שאלון 472



תוכן העניינים:

פרק 1 - חוקי החזקות והשורשים 1
פרק 2 - משוואות ואי-שוויונים מעריכיים 1
פרק 3 - חוקי הלוגריתמים, משוואות ואי-שווינים לוגריתמיים 1
פרק 4 - מבוא לסדרות 1
פרק 5 - הסדרה החשבונית 1
פרק 6 - הסדרה ההנדסית 1
פרק 7 - סדרה הנדסית אינסופית 1
פרק 8 - מושגי יסוד וגופים במרחב 1
פרק 9 - הוקטור הגאומטרי 1
פרק 10 - הוקטור האלגברי 1
פרק 11 - בעיות גדילה ודעיכה 1
פרק 12 - חשבון דיפרנציאלי של פונקציות מעריכיות 1
פרק 13 - חשבון דיפרנציאלי של פונקציות לוגריתמיות 1
פרק 14 - חשבון אינטגרלי של פונקציות מעריכיות 1
פרק 15 - חשבון אינטגרלי של פונקציות לוגריתמיות 1
פרק 16 - פתרון בוידאו של בחינות שנת 2026 1
פרק 17 - פתרון בוידאו של בחינות שנת 2025 18
פרק 18 - פתרון בוידאו של בחינות שנת 2024 36
פרק 19 - פתרון בוידאו של בחינות שנת 2023 52
פרק 20 - פתרון בוידאו של בחינות שנת 2022 69

שאלון 472

פרק 16

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2026

מועד חורף 1
קיץ מועד א 7
קיץ מועד ב 13

בגרות חורף 2026:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) יריד ספרים ביישוב מסוים נמשך 7 ימים.
כמות הספרים שנמכרו בכל יום ביריד הייתה גדולה פי 2 מכמות הספרים שנמכרו ביום שלפניו.
ידוע כי בשלושת הימים הראשונים של היריד נמכרו 490 ספרים סך הכול.

א. מצאו כמה ספרים נמכרו ביום הראשון של היריד.

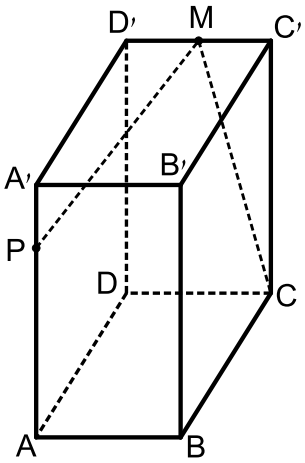
כל ספר ביריד נמכר ב־ 45 שקלים.

ב. מצאו את סך כל ההכנסות ממכירת הספרים במשך 7 ימי היריד.

לאחר שהסתיים יריד הספרים החליט מנהל היריד לתרום מחצית מכל ההכנסות שהתקבלו ביריד.
מנהל היריד פָּרַס את התרומה לכמה חודשים.
בחודש הראשון הוא תרם 3,144 שקלים, ובכל חודש שלאחר מכן הוא תרם 243 שקלים יותר מבחודש שלפניו.

ג. מצאו לכמה חודשים פרס מנהל היריד את התרומה.

ד. מצאו מהו סכום הכסף שתרם מנהל היריד סך הכול בשני החודשים האמצעיים.



2) בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא מקבילית.

הנקודה M היא אמצע המקצוע $C'D'$,

והנקודה P מקיימת $\overrightarrow{AP}=\frac{3}{4}\overrightarrow{AA'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{CM}$ ו-$\overrightarrow{PM}$.

נתון: $|\underline{u}|=4$, $|\underline{v}|=5$, $\sphericalangle DAB=60°$.

ב. מצאו את הערך של כל אחת מן המכפלות הסקלריות האלה: $\underline{v}\cdot\underline{u}$, $\underline{w}\cdot\underline{v}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}$.

נתון: נפח המנסרה הוא $60\sqrt{3}$.

ג. מצאו את הערך של $|\underline{w}|$.

ד. הוכיחו כי $\overrightarrow{PM}$ מאונך ל-$\overrightarrow{CM}$.

ה. (1) הראו כי $|\overrightarrow{PM}|=\sqrt{41.25}$.

(2) חשבו את שטח המשולש PMC.

3) יעל הכינה שתי ריבות - ריבת תות וריבת שזיפים.
היא מדדה את הטמפרטורה ההתחלתית של כל אחת מן הריבות באותו הזמן,
ואז הכניסה אותן מייד למקרר.
הטמפרטורה של הריבות נמדדה במעלות צלזיוס.
הטמפרטורה ההתחלתית של ריבת התות הייתה גבוהה מזו של ריבת השזיפים.
בכל דקה ירדה הטמפרטורה של כל אחת מן הריבות באחוז קבוע (כל אחת באחוז שונה).
נתון כי לאחר זמן מסוים מרגע ההכנסה של הריבות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים גבוהה מזו של ריבת התות.

א. האם האחוז שבו ירדה בכל דקה הטמפרטורה של ריבת התות היה גדול מן האחוז שבו ירדה בכל דקה הטמפרטורה של ריבת השזיפים? נמקו את תשובתכם.

נתון שהטמפרטורה ההתחלתית של ריבת התות הייתה 45 מעלות, ובכל דקה היא ירדה ב-4%.

ב. מצאו כעבור כמה זמן מרגע ההכנסה של הריבות למקרר,
הייתה הטמפרטורה של ריבת התות 18 מעלות.

לאחר 6 דקות מרגע ההכנסה של הריבות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים 88% מן הטמפרטורה ההתחלתית שלה.

ג. מצאו בכמה אחוזים ירדה הטמפרטורה של ריבת השזיפים בכל דקה.

לאחר 12 דקות מרגע ההכנסה של הריבות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים 30 מעלות.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מרגע ההכנסה של הריבות למקרר,
היתה הטמפרטורה של שתי הריבות זהה.

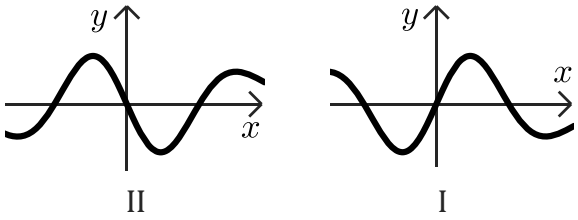
פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x.

לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת מינימום אחת ושתי נקודות מקסימום.

לפניכם שני גרפים, I-II. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

בסרטוט של כל אחד מן הגרפים I–II מופיעות כל נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה-x.



II I

א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x)=\frac{14x^2}{e^{x^2+3}}$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה-x.

5) נתונה הפונקציה $f(x)=ax\cdot(2-\ln x)$ הוא פרמטר שונה מ-0.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

נתון כי בנקודה שבה $x=e^3$, שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא 10-.

ב. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=5$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

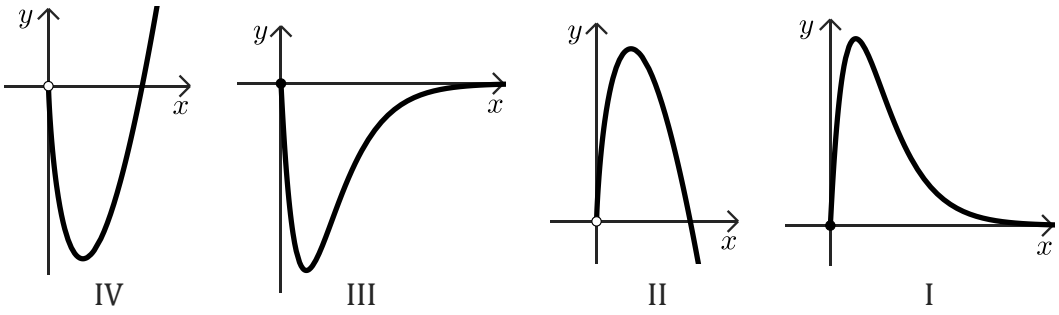
(2) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.

נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקציה $g(x)=-2f(x)+45$.

ד. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.



תשובות סופיות:

1) א. 70 ספרים ב. 400,050 שקלים ג. 30 חודשים ד. 13,335 שקלים.

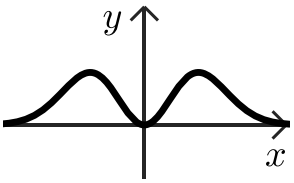
2) א. $\overrightarrow{CM}=-\frac{1}{2}\underline{u}+\underline{w}$, $\overrightarrow{PM}=\frac{1}{2}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{4}\underline{w}$ ב. $\underline{u}\cdot\underline{v}=10$, $\underline{v}\cdot\underline{w}=0$, $\underline{u}\cdot\underline{w}=0$.

ג. $|\underline{w}|=6$ ד. שאלת הוכחה ה. (1) ראו סרטון (2) $\frac{5\sqrt{66}}{2}$.

3) א. כן ב. 22.45 דקות ג. 2.108% ד. 7.67 דקות.

4) א. גרף I ב. $(0,0)$ ג. ראו סרטון.

ד. $\max(1,0.256)$, $\min(0,0)$, $\max(-1,0.256)$ ה. להלן סרטוט:



ו. 0.512.

5) א. (1) $x>0$ א. (2) $(e^2,0)$ ב. $a=5$ ג. (1) $\max(e,5e)$.

ג. (2) גרף II ד. (1) $(e,17.817)$ ד. (2) לא.

בגרות קיץ 2026 מועד א':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות גלידה להכין גלידת שוקולד.
בכל יום הכינו בחנות 3 ק"ג גלידת שוקולד יותר מביום שלפניו.
הכמות סך הכול של גלידת השוקולד שהכינו בחנות ביום הראשון וביום הרביעי הייתה 149 ק"ג.

א. מצאו כמה קילוגרמים של גלידת שוקולד הכינו בחנות ביום הראשון.

תהליך הכנת גלידת השוקולד נמשך 16 ימים סך הכול.

ב. מצאו כמה קילוגרמים סך הכול של גלידת שוקולד הכינו בחנות.

לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות להכין גם גלידת וניל.
בכל יום הכינו בחנות d ק"ג גלידת וניל יותר מביום שלפניו.
תהליך הכנת גלידת הווניל נמשך 16 ימים סך הכול. ביום האחרון הכינו בחנות 115 ק"ג של גלידת וניל.
הכמות סך הכול של גלידת הווניל שהכינו בחנות הייתה קטנה ב- 480 ק"ג מן הכמות סך הכול של גלידת השוקולד שהכינו בה.

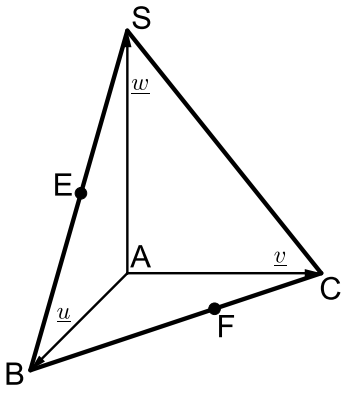
ג. מצאו את הערך של d.

לאחר שהסתיים תהליך הכנת גלידת השוקולד וגלידת הווניל, החלו למכור את שני סוגי הגלידה.
המכירה נמשכה 5 ימים, ובמהלכה נמכרה כל הגלידה שהכינו בחנות.
כמות הגלידה שנמכרה בכל יום הייתה גדולה פי 2 מן הכמות שנמכרה ביום שלפניו.

ד. מצאו כמה קילוגרמים של גלידה נמכרו ביום הראשון.

2) בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCS.
המקצוע AS מאונך למישור הבסיס ABC.
הנקודה E היא אמצע המקצוע BS.

הנקודה F נמצאת על המקצוע BC כך ש- $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.



נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-$\underline{w}$
את הווקטורים האלה: $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BS}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{AF}$.

נתון: $|\underline{w}|=8$, $|\underline{u}|=|\underline{v}|=6$, $\sphericalangle BAC=120°$.

ב. חשבו את נפח הפירמידה.

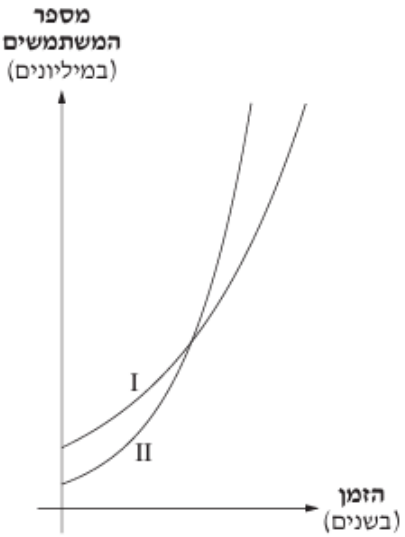
ג. (1) מצאו את הערך של $\underline{v}\cdot\underline{u}$.

(2) הוכיחו כי $\overrightarrow{AE}$ מאונך ל- $\overrightarrow{AF}$.

ד. (1) מצאו את הערך של $\left|\overrightarrow{AF}\right|$.

(2) חשבו את שטח המשולש EAF.

3) בתחילת שנת 2025 בדקו חוקרים את מספר האנשים שמשתמשים בשני כלים של בינה מלאכותית, כלי A וכלי B.
על פי הצפי של החוקרים,
מספר המשתמשים בכלי A יעלה ב- 10% בכל שנה.
נתון כי בתחילת שנת 2025 מספר המשתמשים בכלי A היה 50 מיליון.



א. מצאו מה צפוי להיות מספר המשתמשים בכלי A בתחילת שנת 2030.

על פי הצפי של החוקרים, מספר המשתמשים בכלי B יעלה באחוז קבוע בכל שנה.
מספר המשתמשים בכלי B בתחילת שנת 2031 צפוי להיות גדול פי 3 ממספר המשתמשים בכלי זה בתחילת שנת 2025.

ב. מצאו בכמה אחוזים צפוי לגדול מספר המשתמשים בכלי B בכל שנה.

לפניכם שני גרפים I-II המתארים את מספר האנשים שצפויים להשתמש בכלים A ו-B מתחילת שנת 2025 והלאה.

ג. איזה מן הגרפים I-II מתאר את מספר האנשים שצפויים להשתמש בכלי B? נמקו את תשובתכם.

על פי הצפי של החוקרים, בתחילת שנת 2030 יהיה מספר המשתמשים בכלי A גדול ב-30 מיליון ממספר המשתמשים בכלי B.

ד. מצאו את מספר המשתמשים בכלי B בתחילת שנת 2025.

ה. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2025 מספר המשתמשים בכלי A צפוי להיות שווה למספר המשתמשים בכלי B.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



4) נתונה הפונקציה: $f(x)=(a-4x)\cdot e^{2x-1}$, המוגדרת לכל x. a הוא פרמטר.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=0$ הוא $\frac{16}{e}$.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=10$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ו.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=4\cdot e^{2x-1}$, המוגדרת לכל x.

ד. הסבירו מדוע הפונקציה $g(x)$ חיובית לכל x.

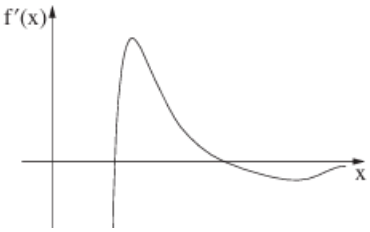
הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. מצאו את שיעורי הנקודה A.

דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה-x.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה-x ועל ידי ציר ה-y.

5) נתונה הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ המוגדרות בתחום $x>0$.



בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

כל נקודות הקיצון ונקודות החיתוך עם ציר ה-x של גרף הנגזרת $f'(x)$ מופיעות בסרטוט.

א. לפניכם שני היגדים I-II.

קבעו בעבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

I. לפונקציה $f'(x)$ יש בדיוק שלוש נקודות קיצון.

II. שיעור ה-x של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ גדול משיעור ה-x של נקודת המקסימום שלה.

נתון כי $f(x)=\frac{14(\ln x)^2}{x^2}$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x-4)$.

ד. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

תשובות סופיות:

1) א. 70 ק"ג ב. 1480 ק"ג ג. 7 ק"ג ד. 80 ק"ג

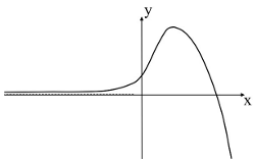
2) א. $\overrightarrow{BC}=-\underline{u}+\underline{v}$, $\overrightarrow{BS}=-\underline{u}+\underline{w}$, $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{2}{3}\underline{v}$

ב. $24\sqrt{3}$ ג. (1) -18 (2) הוכחה ד. (1) $\sqrt{12}$ (2) $5\sqrt{3}$

3) א. 80,525,500 אנשים ב. 20% ג. גרף II

ד. 20,305,065 אנשים ה. 10.365 שנים

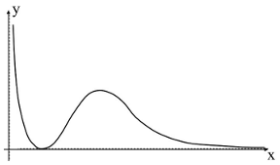
4) א. $a=10$ ב. (1) $\left(0,\frac{10}{e}\right)=(0,3.67)$, $(2.5,0)$



ב. (2) $\max\left(2,2e^3\right)=\max(2,40.17)$ ג. להלן סרטוט:

ד. הסבר ה. $A(1.5,29.56)=A\left(1.5,4e^2\right)$ ו. $2e^2-\frac{2}{e}=14.04$

5) א. (1) I לא נכון א. (2) II לא נכון ב. (1) $(1,0)$ ב. (2) $\min(1,0)$, $\max\left(e,\frac{14}{e^2}\right)$



ב. (3) עליה: $1<x<e$, ירידה: $0<x<1$, $e<x$ ג. להלן סרטוט:

ד. (1) $4<x$ (2) $\min(5,0)$, $\max\left(e+4,\frac{14}{e^2}\right)$

בגרות קיץ 2026 מועד ב':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) תלמידי כיתה י"ב1 ותלמידי כיתה י"ב2 בבית ספר מסוים החליטו לערוך מסיבת סיום.
כדי לממן את עלות המסיבה הם אספו במשך כמה שבועות בקבוקים ריקים, והעבירו אותם לִמחזור תמורת כסף. תלמידי כיתה י"ב1 אספו בקבוקים במשך 5 שבועות.
מספר הבקבוקים שהם אספו בכל שבוע גדול פי q ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע שלפניו.
מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב1 בשבוע הרביעי גדול פי 3.375 ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע הראשון.

א. מצאו את הערך של q.

מספר הבקבוקים סך הכל שאספו תלמידי כיתה י"ב1 בשבוע הראשון ובשבוע האחרון היה 2,425.

ב. מצאו את מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב1 בשבוע הראשון.

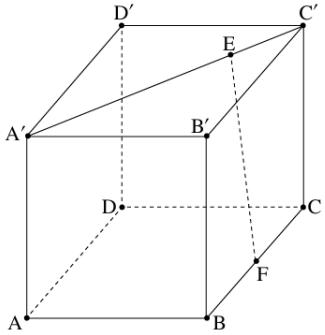
תלמידי כיתה י"ב2 אספו בקבוקים במשך 18 שבועות.
בכל שבוע הם אספו d בקבוקים יותר מבשבוע שלפניו.
בשבוע השני תלמידי כיתה י"ב2 אספו 230 בקבוקים. תלמידי כיתה י"ב2 אספו 6,300 בקבוקים סך הכל.

ג. מצאו את הערך של d.

בעבור כל בקבוק שהעבירו התלמידים לִמחזור, הם קיבלו 0.3 שקלים.
העלות של מסיבת הסיום היא 3,400 שקלים.

ד. האם הסכום הכולל שקיבלו תלמידי שתי הכיתות ממחזור כל הבקבוקים יספיק למימון עלות המסיבה? נמקו את תשובתכם.

2) בסרטוט שלפניכם תיבה ABCDA'B'C'D שבסיסה ABCD הוא ריבוע.



הנקודה F היא אמצע המקצוע BC.

הנקודה E נמצאת על האלכסון A'C', כך שמתקיים $\overrightarrow{A'E}=\frac{3}{4}\overrightarrow{A'C'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{BC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{A'E}$ ו- $\overrightarrow{FE}$.

נתון כי אורך מקצוע הבסיס הוא 4.

ב. חשבו את האורך של הווקטור $\overrightarrow{A'E}$.

נתון: $\left|\overrightarrow{A'E}\right|=\left|\overrightarrow{FE}\right|$.

ג. הראו כי התיבה היא קובייה.

ד. (1) הראו כי $\overrightarrow{FE}$ מאונך ל- $\overrightarrow{A'C'}$.

(2) חשבו את שטח המשולש A'F'C'.

3) באזור A חיים פינגווינים.

מתחילת שנת 2000 מספר הפינגווינים באזור זה קטן בכל שנה באחוז קבוע.

א. האם ההפרש בין מספר הפינגווינים בתחילת שנת 2000 ובין מספרם בתחילת שנת 2001 שווה להפרש בין מספר הפינגווינים בתחילת שנת 2001 ובין מספרם בתחילת שנת 2002? נמקו את תשובתכם.

בתחילת שנת 2000 היו 253,000 פינגווינים באזור A.

מספר הפינגווינים באזור זה קטן ב-5% בכל שנה.

גם באזור B חיים פינגווינים. מספר הפינגווינים באזור זה קטן בכל שנה באחוז קבוע.

בתחילת שנת 2000 היו 313,000 פינגווינים באזור B.

בתחילת שנת 2010 מספר הפינגווינים באזור A היה שווה למספר הפינגווינים באזור B.

ב. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הפינגווינים באזור B בכל שנה.

ג. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2000 מספר הפינגווינים באזור B היה 98,000.

מתחילת שנת 2018, בעקבות שיקום אזור A, גדל מספר הפינגווינים באזור זה ב-2% בכל שנה.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2018 גדל מספר הפינגווינים באזור A ב-17% ממספרם בתחילת שנת 2018.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=(3x^2-a)\cdot e^x$, המוגדרת לכל x. a הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=1$.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=9$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ה.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

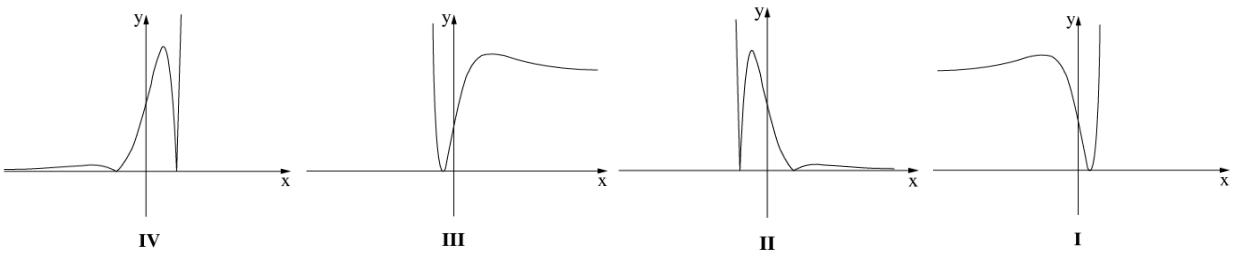
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=|f(x)|$, המוגדרת לכל x.

ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $g(x)$.

נמקו את קביעתכם.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.



5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2}{-6+4\ln(x)}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ב. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x? נמקו את תשובתכם.

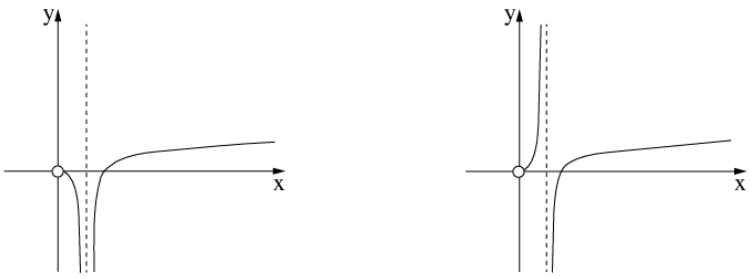
ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

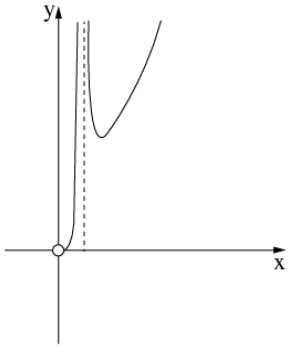
ד. (1) קבעו איזה מן הגרפים I–IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $f(x)$,
ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x
ועל ידי הישר $x=e^3$.

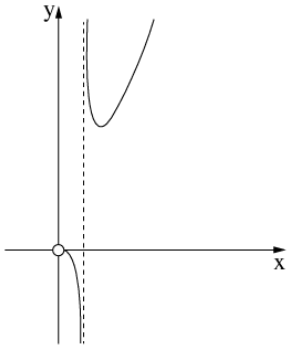


II

I



IV



III

תשובות סופיות:

1) א. 1.5 ב. 400 בקבוקים ג. 16 ד. כן.

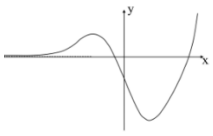
2) א. $\overrightarrow{FE}=-\frac{1}{4}\underline{u}+\frac{1}{4}\underline{v}+w$, $\overrightarrow{A'E}=\frac{3}{4}\underline{u}+\frac{3}{4}\underline{v}$ ב. $\sqrt{18}$ ג. הוכחה

ד. (1) הוכחה ד. (2) 12

3) א. לא, ההפרש אינו שווה. ההפרש בין שנת 2001 לשנת 2002 קטן מההפרש בין שנת 2000 לשנת 2001 ב. 7% ג. 16 שנים ד. 7.93 שנים

4) א. $a=9$ ב. $\max\left(-3,\frac{18}{e^3}\right)=\max\left(-3,0.896\right)$, $\min\left(1,-6e\right)=\min\left(1,-16.31\right)$

ג. נק' חיתוך עם ציר ה-y: $(0,-9)$, נק' חיתוך עם ציר ה-x: $\left(\sqrt{3},0\right)$, $\left(-\sqrt{3},0\right)$

ד. להלן סרטוט:  ה. (1) גרף IV (גרף 4)

ה. (2) $\min\left(\sqrt{3},0\right)$, $\min\left(-\sqrt{3},0\right)$, $\max\left(-3,\frac{18}{e^3}\right)=\max\left(-3,0.896\right)$, $\left(1,6e\right)=\max\left(16.31\right)$

5) א. (1) $x>0$, $x\neq e^{1.5}$ א. (2) $x=e^{1.5}$ ב. לא ג. (1) $\min\left(e^2,\frac{e^4}{2}\right)$

ג. (2) עליה: $x>e^2$, ירידה: $e^{1.5}<x<e^2$ או $0<x<e^{1.5}$

ד. (1) $f\left(x\right)$: גרף III , $f'\left(x\right)$: גרף II ד. (2) 39.94

שאלון 472

פרק 17

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2025

מועד חורף 18
קיץ מועד א 24
קיץ מועד ב 30

בגרות חורף 2025:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) נתונה סדרה הנדסית A שמנת שלה היא q, ובה 10 איברים.
האיבר השישי בסדרה הוא פי 81 מן האיבר השני בסדרה.

א. מצאו את שני הערכים של q.

נתון כי סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A הוא 1,296, וכי כל איבריה הם חיוביים.

ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B. סכום הסדרה A גדול פי 11 מסכום הסדרה B.

ג. מצאו את סכום הסדרה B.

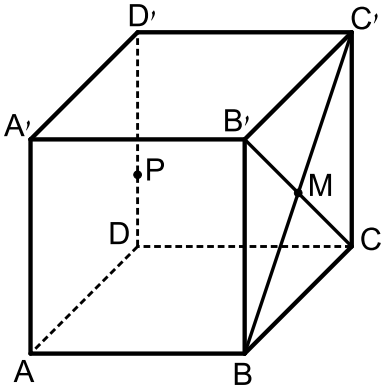
בסדרה B יש 32 איברים.
נתון כי האיבר השני בסדרה B גדול פי 16 מן ההפרש שלה.

ד. מצאו את הפרש הסדרה B.

2) בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

הנקודה M היא מפגש האלכסונים בפאה $BCC'B'$.

נקודה P נמצאת על המקצוע DD' ומקיימת $\overrightarrow{DP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{DD'}$.



נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{BC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AP}$ ו- $\overrightarrow{MP}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}|=|\underline{w}|=24$, $|\underline{v}|=8$.

ב. (1) הוכיחו כי הווקטור $\overrightarrow{AP}$ מאונך לווקטור $\overrightarrow{MP}$.

(2) חשבו את שטח המשולש APM.

נתון: $D(0,0,0)$.

הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x,

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y,

והקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ג. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים C' , B , C.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו את גודל הזווית PMB.

3) אמיר קנה גלגל ים ומזרן ים.

ביום הקנייה נפח הגלגל היה 3,700 סמ"ק ונפח המזרן היה 7,400 סמ"ק.

עקב איבוד אוויר, נפח הגלגל ונפח המזרן קטנו באחוז קבוע בכל יום (כל אחד מהם באחוז אחר).

כעבור 7 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל שווה לנפח המזרן.

א. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות I–II אם היא נכונה או לא נכונה.

I. כעבור 6 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.

II. כעבור 8 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.

נתון כי נפח הגלגל קטֵן ב-4% בכל יום.

ב. מצאו את האחוז שבו נפח המזרן קטֵן בכל יום.

כעבור t ימים מיום הקנייה היה נפח המזרן $\frac{1}{3}$ מנפח הגלגל.

ג. מצאו את הערך של t.

לאחר כמה שבועות החליט אמיר לנפח את המזרן.

במהלך הניפוח גדל נפח המזרן בכל דקה ב־22%.

בסיום הניפוח היה נפח המזרן גדול פי 7.5 מן הנפח שלו בתחילת הניפוח.

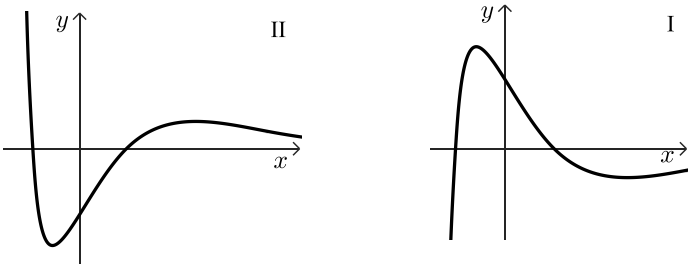
ד. מצאו את מספר הדקות שנמשך ניפוח המזרן.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מקסימום אחת בלבד ושיעור ה-x שלה חיובי.

לפניכם שני גרפים, I ו-II, אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבעו איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x)=(x^2-2)\cdot e^{(-2x+1)}$

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=7\cdot e^{(-2x+1)}$ המוגדרת לכל x.

ד. (1) הסבירו מדוע הפונקציה $g(x)$ חיובית לכל x.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

דרך כל אחת מן הנקודות שמצאתם בסעיף ד העבירו אנך לציר ה-x.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי האנכים.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{6x}{(\ln x)^2}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

(3) האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה של הפונקציה $f(x)$.

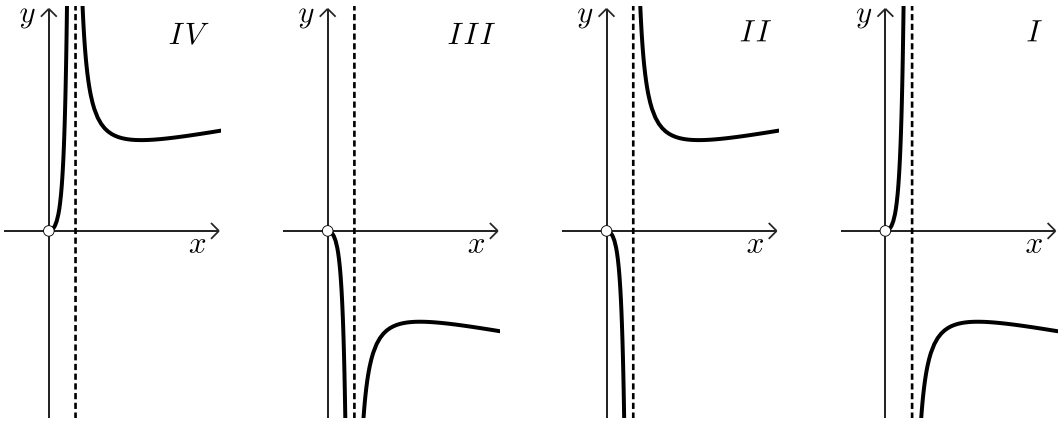
ג. קבעו איזה מן הגרפים I–IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקציה שתחום הגדרתה זהה לתחום הגדרתה של הפונקציה $f(x)$.

נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x)=f(x)-c$, c הוא פרמטר.

ד. (1) מצאו בעבור $c=5$ כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן (אם יש כאלה), נמקו את תשובתכם.

(2) רשמו ערך כלשהו של c שבעבורו יש לפונקציה $g(x)$ שלוש נקודות קיצון. נמקו את תשובתכם.



תשובות סופיות:

1) א. $q=\pm 3$ ב. 4 ג. 10,736 ד. 11.

2) א. $\overrightarrow{AP}=\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$, $\overrightarrow{MP}=-\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{6}\underline{w}$ ב. (1) שאלת הוכחה.

ב. (2) $32\sqrt{19}\approx 139.5$ ג. (1) $C(0,24,0)$, $B(8,24,0)$, $C'(0,24,24)$.

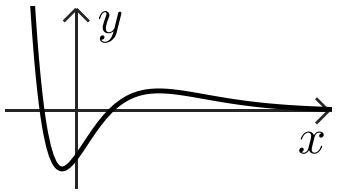
ג. (2) $M(4,24,12)$ ד. $\sphericalangle PMB=84.11°$.

3) א. I. הטענה אינה נכונה א. II. הטענה נכונה ב. 13.05%.

ג. $t\approx 18.1$ ד. 10.133 דקות.

4) א. גרף I ב. (1) $\left(\sqrt{2},0\right)$, $\left(-\sqrt{2},0\right)$ ב. (2) $\max\left(2,\frac{2}{e^3}\right)$, $\min\left(-1,-e^3\right)$.

ג. להלן סרטוט: ד. (1) ראו סרטון ד. (2) $\left(3,\frac{7}{e^5}\right)$, $\left(-3,7e^7\right)$.



ה. $3.5e^7-\frac{3.5}{e^5}\approx 3,838.2$.

5) א. (1) $x>0$, $x\neq 1$ א. (2) $x=1$ א. (3) לא.

ב. (1) $\min\left(e^2,1.5e^2\right)$ ב. (2) עלייה: $0<x<1$, $x>e^2$ ג. גרף IV.

ד. (1) מינימום, $c=5$ ד. (2) $c=15$.

בגרות קיץ 2025 מועד א':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) נתונה סדרה חשבונית A, ובה 46 איברים: $a_1, a_2, a_3, \ldots$.

נתון: $a_2 + a_4 = a_6$.

האיבר האחרון בסדרה A הוא 138.

א. מצאו את הפרש הסדרה ואת a_1.

נתונה סדרה הנדסית אין-סופית B שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3, \ldots$.

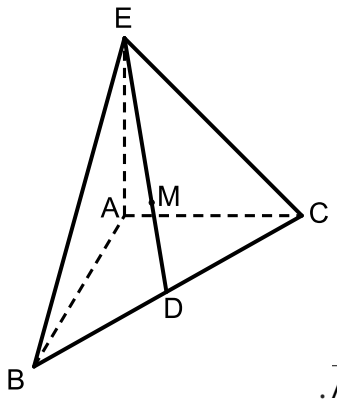
נתון: $b_1 = a_6$, $3 \cdot b_3 = a_8$.

ב. מצאו את המנה של הסדרה B (מצאו את שתי האפשרויות).

נתון כי הסדרה B אינה עולה ואינה יורדת.

ג. מצאו את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה B.

2) בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCE.



הנקודה D היא אמצע המקצוע BC.

הנקודה M נמצאת על ED כך ש- $\overrightarrow{EM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{ED}$.

המקצוע AE הוא גובה בפירמידה.

נתון: $\sphericalangle BAC=90°$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AE}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{ED}$ ו- $\overrightarrow{AM}$.

נתון: $|\underline{w}|=|\underline{v}|=|\underline{u}|=12$.

ב. (1) הוכיחו כי $\overrightarrow{AM}$ מאונך ל- $\overrightarrow{ED}$.

(2) הוכיחו כי $\overrightarrow{AM}$ מאונך למישור BEC.

נתון: $A(0,0,0)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x,

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y,

והקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ג. (1) מה הם שיעורי הנקודות B , C ו-E?

(2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו-M.

ד. חשבו את שטח המשולש AMD.

3) בשתי משתלות - משתלה א' ומשתלה ב' - החלו לשתול צמחים באותו היום.
ביום זה שתלו במשתלה א' 600 צמחים, ובמשתלה ב' שתלו a צמחים.
מספר הצמחים במשתלה א גדֵל ב-5% בכל שבוע, ומספר הצמחים במשתלה ב' גדֵל ב-10% בכל שבוע.
כעבור זמן מסוים מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.

א. לפניכם שתי טענות, I-II. קבעו איזו טענה נכונה. נמקו את קביעתכם.

I. $a < 600$

II. $a > 600$

כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה ב' גדול פי 2 ממספר הצמחים במשתלה א'.

ב. מצאו את הערך של a.

כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה, בשתי המשתלות הפסיקו את השתילה והחלו למכור את הצמחים.
מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע באחוז קבוע.
כעבור 5 שבועות מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה ב' 53% ממספר הצמחים בתחילת המכירה.

ג. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע.

מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה א' בכל שבוע ב-8%.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{2x}}{x^2-4x+a}$, a הוא פרמטר.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית שמשוואתה היא $x=2$.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=4$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ד.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $h(x)=-f(x)+e^9$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $h(x)$ עם ציר ה-x? נמקו את תשובתכם.

5) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x>0$.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מינימום אחת בלבד ונקודת מקסימום אחת בלבד.

נתון כי נקודת המינימום נמצאת מימין לנקודת המקסימום.

א. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

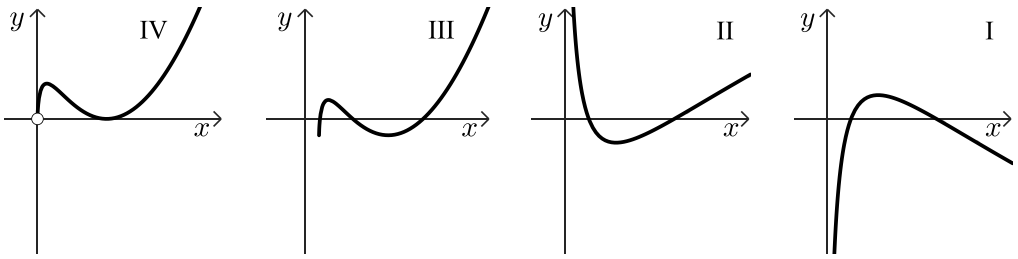
נתון כי: $f(x)=4x\cdot(\ln x)^2$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. קבעו איזה מבין הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה-x.



תשובות סופיות:

1) א. $a_1=3\ ,\ d=3$ ב. $q=\pm\frac{2}{3}$ ג. -21.6.

2) א. $\overrightarrow{BC}=-\underline{u}+\underline{v}\ ,\ \overrightarrow{ED}=\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\underline{w}\ ,\ \overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$ ב. (1) שאלת הוכחה.

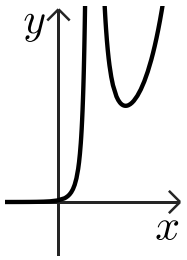
ב. (2) שאלת הוכחה ג. (1) $B(12,0,0)\ ,\ C(0,12,0)\ ,\ E(0,0,12)$.

ג. (2) $M(4,4,4)$ ד. $12\sqrt{2}\approx 16.97$.

3) א. טענה I ב. $a\approx 544$ ג. 11.92% ד. כ-16 שבועות.

4) א. $a=4$ ב. (1) $x\neq 2$ ב. (2) $\left(0,\frac{1}{4}\right)$.

ב. (3) $\min(3,403.4)$ ג. להלן סרטוט: ד. 3 נקודות חיתוך.



5) א. גרף II ב. (1) $(1,0)$ ב. (2) $\max\left(\frac{1}{e^2},2.165\right)\ ,\ \min(1,0)$.

ג. גרף IV ד. 2.615.

בגרות קיץ 2025 מועד ב':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) מיכל הפקידה בכל חודש כסף לחיסכון. גובה הפיקדון שהיא העבירה בכל חודש גדול במספר קבוע מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש שלפניו.
סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל בחודש הראשון והשני הוא 2,100 שקלים סך הכול.
גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש החמישי גדול פי 3 מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש הראשון.

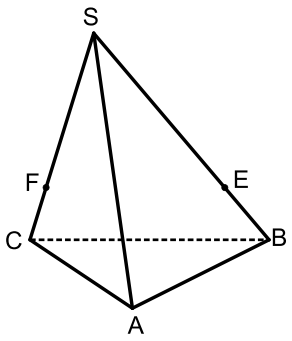
א. מצאו את גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש הראשון.

ב. מצאו לאחר כמה חודשים היה סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל 22,680 שקלים סך הכול.

בחודש ה-12, במקום להפקיד כסף לחיסכון, החליטה מיכל לקנות מקרר שמחירו שווה לגובה הפיקדון שהייתה אמורה להעביר בחודש זה.
מיכל שילמה בעבור המקרר בארבעה תשלומים. כל תשלום גדול פי 3 מן התשלום שלפניו.

ג. מצאו את התשלום הראשון.

2) בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת SABC.



נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.

הנקודה E נמצאת על המקצוע SB, והנקודה F נמצאת על המקצוע SC.

נתון: $\overrightarrow{SE}=\frac{3}{4}\overrightarrow{SB}$, $\overrightarrow{SF}=\frac{3}{4}\overrightarrow{SC}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{SF}$ ו- $\overrightarrow{SE}$.

ב. (1) הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ את הווקטור $\overrightarrow{EF}$.

(2) הסבירו מדוע EF מקביל ל-BC.

נתון: $B(1,-1,3)$, $C(13,15,3)$.

ג. מצאו את ההצגה האלגברית של הווקטור $\overrightarrow{BC}$ ושל הווקטור $\overrightarrow{EF}$.

נתון: $E(5,1,6)$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה F.

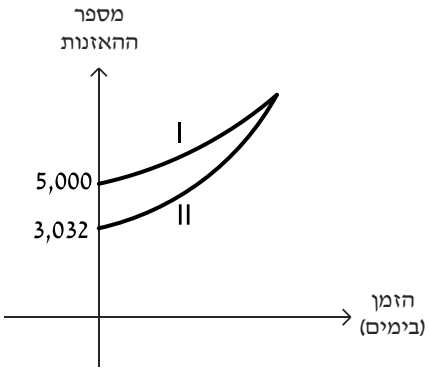
נתון: $A(4,12,3)$.

ה. (1) מצאו את גודל הזווית EAF.

(2) חשבו את שטח המשולש EAF.

3) שני שירים A ו-B הועלו ביום מסוים לאותה רשת חברתית.
מספר ההאזנות לשיר A גדל באחוז קבוע בכל יום.
מספר ההאזנות לשיר B גדל בכל יום באחוז הגדול פי 2
מן האחוז שבו גדל בכל יום מספר ההאזנות לשיר A.
לפניכם שני גרפים I-II המתארים את מספר ההאזנות לכל שיר לפי הזמן,
מיום העלאת השירים.

א. מבין הגרפים I-II קבעו איזה גרף מתאים לשיר A. נמקו את קביעתכם.



נתון כי לאחר 5 ימים מיום העלאת השירים, מספר ההאזנות לשיר A היה 7,350.

ב. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר ההאזנות לשיר A בכל יום.

ג. מצאו בכמה היה גדול מספר ההאזנות לשיר A ממספר ההאזנות לשיר B,
לאחר 5 ימים מיום העלאת השירים.

ד. מצאו לאחר כמה זמן מיום העלאת השירים, היה מספר ההאזנות לשיר A
שווה למספר ההאזנות לשיר B.

כאשר מספר ההאזנות לשיר A היה שווה למספר ההאזנות לשיר B,
החלה ירידה במספר ההאזנות לשיר A.
בכל יום קטן מספר ההאזנות לשיר A באותו האחוז שבו הוא גדל לפני כן.

ה. מצאו לאחר כמה זמן מיום העלאת השירים, מספר ההאזנות לשיר A היה 2,450.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{2x}}{e^{x}-4}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

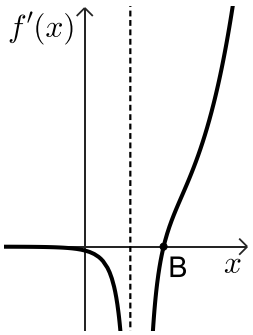
(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה אחת בלבד - הנקודה B.



ג. מצאו את שיעור ה-x של הנקודה B.

ד. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x=\ln 12$.

5) נתונה הפונקציה $f(x)=x^2\cdot(-2+\ln x)$.

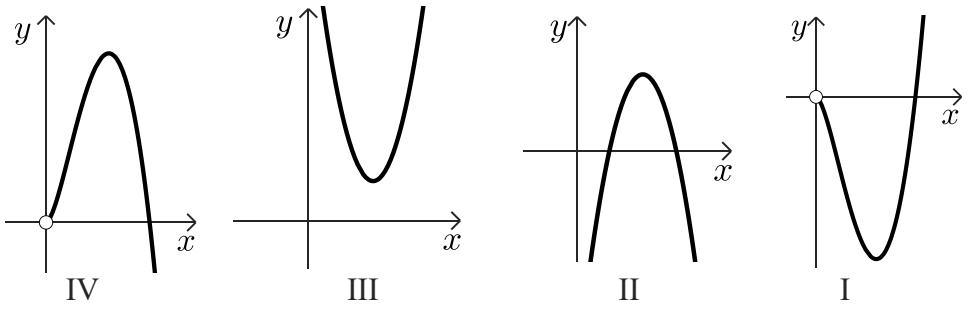
א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.

נמקו את קביעתכם.



נתונה הפונקציה $g(x)=a\cdot f(x)$. a הוא פרמטר שונה מ-0.

הפונקציות $g(x)$ ו-$f(x)$ מוגדרות באותו התחום.

נתון כי שיעור ה-y של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ הוא $0.6\cdot e^3$.

ה. (1) מצאו את הערך של a.

(2) מהו סוג נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.

(3) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $g(x)$.

נמקו את קביעתכם.

תשובות סופיות:

1) א. 840 שקלים ב. 9 חודשים ג. 136.5.

2) א. $\overrightarrow{BC}=-\underline{u}+\underline{v}$, $\overrightarrow{SE}=\frac{3}{4}\underline{u}-\frac{3}{4}\underline{w}$, $\overrightarrow{SF}=\frac{3}{4}\underline{v}-\frac{3}{4}\underline{w}$ ב. (1) $\overrightarrow{EF}=-\frac{3}{4}\underline{u}+\frac{3}{4}\underline{v}$.

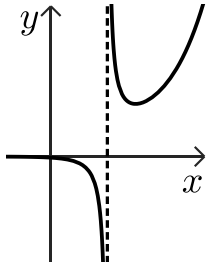
ב. (2) ראו סרטון ג. $\overrightarrow{BC}=(12,16,0)$, $\overrightarrow{EF}=(9,12,0)$ ד. $F(14,13,6)$.

ה. (1) $\sphericalangle EAF=86.18°$ ה. (2) $S_{\Delta EAF}=59.887$.

3) א. גרף I ב. 8% ג. 982 האזנות ד. 7 ימים ה. 22 ימים.

4) א. (1) $x\neq\ln 4$ א. (2) $x=\ln 4$ ב. $\left(0,-\frac{1}{3}\right)$ ג. $x_B=\ln 8$.

ד. (1) עלייה: $x>\ln 8$, ירידה: $\ln 4<x<\ln 8$, $x<\ln 4$ ד. (2) להלן סרטוט:



ה. 2.

5) א. $x>0$ ב. $(e^2,0)$ ג. $\min\left(e^{1.5},-0.5e^3\right)$ ד. גרף I.

ה. (1) $a=-1.2$ ה. (2) מקסימום ה. (3) גרף IV.

שאלון 472

פרק 18

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2024

מועד חורף 36
קיץ מועד א 42
קיץ מועד ב 47

בגרות חורף 2024:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) במפעל אלקטרוניקה החלו לייצר מחשבים.
בכל שבוע כמות המחשבים שייצרו הייתה גדולה במספר קבוע מכמות המחשבים שייצרו בשבוע שלפניו. בשבוע הראשון ייצרו 900 מחשבים.
הייצור נמשך 50 שבועות. בתקופה זו ייצרו 167,500 מחשבים סך הכול.

א. בכמה הייתה גדולה כמות המחשבים שייצרו בכל שבוע מן הכמות שייצרו בשבוע שלפניו?

בגמר הייצור מכר המפעל את המחשבים במשך כמה חודשים.
כמות המחשבים שנמכרו בכל חודש הייתה גדולה פי q מכמות המחשבים שנמכרו בחודש שלפניו.
בחודש ה-4 נמכרו 160 מחשבים. בחודש ה-7 נמכרו 1,280 מחשבים.

ב. כמה מחשבים נמכרו בחודש הראשון?

החודש ה-7 היה החודש האמצעי של חודשי המכירה.

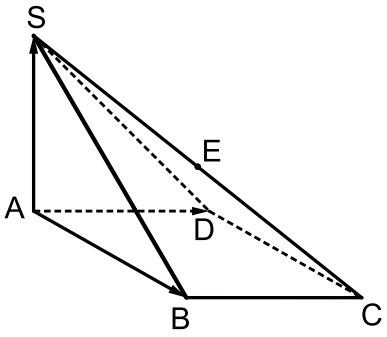
ג. כמה חודשים נמשכה המכירה?

ד. כמה מן המחשבים שייצרו במפעל לא נמכרו?

2) בסרטוט שלפניכם פירמידה מרובעת SABCD שבסיסה ABCD הוא מעוין.

הנקודה E היא אמצע המקצוע SC.

AS מאונך לבסיס הפירמידה.



נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{EB}$ ו- $\overrightarrow{ED}$.

נתון: $|\underline{u}|=|\underline{w}|$, $\sphericalangle BAD=60°$.

ב. הוכיחו כי $\overrightarrow{EB}$ מאונך ל- $\overrightarrow{ED}$.

נתון: $A(0,0,0)$, $B\left(2\sqrt{3},2,0\right)$.

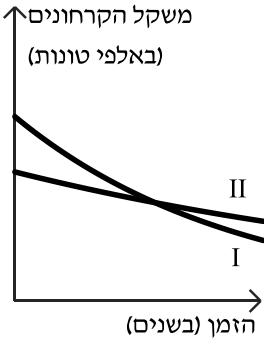
הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y.

שיעור ה-z של הקודקוד S הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את אורך המקצוע AB ואת שיעורי הקודקוד S.

(2) חשבו את נפח הפירמידה SABCD.

3) בים הצפוני יש שני קרחונים A ו-B.
במשך השנים הקרחונים מפשירים ומאבדים ממשקלם.
חוקרת מדדה את המשקל של כל אחד מן הקרחונים
בכל קיץ במשך 10 שנים.
לפניכם סרטוט המתאר את המשקל
של כל קרחון (באלפי טונות) לפי שנים.



א. מבין הגרפים I-II, קבעו איזה גרף מתאים
לקרחון שקצב הפשרתו מהיר יותר.
נמקו את קביעתכם.

הפונקציה $f(t)=7\cdot(0.96)^t$ מתארת את המשקל של קרחון A בכל שנה.

הפונקציה $g(t)=10\cdot(0.91)^t$ מתארת את המשקל של קרחון B בכל שנה.

ב. קבעו בנוגע לכל פונקציה מהו הגרף המתאר אותה. נמקו את קביעותיכם.

ג. המשקל של איזה משני הקרחונים היה גדול יותר לאחר 7 שנים מתחילת המדידות?

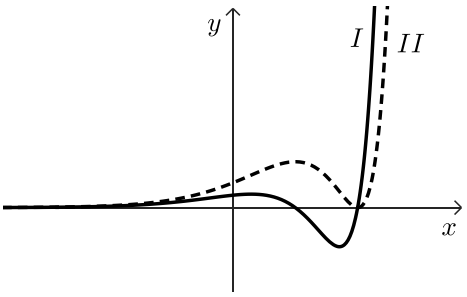
ד. מצאו לאחר כמה שנים מתחילת המדידות היה המשקל של קרחון A
שווה למשקל של קרחון B.

החוקרת בדקה גם את מספר כלבי הים באזור זה.
היא גילתה שמספר כלבי הים באזור זה גדל בכל שנה באחוז קבוע.
לאחר 10 שנים מתחילת המדידות היה מספר כלבי הים גדול פי 1.5
ממספרם בתחילת המדידות.

ה. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר כלבי הים בכל שנה.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) בסרטוט שלפניכם מוצגים הגרפים I ו-II.



אחד מן הגרפים הוא הגרף של פונקציה $f(x)$,

והאחר הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. איזה מן הגרפים I-II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמקו את תשובתכם.

נתון כי: $f(x)=(x-4)^2\cdot e^{x-3}$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן על פי הגרף.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f'(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$

ועל ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{3x^2}{2\ln(x)+1}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x? נמקו את תשובתכם.

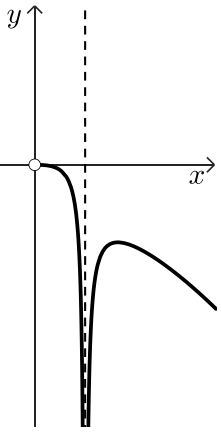
(3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

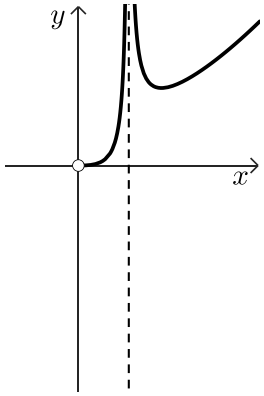
ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה הוא גרף הפונקציה $f(x)$.

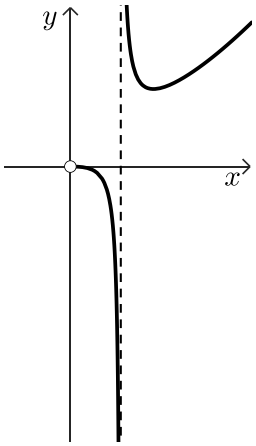
I



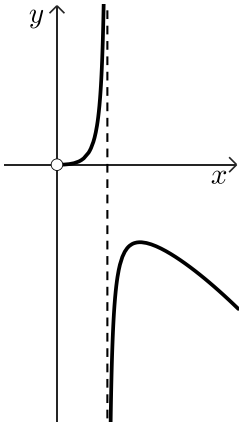
II



III



IV



הישר: $y=t$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

ה. האם הישר: $y=t-5$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$?

אם כן – מצאו בכמה נקודות הוא חותך. אם לא – נמקו.

תשובות סופיות:

1) א. 100 ב. 20 ג. 13 ד. 3,680.

2) א. $\overrightarrow{EB}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{ED}=-\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}-\frac{1}{2}\underline{w}$ ב. שאלת הוכחה.

ג. (1) $S(0,0,4)$, $AB=4$ (2) $V_{SABCD}=\frac{32\sqrt{3}}{3}$.

3) א. גרף I ב. גרף I: $g(t)$, גרף II: $f(t)$ ג. קרחון A ד. 6.668 שנים.

ה. 4.14%.

4) א. $f(x)$: גרף II, $f'(x)$: גרף I ב. (1) כל x (2) $(4,0)$, $\left(0,\frac{16}{e^3}\right)$.

ב. (3) $\min(4,0)$, $\max\left(2,\frac{4}{e}\right)$ ג. $\frac{4}{e}$ ד. $\frac{8}{e}$.

5) א. (1) $x>0$, $x\neq e^{-\frac{1}{2}}$ א. (2) לא א. (3) $x=e^{-\frac{1}{2}}$.

ב. $\min(1,3)$ ג. עלייה: $x>1$, ירידה: $e^{-\frac{1}{2}}<x<1$, $0<x<e^{-\frac{1}{2}}$.

ג. גרף III ד. כן, חותך בנקודה אחת.

בגרות קיץ 2024 מועד א':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) לרכבת מסוימת יש 11 קרונות.
ביום א', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול במספר קבוע ממספר הנוסעים בקרון שלפניו.
מספר הנוסעים בקרון האחרון היה גדול פי 3 ממספר הנוסעים בקרון הראשון.
ביום זה מספר הנוסעים ברכבת היה 220 סך הכל.

א. מצאו כמה נוסעים היו בקרון הראשון.

ב. מצאו כמה נוסעים היו בקרון האמצעי.

ג. מצאו כמה נוסעים סך הכל היו בקרונות האי-זוגיים (בקרון הראשון, השלישי, החמישי וכן הלאה).

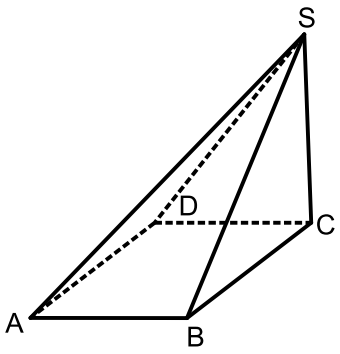
ביום ב' מספר הנוסעים ברכבת היה גדול פי 2 ממספר הנוסעים בה ביום א' ולכן הוחלט להוסיף קרונות לרכבת.
ביום ב', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול ב-3 ממספר הנוסעים בקרון שלפניו.
ביום זה היו בקרון הראשון 5 נוסעים.

ד. מצאו את מספר הקרונות שהוסיפו לרכבת ביום ב'.

2) בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD.

הבסיס ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 4.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AS}=\underline{w}$.



א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$, אם יש צורך, את הווקטור $\overrightarrow{SD}$.

נתון: $\overrightarrow{SD}\cdot\overrightarrow{AD}=0$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{w}\cdot\underline{v}$.

נתון: $\underline{v}\cdot\underline{w}=\underline{w}\cdot\underline{u}$, $\left|\overrightarrow{SC}\right|=\sqrt{17}$.

ג. מצאו את הערך של $\left|\underline{w}\right|$.

ד. (1) הוכיחו כי SC מאונך ל-BC ול-DC.

(2) מצאו את נפח הפירמידה SABCD.

3) נתונות שתי דירות - דירה א' ודירה ב'.

בתחילת שנת 2014 היה הערך של דירה א' 980,000 שקלים

והערך של דירה ב' היה 620,000 שקלים.

הערך של דירה א' גדל בכל שנה ב-7%, והערך של דירה ב' גדל בכל שנה פי q.

כעבור מספר מסוים של שנים היה הערך של דירה א' שווה לערך של דירה ב'.

א. לפניכם שלוש טענות I-III. קבעו מהי הטענה הנכונה. נמקו את קביעתכם.

I. $q<1.07$ II. $q=1.07$ III. $q>1.07$

נתון כי בתחילת שנת 2024 היה הערך של דירה א' שווה לערך של דירה ב'.

ב. (1) מצאו מה היה הערך של דירה א' בתחילת שנה זו.

(2) מצאו בכמה אחוזים גדל הערך של דירה ב' בכל שנה.

על פי הצפי, מתחילת שנת 2024 ואילך הערך של דירה ב' עתיד לרדת בכל שנה באחוז שקטן פי 1.5 מן האחוז שמצאתם בתת-סעיף ב (2).

ג. על פי צפי זה, בתחילת איזו שנה עתיד לרדת לראשונה הערך של דירה ב' בהשוואה לערך שהיה לה בתחילת שנת 2014?

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{2x}}{e^{x}-3}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת: $g(x)=-f(x)+15$.

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x? נמקו את תשובתכם.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=ax\cdot\ln(2x)$, a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=\frac{e}{2}$ הוא 6.

ב. מצאו את a.

הציבו: $a=3$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג-ו.

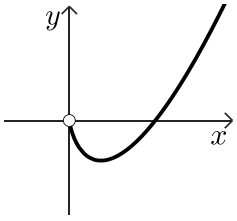
ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

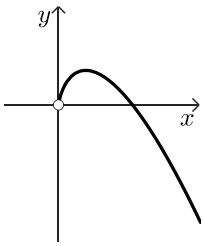
ה. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$, ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=e$ ועל ידי ציר ה- x.

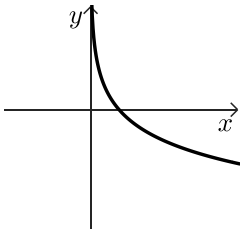
I



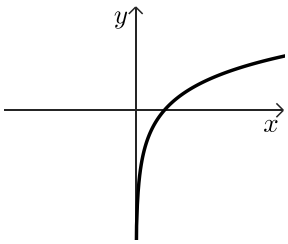
II



III



IV



תשובות סופיות:

1) א. 10 נוסעים ב. 20 נוסעים ג. 120 נוסעים ד. 5 קרונות.

2) א. $\overrightarrow{SD}=\underline{v}-\underline{w}$ ב. $\underline{w}\cdot\underline{v}=16$ ג. $\left|\underline{w}\right|=7$ ד. (1) שאלת הוכחה.

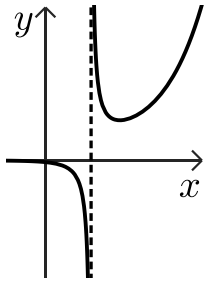
ד. (2) $V_{SABCD}=\frac{16\sqrt{17}}{3}$.

3) א. III. $q>1.07$ ב. (1) 1,927,808 שקלים ב. (2) 12% ג. שנת 2038.

4) א. (1) $x\neq\ln 3$ א. (2) $x=\ln 3$ ב. $\left(0,-\frac{1}{2}\right)$.

ג. $\min\left(\ln 6,12\right)$ ד. עלייה: $x>\ln 6$, ירידה: $\ln 3<x<\ln 6$, $x<\ln 3$.

ה. להלן סרטוט: ו. (1) $\max\left(\ln 6,3\right)$ ו. (2) 2 נקודות חיתוך.



5) א. $x>0$ ב. $a=3$ ג. $\left(0.5,0\right)$ ד. $\min\left(\frac{1}{2e},-\frac{3}{2e}\right)$.

ה. גרף I: $f\left(x\right)$, גרף II: $f'\left(x\right)$ ו. 14.36.

בגרות קיץ 2024 מועד ב':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) נתונה סדרה חשבונית A שאיבריה הם: $a_1, a_2, a_3, \ldots$ ובה 25 איברים.

נתון: $a_{13} = 20$, הפרש הסדרה הוא 6.

א. מצאו את a_1.

ב. מצאו את סכום האיברים שנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3, \ldots$ וגם בה 25 איברים.

האיבר הראשון בסדרה הוא 2.

נסמן את הפרש הסדרה B ב- d.

מכל איברי הסדרות A ו-B בונים סדרה חשבונית חדשה שאיבריה הם:

$a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \ldots$.

ג. (1) מצאו את האיבר הראשון של הסדרה החדשה.

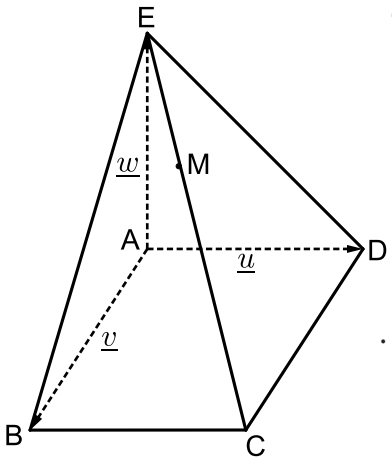
(2) הביעו באמצעות d את הפרש הסדרה החדשה.

(3) נתון כי סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3,250.

מצאו את d.

2) בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCDE שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה M נמצאת על המקצוע EC כך שמתקיים $\overrightarrow{CM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{CE}$.



AE מאונך לבסיס הפירמידה.

נסמן: $\overrightarrow{AE}=\underline{w}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AB}=\underline{v}$.

נתון: $|\underline{w}|=|\underline{u}|$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{AM}$ באמצעות $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו- $\underline{w}$.

(2) הוכיחו כי $\overrightarrow{AM}$ מאונך ל- $\overrightarrow{CE}$.

נתון: האורך של צלע הריבוע ABCD הוא 6, $A(0,0,6)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x.

הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y.

הקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ב. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים E ו-C.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ג. חשבו את שטח המשולש AMC.

3) מתחילת שנת 2018, כמות הדבש בכוורת דבורים מסוימת קטנה בכל חודש באחוז קבוע.
לאחר 8 חודשים כמות הדבש בכוורת הייתה 45% מכמות הדבש בתחילת שנת 2018.

א. מצאו בכמה אחוזים קטַנה כמות הדבש בכל חודש.

ב. מצאו בכמה אחוזים קָטנה כמות הדבש בכוורת כעבור 10 חודשים מתחילת שנת 2018.

ג. מצאו כעבור כמה חודשים מתחילת שנת 2018 קָטנה כמות הדבש ב-33% בהשוואה לתחילת השנה.

מתחילת שנת 2019 והלאה כמות הדבש בכוורת גדלה בכל חודש באחוז קבוע.
בתחילת שנת 2019 הייתה בכוורת כמות של k ק"ג דבש.

הפונקציה $f(t)=k\cdot(1.05)^t$ מתארת את כמות הדבש בכוורת (בק"ג) כפונקציה של הזמן (בחודשים).

בתחילת שנת 2018 הייתה בכוורת כמות של 600 ק"ג דבש.

ד. מצאו את כמות הדבש שהייתה בכוורת בתחילת שנת 2021.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{(ax-1)}}{x^2}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x.

(3) הסבירו מדוע הפונקציה $f(x)$ חיובית, בעבור כל x בתחום ההגדרה שלה.

נתון כי הנקודה $\left(-1,\frac{1}{e^3}\right)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=2$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

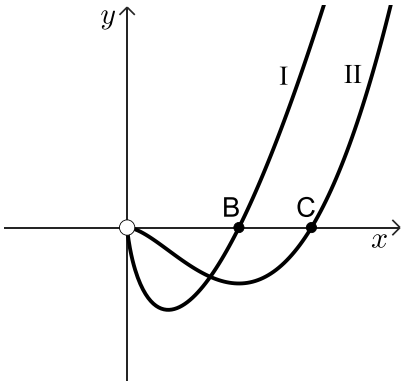
(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+k$, k הוא פרמטר.

נתון כי לישר: $y=-4e$ ולגרף הפונקציה $g(x)$ יש בדיוק שתי נקודות משותפות.

ד. מצאו את הערך של k.

5) בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II.
אחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$,
והאחר מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבעו איזה מן הגרפים I, II מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x)=x^2\cdot(2\ln(x)-1)$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$,
וקבעו את סוגה על פי הגרף.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף I עם ציר ה- x,
והנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף II עם ציר ה- x.

ג. מצאו את אורך הקטע BC.

דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- y.

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי הישר המקביל לציר ה- y
ועל ידי ציר ה- x (השטח שברביע הראשון).

תשובות סופיות:

1) א. $a_1=-52$ ב. 260 ג. (1) $a_1+b_1=-50$ (2) $6+d$.

ג. (3) $d=9$.

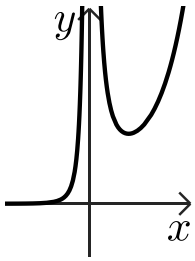
2) א. (1) $\overrightarrow{CE}=-\underline{u}-\underline{v}+\underline{w}$, $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{v}+\frac{1}{3}\underline{w}$ א. (2) שאלת הוכחה.

ב. (1) $E(0,0,6)$, $C(6,6,0)$ ב. (2) $M(2,2,4)$ ג. $S_{\Delta AMC}=12\sqrt{2}$.

3) א. 9.5% ב. 63.14% ג. כ-4 חודשים ד. 584.1 ק"ג.

4) א. (1) $x\neq 0$ א. (2) $x=0$ א. (3) ראו סרטון ב. $a=2$.

ג. (1) $\min(1,e)$ ג. (2) להלן סרטוט: ד. $k=-5e$.



1) א. גרף I: $f'(x)$, II: $f(x)$ ב. (1) $x>0$ ב. (2) $\min(1,-1)$.

ג. $\sqrt{e}-1=0.649$ ד. 1.

שאלון 472

פרק 19

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2023

מועד חורף 52
קיץ מועד א 56
קיץ מועד ב 60
קיץ מועד מיוחד 64

בגרות חורף 2023:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

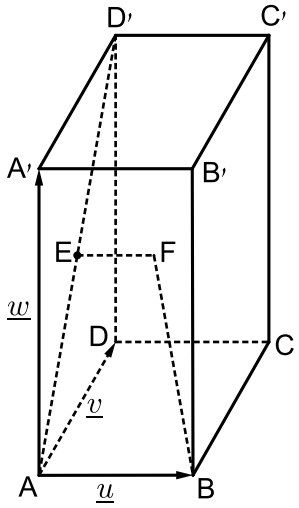
פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה $ABCDA'B'C'D'$.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $AA'D'D$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.

הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{2}\underline{u}$.



א. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{BD'}$ ו- $\overrightarrow{AE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

(2) הוכיחו: $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD'}$.

ב. (1) הסבירו מדוע EF מקביל ל-AB.

(2) הוכיחו: $\overrightarrow{AB}$ מאונך ל- $\overrightarrow{AE}$.

נתון: בסיס התיבה ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 2.

נפח התיבה הוא 16.

ג. (1) חשבו את אורך המקצוע הצדדי של התיבה.

(2) חשבו את אורך הווקטור $\overrightarrow{BF}$.

ד. (1) חשבו את גודל הזווית ABF.

(2) מצאו את הגדלים של שאר הזוויות של המרובע AEFB.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

3) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{e^{2x}}{x^2-6}$.

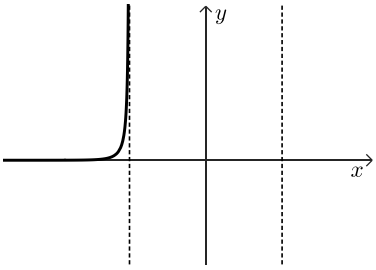
א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.

ד. לפניכם סקיצה חלקית של גרף הפונקציה $f(x)$.



העתיקו את הסקיצה למחברת והשלימו בה את החלקים החסרים של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+c$, כאשר c פרמטר.

ה. מצאו את שני הערכים האפשריים של c, עבורם יש לפונקציה $g(x)$ נקודת קיצון על הישר $y=4$.

נמקו את תשובתכם.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=(\ln x)^2-a\cdot\ln x+3$. a הוא פרמטר.

אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x היא $(e^3,0)$.

א. מצאו את a.

הציבו $a=4$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ו שלפניכם.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך האחרת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

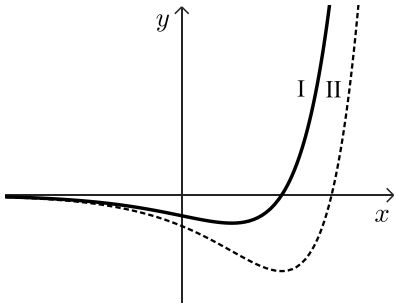
ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=|f(x)|$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

5) בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים: I, II.
אחד מהם הוא גרף הפונקציה $f(x)$, והאחר הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
כל אחד מן הגרפים חותך את ציר ה-x בנקודה אחת בלבד.



א. איזה מן הגרפים I, II מתאים לגרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמקו.

נתון: $f(x)=(x-3)\cdot e^x$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f'(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה-y.

תשובות סופיות:

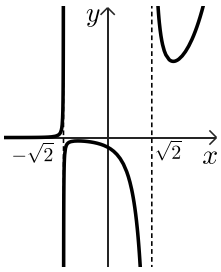
1) א. (1) $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{BD'}=-\underline{u}+\underline{v}-\underline{w}$ (2) $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BD'}$ ב. (1) ראו סרטון.

ב. (2) שאלת הוכחה ג. (1) 4 (2) $\left|\overrightarrow{BF}\right|=\sqrt{6}$ ד. (1) $\sphericalangle ABF=65.91°$.

ד. (2) $\sphericalangle BAE=90°$, $\sphericalangle AEF=90°$, $\sphericalangle EFB=114.09°$.

3) א. (1) $x\neq\pm\sqrt{2}$ (2) $x=\pm\sqrt{2}$ ב. $\left(0,-\frac{1}{2}\right)$.

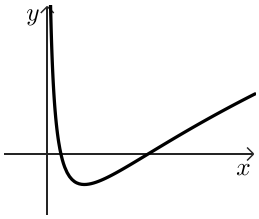
ג. $\max\left(-1,-\frac{1}{e^2}\right)$, $\min\left(2,\frac{e^4}{2}\right)$ ד. להלן סרטוט:



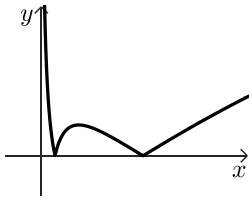
ה. $c=3-\frac{e^4}{2}$, $c=3+\frac{1}{e^2}$.

4) א. $a=4$ ב. $x>0$ ג. $(e,0)$ ד. $\min\left(e^2,-1\right)$.

ה. להלן סרטוט:

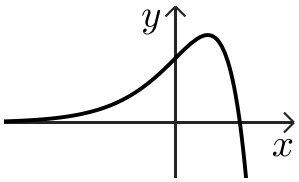


ו. להלן סרטוט:



5) א. גרף I ב. כל x ג. $(3,0)$, $(0,-3)$ ד. עלייה: $x>2$, ירידה: $x<2$.

ה. להלן סרטוט:



ו. $2e^2-6\approx 8.778$.

בגרות קיץ 2023 מועד א':

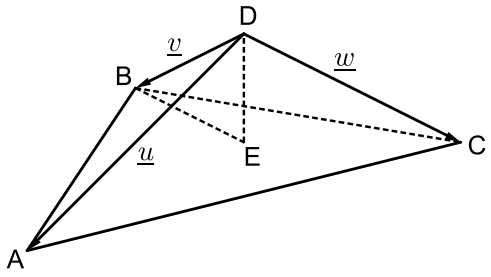
יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) בפירמידה המשולשת ABCD המקצועות AD, BD ו-CD מאונכים זה לזה (ראו סרטוט).
הנקודה E נמצאת על המישור ABC, ומתקיים:

$$\overrightarrow{BE}=\frac{1}{9}\overrightarrow{BA}+\frac{4}{9}\overrightarrow{BC}$$



נסמן: $\overrightarrow{DA}=\underline{u}$, $\overrightarrow{DB}=\underline{v}$, $\overrightarrow{DC}=\underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}|=2$, $|\underline{v}|=|\underline{w}|=1$.

ב. (1) חשבו את אורכי המקצועות BA ו-BC.

(2) חשבו את גודל הזווית ABC.

(3) חשבו את שטח המשולש ABC.

ג. הוכיחו כי הווקטור $\overrightarrow{DE}$ מאונך למישור ABC.

ד. חשבו את נפח הפירמידה ABCD.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

3) בבנק מסחרי יש שני סוגים של חוב: חוב של הבנק ללקוח (כאשר הלקוח מפקיד כסף בבנק) וחוב של הלקוח לבנק (כאשר הבנק מלווה כסף ללקוח).
בבנק מסחרי מסוים, כאשר הבנק חייב כסף ללקוח, הוא משלם ללקוח ריבית בגובה של 1.5% מן החוב בכל שנה. בתחילת שנת 2023 הפקיד דני בבנק 10,000 ₪.

א. איזו מבין הפונקציות 1– 4 שלפניכם מתארת את גובה החוב של הבנק לדני לפי השנים t?

(1) $f(t)=10{,}000\cdot 1.015^t$

(2) $f(t)=10{,}150\cdot 1.02^t$

(3) $f(t)=10{,}150\cdot 2^t$

(4) $f(t)=10{,}000\cdot 1.5^t$

ב. כמה כסף יהיה הבנק חייב לדני כעבור 20 שנה מן היום שבו הפקיד דני את הכסף?

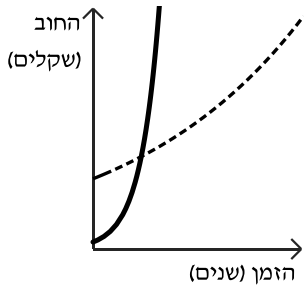
כאשר הבנק הזה מלווה כסף ללקוח, הוא גובה ממנו ריבית של 15% מגובה החוב בכל שנה.
בתחילת שנת 2023 לוותה יעל 1,000 ₪ מן הבנק.

ג. מצאו את הפונקציה $g(t)$ המתארת את גובה החוב של יעל לבנק לפי השנים t.

ד. בסרטוט שבסוף השאלה מתוארים הגרפים של הפונקציה $f(t)$ ושל הפונקציה $g(t)$.
איזו פונקציה מתאר הקו המקווקו? נמקו.

בתחילת כל שנה הבנק מברר את המאזן שלו: כמה כסף לקוחותיו חייבים לו,
וכמה כסף הוא חייב ללקוחותיו.

ה. בתחילתה של איזו שנה יגלה הבנק שהחוב שלו לדני קטן מן החוב של יעל לבנק?



פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=e^x\cdot\left(e^x-6\right)^2$, המוגדרת לכל x.

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. הראו כי מתקיים: $f(x)=e^{3x}-12e^{2x}+36e^x$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

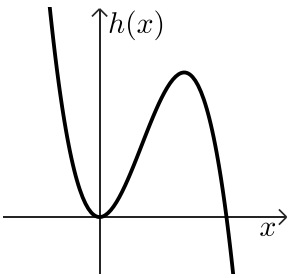
נתונה הפונקציה: $g(x)=e^{3x}$, העולה לכל x.

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) באותה מערכת צירים שבה שרטטתם את גרף הפונקציה $f(x)$,
סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בקו מקווקו.

(3) מצאו את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$,
על ידי הגרף של הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- y.

5) בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה: $h(x)=-2x^3+6x^2$
המוגדרת לכל x.



א. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $h(x)$
עם ציר ה- x.

(2) היעזרו בגרף, ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של
הפונקציה $h(x)$.

נתונה הפונקציה: $f(x)=\ln\left(-2x^3+6x^2\right)$.

ב. היעזרו בתשובתכם לתת סעיף א(2), ומצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)+4$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

ה. מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגה?

תשובות סופיות:

1) א. $\overrightarrow{BA}=\underline{u}-\underline{v}$, $\overrightarrow{BC}=-\underline{v}+\underline{w}$, $\overrightarrow{DE}=\frac{1}{9}\underline{u}+\frac{4}{9}\underline{v}+\frac{4}{9}\underline{w}$ ב. (1) $BA=\sqrt{5}$, $BC=\sqrt{2}$.

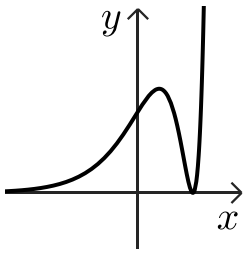
ב. (2) $\sphericalangle ABC=71.565°$ ב. (3) 1.5 ג. שאלת הוכחה ד. $\frac{1}{3}$.

3) א. תשובה (1) ב. 13,468.55 ש"ח ג. $g(t)=1{,}000\cdot 1.15^{t}$.

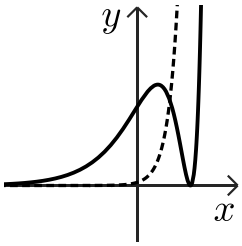
ד. $f(t)=10{,}000\cdot 1.015^{t}$ ה. שנת 2042.

4) א. $(0,25)$, $(\ln 6,0)$ ב. ראו סרטון ג. $\max(\ln 2,32)$, $\min(\ln 6,0)$

ד. להלן סרטוט:



ה. (1) $(\ln 3,27)$ ה. (2) להלן סרטוט:



ה. (3) 24.

5) א. (1) $(0,0)$, $(6,0)$ א. (2) חיוביות: $0<x<6$, שליליות: $x<0$, $x>6$.

ב. $0<x<6$, $x<0$ ג. $x=6$, $x=0$ ד. $\max(4,\ln 64)$.

ה. $\min(4,3.89)$.

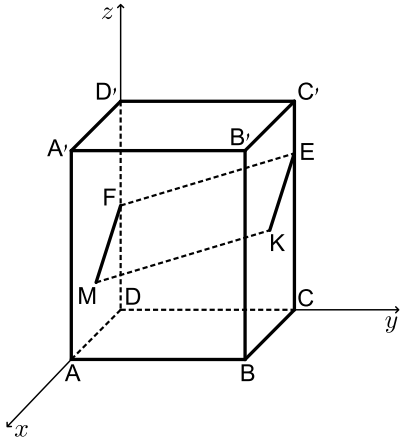
בגרות קיץ 2023 מועד ב':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) תיבה ממוקמת במערכת צירים כך שהקודקוד D נמצא בראשית הצירים.
הקודקודים A, C, D' נמצאים על החלקים החיוביים של ציר ה-x, של ציר ה-y ושל ציר ה-z בהתאמה (ראו סרטוט).



נתון: $AD = 2$, $DC = 5$, נפח התיבה הוא 80.

א. (1) מצאו את שיעורי הקודקוד D'.

(2) חשבו את השיעורים של הקודקודים A, B, C, C'.

נתון: הנקודה E נמצאת על המקצוע CC' ומקיימת: $\overrightarrow{CE} = \frac{3}{4}\overrightarrow{CC'}$.

הנקודה F היא אמצע המקצוע DD',
הנקודה K היא נקודת החיתוך של אלכסוני הפאה BB'C'C,
הנקודה M נמצאת על הפאה AA'D'D ומקיימת:
המרובע FEKM הוא מקבילית.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות E, F, K.

ג. (1) חשבו את גודל הזווית FEK.

(2) חשבו את שטח המקבילית FEKM.

ד. (1) מצאו את שיעורי הנקודה M.

(2) הסבירו מדוע הנקודות A, M, F נמצאות על אותו ישר.

(3) חשבו פי כמה שטח המקבילית FEKM גדול משטח המשולש AMK.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

3) אחד הבנקים מלווה כסף לגופים מסחריים בריבית קבועה.

א. הנהלת הבנק קבעה ריבית של 1.45% לשנה.

(1) חברת "היי-טק" לוותה 1,000,000 שקלים לשנתיים.

מהו גובה הסכום שהיה על החברה להחזיר לבנק בתום השנתיים?

(2) חברת "התעשייה" לוותה 1,000,000 שקלים ל-3 חודשים.

מהו גובה הסכום שהיה עליה להחזיר לבנק בתום 3 החודשים?

(3) חברת "הבנייה" לוותה 2,000,000 שקלים, והחזירה לבנק בתום תקופת ההלוואה סכום של 2,103,353.05 שקלים. מה היה משך תקופת ההלוואה?

הנהלת הבנק התחלפה, ואז הציע הבנק ללקוחותיו המסחריים שני מסלולי הלוואה חדשים לשנתיים:

מסלול 1 - מסלול בריבית משתנה: 1% ריבית לשנה הראשונה, ו-2.2% ריבית לשנה השנייה.

מסלול 2 - מסלול בריבית שנתית קבועה לשנתיים.

ב. חברה לווה סכום מסוים.

מה צריכה להיות הריבית השנתית במסלול 2, כדי שבתום השנתיים יקבל הבנק מן החברה את אותו סכום החזר בשני המסלולים?

פרטו את חישוביכם.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=(2x^2-15x+27)\cdot e^{5-x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

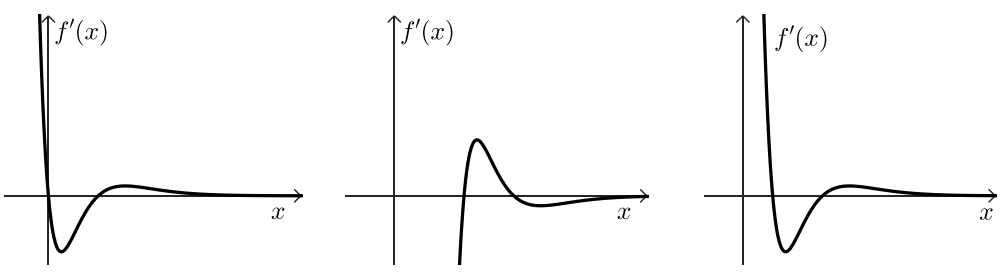
(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. אחד מן הגרפים I-III שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם

ד. קבעו עבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x)<0$ וגם $f'(x)<0$. נמקו את קביעתכם.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x.



III II I

5) נקודת הפונקציה: $f(x)=\frac{(\ln x)^2}{4x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)$.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.

נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

ה. (1) מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.

(2) מצאו ערך של c שבעבורו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישר: $y=c$ שווה ל- S. נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

1) א. (1) $D'(0,0,8)$ א. (2) $A(2,0,0)$, $B(2,5,0)$, $C(0,5,0)$, $C'(2,5,8)$.

ב. $E(0,5,6)$, $F(0,0,4)$, $K(1,5,4)$ ג. (1) $\sphericalangle FEK = 70.6°$ ג. (2) 11.36.

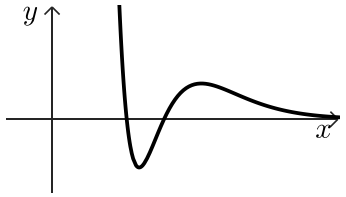
ד. (1) $M(1,0,2)$ ד. (2) ראו סרטון ד. (3) פי 2.

3) א. (1) 1,029,210.25 ש"ח א. (2) 1,003,605.45 ש"ח א. (3) 3.5 שנים.

ב. 1.6%.

4) א. כל x ב. (1) $(4.5,0)$, $(3,0)$, $(0,27e^5)$.

ב. (2) $\min(3.5,-4.48)$, $\max(6,3.31)$ ב. (3) להלן סרטוט:



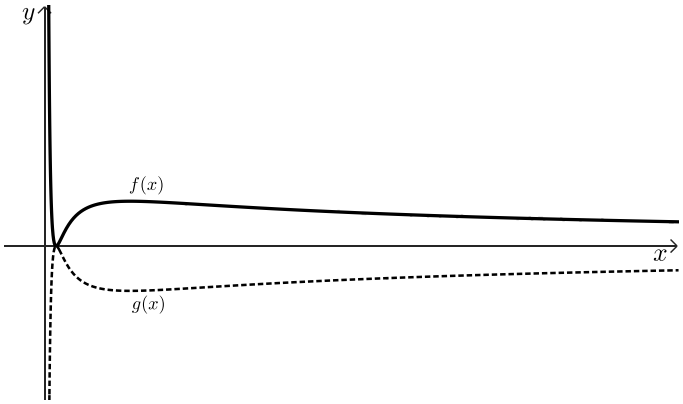
ג. גרף II.

ד. $3 < x < 3.5$.

ה. 7.79.

5) א. $x > 0$ ב. $(1,0)$ ג. $\min(1,0)$, $\max\left(e^2,\frac{1}{e^2}\right)$.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) $y = \frac{1}{e^2}$ ה. (2) $y = -\frac{1}{e^2}$.



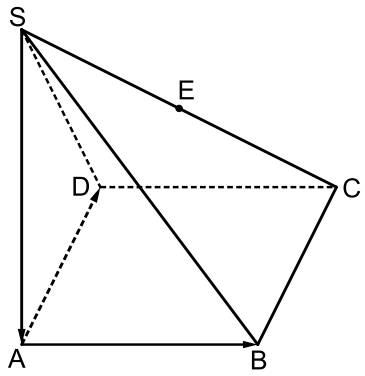
בגרות קיץ 2023 מועד מיוחד:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.
המקצוע SA מאונך לבסיס הפירמידה.
הנקודה E היא אמצע המקצוע SC (ראו סרטוט).



נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{v}$, $\overrightarrow{SA}=\underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{SC}$, $\overrightarrow{EB}$ ו-$\overrightarrow{ED}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-$\underline{w}$.

נתון: $\overrightarrow{EB}$ מאונך ל-$\overrightarrow{ED}$, $|\underline{v}|=3$, $|\underline{u}|=4$.

ב. מצאו את $|\underline{w}|$.

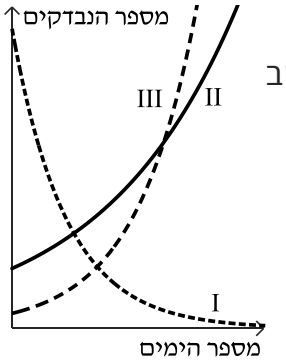
נתון: $D(0,0,0)$,
הצלע AD מונחת על החלק החיובי של ציר ה-x,
הצלע DC מונחת על החלק החיובי של ציר ה-y,
שיעור ה-z של הנקודה S הוא חיובי.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות C, A ו-S.

ד. חשבו את שטח המשולש DEB.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

3) לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות המתארות את מספר הנדבקים בנגיף הקורונה לפי ימים בשלושה יישוב א, ב ו-ג.



הפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום ביישוב א היא: $M(t)=10\cdot(1.5)^t$,

והפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ב היא: $G(t)=100\cdot(1.2)^t$.

א. מבין הגרפים I–III קבעו איזה גרף מתאר את מספר הנדבקים ביישוב א, ואיזה גרף מתאר את מספר הנדבקים ביישוב ב. נמקו את תשובותיכם.

ב. מה היה מספר הנדבקים ביישוב ב לאחר 8 ימים?

ג. מצאו לאחר כמה ימים היה מספר הנדבקים ביישוב א שווה למספר הנדבקים ביישוב ב.

בזמן הבדיקה הראשונית של יישובים א ו-ב, היה מספר הנדבקים ביישוב ג גדול פי 40 ממספר הנדבקים ביישוב ב, לכן הוחלט לתת ביישוב ג תרופה ניסיונית.
בעקבות כך קטן מספר הנדבקים ביישוב ג באופן מעריכי.
לאחר 8 ימים היו ביישוב ג 107 נדבקים.

ד. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ג.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{e^{a+x}}{x-3}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x.

נתון כי הנקודה: $\left(5,\frac{e^6}{2}\right)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את הפרמטר a.

הציבו בפונקציה $f(x)$ את הפרמטר a שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)+18$ המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

נמקו את תשובתכם.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=(2+\ln x)\cdot(-4+\ln x)$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

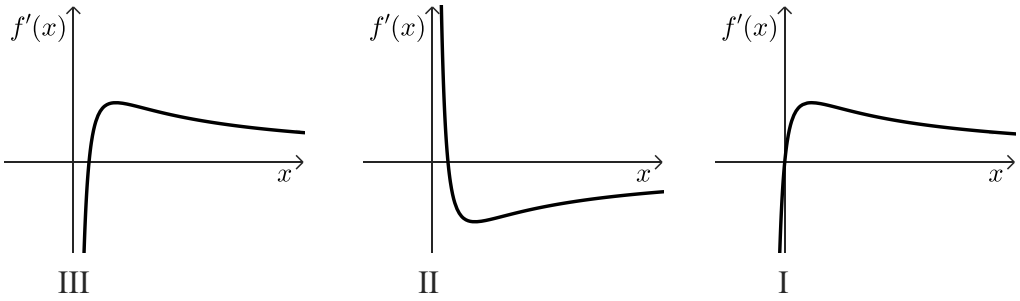
ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) אחד מן הגרפים I-III שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר: $x=\sqrt{e}$ ועל ידי ציר ה-x.



תשובות סופיות:

1) א. $\overrightarrow{SC}=\underline{u}+\underline{v}+\underline{w}$, $\overrightarrow{EB}=\frac{1}{2}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{ED}=-\frac{1}{2}\underline{u}+\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$ ב. $|\underline{w}|=5$.

ג. $A(3,0,0)$, $C(0,4,0)$, $S(3,0,5)$ ד. 6.25.

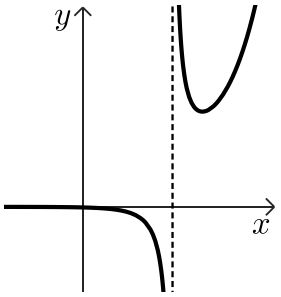
3) א. יישוב א: גרף III, יישוב ב: גרף II ב. 430 נדבקים.

ג. לאחר 10.32 ימים (ביום ה-11) ד. 36.41%.

4) א. (1) $x\neq 3$ (2) $x=3$ ב. $a=1$.

ג. (1) $(4,e^5)$ מינימום. ג. (2) ירידה: $3<x<4$ או $x<3$.

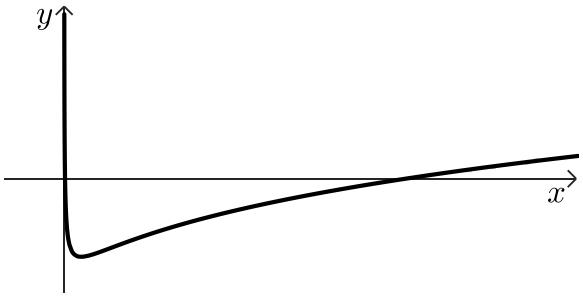
ג. (3) $\left(0,-\frac{e}{3}\right)$ ד. להלן סרטוט:



ה. חיוביות: $x<3$,
שליליות: $x>3$.

5) א. $x>0$ ב. $(e^4,0)$, $(e^{-2},0)$ ג. $(e,-9)$ מינימום.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) גרף III. ה. (2) 0.25 .



שאלון 472

פרק 20

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2022

מועד חורף 69
מועד חורף נבצרים 73
קיץ מועד א 77
קיץ מועד ב 81

בגרות חורף 2022:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה משולש ABC (ראו סרטוט).

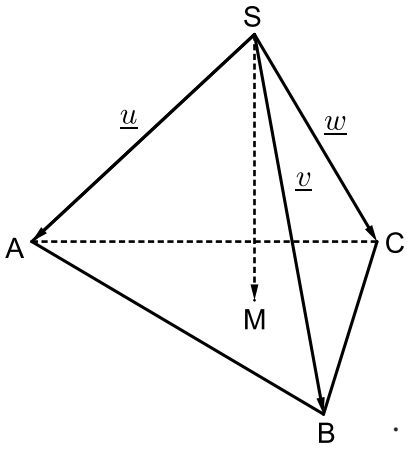
אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3.

נתון: $\sphericalangle ASB = \sphericalangle BSC = \sphericalangle ASC = 30°$.

נסמן: $\overrightarrow{SA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{SB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{SC} = \underline{w}$.

הנקודה M נמצאת במישור ABC.

ידוע כי $\overrightarrow{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.



א. חשבו את המכפלות הסקלריות: $\underline{u}\cdot\underline{v}$, $\underline{v}\cdot\underline{w}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}$.

ב. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AB}$ ו-$\overrightarrow{AC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-$\underline{w}$.

(2) חשבו את אורכי הווקטורים $\overrightarrow{AB}$ ו-$\overrightarrow{AC}$.

(3) מצאו את גודל הזווית BAC.

ג. הראו כי $\overrightarrow{SM}$ מאונך למישור ABC.

נסמן: $\left|\overrightarrow{SM}\right| = m$.

ד. הביעו את נפח הפירמידה SABC באמצעות m.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

3) בתחילת שנת 2020 התגלה נגיף ביישוב מסוים.
מספר החולים ביישוב עלה בקצב מעריכי קבוע.
כשהתגלה הנגיף היו ביישוב 104 חולים בנגיף,
וכעבור חמישה חודשים היו ביישוב 200 חולים בנגיף.
ביום שבו אובחנו ביישוב 200 חולים בנגיף, חוסנה כל האוכלוסייה ביישוב נגד אותו הנגיף.
מאותו יום, ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בקצב מעריכי קבוע.
אחרי 3 חודשים ממתן החיסון, היה מספר החולים בנגיף ביישוב 40% ממספרם לפני מתן החיסון.

א. מזמן גילוי הנגיף ועד למתן החיסון לאוכלוסיית היישוב,
פי כמה עלה מספר החולים בנגיף בכל חודש?

ב. מצאו את האחוז הקבוע שבו ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בכל חודש מאז מתן החיסון.

ג. (1) כמה חודשים עברו מזמן גילוי הנגיף ועד היום שבו אובחנו 20 חולים בלבד בנגיף?
(2) אם האוכלוסייה ביישוב לא הייתה מתחסנת,
וקצב העלייה במספר החולים לא היה משתנה,
מה היה בערך מספר החולים ביישוב באותה תקופת זמן שמצאתם בתת-סעיף ג(1)?

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{8}{e^x}+\frac{e^x}{2}+c$, c הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

ב. מצאו את c.

הציבו בפונקציה $f(x)$ את הערך של c שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב-S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ועל ידי ציר ה-x.

נסמן ב-S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $-f(x)$, ועל ידי ציר ה-x.

נסמן ב-S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $2\cdot f(x)$, ועל ידי ציר ה-x.

ו. בעבור כל אחד מן השטחים S_1 ו-S_2 קבעו אם הוא גדול מ-S, קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעותיכם.

5) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{\ln(x+1)}{x+1}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטה המאונכת לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. מצאו את התחום שבעבורו מתקיים $f(x)\cdot f'(x)>0$.

תשובות סופיות:

1) א. $\underline{u}\cdot\underline{v}=4.5\sqrt{3}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}=4.5\sqrt{3}$, $\underline{v}\cdot\underline{w}=4.5\sqrt{3}$ ב. (1) $\overrightarrow{AB}=-\underline{u}+\underline{v}$, $\overrightarrow{AC}=-\underline{u}+\underline{w}$.

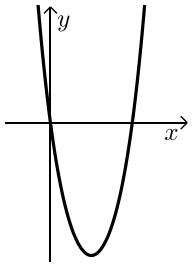
ב. (2) $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{18-9\sqrt{3}}\approx 1.553$, $\left|\overrightarrow{AC}\right|=\sqrt{18-9\sqrt{3}}\approx 1.553$ ב. (3) $\sphericalangle BAC=60°$.

ג. ראו סרטון ד. $V_{SABC}=\frac{-9+6\sqrt{3}}{4}\cdot m\approx 0.3481m$.

3) א. פי 1.14 ב. 26.32% ג. (1) 12.54 חודשים ג. (2) בערך 536 חולים.

4) א. כל x ב. $c=-8.5$ ג. $(\ln 16,0)$ ד. $\min(\ln 4,-4.5)$.

ה. להלן סרטוט:

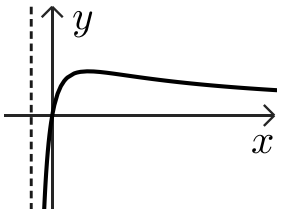


ו. $S_1=S$, $S_2>S$.

5) א. (1) $x>-1$ א. (2) $x=-1$ ב. $(0,0)$ ג. $\max\left(e-1,\frac{1}{e}\right)$.

ד. עליה: $-1<x<e-1$, ירידה: $x>e-1$

ה. להלן סרטוט:



ו. $0<x<e-1$.

בגרות חורף 2022 נבצרים:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

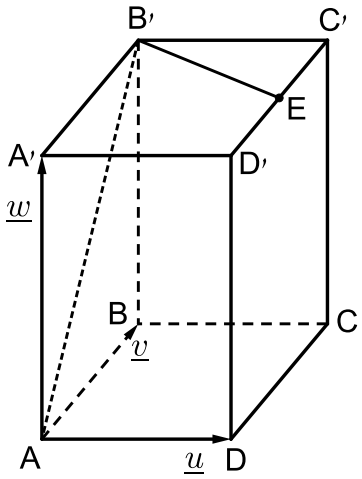
פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) במנסרה ישרה $ABCDA'B'C'D'$ הבסיס $ABCD$ הוא מעוין.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 2, $\sphericalangle BAD = 60°$, נפח המנסרה הוא $8\sqrt{3}$.

הנקודה E היא אמצע המקצוע $C'D'$.

נסמן: $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$.



א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{B'E}$ ו- $\overrightarrow{B'A}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

ב. לפניכם שלוש טענות (1-3). קבעו אלו מהטענות נכונות. נמקו.

(1) $\underline{u} \cdot \underline{v} = 0$.

(2) $\underline{u} \cdot \underline{w} = 0$.

(3) $\overrightarrow{B'A}$ מאונך ל- $\overrightarrow{B'E}$.

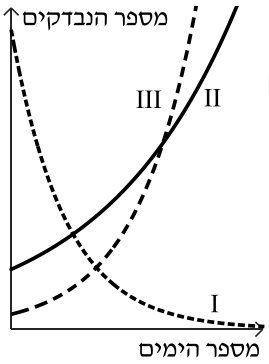
ג. חשבו את אורך הגובה של המנסרה.

ד. (1) חשבו את אורך הווקטור $\overrightarrow{B'E}$.

(2) חשבו את שטח המשולש $AB'E$.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

3) לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות המתארות את מספר הנדבקים בנגיף הקורונה לפי ימים בשלושה יישובים



הפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום ביישוב א' היא $M(t)=10\cdot(1.5)^t$, וביישוב ב' היא $G(t)=100\cdot(1.2)^t$.

א. התאימו לכל אחד מן היישובים א' וב' את גרף הפונקציה מבין הגרפים I-III. נמקו.

ב. מה היה מספר הנדבקים ביישוב ב' לאחר 8 ימים?

ג. חשבו לאחר כמה ימים מספר הנדבקים ביישוב א' וביישוב ב' היה שווה.

בזמן הבדיקה הראשונית של יישובים א' וב', ביישוב ג' מספר הנדבקים היה גדול פי 40 ממספר הנדבקים ביישוב ב', לכן הוחלט לתת ביישוב ג' תרופה ניסיונית ומספר הנדבקים קטן באופן מעריכי.

לאחר 8 ימים מספר הנדבקים ביישוב ג' היה רבע ממספר הנדבקים ב יישוב ב'.

ד. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ג'.

ה. הוחלט לסגור את בתי הספר ביישוב בו מספר הנדבקים יגיע ל-600. האם יסגרו את בתי הספר באחד מי ישובים אלו במהלך 10 הימים מהבדיקה הראשונית? נמקו.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה $f(x)=2\ln(x^2-a)$, a פרמטר חיובי.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $x=5$ שווה ל- 1.25.

א. מצאו את a.

הציבו $a=9$ וענה על הסעיפים הבאים:

ב. (1) רשמו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

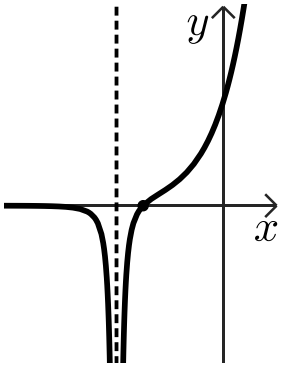
נתונה הפונקציה $g(x)=f(x-4)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. האם הפונקציה $g(x)$ זוגית / אי זוגית / או לא זוגית ולא אי זוגית? נמקו.

5) הפונקציות $f(x)$ ו-$f'(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq -2$.

לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה אחת $(a,0)$.

a הוא קבוע.

א. הביעו באמצעות a את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון גם כי: $f(x)=\frac{e^{2x}}{x+2}$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ורשמו את הערך של a.

ג. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ה. מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה-x וציר ה-y.

תשובות סופיות:

1) א. $\overrightarrow{B'A} = -\underline{v} - \underline{w}$, $\overrightarrow{B'E} = \underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v}$ ב. (1) הטענה אינה נכונה ב. (2) הטענה נכונה.

ב. (3) הטענה נכונה ג. 4 ד. (1) $\left|\overrightarrow{B'E}\right| = \sqrt{3}$ ד. (2) $S_{\Delta AB'E} = \sqrt{15}$.

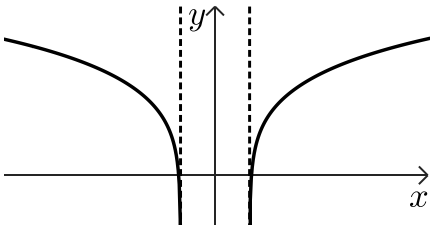
3) א. יישוב א: גרף III, יישוב ב:גרף II ב. 430 נבדקים ג. ביום ה-11.

ד. 36.66% ה. כן, סגרו בתי ספר בשני יישובים.

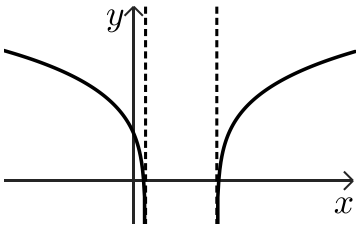
4) א. $a = 9$ ב. (1) $x > 3$, $x < 3$ ב. (2) $x = 3$, $x = -3$.

ב. (3) עליה: $x > -3$, ירידה: $x < -3$ ב. (4) $\left(\sqrt{10},0\right)$, $\left(-\sqrt{10},0\right)$

ב. (5) להלן סרטוט:



ג. להלן סרטוט:

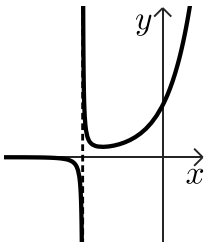


ד. לא זוגית ולא אי-זוגית.

5) א. $x = a$, מינימום ב. $\min\left(-1.5,\frac{2}{e^3}\right)$, $a = -1.5$.

ג. עליה: $x > -1.5$, ירידה: $-1.5 < x < -2$, $x < -2$ ד. $(0,0.5)$.

ה. $x = -2$ ו. להלן סרטוט:



ז. $S = 0.5 - \frac{2}{e^3}$.

בגרות קיץ 2022 מועד א':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

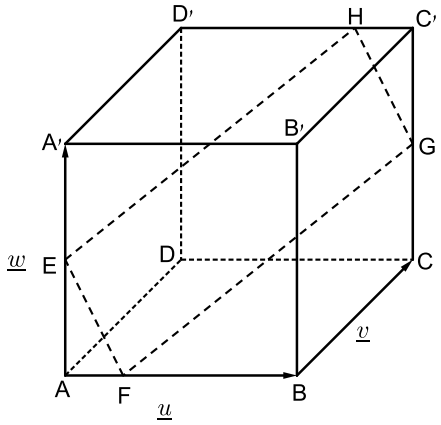
1) נתונה הקובייה $ABCDA'B'C'D'$ (ראו ציור).

הנקודות E ו-G הן אמצעֵי המקצועות AA' ו-CC' בהתאמה.

הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{AF}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$.

הנקודה H מקיימת: $\overrightarrow{D'H}=\frac{3}{4}\overrightarrow{D'C'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{BC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AA'}=\underline{w}$.



א. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{HG}$ ו-$\overrightarrow{EH}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-$\underline{w}$.

(2) האם המרובע EFGH הוא מקבילית? נמקו.

הנפח של הקובייה הנתונה הוא 512.

ב. (1) מצאו את אורך המקצוע של הקובייה.

(2) מצאו את אורכי הווקטורים $\overrightarrow{EF}$ ו-$\overrightarrow{EH}$.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית HEF.

(2) מצאו את שטח המרובע EFGH.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=(7-3x)\cdot e^{3x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

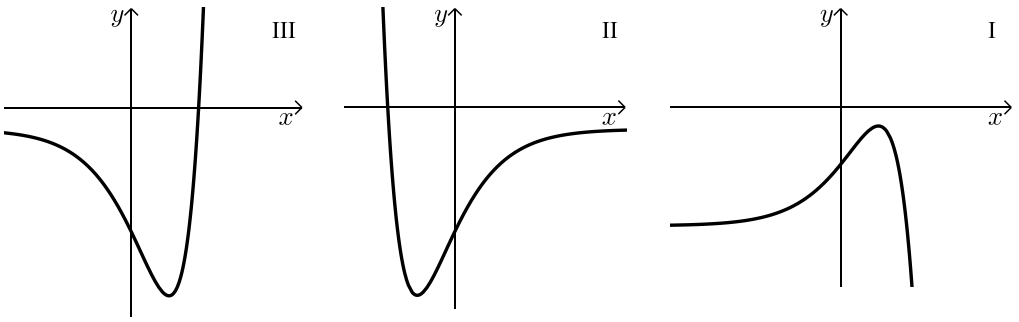
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-2\cdot f(x)-1$.

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) אחד מן הגרפים I-III שלפניכם מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=(\ln x)^3-3(\ln x)^2$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=\frac{1}{e}$, על ידי הישר $x=e$ ועל ידי ציר ה-x.

5) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מוגדרות לכל x.

נתון: $f'(x)=e^{x}-e^{2-x}$.

א. מצאו את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ חיובית לכל x.

ב. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. קבעו איזו מן האפשרויות (1)-(4) שלפניכם יכולה לתאר את הפונקציה $f(x)$. נמקו.

(1) $f(x)=e^{x}-e^{2-x}+c$

(2) $f(x)=e^{x}+\frac{1}{2}e^{2-x}+c$

(3) $f(x)=e^{x}-\frac{1}{2}e^{2-x}+c$

(4) $f(x)=e^{x}+e^{2-x}+c$

c הוא פרמטר.

דרך נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה-x.

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי האנך, ועל ידי הצירים הוא $e^{2}+e-1$.

ד. (1) מצאו את c.

(2) מצאו את ערך ה-y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

1) א. (1) $\overrightarrow{EF}=\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{FG}=\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{HG}=\frac{1}{4}\underline{u}-\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{EH}=\frac{3}{4}\underline{u}+\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$.

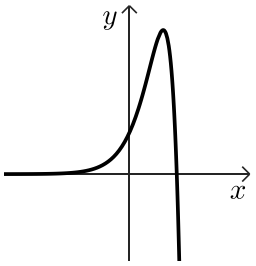
א. (2) המרובע EFGH הוא מקבילית ב. (1) 8 ב. (2) $\left|\overrightarrow{EF}\right|=\sqrt{20}$, $\left|\overrightarrow{EH}\right|=\sqrt{116}$.

ג. (1) $\sphericalangle HEF=94.76°$ ג. (2) $S_{EFGH}=48$.

3) א. כל x ב. $\left(2\frac{1}{3},0\right)$, $(0,7)$ ג. (1) $\max\left(2,e^6\right)=\max(2,403.43)$.

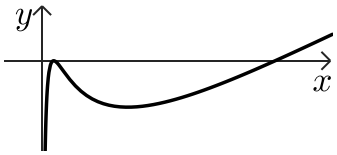
ד. להלן סרטוט: ה. (1) $\min(2,-807.858)$.

ה. (2) גרף III.

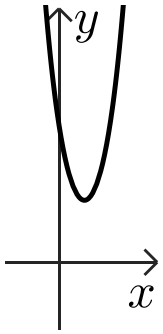


4) א. $x>0$ ב. $(1,0)$, $\left(e^3,0\right)$ ג. $\max(1,0)$, $\min\left(e^2,-4\right)$.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) חיובית: $x>e^2$, $0<x<1$, יורדת: $1<x<e^2$.



5) א. $x_{min}=1$ ב. להלן סרטוט: ג. אופציה 4 ד. (1) $c=e$ ה. $y_{min}=3e$.



בגרות קיץ 2022 מועד ב':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1–5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

1) בפירמידה המשולשת ABCD

הפאות ABD ו-ACD הן משולשים שווי צלעות (ראו סרטוט).

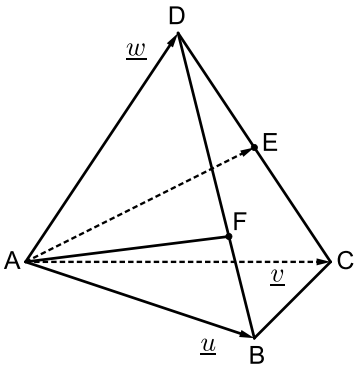
הנקודה E היא אמצע המקצוע CD.

הנקודה F נמצאת על המקצוע BD

ומחלקת אותו ביחס של $BF:FD=1:2$.

נסמן: $\overrightarrow{AB}=\underline{u}$, $\overrightarrow{AC}=\underline{v}$, $\overrightarrow{AD}=\underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}|=|\underline{v}|=|\underline{w}|=6$, $\sphericalangle BAC=45°$.



א. חשבו את המכפלות הסקלריות שלפניכם: $\underline{v}\cdot\underline{u}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}$, $\underline{w}\cdot\underline{v}$.

ב. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{CD}$ ו-$\overrightarrow{BD}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-$\underline{w}$ (אם יש צורך).

(2) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AE}$ ו-$\overrightarrow{AF}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו-$\underline{w}$ (אם יש צורך).

ג. לפניכם שלוש טענות (1)-(3). קבעו אילו מן הטענות נכונות ואילו אינן נכונות.
נמקו את כל תשובותיכם.

(1) $\overrightarrow{CD}$ מאונך ל-$\overrightarrow{AE}$.

(2) $\overrightarrow{CD}$ מאונך ל-$\overrightarrow{AF}$.

(3) $\overrightarrow{CD}$ מאונך למישור EAF.

2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

3) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x)=-2f(x)$ לכל x.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב-S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x=3$.

ז. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישר $x=3$. נמקו את תשובתכם.

4) נתונה הפונקציה: $f(x)=a+(\ln x)^2$. $a>0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה (הביעו באמצעות a, אם יש צורך).

נתונה הפונקציה: $g(x)=1+\ln x$ המוגדרת בתחום $x>0$.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ד. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$ ואחד מהם מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$.

קבעו איזה מהם מתאר את $f(x)$ ואיזה את $g(x)$, ונמקו את קביעתכם.

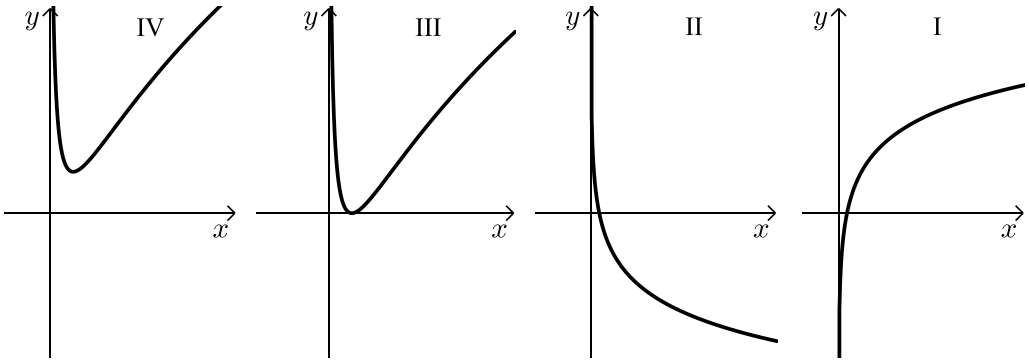
הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ נחתכים בשתי נקודות שונות.

שיעור ה-x של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא $x=e$.

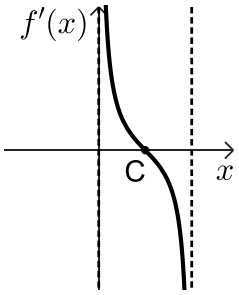
ה. (1) מצאו את a.

(2) מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

(3) בעבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x)<g(x)$?



5) $f(x)$ היא פונקציה. גרף פונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מתואר בסרטוט שלפניכם.



הגרף של פונקצית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה אחת בלבד, שבה $x=c$. c הוא פרמטר.

א. מצאו את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ על פי הגרף.
נמקו את תשובתכם.

נתון: $f(x)=\ln(4x-x^2)$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
בתשובתכם השאירו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וכתבו את ערכו של c.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)\cdot f'(x)$.

ו. מצאו את התחומים שבהם $g(x)$ חיובית. נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

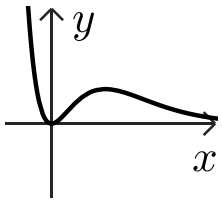
1) א. $\underline{u}\cdot\underline{v}=18\sqrt{2}$, $\underline{u}\cdot\underline{w}=18$, $\underline{v}\cdot\underline{w}=18$ ב. (1) $\overrightarrow{CD}=-\underline{v}+\underline{w}$, $\overrightarrow{BD}=-\underline{u}+\underline{w}$.

ב. (2) $\overrightarrow{AE}=\frac{1}{2}\underline{v}+\frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\underline{u}+\frac{1}{3}\underline{w}$ ג. (1) הטענה נכונה.

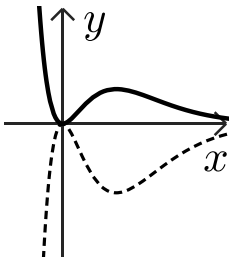
ג. (2) הטענה אינה נכונה ג. (3) הטענה אינה נכונה.

3) א. כל x ב. $(0,0)$ ג. $\max\left(2,\frac{4}{e^2}\right)$, $\min(0,0)$.

ד. עלייה: $0<x<2$, ירידה: $x>2$, $x<0$ ה. להלן סרטוט:



ו. להלן סרטוט: ז. 3S.



4) א. $x>0$ ב. $\min(1,a)$ ג. עלייה: $x>0$, ירידה: אף x.

ד. $g(x)\to$ I , $f(x)\to$ IV ה. (1) $a=1$ ה. (2) $(1,1)$ ה. (3) $1<x<e$.

5) א. מקסימום ב. $0<x<4$ ג. $(3.732,0)$, $(0.268,0)$

ד. $(2,\ln 4)$, $c=2$.

ה. להלן סרטוט: ו. $0<x<4$.

