

פתרון בחינת הבגרות מועד קיץ 2017

פרק 4

פתרון שאלון 807 בגרות קיץ 2017

1..... קיץ מועד א

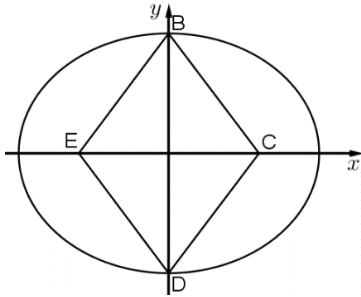
בגרות קיץ 2017 מועד א':

פרק ראשון – גאומטריה אנליטית, וקטורים, טריגונומטריה במרחב,

מספרים מרוכבים ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



1) נתון מעוין BCDE.

הקדקודים B ו-D נמצאים על ציר ה- y .

הקדקודים C ו-E נמצאים על ציר ה- x .

נתון: אורך צלע המעוין הוא 5,

אורך גובהו הוא 4.8 ואורך האלכסון BD

גדול מאורך האלכסון CE.

דרך הקדקודים B ו-D עוברת אליפסה קנונית

(ראה ציור), שמוקדה הם הנקודות C ו-E.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את השיעורים של קדקודי המעוין.

ii. מצא את משוואת האליפסה.

פרבולה שמשוואתה $y^2 = 2px$ חותכת את האליפסה ברביע הראשון בנקודה M.

נתון: שיעור ה- y של M הוא $\sqrt{15}$.

ב. הוכח שמוקד הפרבולה נמצא בנקודה C.

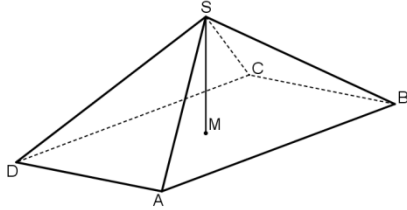
ג. דרך הנקודה E מעבירים ישר המקביל לציר ה- y .

P היא נקודה על הפרבולה שמרחקה מהישר הזה הוא k .

מצא את היחס $\frac{PC}{k}$. הסבר.

2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

$$\vec{SM} = \frac{1}{2}\vec{SA} + \frac{1}{2}\vec{SC}$$



א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח: $\vec{AM} = \frac{1}{2}\vec{AC}$

ii. הוכח ש- \vec{SM} מאונך ל- \vec{AC} .

iii. נמק מדוע SM הוא גובה בפירמידה.

נתון: $A(\sqrt{3}, 1, 0)$, $C(-\sqrt{3}, -1, 0)$, הנקודות B ו-D נמצאות במישור $z = 0$

ונפח הפירמידה SABCD הוא 16.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי הנקודה M.

ii. מצא את שיעורי הקדקוד S (מצא את שתי האפשרויות).

נסמן את הנקודות שמצאת בתת-סעיף ב (ii) ב- S_1 וב- S_2 .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את משוואת המישור AS_1S_2 .

ii. האם הנקודה C נמצאת על המישור AS_1S_2 ? נמק.

3) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את המספרים המרוכבים z המקיימים $z^3 = -1$.

נסמן את פתרונות המשוואה מסעיף א ב- z_1, z_2, z_3 .

נתון כי z_2 הוא ממשי.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הראה ש- z_1, z_2, z_3 הם שלושה איברים עוקבים בסדרה הנדסית.

ii. z_1, z_2, z_3 הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית z_n .

מצא את z_5 , האיבר החמישי בסדרה.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. z_{13}, z_{14}, z_{15} (האיברים ה-13, ה-14 וה-15 בסדרה z_n שמצאת בסעיף ב)

מיוצגים על ידי הנקודה A, B ו-C במישור גאוס, בהתאמה.

חשב את שטח המשולש ABC.

ii. L, K ו-M הן שלוש נקודות במישור גאוס המייצגות שלושה איברים עוקבים

בסדרה z_n . הסבר מדוע המשולש KLM חופף למשולש שאת שטחו מצאת

בתת סעיף ג (i).

פרק שני – גדילה ודעיכה, פונקצית חזקה, פונקציות מעריכיות

ולוגריתמיות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{x^2} - 2x}{e^{x^2}}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ii. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- iv. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה).
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

היעזר בתשובותיך על סעיף א וענה על סעיף ב.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. הסבר מדוע הפונקציה $g(x)$ מוגדרת לכל x .
- ii. מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומה סוגן? נמק את תשובתך.
- iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$.
- iv. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $g(x)$ המאונכות לצירים (אם יש כאלה). נמק את תשובתך.
- v. הוסף לסרטוט של גרף הפונקציה $f(x)$ סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(5) נתונה הפונקציה: $h(x) = \frac{x+3}{x}$

א. מצא את תחום ההגדרה של $h(x)$.

ב. מצא את התחום שבו $h(x) > 0$.

בתחום שבו $h(x) > 0$ נתונה הפונקציה $f(x)$ המקיימת: $f'(x) = \frac{h'(x)}{h(x)}$.

נתון שגרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(3, \ln 2)$, וידוע שלפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית אחת.

ג. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ד. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ה. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

(1) א. (i) $B(0,4), C(3,0), D(0,-4), E(-3,0)$ א. (ii) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

ב. מוקד הפרבולה $C(3,0)$ ג. $\frac{PC}{k} = 1$

(2) א. (i) הוכחה א. (ii) הוכחה.

א. (iii) שמחברים את קדקוד הפירמידה הישרה עם מרכז המעגל החוסם את

הבסיס מקבלים את גובה הפירמידה. ב. (i) $M(0,0,0)$

ב. (ii) $S(0,0,6)$ או $S(0,0,-6)$

ג. (i) $x - \sqrt{3}y = 0$ ג. (ii) C נמצאת על המישור.

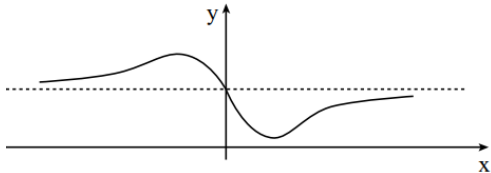
(3) א. $z_1 = \text{cis}60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, $z_2 = \text{cis}180^\circ = -1$, $z_3 = \text{cis}300^\circ = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$

ב. (i) הוכחה. ב. (ii) $z_5 = \text{cis}180^\circ = -1$ ג. (i) $S_{ABC} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

(4) א. (i) לכל x . א. (ii) $\min\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 0.142\right), \max\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 1.858\right)$.

א. (iii) עלייה: $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$, ירידה: $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$.

א. (iv) $y = 1$. א. (v) להלן סקיצה:

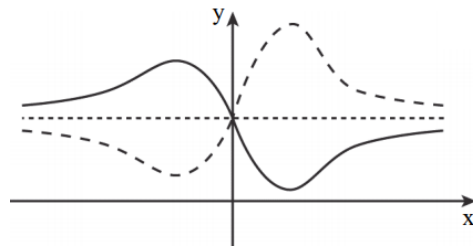


ב. (i) $f(x)$ שונה לכל x , $\frac{1}{f(x)}$ שונה לכל x .

ב. (ii) $\min\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, 0.538\right), \max\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 7.031\right)$.

ב. (iii) עלייה: $-\frac{\sqrt{2}}{2} < x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, ירידה: $x > \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x < -\frac{\sqrt{2}}{2}$. ב. (iv) $y = 1$.

ב. (v) להלן סקיצה:



(5) א. $x \neq 0$. ב. $x < -3, x > 0$. ג. $f(x) = \ln\left(\frac{x+3}{x}\right)$.

ד. $y = 0, x = -3, x = 0$. ה. ירידה: $x < -3, x > 0$, עלייה: אף x .

ו. להלן סקיצה:

