההסתברות למצוא אישה במדינה זו שלא מרכיבה משקפיים?
ב. בוחרים 4 אנשים. מה ההסתברות שבדיוק שניים מהם הם נשים שלא מרכיבות משקפיים?
ג. בוחרים אזרח. ידוע כי הוא גבר.
מה ההסתברות שהוא מרכיב משקפיים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) במעגל שמרכזו O מעבירים את הקטרים AB ו-CD המאונכים זה לזה.
E היא נקודה על היקף המעגל המקיימת: $BE + DE = 15$ ס"מ.
מעבירים את המיתר AE. הקטע OM מאונך למיתר AE ושווה למיתר DE.

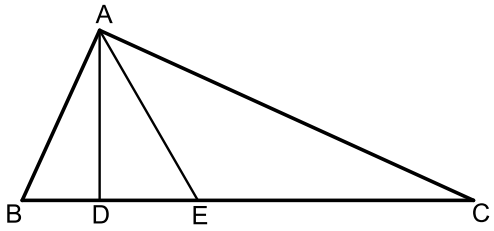


א. הוכח כי המרובע OMEB הוא טרפז ישר זווית.

ב. מצא את אורך המיתר BE.

ג. נתון כי שטח הטרפז הוא 90 סמ"ר.
מצא את רדיוס המעגל.

5) המשולש ABC הוא ישר זווית $(\sphericalangle A = 90°)$.
הקטעים AD ו-AE הם בהתאמה גובה ליתר וחוצה זווית.
מסמנים: $DE = k$, $\sphericalangle DAE = \alpha$.



א. הבע באמצעות k ו-a את שטח המשולש ABC.

ב. חשב את שטח המשולש ABC
אם ידוע כי: $\alpha = 30$ ו- $k = 2$ ס"מ.

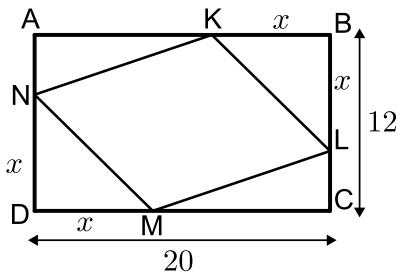
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) לגרף הפונקציה: $f(x)=\frac{ax+4}{x^2}$ יש נקודת קיצון שבה $x=-8$.

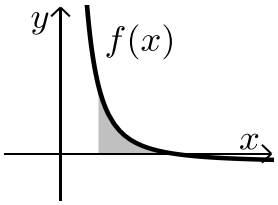
א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.
ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

7) הנקודות K, L, M, N מקצות קטעים שווים במלבן $ABCD$ כך ש:
$BK = BL = DM = DN = x$.
צלעותיו של המלבן הן 20 ס"מ ו-12 ס"מ.



א. הבע באמצעות x את סכום שטחי המשולשים:
$\Delta AKM + \Delta BKL + \Delta CLM + \Delta DNM$.
ב. מצא מה צריך להיות x כדי ששטח המרובע $LKNM$ יהיה מקסימלי.
ג. מה הוא השטח של המרובע $LKNM$ במקרה זה?

8) גרף הפונקציה: $f(x)=\frac{a-x^2}{x^2}$ חותך את ציר ה-x בנקודה $(6,0)$.



א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.
ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה-x והישר: $x=2$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) 400 ₪ ו– 500 ₪.

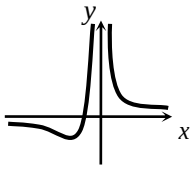
2) א. $y=x+6$, $d_{BD}=\sqrt{200}$. ב. $F(3,9)$, $E(5,11)$. ג. $d_{AE}=\sqrt{8}$, $d_{CF}=\sqrt{72}$.
ד. $S_{ABCD}=80$.

3) א. $P=0.1$ ב. $P=0.0486$ ג. $\frac{15}{19}$.

4) ב. BE = 10. ג. 13.

5) א. $S=\frac{k^2}{2\sin(45+\alpha)\sin(45-\alpha)\tan^2\alpha}=\frac{k^2}{\cos 2\alpha\tan^2\alpha}$ ב. $S=$ 24 סמ"ר.

6) א. $a=1$, $f(x)=\frac{x+4}{x^2}$ ב. עולה: $-8<x<0$, יורדת: $x<-8$, $x>0$
ג. $(-4,0)$ ד. סקיצה:



7) א. $2x^2-32x+240$ ב. $x=8$ ג. $S=$ 128 סמ"ר.

8) א. $a=36$, $f(x)=\frac{36-x^2}{x^2}$ ב. $S=$ 8 סמ"ר.

מבחן מספר 18:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

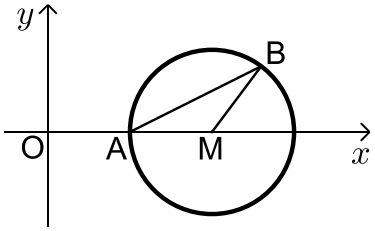
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) מכונית ומונית יוצאות בו זמנית מנקודה A לנקודה B.
המכונית נוסעת במהירות קבועה ומגיעה לנקודה B כעבור 4 שעות.
המונית נוסעת במשך 3 שעות במהירות הקטנה ב-10 קמ"ש ממהירות המכונית ולאחר מכן מגבירה את מהירותה ב-50% ומגיעה לנקודה B יחד עם המכונית.

א. מהי מהירות המכונית?

ב. מה המרחק בין הנקודה A לנקודה B?

2) באיור שלפניך נתון מעגל שמרכזו בנקודה M הנמצאת על ציר ה-x.
המעגל חותך את ציר ה-x בנקודה A.
מסמנים את ראשית הצירים ב-O.
ידוע כי A היא אמצע הקטע MO ושיעוריה הם: $A(5,0)$.



א. מצא את משוואת המעגל.

ב. כתוב את משוואת הישר שעובר דרך הנקודה A ושיפועו הוא 0.5.

ג. מצא את נקודת החיתוך הנוספת של הישר שמצאת עם המעגל.

ד. סמן את הנקודה שמצאת בסעיף הקודם ב-B
וחשב את שטח המשולש AMB.

★ **3)** כדי להתקבל לחברת היי-טק יש לעבור ראיונות משלושה בעלי תפקידים בסדר הבא: מהנדס ראשי, אחראי משמרת ומנכ"ל החברה.
כל אחד מבעלי התפקידים נותן חוות דעת חיובית או שלילית על המועמד לעבודה.
מועמד שמתקבל לחברה חייב לקבל חוות דעת חיובית משלושת בעלי התפקידים.

ידוע כי המהנדס הראשי נותן חוות דעת חיובית ל- $\frac{3}{5}$ מהמועמדים.

אחראי המשמרת קורא את חוות הדעת של המהנדס הראשי וב- $\frac{1}{6}$ מהמקרים נותן חוות דעת הפוכה מזו של המהנדס הראשי. מנכ"ל החברה קורא את חוות הדעת של אחראי המשמרת וב- $\frac{7}{10}$ נותן חוות דעת זהה לשלו.

א. (1) מה ההסתברות שמועמד יקבל חוות דעת חיובית מאחראי המשמרת?
(2) ידוע כי אחראי המשמרת נתן חוות חיובית.
מה ההסתברות שהמהנדס הראשי נתן חוות דעת שלילית.

ב. מה ההסתברות שמועמד יקבל עבודה בחברה?

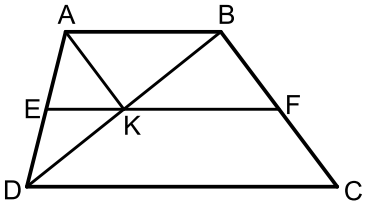
ג. מה ההסתברות שמועמד יקבל חוות דעת שלילית מהמנכ"ל?

ד. לאחר העדר עובדים שינתה החברה את מדיניותה וקבעה כי כדי להתקבל לעבודה יש לעבור לפחות שני ראיונות בהצלחה, אך חוות הדעת של המנכ"ל חייבת להיות חיובית.
מה ההסתברות כעת לקבל עבודה בחברה?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

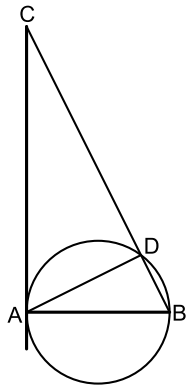
4) המרובע ABCD הוא טרפז, $(AB \parallel CD)$.
מעבירים את קטע האמצעים EF החותך את אלכסון הטרפז BD בנקודה K.
ידוע כי הקטע AK מקביל לשוק BC של הטרפז.



א. הוכח כי המרובע ABFK הוא מקבילית.

ב. נסמן: $S_{BKF} = S$.
הבע באמצעות S את שטח הטרפז ABCD.

5) המיתר AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R ו-AD הוא מיתר.
ממשיכים את המיתר BD ומעבירים משיק מהנקודה A.
המשיק והמשך המיתר נפגשים בנקודה C.
מסמנים: $\sphericalangle BAD = \alpha$.



א. הבע באמצעות α ו-R את שטח המשולש ABD.

ב. הבע באמצעות α ו-R את שטח המשולש ACD.

ג. מצא את α אם ידוע כי שטח המשולש ABD קטן פי 4 משטח המשולש ACD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x)=\frac{x^2-4}{\sqrt{x}}$.

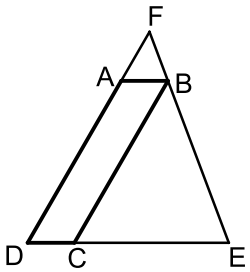
א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

ב. האם ניתן להעביר משיק לגרף הפונקציה המקביל לציר ה-x? נמק והראה חישוב מתאים.

ג. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה-x.

ד. חשב את שטח המשולש הכלוא בין המשיק והצירים.

7) המרובע ABCD הוא מקבילית.
מהקדקוד B מעבירים את הצלע EF הנפגשת עם המשכי הצלעות DC ו-AD.
ידוע כי מידות המקבילית הן:
$AB = 2$ ס"מ, $AD = 8$ ס"מ.
מסמנים את אורך הצלע DE ב-x.

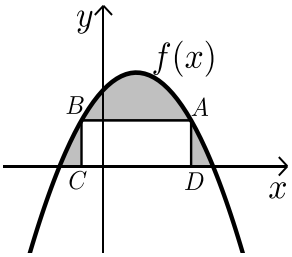


א. הבע באמצעות x את אורך הצלע DF.

ב. מצא את x עבורו סכום הצלעות DE ו-DF הוא מינימלי.

ג. מה הוא הסכום המינימלי?

8) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ המתוארת באיור שלפניך היא: $f'(x)=3-2x$. ישר AB שמשוואתו: $y=6$



חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות A ו-B.
מנקודות אלו מורידים אנכים לציר ה-x כך שנוצר מלבן ABCD. ידוע ששיעור ה-x של הנקודה A הוא 4.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המלבן וציר ה-x.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 90 קמ"ש ב. 360 ק"מ.

2) א. $(x-10)^2+y^2=25$ ב. $y=0.5x-2.5$ ג. $B(13,4)$

ד. 10 יח"ש $S_{AMB}=$.

3) א. (1) $\frac{2}{17}$ (2) $\frac{17}{30}$ ב. $\frac{7}{20}$

ג. $\frac{71}{150}$ ד. $\frac{32}{75}$.

4) ב. $S_{ABCD}=6S$.

5) א. $S=R^2\sin 2\alpha$ ב. $S=\frac{2R^2\cos^3\alpha}{\sin\alpha}$ ג. $\alpha=26.56°$.

6) א. $(2,0)$ ב. לא, היות ואין פתרון למשוואה: $f'(x)=0$.

ג. $y=2\sqrt{2}x-4\sqrt{2}$ ד. $4\sqrt{2}$ יח"ש $S=$.

7) א. $DF=\frac{8x}{x-2}$ ב. מתקבלת הפונקציה: $L=\frac{x^2+6x}{x-2}$

הפתרון הוא: $x=6$ ג. $L=18$.

8) א. $f(x)=-x^2+3x+10$. ב. $27\frac{1}{6}$ יח"ש $S=$.

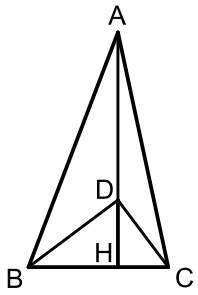
מבחן מספר 19:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) AH הוא גובה לצלע BC במשולש ABC.
על הגובה AH מקצים נקודה D כך שהקטע DH
מהווה 40% מהקטע AD.
כמו כן המשולש BDC הוא ישר זווית $\sphericalangle D = 90°$
והניצב BD גדול ב-2 ס"מ מהניצב CD.
אורך הצלע BC הוא 10 ס"מ
ושטח המשולש ABC הוא 84 סמ"ר.

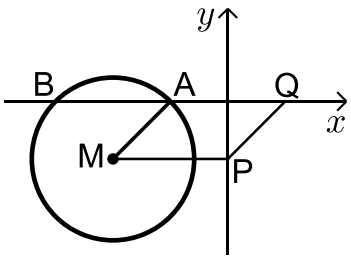


א. מצא את אורכי הקטעים AD ו-DH.

ב. מצא את הניצבים CD ו-BD.

ג. העזר בשטחי המשולשים ABC ו-BCD ומצא את שטח המרובע ABDC.

2) באיור שלפניך נתון מעגל שמשוואתו היא: $(x+4)^2+(y+2)^2=8$.
מסמנים את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x ב-A ו-B (ראה איור).



א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
מעבירים אנך לציר ה-y מנקודת מרכז
המעגל M ומסמנים את חיתוכם ב-P.

ב. מצא נקודה Q כך שהמרובע AMPQ
יהיה מקבילית. נמק.

ג. כתוב את משוואת הישר PQ.

ד. הוכח כי הישר שמצאת בסעיף הקודם משיק למעגל בנקודה $(-2,-4)$.
נמק את שיקוליך באמצעות חישוב מתאים.

★ **3)** באוניברסיטה מסוימת ידוע כי חלק מהסטודנטים נעזרים בספרי לימוד חיצוניים להעשרת הידע שלהם. ידוע כי ההסתברות לבחור 2 סטודנטים הנעזרים בספרי לימוד חיצוניים קטנה ב-0.1 מההסתברות לבחור שני סטודנטים שלא נעזרים בספרי לימוד חיצוניים.

א. מהו אחוז הסטודנטים שנעזרים בספרי לימוד חיצוניים?

האוניברסיטה מוכרת ספרי לימוד ב-3 מקצועות לכלל הסטודנטים: ספר א', ספר ב' וספר ג'. חלק מהסטודנטים נעזרים בנוסף בספרי לימוד חיצוניים. ידוע כי כמות הסטודנטים שקנו את ספר א' וכמות הסטודנטים שקנו את ספר ג' זהות. כמו כן, $\frac{6}{7}$ מאלו שקנו את ספר ג' נעזרים גם בספרים חיצוניים.

$\frac{1}{3}$ מהסטודנטים שקנו את ספר ב' נעזרים בספרי לימוד חיצוניים והסטודנטים שקנו את ספר א' מהווים $\frac{1}{9}$ מכלל הסטודנטים שנעזרים בספרי לימוד חיצוניים.

ב. מהו אחוז הסטודנטים שקנו את ספר ב' ולא נעזרים בספרי לימוד חיצוניים?

ג. איזה חלק מהווים הסטודנטים שקנו את ספר ג' מכלל הסטודנטים שלא נעזרים בספרי לימוד חיצוניים?

ד. בוחרים 4 סטודנטים שלא נעזרים בספרי לימוד חיצוניים. מה ההסתברות שאחד מהם קנה את ספר ג'?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

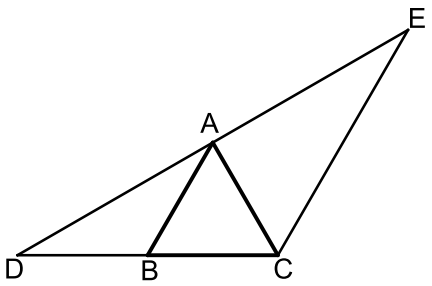
ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) המשולש ABC הוא שווה צלעות.

הקטע DE עובר דרך הקדקוד A כך שנוצרים שני משולשים ABD ו-ACE.

ידוע כי AC חוצה את זווית DCE במשולש DCE.



א. הוכח: $AB \parallel CE$.

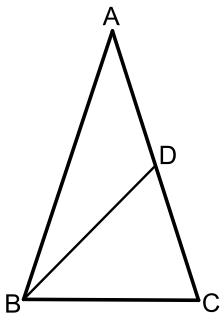
ב. הוכח: $BC \cdot DE = DC \cdot AE$.

ג. נתון: $DC = 8$ ס"מ וכי: $AC \perp DE$.

(1) חשב את שטח המשולש DCE.

(2) חשב את שטח המשולש ABD.

5) ★ המשולש ABC הוא שווה שוקיים $(AB=AC)$ בעל זווית ראש $36°$.
ידוע כי המשולש חסום במעגל בעל קוטר של 16 ס"מ.
מעבירים את התיכון BD לשוק AC.



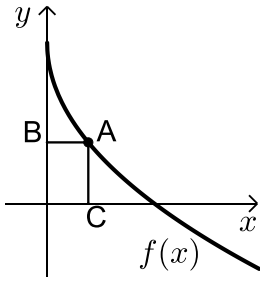
א. מצא את אורך הבסיס BC במשולש.
ב. חשב את אורך התיכון BD.
ג. מסמנים:
r_1 - רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD.
r_2 - רדיוס המעגל החוסם את המשולש BCD.
הוכח את היחס הבא: $\frac{r_1}{r_2}=2\cos 36$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה הבאה: $y=\frac{2x^2-5x+2}{4x}$. חקור לפי הסעיפים הבאים:
א. תחום הגדרה.
ב. נקודות קיצון.
ג. קביעת סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה.
ד. חיתוך עם הצירים.
ה. מציאת אסימפטוטה אנכית.
ו. סרטוט סקיצה.

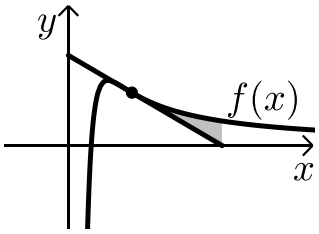
7) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x)=6-3\sqrt{x}$.
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון.
מהנקודה A מותחים אנכים לצירים אשר חותכים אותם בנקודות B ו-C כמתואר באיור.
נסמן את שיעור ה-x של הנקודה A ב-t.



א. הבע באמצעות t את סכום הקטעים AC+AB.
ב. מצא את ערכו של t עבורו סכום הקטעים הנ"ל יהיה מינימלי.

★ **8)** א. מבין כל המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x)=\frac{2}{x^2}-\frac{1}{x^3}$
מצא את משוואת המשיק ששיפועו מינימלי.

ב. איור שלפניך מתוארים הגרפים של
הפונקציה והמשיק שמצאת בסעיף א'.
חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה,
המשיק ואנך לציר ה-x היוצא מנקודת
החיתוך של המשיק עם ציר ה-x.



בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) 4.8 ס"מ ו-12 ס"מ. ב. 8 ס"מ ו-6 ס"מ. ג. 60 סמ"ר $S=$.

2) א. $A(-2,0)\ ;\ B(-6,0)$ ב. $Q(2,0)$ ג. $y=x-2$.

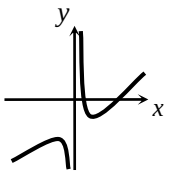
3) א. 45% ב. 20% ג. $\frac{1}{11}$

ד. $P=0.2732$.

4) ג. (1). $S_{CDE}=16\sqrt{3}$ יח"ש (2). ג. $S_{ABD}=4\sqrt{3}$ יח"ש.

5) א. 9.4 ס"מ. ב. 10.1 ס"מ.

6) א. $x\neq 0$ ב. $\min(1,-0.25)\ ,\ \max(-1,-2.25)$
ג. עולה: $x>1\ ,\ x<-1$, יורדת: $0<x<1\ ,\ -1<x<0$.
ד. $(2,0)\ ,\ (0.5,0)$ ה. $x=0$. ו.



7) א. $l=t+6-3\sqrt{t}$. ב. $t=2.25$.

8) א. $y=-x+2$ ב. $S=\frac{1}{8}$ יח"ש.

מבחן מספר 20:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

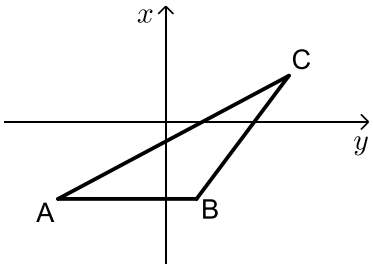
★ **1)** סוחר קנה שולחנות במחיר כולל של 18,000 ₪.
10 שולחנות הוא מכר ברווח של 60% לשולחן, 20 שולחנות הוא מכר ללא רווח ואת שאר השולחנות הוא מכר בהפסד של 15% לשולחן.
סה"כ הרוויח הסוחר בעסקאות אלו 450 ₪.

א. כמה שולחנות קנה הסוחר?

ב. מה המחיר ששילם הסוחר עבור כל שולחן?

ג. השולחנות שמכר הסוחר במחיר שונה מזה שרכש נמכרו לשני בתי עסק.
בית העסק הראשון רכש כמות שולחנות במחיר הזול וכמות שולחנות במחיר היקר. סך כל השולחנות שרכש בית העסק הראשון הוא 10 שולחנות.
בית העסק השני רכש את שאר השולחנות, חלקם במחיר הזול וחלקם במחיר היקר. ידוע כי בית העסק השני שילם 4650 ₪ יותר מאשר בית העסק הראשון עבור הקנייה הנ"ל.
מצא כמה שולחנות קנה בית העסק הראשון במחיר היקר.

★ **2)** על הישר $y=-5$ מסמנים את הנקודות: $A(-7,-5)$; $B(2,-5)$.
הנקודה C נמצאת על הישר: $y=x-5$.
נסמן את שיעור ה-x של הנקודה C ב-t.



א. הבע באמצעות t את שיעור ה-y של הנקודה C.

ב. ידוע כי אורך הצלע AC הוא 17 ס"מ.

(1) הבע באמצעות t את המרחקים של C מ-A ומ-B.

(2) מצא את t ואת אורך הצלע BC.

ג. מסמנים נקודה D על המשך הצלע AB. ידוע כי D נמצאת ברביע השלישי.
מצא את שיעורי הנקודה D המקיימת ששטח המשולש DAC יהיה גדול ב-16 יחידות משטח המשולש ABC.

3) בבית ספר מסוים ישנם תלמידים המרכיבים משקפיים.
ידוע כי אם בוחרים 3 תלמידים אז ההסתברות ששלושתם מרכיבים משקפיים היא 0.027.

א. מצא את אחוז מרכיבי המשקפיים בבית הספר.

בבית הספר ההסתברות להיתקל בבן גדולה ב-0.1 מההסתברות להיתקל בבת ומספר הבנים שמרכיבים משקפיים זהה למספר הבנות שמרכיבות משקפיים.

ב. מה ההסתברות להיתקל בתלמיד (בן) שאינו מרכיב משקפיים?

ג. איזה חלק מכלל הבנות בבית הספר מהוות מרכיבות המשקפיים?

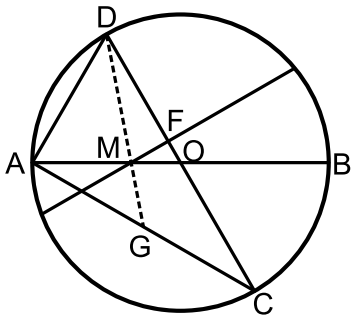
ד. בוחרים 4 תלמידים. ידוע כי כולן בנות.
מה ההסתברות כי אחת מהן תרכיב משקפיים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) ★ AB ו-CD הם קטרים במעגל שמרכזו O.
מעבירים מיתר החותך את AB בנקודה M
כך שמתקיים: $2AM = BM$ ואת CD בנקודה F
כך שמתקיים: $FM \perp CD$.
ידוע כי זווית BMF היא $30°$.
מעבירים את המיתרים AC ו-AD כך שנוצר המשולש ACD.

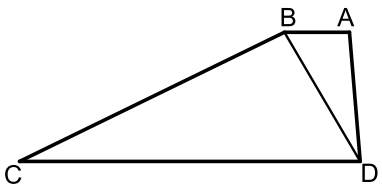


א. הוכח: $\sphericalangle CAB = \sphericalangle BMF$.

ב. (1) הוכח כי המשולשים ADC ו-FOM דומים.
(2) פי כמה קטן הקטע FO מרדיוס המעגל?

ג. מעבירים מהקדקוד D של המשולש ACD קטע העובר דרך הנקודה M וחותך את המיתר AC בנקודה G.
חשב פי כמה גדול שטח המשולש DGC משטח המשולש MOF.

5) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \| CD)$.
מעבירים את האלכסון BD המקיים: $\sphericalangle ADB = \sphericalangle BCD$.
נתון כי: $CD =$ 20 ס"מ,
$AD =$ 10 ס"מ, $AB =$ 5 ס"מ.
כמו כן ידוע כי השוק BC גדולה פי 2 מהאלכסון BD.



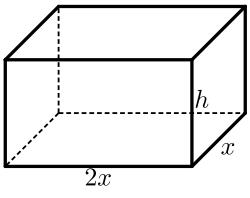
א. הראה כי השוק BC שווה לבסיס CD.
ב. חשב את זווית C.
ג. ממשיכים את שוקי הטרפז AD ו-BC
עד לנקודה E שמחוץ לטרפז.
חשב את רדיוס המעגל החוסם את המשולש CDE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

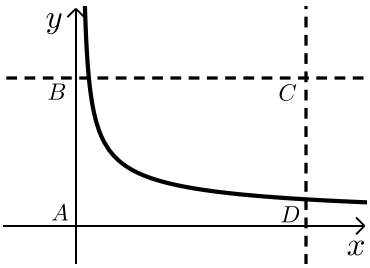
ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{3x^2}{2x^2-8}$.
א. מהו תחום הגדרה של הפונקציה?
ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
ג. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?
ד. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציה.
ה. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.
ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

7) נתונה תיבה שבסיסה הוא מלבן שבו צלע אחת גדולה פי 2 מהצלע הסמוכה לה כמתואר באיור.
ידוע כי גובה התיבה h וצלע המלבן הקטנה x מקיימים: $x+h=9$.
מצא מה צריכים להיות מידות בסיס התיבה כדי שנפחה יהיה מקסימלי.



8) באיור שלפניך מתוארת הפונקציה: $f(x)=\frac{9}{\sqrt{2x-1}}$.



מעבירים את הישרים המקבילים לצירים:
$x=13$ ו- $y=3$ כך שנוצר המלבן ABCD
כמתואר באיור.
הישר $y=3$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה M.

א. מצא את שיעורי הנקודה M.

ב. מסמנים את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה והישרים ב- S_1
ואת שטח המלבן ב- S_2.
הראה כי: $\frac{S_1}{S_2}=\frac{2}{13}$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 60 ב. 300 ₪.
ג. בית העסק הראשון רכש 6 שולחנות במחיר היקר (480 ₪).

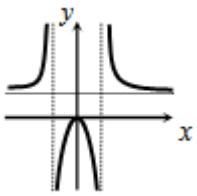
2) א. $C(t,t-5)$ ב. (1). $BC=\sqrt{2t^2-4t+4}$; $AC=\sqrt{2t^2+14t+49}$.
ב. (2). 10 ס"מ =BC ; $t=8$.
ג. $D(-20,-5)$.

3) א. 30% ב. $P=0.4$ ג. $\frac{1}{3}$ ד. $P=\frac{32}{81}$.

4) ב. (2). פי 6. ג. פי 18.

5) ב. $\sphericalangle C=28.9°$ ג. $R=13.77$.

6) א. $x\neq\pm2$ ב. $\max(0,0)$
ג. עולה: $x\neq2$, $x>0$ יורדת: $x\neq-2$, $x<0$
ד. $(0,0)$ ה. $y=1.5$, $x=\pm2$ ו.



7) 6 ס"מ , 12 ס"מ , 3 ס"מ.

8) א. $M(5,3)$.

מבחן מספר 21:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

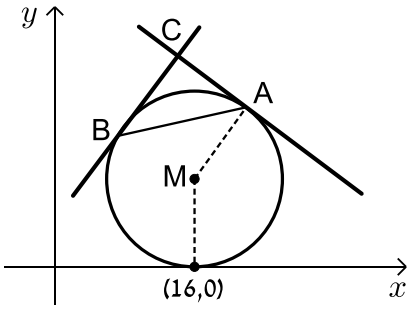
★ **1)** מכונת כביסה עולה 4,000 ₪.
לאחר שנה עלה מחיר מכונת הכביסה ב-20% ושנה לאחר מכן עלה מחירה בעוד 20%.

א. מה מחיר מכונת הכביסה לאחר שנתיים?

ב. בכמה אחוזים מהמחיר המקורי התייקרה מכונת הכביסה?

ג. בחנות למוצרי חשמל מוכרים מכונות כביסה במחיר מסוים.
רפי קנה 3 מכונות כביסה למכבסה שברשותו. ידוע כי לאחר שנה חלה התייקרות ב- p אחוזים וכך גם בשנה שאחריה. בתום השנתיים, החליט רפי לקנות 2 מכונות כביסה נוספות. מבדיקה שערך רפי, גילה כי המחיר הכולל ששילם בקנייה השנייה שווה למחיר ששילם בקנייה הראשונה.
מהו p ?

★ **2)** נתון מעגל שרדיוסו R , $(R<16)$ ומשיק לציר ה- x בנקודה שבה: $x=16$.



א. הבע באמצעות R את משוואת המעגל וציין האם הוא חותך את ציר ה- y או לא. נמק.

מהנקודה $A(22,18)$ שעל המעגל מעבירים משיק.

ב. מצא את R וכתוב את משוואת המעגל.

ג. כתוב את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.

ד. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה B שבה:
$x_B < x_M$ אם ידוע כי הוא המאונך למשיק הקודם.

ה. המשיקים נחתכים בנקודה C.

(1) מצא את שיעורי הנקודה C.

(2) מצא את שטח המשולש ABC.

3) בחדר x גברים ו- $x+2$ נשים. זורקים קוביית משחק מאוזנת.
אם מתקבל מספר הגדול מ-4 אז מוסיפים לחדר x גברים ואם מתקבל מספר הקטן או שווה ל-4 אז מוסיפים לחדר x נשים. לאחר מכן מוציאים אדם מהחדר.

א. מצא כמה נשים יש בחדר אם ידוע כי ההסתברות לבחור אישה היא: $\frac{21}{33}$.

ב. ידוע כי יצאה אישה מהחדר.
מה ההסתברות שהמספר בקובייה היה קטן או שווה ל-4?
אנשי החדר הנמצאים בו במקור (לפני זריקת הקובייה) לובשים חולצות אדומות או לבנות בלבד. ידוע כי החלק היחסי של האנשים הלובשים חולצות לבנות בחדר גדול פי 16 מהחלק היחסי של הגברים הלובשים חולצות אדומות.
כמו כן, פרופורציית הגברים מבין כל אלו שלובשים חולצות אדומות היא 0.25.

ג. מצא מה ההסתברות לבחור גבר הלובש חולצה אדומה בחדר.

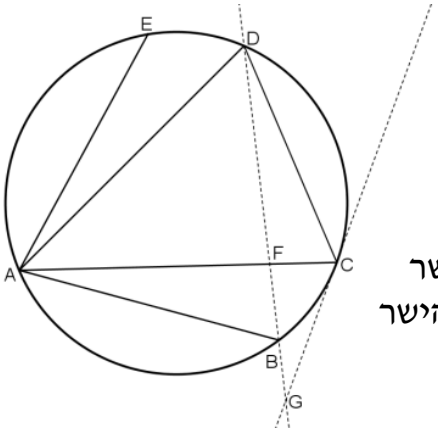
ד. בוחרים 5 אנשים מהחדר (עם החזרה) וידוע כי כולם לובשים חולצות אדומות. מה ההסתברות שרובם נשים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) במעגל שלפניך מעבירים את המיתרים: AB, AC, AD ו-AE.

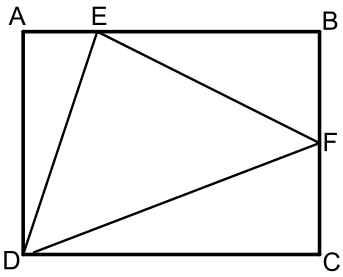
ידוע כי: $\widehat{AC}=\widehat{AD}$, $\widehat{AB}=\widehat{AE}$.



א. הוכח כי: $\Delta BAC\cong\Delta EAD$.

ב. מחברים את הנקודות C ו-D.
מעבירים משיק למעגל מהנקודה C וישר העובר דרך הנקודות B ו-D. המשיק והישר נחתכים בנקודה G.
הוכח כי: $\frac{DC}{CG}=\frac{DF}{GF}$.

5) במלבן ABCD מסמנים את הנקודות E ו-F הנמצאות על הצלעות AB ו-BC בהתאמה כך ש-E מקיימת: $3AE = BE$ ו-F היא אמצע הצלע BC.
אורך הצלע AD שווה לאורך הקטע BE.
מעבירים את הקטעים EF , DF ו-DE כך שנוצר במשולש DEF.



א. סמן ב-t את אורך הקטע AE והבע באמצעות t את אורכי צלעות המשולש DEF.

ב. חשב את זוויות המשולש EDF.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציית שורש (40 נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

★ **6)** לפניך שלוש פונקציות:

$$h(x)=\frac{\sqrt{k-x^2}}{x^2}\ ;\ g(x)=\frac{x^2}{\sqrt{k-x^2}}\ ;\ f(x)=x^2\sqrt{k-x^2}\ ;\ (k>0)\ .$$

א. קבע אילו מהטענות הבאות נכונות ואלו אינן נכונות.
הצדק את קביעותיך באמצעות חישוב מתאים:

(1) לפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ תחום הגדרה זהה, השונה מתחום ההגדרה של $h(x)$.

(2) קיימת פונקציה אשר אינה חותכת את ציר ה-x כלל.

(3) הפונקציות $h(x)$ ו-$g(x)$ הפוכות זו מזו בתחומי העלייה והירידה שלהן (כאשר אחת עולה השנייה יורדת).

(4) לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד.

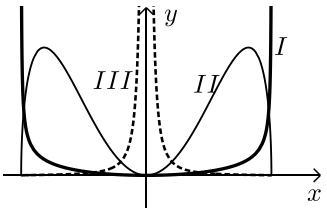
מסמנים נקודה $A\left(0,\sqrt{12}\right)$ על ציר ה-y.

ידוע כי מרחקה מאחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x שאינה בראשית הוא: $d=6$.

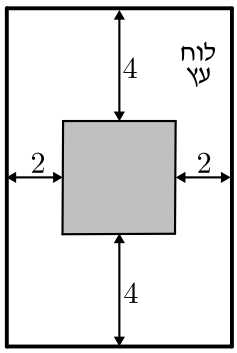
ב. מצא את k.

ג. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ד. לפניך איור ובו משורטטות הסקיצות של שלושת הפונקציות. קבע עפ"י הסעיפים הקודמים איזה גרף שייך לכל פונקציה.



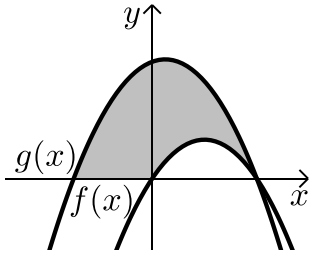
7) אלינה קיבלה משימה בשיעור מלאכה:
יש להכין מסגרת לתמונה מלוח עץ ששטחו הכולל הוא 242 סמ"ר כך שעובי המסגרת בצדדים יהיה 2 ס"מ ובקצוות העליון והתחתון – 4 ס"מ (ראה איור).
כדי לבחור את מידות לוח העץ, אלינה צריכה לדעת את השטח המקסימלי שעליה לנסר עבור המקום לתמונה (השטח המסומן).



א. מה יהיו מידות לוח העץ שאלינה צריכה להזמין עבור המשימה?

ב. מה יהיה השטח המקסימלי לתמונה עבור המידות שאלינה בחרה?

8) באיור שלפניך מתוארות הפונקציות שנגזרותיהן:
$g'(x)=-2x+1$, $f'(x)=4-2x$.
ידוע ששתי הפונקציות חותכות את ציר ה-x בנקודה שבה $x=4$.



א. מצא את הפונקציות.

ב. חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של שתי הפונקציות וציר ה-x (המסומן).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 5760 ₪ ב. 44% ג. 22.4%.

2) א. $(x-16)^2+(y-R)^2=R^2$, המעגל אינו חותך את ציר ה- y.

ב. $R=10$, $(x-16)^2+(y-10)^2=100$

ג. $y=-\frac{3}{4}x+34\frac{1}{2}$ ד. $y=\frac{4}{3}x+5\frac{1}{3}$ ה. (1) $C(14,24)$.

ה. (2) 50 יחידות שטח.

3) א. 5 נשים. ב. $\frac{16}{21}$ ג. 0.05 ד. $\frac{459}{512}$.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

5) א. $DF=t\sqrt{18.25}$, $EF=t\sqrt{11.25}$, $DE=t\sqrt{10}$ ב. $47.14°$, $51°$, $81.86°$.

6) א. (1) <u>הטענה אינה נכונה.</u> תחומי ההגדרה:

$h(x):-\sqrt{k}\le x\le\sqrt{k}$, $x\neq 0$; $g(x):-\sqrt{k}<x<\sqrt{k}$; $f(x):-\sqrt{k}\le x\le\sqrt{k}$

(2) <u>הטענה אינה נכונה.</u> נקודות החיתוך הן:

$h(x):\left(\pm\sqrt{k},0\right)$; $g(x):(0,0)$; $f(x):\left(\pm\sqrt{k},0\right)$, $(0,0)$.

(3) <u>הטענה נכונה.</u> עבור $g(x)$ נקבל: $g'(x)=\frac{2kx-x^3}{\left(k-x^2\right)^{1.5}}$ ולכן: $x=0$ נקודת מינימום.

(הנקודות $x=\pm\sqrt{2k}$ נפסלות). עבור $h(x)$ נקבל: $h'(x)=\frac{x^3-2kx}{\left(k-x^2\right)^{1.5}}$ ולכן: $x=0$

נקודת מקסימום. (הנקודות $x=\pm\sqrt{2k}$ נפסלות).

(4) <u>הטענה אינה נכונה.</u> לפונקציה יש 3 נקודות קיצון: $x=0$, $x=\pm\sqrt{\frac{2}{3}k}$.

ב. $k=24$. ג. $\min\left(\pm\sqrt{24},0\right)$, $\max\left(\pm4,32\sqrt{2}\right)$, $\min(0,0)$.

ד. $III=h(x)$, $II=f(x)$, $I=g(x)$.

7) א. 11 ס"מ על 22 ס"מ. ב. 98 סמ"ר $=S$.

8) א. $g(x)=-x^2+x+12$, $f(x)=4x-x^2$. ב. 46.5 יח"ש $=S$.

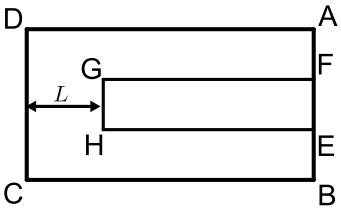
מבחן מספר 22:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

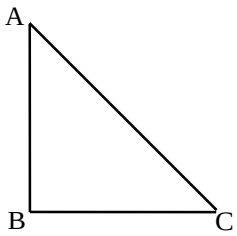
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) המרובע ABCD הוא מלבן שמידותיו הן: AD = 20 ס"מ, AB = 22 ס"מ.
על הצלע AB של המלבן ABCD מקצים את הנקודות E ו-F כך שנוצרים שלושה קטעים שווים AF = EF = BE. מותחים אנכים לצלע AB מהנקודות E ו-F עד לנקודות G ו-H שבתוך המלבן כך שנוצר מלבן פנימי EFGH.
מרחק הצלע GH מצלע המלבן DC הוא L ס"מ.



א. (1) חשב את שטח המלבן ABCD.
(2) הבע באמצעות L את שטח המלבן הפנימי EFGH.
מצא את L אם ידוע כי שטח המלבן הפנימי EFGH מהווה 20% משטח המלבן ABCD.

2) המשולש ABC הוא שווה שוקיים $(AB = BC)$
ובו נתון: $A(-4,12)$, $B(x,6)$ ו-$C(4,8)$.



א. מצא את x.
ב. הוכח כי המשולש הוא ישר זווית.
ג. (1) מצא את משוואת הצלע AC.
(2) מסמנים את נקודת החיתוך של הצלע AC עם ציר ה- ב-D.
מצא את שיעורי הנקודה D.
ד. (1) מצא נקודה E ברביע הראשון $(x_E < 5)$ כך שהמשולש DCE יהיה גם שווה שוקיים וישר זווית $(\sphericalangle C = 90°)$.
(2) חשב את יחס השטחים בין המשולשים: $\frac{S_{DCE}}{S_{ABC}}$.

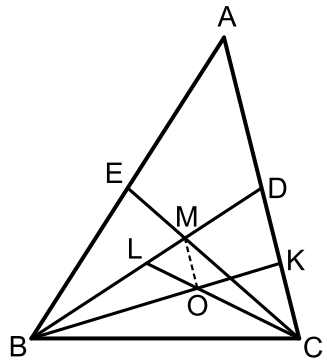
3) כדי להתקבל לעבוד בחברת ההיי-טק Techno יש לעבור שני ראיונות משני בעלי מקצוע, תחילה ע"י המהנדס הראשי ואחריו ע"י מנכ"ל החברה.
כל בעל מקצוע נותן חוות דעת חיובית, שלילית או שנמנע מלקבוע.
כדי שמועמד יתקבל לחברה עליו לעבור לפחות ראיון אחד עם חוות דעת חיובית.
ידוע כי המהנדס הראשי נותן חוות דעת חיובית ל- $\frac{1}{5}$ מהמועמדים ו- $\frac{2}{7}$ מהם הוא משאיר ללא קביעה. המנכ"ל קורא את חוות הדעת של המהנדס הראשי וקובע את חוות הדעת שלו בצורה הבאה:
אם המהנדס נתן חוות דעת חיובית אז המנכ"ל ייתן גם חוות דעת חיובית ב-60% מהמקרים.
אם המהנדס נתן חוות דעת שלילית אז המנכ"ל נמנע מלקבוע ב-60% מהמקרים ובשאר המקרים הוא נותן חוות דעת חיובית.
אם המהנדס נמנע מלקבוע אז המנכ"ל ייתן חוות דעת חיובית או שלילית בלבד.
הסיכוי שהמנכ"ל ייתן במקרה זה חוות דעת חיובית גדול פי 3 מהסיכוי שייתן חוות דעת שלילית.

א. מה ההסתברות לקבל חוות דעת חיובית מהמנכ"ל?
ב. ידוע כי המנכ"ל נתן חוות דעת חיובית, מה ההסתברות שגם המהנדס נתן חוות דעת חיובית?
ג. מה ההסתברות להתקבל לחברה?
ד. ביום מסוים הגיעו 5 מועמדים.
מה ההסתברות שבדיוק 3 מהם קיבלו עבודה באותו היום?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

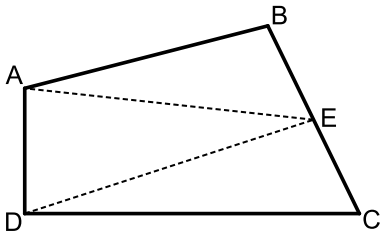
ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4)★ במשולש ABC מעבירים את התיכונים BD ו-CE אשר נפגשים בנקודה M.
במשולש BDC מעבירים את התיכונים CL ו-BK הנפגשים בנקודה O.



א. הוכח כי: $3LM = BL$.
ב. הוכח כי: $MO \parallel AC$.
ג. נתון: $S_{BLC} =$ 27 סמ"ר.
חשב את שטח המשולש MOL.

5) באיור שלפניך נתון המרובע ABCD.
ידוע כי: $\sphericalangle D = 90°$.
נסמן את הצלעות באופן הבא:
$AD = 3x$, $CD = 8x$, $BC = 5x$, $AB = 6x$.



א. חשב את זווית BCD.
E היא נקודה הנמצאת על אמצע הצלע BC. מעבירים את הקטעים AE ו-DE.

ב. חשב את היחס הבא: $\frac{S_{ABE}}{S_{ECD}}$.

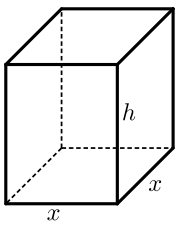
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $y = \frac{x+3}{x-2} + A$ (A פרמטר). גרף הפונקציה עובר בנקודה: $(3A, A)$.

א. מצא את ערך הפרמטר A.
ב. כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציה.
ג. הוכח כי גרף הפונקציה יורד לכל x.
ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ו. נתון הישר: $y = k$. האם קיים ערך של k עבורו הישר חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות? נמק.

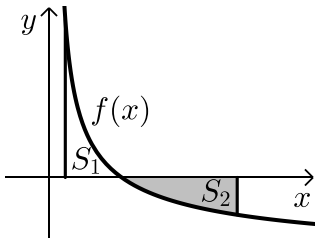
7) נתונה תיבה שגובהה הוא h ובסיסה הוא ריבוע שאורך צלעו היא x.
נתון כי צלע הריבוע וגובה התיבה מקיימים: $4x + h = 63$.



א. הבע את h באמצעות x.
ב. הבע את שטח הפנים של התיבה באמצעות x.
מה צריך להיות ערכו של x כדי ששטח הפנים יהיה מקסימלי?

8) ★ א. מצא עבור איזה ערך של a יתקיים: $\int_1^a \left(\frac{3}{\sqrt{2x-1}}-1\right)dx=0$ אם ידוע ש-$a>1$.

באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x)=\frac{3}{\sqrt{2x-1}}-1$.



מעבירים שני אנכים לציר ה-x והם: $x=1$ ו-$x=13$

כך שנוצרים השטחים: S_1 ו-S_2.

ב. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-x.

ג. (1) חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה-x והאנך $x=1$, (S_1).

(2) היעזר בתוצאה שקיבלת ובסעיף א' ומצא את השטח S_2.

נמק את טענתך.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. (1) 240 סמ"ר. (2) $4(20-L)$. ב. $L=8$.

2) א. $x=-2$ ב. (1) $y=-0.5x+10$ ג. (2) $D(0,10)$

ד. (1) $E(2,4)$. (2) $\frac{S_{DCE}}{S_{ABC}}=\frac{1}{2}$.

3) א. $\frac{27}{50}$ ב. $\frac{2}{9}$ ג. $\frac{31}{50}$

ד. $P=0.34414$.

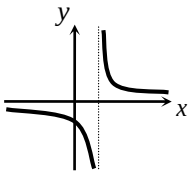
4) ג. 3 סמ"ר.

5) א. $64.04°$ ב. $\frac{S_{ABE}}{S_{ECD}}=0.817$.

6) א. $A=-1$. ב. $x\neq 2$.

ג. הנגזרת בנויה ממנה של מספר שלילי בחיובי ולכן תמיד שלילית:

שלילי $\rightarrow y'=\frac{-5}{(x-2)^2}=\left[\frac{(-)}{(+)}\right]$. ד. $(0,-2.5)$. ה. סקיצה:



ו. לא. אין נקודות על גרף הפונקציה בעלות שיעור y זהה.

7) א. $h=63-4x$ ב. $p=-14x^2+252x$ ג. $x=9$.

8) א. $a=13$. ב. $(5,0)$ ג. (1) $S_1=2$.

ג. (2). לפי $\int_1^{13}\left(\frac{3}{\sqrt{2x-1}}-1\right)dx=0$ נקבל כי: $S_1+S_2=0$ ולכן: $S_2=|-S_1|=2$.

מבחן מספר 23:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) אופנוע יוצא מהעיר בשעה 7:00 דרומה.
לאחר שעה יוצאת מכונית מעיר לכיוון מזרח.
מהירות האופנוע היא 50 קמ"ש ומהירות המכונית היא 100 קמ"ש.
לאחר פרק זמן מסוים המרחק בין המכונית לאופנוע הוא 250 ק"מ.

א. באיזו שעה המרחק בין המכונית והאופנוע הוא 250 ק"מ ?

ב. באיזה מרחק הייתה המכונית מהעיר כאשר היא הייתה במרחק של 250 ק"מ מהאופנוע?

2) BD הוא התיכון לצלע AC במשולש ABC שבו נתון הקודקוד $A(-6,1)$.
משוואת התיכון BD היא $x-y=1$ ומשוואת הצלע BC היא: $3x+5y=67$.
מצא את שיעורי הקודקוד C.

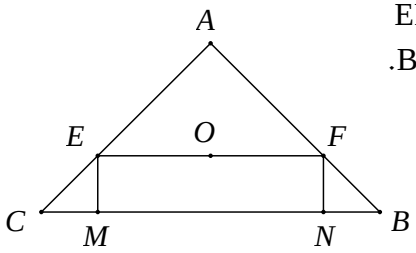
3) במבחן רב ברירה עם 5 שאלות שוות ניקוד, לכל שאלה יש n תשובות מהן רק אחת נכונה. ישנו סיכוי של 50% ששי יידע את התשובה הנכונה לשאלה במבחן. אם שי לא יודע את התשובה לשאלה הוא מנחש. ההסתברות ששי יקבל במבחן 60 גדולה פי $1\frac{1}{3}$ מההסתברות שיקבל 80. מצא את ערכו של n.

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) במשולש ABC נתון כי: $AB = AC = 15$ ס"מ, $BC = 18$ ס"מ.
דרך מרכז המעגל O החסום במשולש עובר הקטע EF המקביל לבסיס BC. FN ו-EM הם אנכים לבסיס BC.
חשב את שטח המלבן EFNM.



5) נתון משולש שצלעותיו t, $2t$ ו- kt (k פרמטר).

א. לאיזה ערכים של הקבוע k המשולש הוא קהה זווית?

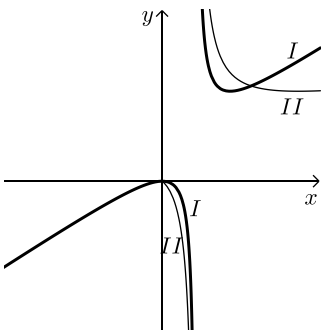
ב. נתון $k=\sqrt{7}$. חשב את אורך חוצה הזווית הקהה.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציית שורש (40 נקודות)

ענה על <u>שתיים</u> מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) ★ לפניך הפונקציות הבאות: $g(x)=\frac{x}{\sqrt{x-1}}$; $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x}-1}$.



א. קבע אילו מהטענות הבאות נכונות ואלו אינן נכונות.
הצדק את קביעותיך באמצעות חישוב מתאים:

(1) לשתי הפונקציות יש את אותו תחום ההגדרה.

(2) לשתי הפונקציות יש נקודות קיצון הנמצאות על הישר: $y=x$.

(3) הפונקציות לא חותכות זו את זו.

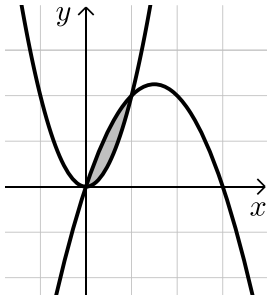
מגדירים פונקציה נוספת והיא: $h(x)=\left(g(x)\right)^2$.

ב. כתוב באופן מפורש את הפונקציה החדשה: $h(x)$.

ג. האם תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$ זהה לשל $g(x)$? נמק.

ד. באיור הסמוך ישנם שני גרפים.
קבע על סמך הסעיפים הקודמים איזו פונקציה כל גרף מתאר מבין הפונקציות: $h(x)$, $g(x)$, $f(x)$. נמק את בחירותיך.

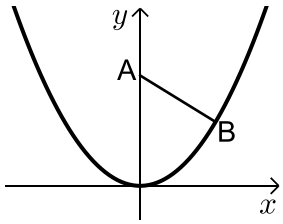
7) הפונקציות $y=2x^2$ ו- $y=ax^2+bx$, $(a<0)$ נחתכות בנקודות: $(0,0)$ ו- $(1,2)$. ידוע כי השטח הכלוא בין הגרפים של שתי הפונקציות הוא 0.5 יחידות שטח.
מצא את ערכי הפרמטרים a, b.



8) נקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $y=x^2$ ברביע הראשון.
A היא הנקודה $(0,a)$ כאשר ידוע כי $a>0.5$ (ראה ציור).

א. בטא באמצעות a את שיעורי הנקודה B, שעבורה המרחק AB הוא מינימלי.

ב. מצא עבור איזה ערך של a המרחק המינימלי הוא 2.



בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. בשעה 10:00 בבוקר. ב. 200 ק"מ מהעיר.

2) $C(14,5)$.

3) $n=5$.

4) 50.625 סמ"ר $S_{EFNM}=$.

5) א. $\sqrt{5}<k<3$ או $1<k<\sqrt{3}$ ב. $\frac{2}{3}t=0.667t$.

6) א. (1) <u>הטענה אינה נכונה.</u>
תחומי ההגדרה הם: $g(x):x>1$; $f(x):x\geq 0$, $x\neq 1$.
(2) <u>הטענה נכונה.</u> ל- $f(x)$ יש נקודת קיצון $(4,4)$ וב- $(0,0)$ ול- $g(x)$
יש קיצון $(2,2)$. שתיהן נמצאות על הישר $y=x$.
(3) <u>הטענה נכונה.</u> מתקבלים: $x=0,1$ אשר שניהם נפסלים מחמת תחום ההגדרה של הפונקציות.

ב. $h(x)=\frac{x^2}{x-1}$ ג. לא. $h(x):x\neq 1$ ד. $\text{I}=h(x)$, $\text{II}=f(x)$.

7) א $a=-1$, $b=3$.

8) א. $B\left(\sqrt{a-\frac{1}{2}},a-\frac{1}{2}\right)$ ב. 4.25.

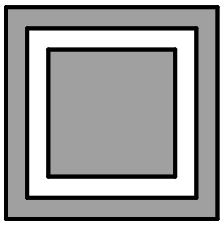
מבחן מספר 24:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

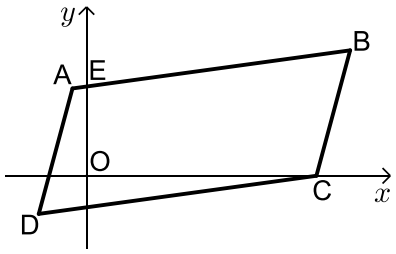
1) נתונים שלושה ריבועים, אחד בתוך השני כך שצלע כל אחד מהם גדולה ב-2 ס"מ מצלע הריבוע שבתוכו (ראה איור). ידוע כי השטח של הקטן (המקווקו הפנימי) שווה לשטח הכלוא בין שני הריבועים האמצעי והגדול (המקווקו בצורה 'מסגרת').



א. מצא את מידות הצלעות של שלושת הריבועים.

ב. כמה אחוזים מתוך השטח הכללי מהווה השטח הלבן?

★ **2)** באיור שלפניך נתונה מקבילית ABCD.
ידועים קדקודי המקבילית הבאים: $A(-1,y)$ ו-$B(x,4)$. (x ו-y נעלמים).
שיפוע הצלע CD הוא 0.2 ואורכה הוא: $d_{CD}=\sqrt{104}$.



א. מצא את x ו-y אם ידוע
כי B בריבוע הראשון.

ב. נתון גם כי הקדקוד C נמצא על ציר
ה-x בחלקו החיובי וכי: $d_{BC}=\sqrt{17}$.
מצא את שיעורי הקדקוד C
(תן שתי אפשרויות).

ג. סמן את נקודת החיתוך של הצלע AB עם ציר ה-y ב-E.
שטח המרובע EOCB הוא 25.9 יחידות שטח.
מצא את האפשרות הנכונה עבור הנקודה C מבין אלו שמצאת בסעיף הקודם.

3) בעיר מסוימת ההסתברות לבחור אדם מעשן גדולה פי 3 מההסתברות לבחור אדם המרכיב משקפיים.
ידוע כי החלק של התושבים שמרכיבים משקפיים מבין כל התושבים המעשנים הוא $\frac{1}{12}$.

א. מצא מהי ההסתברות לבחור מעשן מתוך כל מרכיבי המשקפיים.

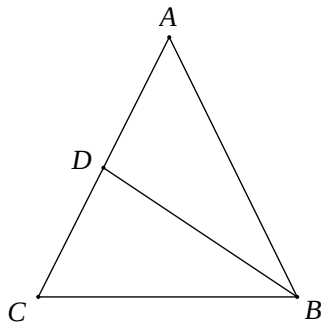
ב. ידוע כי 15% מהתושבים הם מרכיבים משקפיים בלבד.
מצא את ההסתברות לבחור תושב שלא מרכיב משקפיים.

ג. בוחרים 6 תושבים באופן אקראי. מה ההסתברות שמחצית מהם אינם מרכיבים משקפיים ואינם מעשנים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

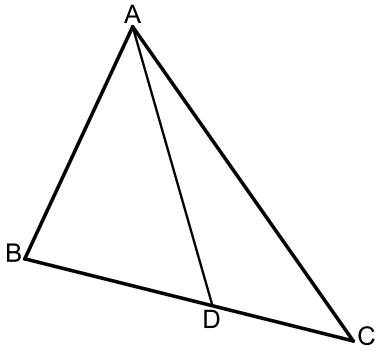
4) במשולש שווה שוקיים ABC, $(AB=AC)$, הוא BD, תיכון לשוק AC. נתון גם כי: $\sphericalangle CBD=30°$.



א. הוכח כי משולש ABC הוא משולש שווה צלעות.
(<u>הדרכה</u>: הורד אנכים AF ו-DE לבסיס BC
והוכח כי: $DE=\frac{1}{2}AF=\frac{1}{2}BD$).

ב. אם נתון כי אורך התיכון BD הוא a ס"מ,
חשב אם אורך צלע המשולש ואת שטחו.

5) נתון משולש ABC. מעבירים את הקטע AD כך שנוצרת זווית: $\sphericalangle ADB=60°$.



ידוע כי $\sqrt{28}$ ס"מ $=AB$ וכי הצלע AD במשולש ABD גדולה פי 1.5 מהצלע BD.

א. מצא את אורך הצלע BD.

ב. היקף המשולש ABC הוא: $\left(5\sqrt{7}+7\right)$ ס"מ $=P$.

(1) סמן: $DC=t$ והבע באמצעות t את אורך הצלע AC.

(2) מצא את t.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=2\sqrt{7-2x}$.

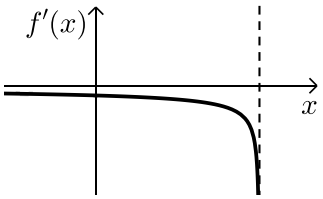
א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) הראה כי הפונקציה $f(x)$ יורדת בכל תחום הגדרתה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

לפניך גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.



ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

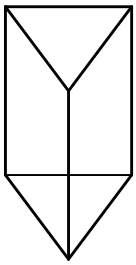
(2) מהי משוואת האסימפטוטה האנכית של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

ג. מסמנים ב-a את שיעור ה-x עבורו מתקיים: $f'(x)+f(x)=0$.
מצא את a.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה הנגזרת $f'(x)$, ע"י הצירים וע"י הישר $x=a$ שמצאת בסעיף הקודם.

7) חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות: $f(x)=x^3$ ו-$g(x)=x$.

8) מחוט שאורכו a ס"מ יש לבנות מנסרה משולשת ישרה, שבסיסה הוא משולש שווה צלעות.
מצא איזה חלק מאורך החוט יש להקצות לצלע הבסיס x ואיזה חלק לגובה y כדי שיתקיים:



א. שטח המעטפת של המנסרה יהיה מקסימלי.

ב. נפח המנסרה יהיה מקסימלי.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 10 ס"מ , 8 ס"מ ו-6 ס"מ. ב. 28%.

2) א. $y=2$; $x=9$. ב. $C(10,0)$, $C(8,0)$. ג. $C(8,0)$.

3) א. 0.25. ב. 0.8. ג. 0.1318.

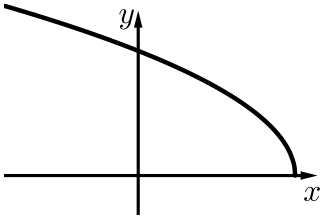
4) אורך צלע המשולש: $\frac{2}{3}\cdot\sqrt{3}\cdot a$, שטח המשולש: $\frac{1}{3}\cdot\sqrt{3}\cdot a^2$.

5) א. 4. ב. (1). $1.5\sqrt{28}+3-t$. ב. (2). 3.

6) א. (1). $x\le 3.5$ א. (2). $\left(0,2\sqrt{7}\right)$, $(3.5,0)$ א. (4).

ב. (1). $x<3.5$ ב. (2). $x=3.5$

ג. $a=3$ ד. $S=3.29$.



7) 0.5 יח"ש $=S$.

8) א. $y=\frac{1}{6}a$, $x=\frac{1}{12}a$. ב. $x=y=\frac{1}{9}a$.

מבחן מספר 25:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

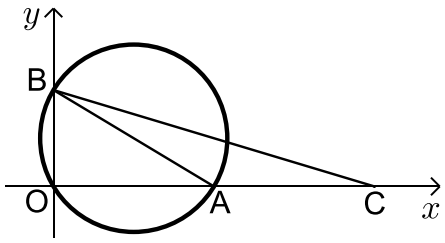
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

★ **1)** סוחר קנה 60 כיסאות זהים במחיר זהה לכיסא.
5 כיסאות נשברו לו ואת שאר הכיסאות הוא מכר במחיר הגדול ב-40 ₪ מהמחיר שקנה אותם. בסה"כ הרוויח הסוחר בעסקה 1950 ₪.

א. באיזה מחיר קנה הסוחר כל כיסא?

ב. בעסקה אחרת, קנה הסוחר 60 כיסאות אחרים במחיר זהה לכיסא.
ידוע כי המחיר של כיסא בודד גדול ב-30% מהמחיר של כיסא בודד שרכש הסוחר בעסקה הראשונה. במהלך ההובלה נגנבו 8 כיסאות.
הסוחר רוצה להרוויח ממכירת הכיסאות הנותרים לפחות 2000 ₪ בעסקה זו. נסמן ב- p את אחוז ההתייקרות שבו צריך למכור הסוחר כיסא בודד. מצא את p המינימלי עבורו יעמוד הסוחר ביעדו.

2) באיור שלפניך נתון מעגל שמשוואתו:
$R, (x-5)^2+(y-3)^2=R^2$ רדיוס המעגל.
ידוע כי המעגל עובר בראשית הצירים.



א. מצא את רדיוס המעגל וכתוב את משוואת המעגל.

ב. מצא את הנקודות A ו- B - החיתוך של המעגל עם הצירים (ראה איור).

ג. מסמנים נקודה C על ציר ה- x כך ש-A היא אמצע הקטע CO.

(1) מצא את שיעורי הנקודה C.

(2) חשב את שטח המשולש ABC.

3) כדי לקבל עבודה בחברת Makido יש לעבור ראיונות משני בעלי מקצוע:
מהנדס ראשי ומנכ"ל החברה. המהנדס הראשי נותן חוות דעת חיובית ברבע מהמקרים, בשליש מהמקרים הוא נמנע מלתת חוות דעת ובשאר המקרים הוא נותן חוות דעת שלילית.
מנכ"ל החברה קורא את חוות הדעת של המהנדס וקובע את חוות דעתו באופן הבא: אם המהנדס נתן חוות דעת חיובית אז הוא נותן חוות דעת חיובית ב-90% מהמקרים וב-10% מהמקרים הוא נמנע מלתת חוות דעת.
אם המהנדס נמנע מלקבוע אז המנכ"ל נותן חוות דעת שלילית במחצית המקרים או חיובית במחצית המקרים.
אם המהנדס נותן חוות דעת שלילית אז ההסתברות שהמנכ"ל ייתן חוות דעת חיובית גדולה פי 2 מההסתברות שימנע מלתת חוות דעת וההסתברות שימנע מלתת חוות דעת גדולה פי 2 מההסתברות שייתן חוות דעת שלילית.

א. מה ההסתברות שמועמד יקבל חוות דעת חיובית לפחות באחד הראיונות?

ב. אם ידוע כי מועמד קיבל חוות דעת חיובית אחת לפחות,מה ההסתברות שהמהנדס ימנע מלתת לו חוות דעת?

ג. (1) מה ההסתברות שמתוך 5 מועמדים לפחות אחד יקבל עבודה אם ידוע כי כדי להתקבל לעבודה יש לקבל שתי חוות דעת חיוביות?
(2) כיצד תשתנה התוצאה של חלק (1) אם כדי לקבל עבודה יש לקבל לפחות חוות דעת חיובית אחת אך אף חוות דעת שלילית?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

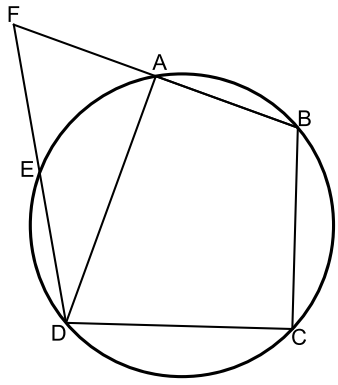
4) המרובע ABCD חסום במעגל. המשכי המיתרים AB ו-ED נפגשים בנקודה F. הקטע FD חותך את היקף המעגל בנקודה E כך שמתקיים: $\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{AE}$.
נתון כי הזווית BCD היא ישרה.

א. הוכח כי הקטע DF שווה לקוטר המעגל.

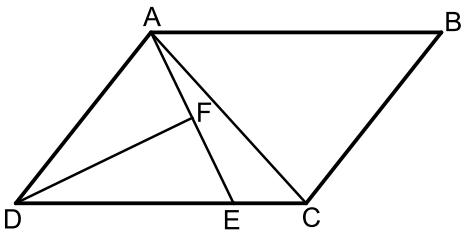
נתון כי: $DF = BF$ וכי רדיוס המעגל הוא 12 ס"מ.

ב. הוכח כי המרובע AEDB הוא טרפז.

ג. חשב את היקף הטרפז AEDB.



5) המרובע ABCD הוא מקבילית.
הקטע AE מקצה על הצלע DC
קטעים המקיימים: $3CE = DE$.
מעבירים תיכון DF לצלע AE
במשולש ADE.
ידוע כי: $\sphericalangle ADF = \sphericalangle CDF = \alpha$.
מסמנים: $CE = k$.



א. הבע באמצעות k ו- α את אורך הקטע AE.

ב. מעבירים את האלכסון AC.
הבע באמצעות k ו- α את היקף המשולש ACE.

ג. היקף המשולש ACE הוא $4.5k$.
מצא את α אם ידוע כי משולש ADE הוא חד זווית.

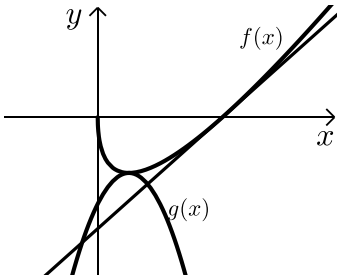
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) ★ נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x - A\sqrt{x}$, A פרמטר.
שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 25$ הוא 0.

א. (1) מה תחום ההגדרה של הפונקציה?
(2) מצא את ערך הפרמטר A.

באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.
מעבירים משיק לגרף הפונקציה מנקודת
החיתוך שלו עם ציר ה- x.
כמו כן, מעבירים פרבולה: $g(x) = -\frac{1}{15}x^2 + Bx - \frac{350}{3}$
כך שקדקודה הוא נקודת הקיצון של $f(x)$.

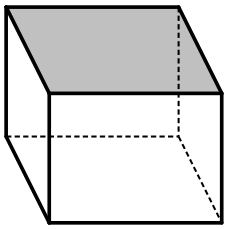


ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה.

ג. מצא את ערך הפרמטר B.

ד. חשב את השטח הכלוא בין המשיק, הפרבולה וציר ה- y.

★ **7)** נתונה תיבה שבסיסה ריבוע ושטח פניה (ללא המכסה) הוא 75 סמ"ר.
מצא את אורך צלע הבסיס של התיבה שנפחה הוא מקסימלי.



★ **8)** נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

(3) הראה כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.

ב. מעבירים משיק לגרף הפונקציה ששיפועו הוא: $m=\frac{17}{16}$.
מצא את נקודת ההשקה.

ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x ואנך לציר ה- x מנקודת ההשקה שמצאת בסעיף הקודם.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

1) א. 50 ₪. ב. 74.55%.

2) א. $\sqrt{34}$ ס"מ, $(x-5)^2+(y-3)^2=34$. ב. $A(10,0)\ ;\ B(0,6)$.
ג. (1). $C(20,0)$. ג. (2). 30 סמ"ר $=S_{ABC}$.

3) א. $\frac{55}{84}$. ב. $\frac{14}{55}$ ג. (1). 0.7204 ג. (2). 0.9324.

4) ג. 60 ס"מ.

5) א. $AE=6k\sin\alpha$ ב. $P_{ACE}=k+6k\sin\alpha+k\sqrt{25-24\cos 2\alpha}$ ג. $\alpha=14.47°$.

6) א. (1) $x\geq 0$ א. (2). $A=30$ ב. $y=1.5x-150$ ג. $B=\frac{10}{3}$.
ד. $1377\frac{7}{9}$ יח"ש $=S$.

7) 5 ס"מ.

8) א. (1) $x>0$ (2) $(4,0)$ (3) הנגזרת תמיד חיובית. ב. $(16,14)$
ג. 88 יח"ש.