

# שאלון 472



## תוכן העניינים:

1	פרק 1 - חוקי החזקות והשורשים
1	פרק 2 - משוואות ואי-שוויונים מעריכיים
1	פרק 3 - חוקי הלוגריתמים, משוואות ואי-שוויונים לוגריתמיים
1	פרק 4 - מבוא לסדרות
1	פרק 5 - הסדרה החשבונית
1	פרק 6 - הסדרה ההנדסית
1	פרק 7 - סדרות - פרק כללי
1	פרק 8 - וקטורים גיאומטריים
1	פרק 9 - וקטורים אלגבריים
1	פרק 10 - בעיות גדילה ודעיכה
1	פרק 11 - חשבון דיפרנציאלי של פונקציות מעריכיות
1	פרק 12 - חשבון דיפרנציאלי של פונקציות לוגריתמיות
1	פרק 13 - חשבון אינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות
1	פרק 14 - פתרון בידאו של בחינות 2026
7	פרק 15 - פתרון בידאו של בחינות שנת 2025
25	פרק 16 - פתרון בידאו של בחינות שנת 2024
41	פרק 17 - פתרון בידאו של בחינות שנת 2023
58	פרק 18 - פתרון בידאו של בחינות שנת 2022
75	פרק 19 - פתרון בידאו של בחינות 2025
75	פרק 20 - פתרון בידאו של בחינות 2024
75	פרק 21 - פתרון בידאו של בחינות 2023
91	פרק 22 - פתרון בידאו של בחינות 2022
107	פרק 23 - פתרון בידאו של בחינות 2021
131	פרק 24 - פתרון בידאו של בחינות 2020
141	פרק 25 - פתרון בידאו של בחינות 2019
150	פרק 26 - פתרון בידאו של בחינות 2018
161	פרק 27 - פתרון בידאו של בחינות 2017

171 _____	פרק 28 - פתרון בוידאו של בחינות 2016
180 .....	פרק 29 - פתרון בוידאו של בחינות 2015
189 .....	פרק 30 - פתרון בוידאו של בחינות 2014
201 .....	פרק 31 - פתרון בוידאו של בחינות 2013
210 .....	פרק 32 - פתרון בוידאו של בחינות 2012

# שאלון 472

פרק 14

## פתרון בידאו של בחינות 2026

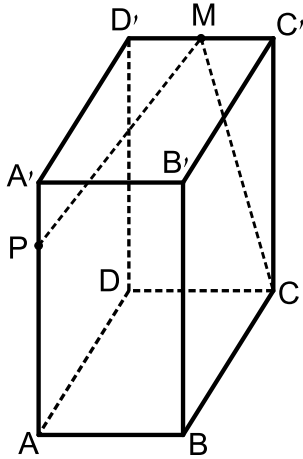
מועד חורף ..... 1

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



- (1) יריד ספרים ביישוב מסוים נמשך 7 ימים.  
כמות הספרים שנמכרו בכל יום ביריד הייתה גדולה פי 2 מכמות הספרים שנמכרו ביום שלפניו.  
ידוע כי בשלושת הימים הראשונים של היריד נמכרו 490 ספרים סך הכול.  
א. מצאו כמה ספרים נמכרו ביום הראשון של היריד.  
כל ספר ביריד נמכר ב־ 45 שקלים.  
ב. מצאו את סך כל ההכנסות ממכירת הספרים במשך 7 ימי היריד.  
לאחר שהסתיים יריד הספרים החליט מנהל היריד לתרום מחצית מכל ההכנסות שהתקבלו ביריד.  
מנהל היריד פרס את התרומה לכמה חודשים.  
בחודש הראשון הוא תרם 3,144 שקלים, ובכל חודש שלאחר מכן הוא תרם 243 שקלים יותר מבחודש שלפניו.  
ג. מצאו לכמה חודשים פרס מנהל היריד את התרומה.  
ד. מצאו מהו סכום הכסף שתרם מנהל היריד סך הכול בשני החודשים האמצעיים.



(2) בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה  $ABCDA'B'C'D'$  שבסיסה  $ABCD$  הוא מקבילית.

הנקודה  $M$  היא אמצע המקצוע  $C'D'$ ,

והנקודה  $P$  מקיימת  $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AA'}$ .

נסמן:  $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ .

א. הביעו באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  את הווקטורים  $\overrightarrow{CM}$  ו- $\overrightarrow{PM}$ .

נתון:  $\angle DAB = 60^\circ$ ,  $|\underline{v}| = 5$ ,  $|\underline{u}| = 4$ .

ב. מצאו את הערך של כל אחת מן המכפלות הסקלריות האלה:  $\underline{u} \cdot \underline{w}$ ,  $\underline{v} \cdot \underline{w}$ ,  $\underline{u} \cdot \underline{v}$ .

נתון: נפח המנסרה הוא  $60\sqrt{3}$ .

ג. מצאו את הערך של  $|\underline{w}|$ .

ד. הוכיחו כי  $\overrightarrow{PM}$  מאונך ל- $\overrightarrow{CM}$ .

ה. (1) הראו כי  $|\overrightarrow{PM}| = \sqrt{41.25}$ .

(2) חשבו את שטח המשולש  $PMC$ .





(3)

יעל הכינה שתי ריבות - ריבת תות וריבת שזיפים.  
היא מדדה את הטמפרטורה ההתחלתית של כל אחת מן הריבות באותו הזמן,  
ואז הכניסה אותן מייד למקרר.

הטמפרטורה של הריבות נמדדה במעלות צלזיוס.

הטמפרטורה ההתחלתית של ריבת התות הייתה גבוהה מזו של ריבת השזיפים.  
בכל דקה ירדה הטמפרטורה של כל אחת מן הריבות באחוז קבוע (כל אחת באחוז שונה).  
נתון כי לאחר זמן מסוים מרגע ההכנסה של הריבות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת  
השזיפים גבוהה מזו של ריבת התות.

א. האם האחוז שבו ירדה בכל דקה הטמפרטורה של ריבת התות היה גדול מן האחוז

שבו ירדה בכל דקה הטמפרטורה של ריבת השזיפים? נמקו את תשובתכם.

נתון שהטמפרטורה ההתחלתית של ריבת התות הייתה 45 מעלות, ובכל דקה היא ירדה ב-4%.

ב. מצאו כעבור כמה זמן מרגע ההכנסה של הריבות למקרר,

הייתה הטמפרטורה של ריבת התות 18 מעלות.

לאחר 6 דקות מרגע ההכנסה של הריבות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים 88%  
מן הטמפרטורה ההתחלתית שלה.

ג. מצאו בכמה אחוזים ירדה הטמפרטורה של ריבת השזיפים בכל דקה.

לאחר 12 דקות מרגע ההכנסה של הריבות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים  
30 מעלות.

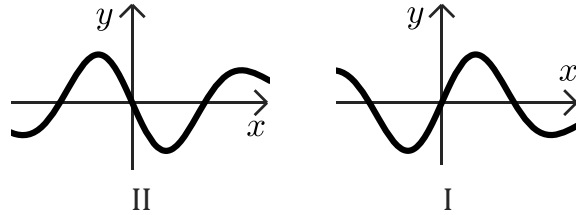
ד. מצאו כעבור כמה זמן מרגע ההכנסה של הריבות למקרר,

היתה הטמפרטורה של שתי הריבות זהה.

## פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



- 4) הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות לכל  $x$ .  
 לפונקציה  $f(x)$  יש רק נקודת מינימום אחת ושתי נקודות מקסימום.  
 לפניכם שני גרפים, II-I. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 בסרטוט של כל אחד מן הגרפים II-I מופיעות כל נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- $x$ .



- א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמקו את קביעתכם.

נתון:  $f(x) = \frac{14x^2}{e^{x^2+3}}$ .

- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
 ג. הוכיחו כי הפונקציה  $f(x)$  היא זוגית.  
 ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



5 נתונה הפונקציה  $f(x) = ax \cdot (2 - \ln x)$  הוא פרמטר שונה מ-0.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

נתון כי בנקודה שבה  $x = e^3$ , שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  הוא -10.

ב. מצאו את הערך של  $a$ .

הציבו  $a = 5$  בפונקציה  $f(x)$ , וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

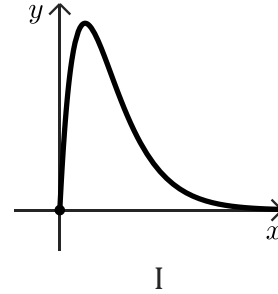
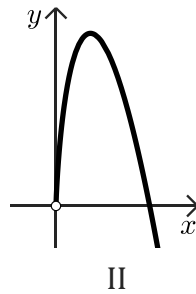
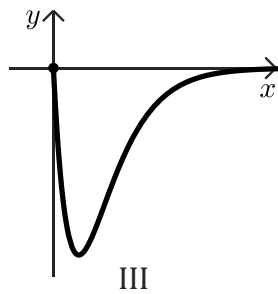
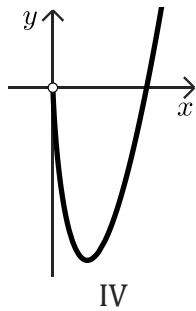
(2) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה  $f(x)$ .

נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקציה  $g(x) = -2f(x) + 45$ .

ד. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבעו את סוגה.

(2) האם גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את גרף הפונקציה  $g(x)$ ? נמקו את תשובתכם.



תשובות סופיות:

(1) א. 70 ספרים ב. 400,050 שקלים ג. 30 חודשים ד. 13,335 שקלים.

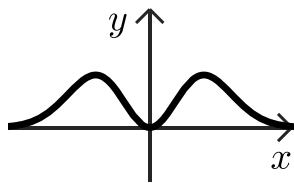
(2) א.  $\vec{CM} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \underline{w}$  ,  $\vec{PM} = \frac{1}{2}\underline{u} + \underline{v} + \frac{1}{4}\underline{w}$  , ב.  $\underline{u} \cdot \underline{v} = 10$  ,  $\underline{v} \cdot \underline{w} = 0$  ,  $\underline{u} \cdot \underline{w} = 0$ .

ג.  $|\underline{w}| = 6$  ד. שאלת הוכחה ה. (1) ראו סרטון ה. (2)  $\frac{5\sqrt{66}}{2}$ .

(3) א. כן ב. 22.45 דקות ג. 2.108% ד. 7.67 דקות.

(4) א. גרף I ב. (0,0) ג. ראו סרטון.

ה. להלן סרטוט:



ד.  $\max(-1, 0.256)$  ,  $\min(0, 0)$  ,  $\max(1, 0.256)$

ו. 0.512

ג. (1)  $\max(e, 5e)$ .

(5) א. (1)  $x > 0$  א. (2)  $(e^2, 0)$  ב.  $a = 5$

ג. (2) גרף II ד. (1)  $(e, 17.817)$  ד. (2) לא.

# שאלון 472

פרק 15

## פתרון בידאו של בחינות שנת 2025

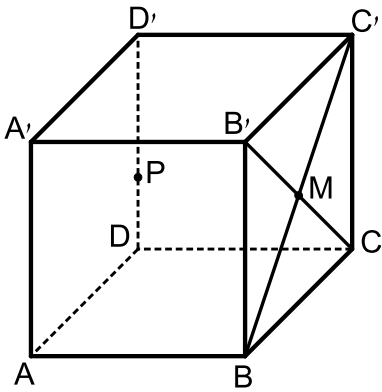
7	מועד חורף
13	קיץ מועד א
19	קיץ מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

- (1) נתונה סדרה הנדסית A שמנת שלה היא  $q$ , ובה 10 איברים.  
 האיבר השישי בסדרה הוא פי 81 מן האיבר השני בסדרה.  
 א. מצאו את שני הערכים של  $q$ .  
 נתון כי סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A הוא 1,296, וכי כל איבריה הם חיוביים.  
 ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.  
 נתונה סדרה חשבונית B. סכום הסדרה A גדול פי 11 מסכום הסדרה B.  
 ג. מצאו את סכום הסדרה B.  
 בסדרה B יש 32 איברים.  
 נתון כי האיבר השני בסדרה B גדול פי 16 מן ההפרש שלה.  
 ד. מצאו את הפרש הסדרה B.





(2)

בסרטוט שלפניכם תיבה  $ABCD A' B' C' D'$ .

הנקודה  $M$  היא מפגש האלכסונים בפאה  $B' C' B$ .

נקודה  $P$  נמצאת על המקצוע  $DD'$  ומקיימת  $\overline{DP} = \frac{1}{3} \overline{DD'}$ .

נסמן:  $\overline{AA'} = \underline{w}$ ,  $\overline{BC} = \underline{v}$ ,  $\overline{AB} = \underline{u}$ .

א. הביעו את הווקטורים  $\overline{AP}$  ו-  $\overline{MP}$  באמצעות  $\underline{w}$ ,  $\underline{v}$  ו-  $\underline{u}$ .

נתון:  $|\underline{v}| = 8$ ,  $|\underline{w}| = |\underline{u}| = 24$ .

ב. (1) הוכיחו כי הווקטור  $\overline{AP}$  מאונך לווקטור  $\overline{MP}$ .

(2) חשבו את שטח המשולש  $APM$ .

נתון:  $D(0,0,0)$ .

הקודקוד  $A$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $x$ ,

הקודקוד  $C$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $y$ ,

והקודקוד  $D'$  נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $z$ .

ג. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים  $C$ ,  $B$ ,  $C'$ .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה  $M$ .

ד. מצאו את גודל הזווית  $PMB$ .

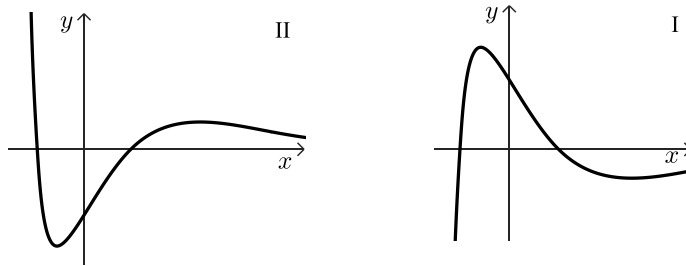


- (3) אמיר קנה גלגל ים ומזרן ים.  
 ביום הקנייה נפח הגלגל היה 3,700 סמ"ק ונפח המזרן היה 7,400 סמ"ק.  
 עקב איבוד אוויר, נפח הגלגל ונפח המזרן קטנו באחוז קבוע בכל יום  
 (כל אחד מהם באחוז אחר).  
 כעבור 7 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל שווה לנפח המזרן.  
 א. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות II-I אם היא נכונה או לא נכונה.  
 I. כעבור 6 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.  
 II. כעבור 8 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.  
 נתון כי נפח הגלגל קטן ב-4% בכל יום.  
 ב. מצאו את האחוז שבו נפח המזרן קטן בכל יום.  
 כעבור  $t$  ימים מיום הקנייה היה נפח המזרן  $\frac{1}{3}$  מנפח הגלגל.  
 ג. מצאו את הערך של  $t$ .  
 לאחר כמה שבועות החליט אמיר לנפח את המזרן.  
 במהלך הניפוח גדל נפח המזרן בכל דקה ב-22%.  
 בסיום הניפוח היה נפח המזרן גדול פי 7.5 מן הנפח שלו בתחילת הניפוח.  
 ד. מצאו את מספר הדקות שנמשך ניפוח המזרן.

## פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



- 4 הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות לכל  $x$ .  
 לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת מקסימום אחת בלבד ושיעור ה- $x$  שלה חיובי.  
 לפניכם שני גרפים, I ו-II, אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .



א. קבעו איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , ונמקו את קביעתכם.

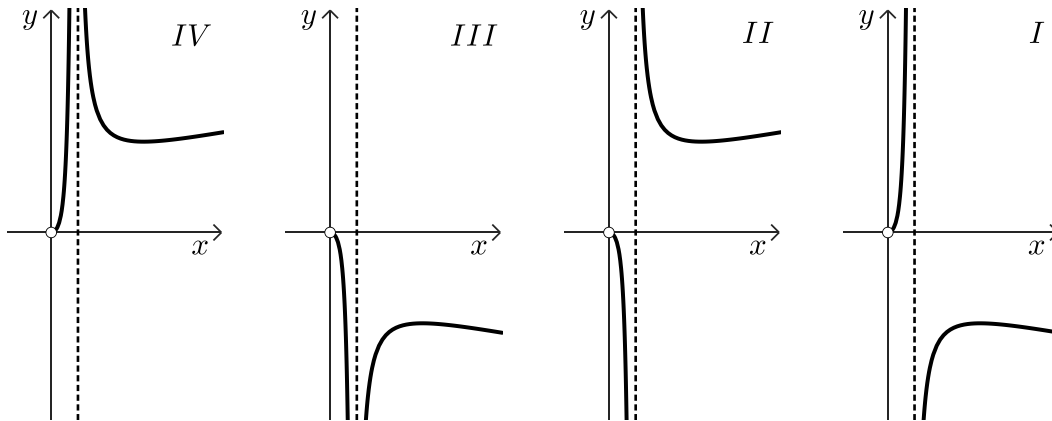
$$\text{נתון: } f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)}$$

- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
 ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 נתונה הפונקציה  $g(x) = 7 \cdot e^{(-2x+1)}$  המוגדרת לכל  $x$ .  
 ד. (1) הסבירו מדוע הפונקציה  $g(x)$  חיובית לכל  $x$ .  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
 דרך כל אחת מן הנקודות שמצאתם בסעיף ד העבירו אנך לציר ה- $x$ .  
 ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי האנכים.

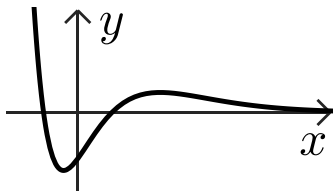


5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{6x}{(\ln x)^2}$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .  
 (3) האם לגרף הפונקציה  $f(x)$  יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.  
 (2) מצאו את תחומי העלייה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה  $f(x)$ .  
 היא פונקציה שתחום הגדרתה זהה לתחום הגדרתה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 נגזרת הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g'(x) = f(x) - c$ , הוא פרמטר.  
 ד. (1) מצאו בעבור  $c = 5$  כמה נקודות קיצון יש לפונקציה  $g(x)$  וקבעו את סוגן (אם יש כאלה), נמקו את תשובתכם.  
 (2) רשמו ערך כלשהו של  $c$  שבעבורו יש לפונקציה  $g(x)$  שלוש נקודות קיצון.  
 נמקו את תשובתכם.



תשובות סופיות:

- (1) א.  $q = \pm 3$  ב. 4 ג. 10,736 ד. 11.
- (2) א.  $\overline{MP} = -\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{6}\underline{w}$ ,  $\overline{AP} = \underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$  ב. (1) שאלת הוכחה.
- ב. (2)  $32\sqrt{19} \approx 139.5$  ג. (1)  $C(0,24,24)$ ,  $B(8,24,0)$ ,  $C(0,24,0)$  ד.  $\sphericalangle PMB = 84.11^\circ$ .
- (3) א. I. הטענה אינה נכונה א. II. הטענה נכונה ב. 13.05% ג.  $t \approx 18.1$  ד. 10.133 דקות.
- (4) א. גרף I ב. (1)  $(-\sqrt{2}, 0)$ ,  $(\sqrt{2}, 0)$  ב. (2)  $\min(-1, -e^3)$ ,  $\max\left(2, \frac{2}{e^3}\right)$  ד. (1) ראו סרטון ג. להלן סרטוט:
- ד. (2)  $\left(3, \frac{7}{e^5}\right)$ ,  $\left(-3, 7e^7\right)$  ה.  $3.5e^7 - \frac{3.5}{e^5} \approx 3,838.2$
- 
- (5) א. (1)  $x > 0, x \neq 1$  א. (3) לא. ב. (2) עלייה:  $0 < x < 1, x > e^2$  ג. גרף IV. ד. (2)  $c = 15$  ד. (1)  $c = 5$ , מינימום

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

(1) נתונה סדרה חשבונית A, ובה 46 איברים:  $a_1, a_2, a_3, \dots$ .

$$\text{נתון: } a_2 + a_4 = a_6.$$

האיבר האחרון בסדרה A הוא 138.

א. מצאו את הפרש הסדרה ואת  $a_1$ .

נתונה סדרה הנדסית אין-סופית B שאיבריה הם:  $b_1, b_2, b_3, \dots$ .

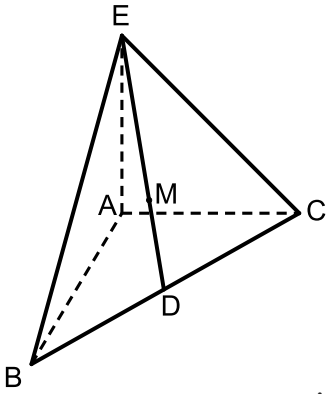
$$\text{נתון: } 3 \cdot b_3 = a_8, b_1 = a_6.$$

ב. מצאו את המנה של הסדרה B (מצאו את שתי האפשרויות).

נתון כי הסדרה B אינה עולה ואינה יורדת.

ג. מצאו את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה B.





(2)

בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCE.

הנקודה D היא אמצע המקצוע BC.

הנקודה M נמצאת על ED כך ש-  $\vec{EM} = \frac{2}{3}\vec{ED}$ .

המקצוע AE הוא גובה בפירמידה.

נתון:  $\angle BAC = 90^\circ$ .

נסמן:  $\vec{AE} = \underline{w}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .

א. הביעו באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו-  $\underline{w}$  את הווקטורים  $\vec{BC}$ ,  $\vec{ED}$  ו-  $\vec{AM}$ .

נתון:  $|\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}| = 12$ .

ב. (1) הוכיחו כי  $\vec{AM}$  מאונך ל-  $\vec{ED}$ .

(2) הוכיחו כי  $\vec{AM}$  מאונך למישור BEC.

נתון:  $A(0,0,0)$ .

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x,

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y,

והקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ג. (1) מה הם שיעורי הנקודות B, C ו- E?

(2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו- M.

ד. חשבו את שטח המשולש AMD.



(3)

בשתי משתלות - משתלה א' ומשתלה ב' - החלו לשתול צמחים באותו היום. ביום זה שתלו במשתלה א' 600 צמחים, ובמשתלה ב' שתלו  $a$  צמחים. מספר הצמחים במשתלה א גדל ב-5% בכל שבוע, ומספר הצמחים במשתלה ב' גדל ב-10% בכל שבוע.

כעבור זמן מסוים מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.

א. לפניכם שתי טענות, I-II. קבעו איזו טענה נכונה. נמקו את קביעתכם.

I.  $a < 600$

II.  $a > 600$

כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה ב' גדול פי 2 ממספר הצמחים במשתלה א'.

ב. מצאו את הערך של  $a$ .

כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה, בשתי המשתלות הפסיקו את השתילה והחלו למכור את הצמחים.

מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע באחוז קבוע. כעבור 5 שבועות מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה ב' 53% ממספר הצמחים בתחילת המכירה.

ג. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע.

מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה א' בכל שבוע ב-8%.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.

**פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**



(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 4x + a}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אנכית שמשוואתה היא  $x = 2$ .

א. מצאו את הערך של  $a$ .

הציבו  $a = 4$  בפונקציה  $f(x)$ , וענו על הסעיפים ב-ד.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים

(אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $h(x) = -f(x) + e^9$  שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של

הפונקציה  $f(x)$ .

ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה  $h(x)$  עם ציר ה- $x$ ? נמקו את תשובתכם.



5 הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות בתחום  $x > 0$ . לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת מינימום אחת בלבד ונקודת מקסימום אחת בלבד. נתון כי נקודת המינימום נמצאת מימין לנקודת המקסימום.

א. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

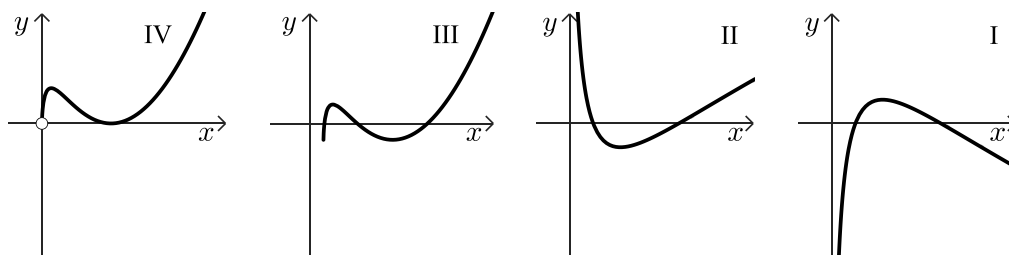
$$\text{נתון כי: } f(x) = 4x \cdot (\ln x)^2$$

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ג. קבעו איזה מבין הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



תשובות סופיות:

(1) א.  $\alpha_1 = 3, d = 3$  ב.  $q = \pm \frac{2}{3}$  ג. -21.6

(2) א.  $\overline{BC} = -\underline{u} + \underline{v}$ ,  $\overline{ED} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}$ ,  $\overline{AM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$  ב. (1) שאלת הוכחה.

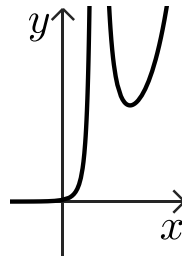
ב. (2) שאלת הוכחה ג. (1)  $E(0,0,12), C(0,12,0), B(12,0,0)$

ג. (2)  $M(4,4,4)$  ד.  $12\sqrt{2} \approx 16.97$

(3) א. טענה I ב.  $a \approx 544$  ג. 11.92% ד. כ-16 שבועות.

(4) א.  $a = 4$  ב. (1)  $x \neq 2$  ג. (2)  $\left(0, \frac{1}{4}\right)$  ד. 3 נקודות חיתוך.

ב. (3)  $\min(3, 403.4)$  ג. להלן סרטוט:



(5) א. גרף II ב. (1)  $(1,0)$  ג. (2)  $\max\left(\frac{1}{e^2}, 2.165\right), \min(1,0)$

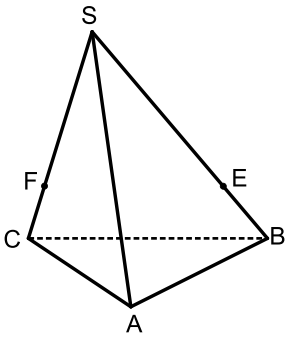
ג. גרף IV ד. 2.615

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

- (1) מיכל הפקידה בכל חודש כסף לחיסכון. גובה הפיקדון שהיא העבירה בכל חודש גדול במספר קבוע מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש שלפניו. סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל בחודש הראשון והשני הוא 2,100 שקלים סך הכול. גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש החמישי גדול פי 3 מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש הראשון.
- א. מצאו את גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש הראשון.  
ב. מצאו לאחר כמה חודשים היה סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל 22,680 שקלים סך הכול.  
בחודש ה-12, במקום להפקיד כסף לחיסכון, החליטה מיכל לקנות מקרר שמחירו שווה לגובה הפיקדון שהייתה אמורה להעביר בחודש זה. מיכל שילמה בעבור המקרר בארבעה תשלומים. כל תשלום גדול פי 3 מן התשלום שלפניו.  
ג. מצאו את התשלום הראשון.





(2) בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת SABC.

נסמן:  $\vec{AS} = \underline{w}$ ,  $\vec{AC} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .

הנקודה E נמצאת על המקצוע SB, והנקודה F נמצאת על המקצוע SC.

נתון:  $\vec{SF} = \frac{3}{4}\vec{SC}$ ,  $\vec{SE} = \frac{3}{4}\vec{SB}$ .

א. הביעו באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  את הווקטורים  $\vec{SF}$  ו- $\vec{SE}$ .

ב. (1) הביעו באמצעות  $\underline{u}$  ו- $\underline{v}$  את הווקטור  $\vec{EF}$ .

(2) הסבירו מדוע EF מקביל ל-BC.

נתון:  $C(13,15,3)$ ,  $B(1,-1,3)$ .

ג. מצאו את ההצגה האלגברית של הווקטור  $\vec{BC}$  ושל הווקטור  $\vec{EF}$ .

נתון:  $E(5,1,6)$ .

ד. מצאו את שיעורי הנקודה F.

נתון:  $A(4,12,3)$ .

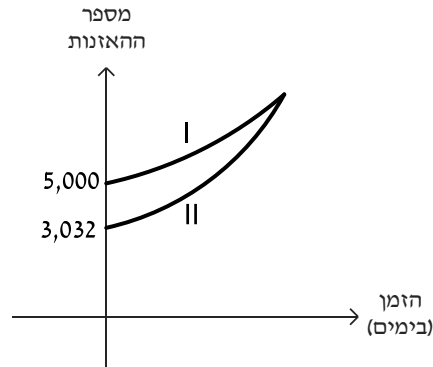
ה. (1) מצאו את גודל הזווית EAF.

(2) חשבו את שטח המשולש EAF.



3) שני שירים A ו-B הועלו ביום מסוים לאותה רשת חברתית. מספר ההאזנות לשיר A גדל באחוז קבוע בכל יום. מספר ההאזנות לשיר B גדל בכל יום באחוז הגדול פי 2 מן האחוז שבו גדל בכל יום מספר ההאזנות לשיר A. לפניכם שני גרפים II-I המתארים את מספר ההאזנות לכל שיר לפי הזמן, מיום העלאת השירים.

א. מבין הגרפים II-I קבעו איזה גרף מתאים לשיר A. נמקו את קביעתכם.



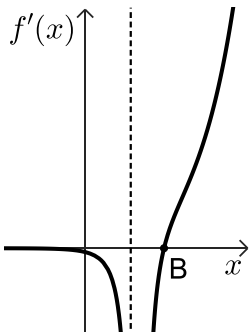
- נתון כי לאחר 5 ימים מיום העלאת השירים, מספר ההאזנות לשיר A היה 7,350.
- ב. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר ההאזנות לשיר A בכל יום.
- ג. מצאו בכמה היה גדול מספר ההאזנות לשיר A ממספר ההאזנות לשיר B, לאחר 5 ימים מיום העלאת השירים.
- ד. מצאו לאחר כמה זמן מיום העלאת השירים, היה מספר ההאזנות לשיר A שווה למספר ההאזנות לשיר B.
- כאשר מספר ההאזנות לשיר A היה שווה למספר ההאזנות לשיר B, החלה ירידה במספר ההאזנות לשיר A.
- בכל יום קטן מספר ההאזנות לשיר A באותו האחוז שבו הוא גדל לפני כן.
- ה. מצאו לאחר כמה זמן מיום העלאת השירים, מספר ההאזנות לשיר A היה 2,450.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 4}$



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת  $f'(x)$  מוגדרות באותו התחום.  
גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה אחת בלבד - הנקודה B.

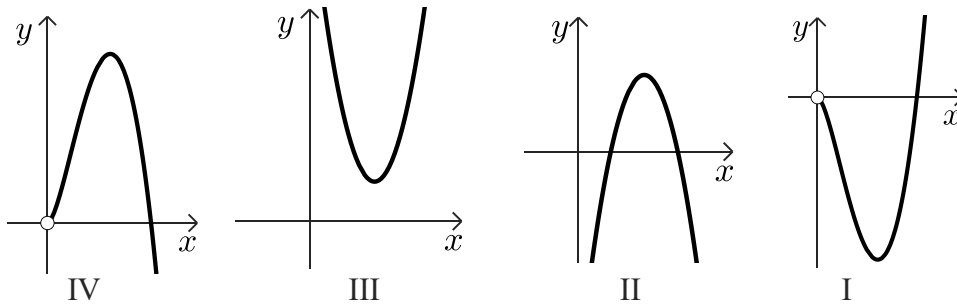


- ג. מצאו את שיעור ה- $x$  של הנקודה B.
- ד. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,  
על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = \ln 12$ .



5 נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 \cdot (-2 + \ln x)$ .

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.  
 ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה  $f(x)$ .  
 נמקו את קביעתכם.



נתונה הפונקציה  $g(x) = a \cdot f(x)$  הוא פרמטר שונה מ-0.

הפונקציות  $g(x)$  ו- $f(x)$  מוגדרות באותו התחום.

נתון כי שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  הוא  $0.6 \cdot e^3$ .

- ה. (1) מצאו את הערך של  $a$ .  
 (2) מהו סוג נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ? נמקו את תשובתכם.  
 (3) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקציה  $g(x)$ .  
 נמקו את קביעתכם.

תשובות סופיות:

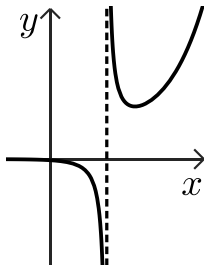
- (1) א. 840 שקלים ב. 9 חודשים ג. 136.5  
 (2) א.  $\vec{BC} = -\underline{u} + \underline{v}$ ,  $\vec{SE} = \frac{3}{4}\underline{u} - \frac{3}{4}\underline{w}$ ,  $\vec{SF} = \frac{3}{4}\underline{v} - \frac{3}{4}\underline{w}$ , ב. (1)  $\vec{EF} = -\frac{3}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{v}$

- ב. (2) ראו סרטון ג.  $\vec{EF} = (9, 12, 0)$ ,  $\vec{BC} = (12, 16, 0)$  ד.  $F(14, 13, 6)$   
 ה. (1)  $\sphericalangle EAF = 86.18^\circ$  ה. (2)  $S_{\Delta EAF} = 59.887$

- (3) א. גרף I ב. 8% ג. 982 האזנות ד. 7 ימים ה. 22 ימים.

- (4) א. (1)  $x \neq \ln 4$  א. (2)  $x = \ln 4$  ב.  $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$  ג.  $x_B = \ln 8$

- ד. (1) עלייה:  $x > \ln 8$ , ירידה:  $\ln 4 < x < \ln 8$ ,  $x < \ln 4$  ד. (2) להלן סרטוט:  
 ה. 2.



- (5) א.  $x > 0$  ב.  $(e^2, 0)$  ג.  $\min(e^{1.5}, -0.5e^3)$  ד. גרף I.  
 ה. (1)  $\alpha = -1.2$  ה. (2) מקסימום ה. (3) גרף IV.

# שאלון 472

פרק 16

## פתרון בידאו של בחינות שנת 2024

25	מועד חורף
31	קיץ מועד א
36	קיץ מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

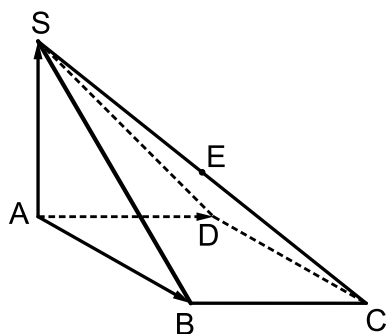
## פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



- (1) במפעל אלקטרוניקה החלו לייצר מחשבים.  
 בכל שבוע כמות המחשבים שייצרו הייתה גדולה במספר קבוע מכמות המחשבים שייצרו בשבוע שלפניו. בשבוע הראשון ייצרו 900 מחשבים.  
 הייצור נמשך 50 שבועות. בתקופה זו ייצרו 167,500 מחשבים סך הכול.  
 א. בכמה הייתה גדולה כמות המחשבים שייצרו בכל שבוע מן הכמות שייצרו בשבוע שלפניו? בגמר הייצור מכר המפעל את המחשבים במשך כמה חודשים.  
 כמות המחשבים שנמכרו בכל חודש הייתה גדולה פי  $q$  מכמות המחשבים שנמכרו בחודש שלפניו.  
 בחודש ה-4 נמכרו 160 מחשבים. בחודש ה-7 נמכרו 1,280 מחשבים.  
 ב. כמה מחשבים נמכרו בחודש הראשון?  
 החודש ה-7 היה החודש האמצעי של חודשי המכירה.  
 ג. כמה חודשים נמשכה המכירה?  
 ד. כמה מן המחשבים שייצרו במפעל לא נמכרו?



(2) בסרטוט שלפניכם פירמידה מרובעת SABCD שבסיסה ABCD הוא מעוין.



הנקודה E היא אמצע המקצוע SC.

AS מאונך לבסיס הפירמידה.

נסמן:  $\vec{AS} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .

א. הביעו באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$  את הווקטורים  $\vec{EB}$  ו- $\vec{ED}$ .

נתון:  $\angle BAD = 60^\circ$ ,  $|\underline{u}| = |\underline{w}|$ .

ב. הוכיחו כי  $\vec{EB}$  מאונך ל- $\vec{ED}$ .

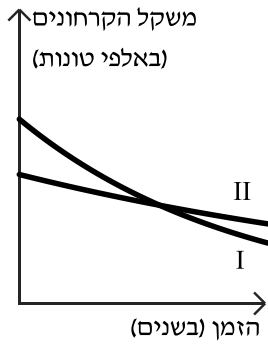
נתון:  $B(2\sqrt{3}, 2, 0)$ ,  $A(0, 0, 0)$ .

הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה- $z$ .

שיעור ה- $z$  של הקודקוד S הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את אורך המקצוע AB ואת שיעורי הקודקוד S.

(2) חשבו את נפח הפירמידה SABCD.



(3)

ביום הצפוני יש שני קרחונים A ו-B.

במשך השנים הקרחונים מפשירים ומאבדים ממשקלם.

חוקרת מדדה את המשקל של כל אחד מן הקרחונים

בכל קיץ במשך 10 שנים.

לפניכם סרטוט המתאר את המשקל

של כל קרחון (באלפי טונות) לפי שנים.

א. מבין הגרפים II-I, קבעו איזה גרף מתאים

לקרחון שקצב הפשרתו מהיר יותר.

נמקו את קביעתכם.

הפונקציה  $f(t) = 7 \cdot (0.96)^t$  מתארת את המשקל של קרחון A בכל שנה.

הפונקציה  $g(t) = 10 \cdot (0.91)^t$  מתארת את המשקל של קרחון B בכל שנה.

ב. קבעו בנוגע לכל פונקציה מהו הגרף המתאר אותה. נמקו את קביעותיכם.

ג. המשקל של איזה משני הקרחונים היה גדול יותר לאחר 7 שנים מתחילת המדידות?

ד. מצאו לאחר כמה שנים מתחילת המדידות היה המשקל של קרחון A

שווה למשקל של קרחון B.

החוקרת בדקה גם את מספר כלבי הים באזור זה.

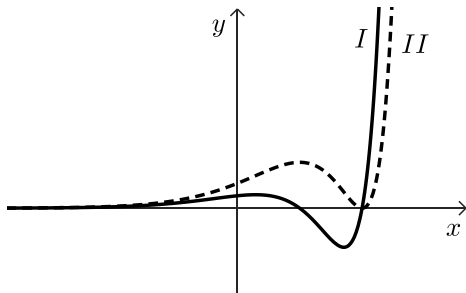
היא גילתה שמספר כלבי הים באזור זה גדל בכל שנה באחוז קבוע.

לאחר 10 שנים מתחילת המדידות היה מספר כלבי הים גדול פי 1.5

ממספרם בתחילת המדידות.

ה. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר כלבי הים בכל שנה.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) בסרטוט שלפניכם מוצגים הגרפים I ו-II.

אחד מן הגרפים הוא הגרף של פונקציה  $f(x)$ ,

והאחר הוא הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

א. איזה מן הגרפים I-II מתאר את פונקציית

הנגזרת  $f'(x)$ ? נמקו את תשובתכם.

נתון כי:  $f(x) = (x - 4)^2 \cdot e^{x-3}$ .

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן על פי הגרף.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f'(x)$ .

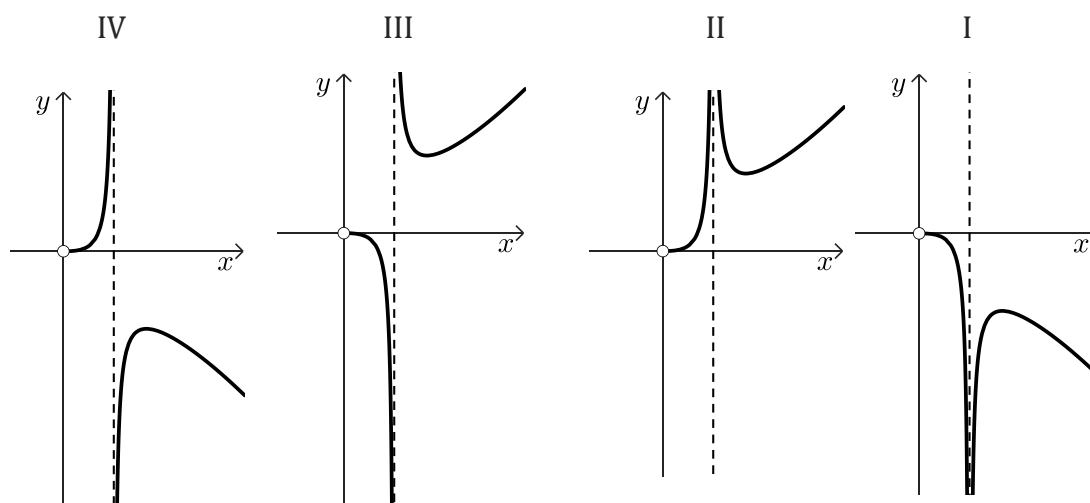
ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$

ועל ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמקו את תשובתכם.



(5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{3x^2}{2\ln(x)+1}$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) האם גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$ ? נמקו את תשובתכם.
- (3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה הוא גרף הפונקציה  $f(x)$ .



הישר:  $y = t$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$ .

- ה. האם הישר:  $y = t - 5$  חותך את גרף הפונקציה  $f(x)$ ?  
אם כן - מצאו בכמה נקודות הוא חותך. אם לא - נמקו.

## תשובות סופיות:

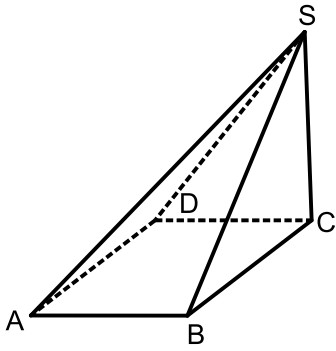
- (1) א. 100 ב. 20 ג. 13 ד. 3,680.
- (2) א.  $\vec{EB} = \frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} - \frac{1}{2}\vec{w}$ ,  $\vec{ED} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} - \frac{1}{2}\vec{w}$ , ב. שאלת הוכחה.
- ג.  $S(0,0,4)$ ,  $AB = 4$  (1) ג.  $V_{SABCD} = \frac{32\sqrt{3}}{3}$  (2) ג.
- (3) א. גרף I ב. גרף I:  $g(t)$ , גרף II:  $f(t)$  ג. קרחון A ד. 6.668 שנים.
- ה. 4.14%.
- (4) א.  $f(x)$ : גרף I,  $f'(x)$ : גרף I ב. (1) כל x ב. (2)  $(4,0)$ ,  $(0, \frac{16}{e^3})$ .
- ג.  $\frac{4}{e}$  ד.  $\frac{8}{e}$  ב. (3)  $\max\left(2, \frac{4}{e}\right)$ ,  $\min(4,0)$ .
- (5) א. (1)  $x > 0$ ,  $x \neq e^{-\frac{1}{2}}$  א. (2) לא א. (3)  $x = e^{-\frac{1}{2}}$ .
- ב.  $\min(1,3)$  ג. עלייה:  $x > 1$ , ירידה:  $e^{-\frac{1}{2}} < x < 1$ ,  $0 < x < e^{-\frac{1}{2}}$ .
- ג. גרף III ד. כן, חותך בנקודה אחת.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

## פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

- (1) לרכבת מסוימת יש 11 קרונות.  
ביום א', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול במספר קבוע ממספר הנוסעים בקרון שלפניו.  
מספר הנוסעים בקרון האחרון היה גדול פי 3 ממספר הנוסעים בקרון הראשון.  
ביום זה מספר הנוסעים ברכבת היה 220 סך הכל.  
א. מצאו כמה נוסעים היו בקרון הראשון.  
ב. מצאו כמה נוסעים היו בקרון האמצעי.  
ג. מצאו כמה נוסעים סך הכל היו בקרונות האי-זוגיים (בקרון הראשון, השלישי, החמישי וכן הלאה).  
ביום ב' מספר הנוסעים ברכבת היה גדול פי 2 ממספר הנוסעים בה ביום א' ולכן הוחלט להוסיף קרונות לרכבת.  
ביום ב', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול ב-3 ממספר הנוסעים בקרון שלפניו.  
ביום זה היו בקרון הראשון 5 נוסעים.  
ד. מצאו את מספר הקרונות שהוסיפו לרכבת ביום ב'.





- (2) בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD. הבסיס ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 4. נסמן:  $\overline{AS} = \underline{w}$ ,  $\overline{AD} = \underline{v}$ ,  $\overline{AB} = \underline{u}$ .
- א. הביעו באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ , אם יש צורך, את הווקטור  $\overline{SD}$ .  
נתון:  $\overline{SD} \cdot \overline{AD} = 0$ .
- ב. מצאו את הערך של  $\underline{w} \cdot \underline{v}$ .  
נתון:  $|\overline{SC}| = \sqrt{17}$ ,  $\underline{w} \cdot \underline{u} = \underline{w} \cdot \underline{v}$ .
- ג. מצאו את הערך של  $|\underline{w}|$ .
- ד. (1) הוכיחו כי SC מאונך ל-BC ול-DC.  
(2) מצאו את נפח הפירמידה SABCD.



- (3) נתונות שתי דירות - דירה א' ודירה ב'. בתחילת שנת 2014 היה הערך של דירה א' 980,000 שקלים והערך של דירה ב' היה 620,000 שקלים. הערך של דירה א' גדל בכל שנה ב-7%, והערך של דירה ב' גדל בכל שנה פי  $q$ . כעבור מספר מסוים של שנים היה הערך של דירה א' שווה לערך של דירה ב'.
- א. לפניכם שלוש טענות I-III. קבעו מהי הטענה הנכונה. נמקו את קביעתכם.  
I.  $q < 1.07$     II.  $q = 1.07$     III.  $q > 1.07$
- נתון כי בתחילת שנת 2024 היה הערך של דירה א' שווה לערך של דירה ב'.
- ב. (1) מצאו מה היה הערך של דירה א' בתחילת שנה זו.  
(2) מצאו בכמה אחוזים גדל הערך של דירה ב' בכל שנה.
- על פי הצפי, מתחילת שנת 2024 ואילך הערך של דירה ב' עתיד לרדת בכל שנה באחוז שקטן פי 1.5 מן האחוז שמצאתם בתת-סעיף ב (2).
- ג. על פי צפי זה, בתחילת איזו שנה עתיד לרדת לראשונה הערך של דירה ב' בהשוואה לערך שהיה לה בתחילת שנת 2014?

**פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 3}$ .



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה  $g(x)$ , המקיימת:  $g(x) = -f(x) + 15$ .
- הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  מוגדרות באותו התחום.
- ו. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבעו את סוגה.
- (2) כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ ? נמקו את תשובתכם.



5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = ax \cdot \ln(2x)$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = \frac{e}{2}$  הוא 6.

ב. מצאו את  $a$ .

הציבו:  $a = 3$  בפונקציה  $f(x)$  וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

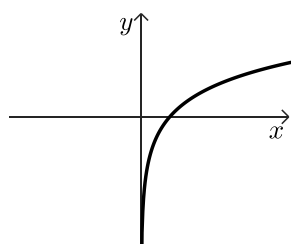
ה. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה  $f(x)$ ,

ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמקו את קביעותיכם.

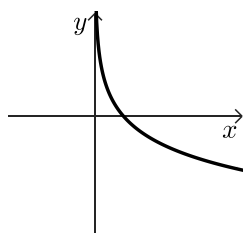
ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = e$

ועל ידי ציר ה- $x$ .

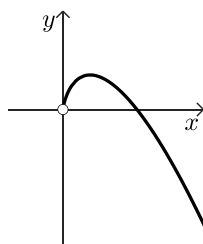
IV



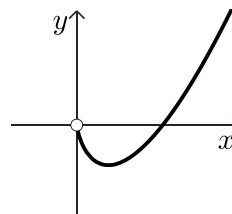
III



II



I



תשובות סופיות:

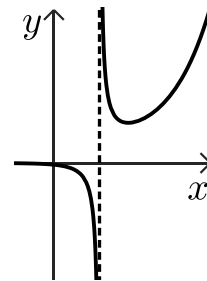
- (1) א. 10 נוסעים ב. 20 נוסעים ג. 120 נוסעים ד. 5 קרונות.  
 (2) א.  $\vec{SD} = \underline{v} - \underline{w}$  ב.  $\underline{w} \cdot \underline{v} = 16$  ג.  $|\underline{w}| = 7$  ד. (1) שאלת הוכחה.

$$.V_{SABCD} = \frac{16\sqrt{17}}{3} \quad (2) \text{ ד.}$$

- (3) א. III.  $q > 1.07$  ב. (1) 1,927,808 שקלים ג. (2) 12% ד. ג. שנת 2038.

- (4) א. (1)  $x \neq \ln 3$  א. (2)  $x = \ln 3$  ב.  $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ .

- ג.  $\min(\ln 6, 12)$  ד. עלייה:  $x > \ln 6$ , ירידה:  $\ln 3 < x < \ln 6$ ,  $x < \ln 3$ .  
 ה. להלן סרטוט: ו. (1)  $\max(\ln 6, 3)$  ז. (2) 2 נקודות חיתוך.



- (5) א.  $x > 0$  ב.  $a = 3$  ג.  $(0.5, 0)$  ד.  $\min\left(\frac{1}{2e}, -\frac{3}{2e}\right)$ .

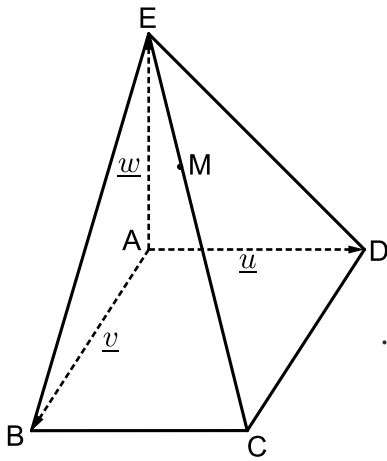
ה. גרף I:  $f(x)$ , גרף II:  $f'(x)$ . ו. 14.36.

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

- (1) נתונה סדרה חשבונית A שאיבריה הם:  $a_1, a_2, a_3, \dots$  ובה 25 איברים.  
 נתון:  $a_{13} = 20$ , הפרש הסדרה הוא 6.  
 א. מצאו את  $a_1$ .  
 ב. מצאו את סכום האיברים שנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.  
 נתונה סדרה חשבונית B שאיבריה הם:  $b_1, b_2, b_3, \dots$  וגם בה 25 איברים.  
 האיבר הראשון בסדרה הוא 2.  
 נסמן את הפרש הסדרה B ב- $d$ .  
 מכל איברי הסדרות A ו-B בונים סדרה חשבונית חדשה שאיבריה הם:  
 $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots$   
 ג. (1) מצאו את האיבר הראשון של הסדרה החדשה.  
 (2) הביעו באמצעות  $d$  את הפרש הסדרה החדשה.  
 (3) נתון כי סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3,250.  
 מצאו את  $d$ .





(2) בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCDE שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה M נמצאת על המקצוע EC כך שמתקיים  $\overline{CM} = \frac{2}{3} \overline{CE}$ .

AE מאונך לבסיס הפירמידה.

נסמן:  $\overline{AB} = \underline{v}$ ,  $\overline{AD} = \underline{u}$ ,  $\overline{AE} = \underline{w}$ .

נתון:  $|\underline{w}| = |\underline{u}|$ .

א. (1) הביעו את הווקטורים  $\overline{AM}$ ,  $\overline{CE}$  באמצעות  $\underline{v}$ ,  $\underline{u}$  ו- $\underline{w}$ .

(2) הוכיחו כי  $\overline{AM}$  מאונך ל- $\overline{CE}$ .

נתון: האורך של צלע הריבוע ABCD הוא 6,  $A(0,0,6)$ .

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x.

הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y.

הקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ב. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים E ו-C.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ג. חשבו את שטח המשולש AMC.



(3) מתחילת שנת 2018, כמות הדבש בכורת דבורים מסוימת קטנה בכל חודש באחוז קבוע.

לאחר 8 חודשים כמות הדבש בכורת הייתה 45% מכמות הדבש בתחילת שנת 2018.

א. מצאו בכמה אחוזים קטנה כמות הדבש בכל חודש.

ב. מצאו בכמה אחוזים קטנה כמות הדבש בכורת כעבור 10 חודשים מתחילת שנת 2018.

ג. מצאו כעבור כמה חודשים מתחילת שנת 2018 קטנה כמות הדבש ב-33%.

בהשוואה לתחילת השנה.

מתחילת שנת 2019 והלאה כמות הדבש בכורת גדלה בכל חודש באחוז קבוע.

בתחילת שנת 2019 הייתה בכורת כמות של k ק"ג דבש.

הפונקציה  $f(t) = k \cdot (1.05)^t$  מתארת את כמות הדבש בכורת (בק"ג)

כפונקציה של הזמן (בחודשים).

בתחילת שנת 2018 הייתה בכורת כמות של 600 ק"ג דבש.

ד. מצאו את כמות הדבש שהייתה בכורת בתחילת שנת 2021.

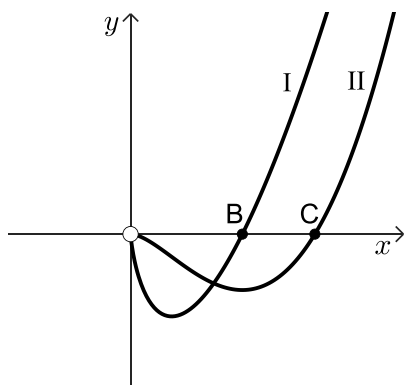


פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{(ax-1)}}{x^2}$ ,  $a$  הוא פרמטר.



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .
- (3) הסבירו מדוע הפונקציה  $f(x)$  חיובית, בעבור כל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.
- נתון כי הנקודה  $\left(-1, \frac{1}{e^3}\right)$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את הערך של  $a$ .
- הציבו  $a = 2$  בפונקציה  $f(x)$ , וענו על הסעיפים ג-ד.
- ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + k$ ,  $k$  הוא פרמטר.
- נתון כי לישר:  $y = -4e$  ולגרף הפונקציה  $g(x)$  יש בדיוק שתי נקודות משותפות.
- ד. מצאו את הערך של  $k$ .



(5)

בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II. אחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה  $f(x)$ , והאחר מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

א. קבעו איזה מן הגרפים I, II מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמקו את קביעתכם.

נתון:  $f(x) = x^2 \cdot (2\ln(x) - 1)$ .

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבעו את סוגה על פי הגרף.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף I עם ציר ה- $x$ ,

והנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף II עם ציר ה- $x$ .

ג. מצאו את אורך הקטע BC.

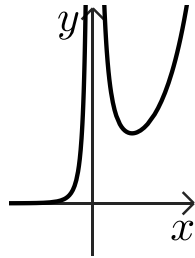
דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- $y$ .

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי הישר המקביל לציר ה- $y$

ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח שברביע הראשון).

תשובות סופיות:

- (1) א.  $a_1 = -52$  ב. 260 ג.  $a_1 + b_1 = -50$  ד.  $6 + d$  (2) ג.  $d = 9$  (3) ג.
- (2) א.  $\overline{AM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ ,  $\overline{CE} = -\underline{u} - \underline{v} + \underline{w}$  (1) א. (2) א. שאלת הוכחה.
- ב.  $C(6,6,0)$ ,  $E(0,0,6)$  (1) ב. ג.  $S_{\Delta AMC} = 12\sqrt{2}$  ד. 584.1 ק"ג. ג. כ-4 חודשים ב. 63.14% א. 9.5% (3)
- א.  $x \neq 0$  (1) א.  $x = 0$  (2) א. (4) ג.  $\min(1, e)$  (1) ג. ב.  $a = 2$  א. (3) ראו סרטון ג. (2) להלן סרטוט: ד.  $k = -5e$



- (1) א. גרף I:  $f'(x)$ , II:  $f(x)$  ב.  $x > 0$  (1) ב.  $\min(1, -1)$  (2) ג. ד. 1. ג.  $\sqrt{e} - 1 = 0.649$

# שאלון 472

פרק 17

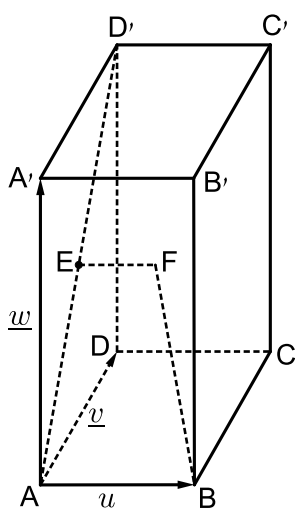
## פתרון בידאו של בחינות שנת 2023

41	מועד חורף
45	קיץ מועד א
49	קיץ מועד ב
53	קיץ מועד מיוחד

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



1 בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה  $ABCD A'B'C'D'$ .

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה  $AA'D'D'$ .

נסמן:  $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ .

הנקודה F מקיימת:  $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\underline{u}$ .

א. (1) הביעו את הווקטורים  $\overrightarrow{AE}$  ו- $\overrightarrow{BD'}$

באמצעות  $\underline{w}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{u}$ .

(2) הוכיחו:  $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD'}$ .

ב. (1) הסבירו מדוע EF מקביל ל-AB.

(2) הוכיחו:  $\overrightarrow{AB}$  מאונך ל- $\overrightarrow{AE}$ .

נתון: בסיס התיבה ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 2.

נפח התיבה הוא 16.

ג. (1) חשבו את אורך המקצוע הצדדי של התיבה.

(2) חשבו את אורך הווקטור  $\overrightarrow{BF}$ .

ד. (1) חשבו את גודל הזווית ABF.

(2) מצאו את הגדלים של שאר הזוויות של המרובע AEFB.



2 שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



(3) נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 6}$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבעו את סוגן.

ה. לפניכם סקיצה חלקית של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

העתיקו את הסקיצה למחברת והשלימו בה את החלקים

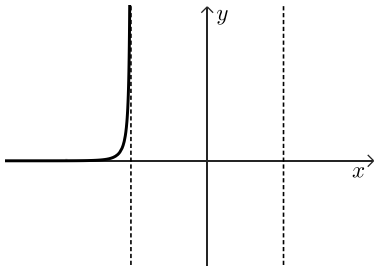
החסרים של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + c$ , כאשר  $c$  פרמטר.

ה. מצאו את שני הערכים האפשריים של  $c$ , עבורם

יש לפונקציה  $g(x)$  נקודת קיצון על הישר  $y = 4$ .

נמקו את תשובתכם.



## פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x + 3$ . הוא פרמטר  $a$ .

אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  היא  $(e^3, 0)$ .

א. מצאו את  $a$ .

הציבו  $a = 4$  בפונקציה  $f(x)$ , וענו על הסעיפים ב-ו שלפניכם.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך האחרת של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

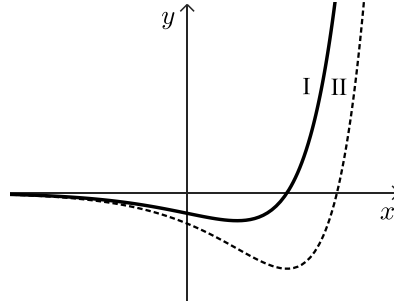
נתונה הפונקציה:  $g(x) = |f(x)|$  המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ .

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .





- 5) בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים: I, II. אחד מהם הוא גרף הפונקציה  $f(x)$ , והאחר הוא גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . כל אחד מן הגרפים חותך את ציר ה- $x$  בנקודה אחת בלבד.



- א. איזה מן הגרפים I, II מתאים לגרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ? נמקו.  
נתון:  $f(x) = (x-3) \cdot e^x$ .
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f'(x)$ .
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

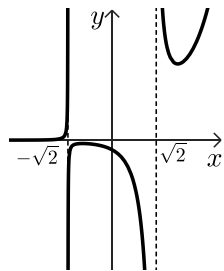
תשובות סופיות:

(1) א.  $\overline{BD'} = -\underline{u} + \underline{v} - \underline{w}$ ,  $\overline{AE} = \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$  א. (2)  $\overline{BF} = \frac{1}{2}\overline{BD'}$  ב. (1) ראו סרטון.

ב. (2) שאלת הוכחה ג. (1) 4 ג. (2)  $|\overline{BF}| = \sqrt{6}$  ד. (1)  $\sphericalangle ABF = 65.91^\circ$ .  
ד. (2)  $\sphericalangle EFB = 114.09^\circ$ ,  $\sphericalangle AEF = 90^\circ$ ,  $\sphericalangle BAE = 90^\circ$ .

(3) א. (1)  $x \neq \pm\sqrt{2}$  א. (2)  $x = \pm\sqrt{2}$  ב.  $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$ .

ד. להלן סרטוט:

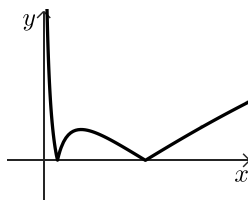


ג.  $\max\left(-1, -\frac{1}{e^2}\right)$ ,  $\min\left(2, \frac{e^4}{2}\right)$ .

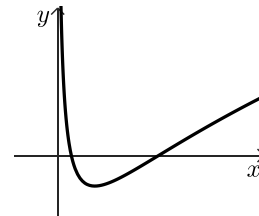
ה.  $c = 3 + \frac{1}{e^2}$ ,  $c = 3 - \frac{e^4}{2}$ .

(4) א.  $a = 4$  ב.  $x > 0$  ג.  $(e, 0)$  ד.  $\min(e^2, -1)$ .

ו. להלן סרטוט:



ה. להלן סרטוט:

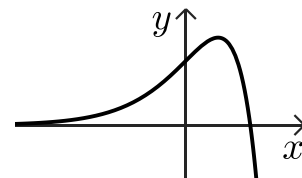


(5) א. גרף I ב. כל  $x$  ד. עליה:  $x > 2$ , ירידה:  $x < 2$ .

ג.  $(0, -3)$ ,  $(3, 0)$

ו.  $2e^2 - 6 \approx 8.778$ .

ה. להלן סרטוט:



יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות).  
**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

**פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה**

(1) בפירמידה המשולשת ABCD המקצועות AD, BD ו-CD מאונכים זה לזה (ראו סרטוט). הנקודה E נמצאת על המישור ABC, ומתקיים:

$$\vec{BE} = \frac{1}{9}\vec{BA} + \frac{4}{9}\vec{BC}$$

נסמן:  $\vec{DA} = \underline{u}$ ,  $\vec{DB} = \underline{v}$ ,  $\vec{DC} = \underline{w}$ .

א. הביעו את הווקטורים  $\vec{BA}$ ,  $\vec{BC}$ ,  $\vec{DE}$

באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

נתון:  $|\underline{u}| = 2$ ,  $|\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$ .

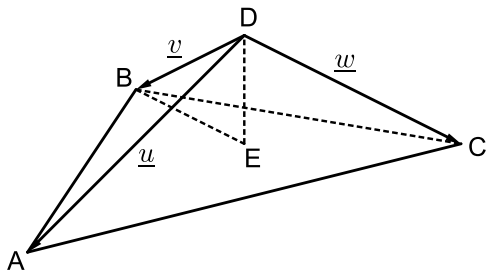
ב. (1) חשבו את אורכי המקצועות BA ו-BC.

(2) חשבו את גודל הזווית ABC.

(3) חשבו את שטח המשולש ABC.

ג. הוכיחו כי הווקטור  $\vec{DE}$  מאונך למישור ABC.

ד. חשבו את נפח הפירמידה ABCD.



(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



3) בבנק מסחרי יש שני סוגים של חוב: חוב של הבנק ללקוח (כאשר הלקוח מפקיד כסף בבנק) וחוב של הלקוח לבנק (כאשר הבנק מלווה כסף ללקוח).

בבנק מסחרי מסוים, כאשר הבנק חייב כסף ללקוח, הוא משלם ללקוח ריבית בגובה של 1.5% מן החוב בכל שנה. בתחילת שנת 2023 הפקיד דני בבנק 10,000 ₪.

א. איזו מבין הפונקציות 1-4 שלפניכם מתארת את גובה החוב של הבנק לדני לפי השנים  $t$ ?

$$f(t) = 10,000 \cdot 1.015^t \quad (1)$$

$$f(t) = 10,150 \cdot 1.02^t \quad (2)$$

$$f(t) = 10,150 \cdot 2^t \quad (3)$$

$$f(t) = 10,000 \cdot 1.5^t \quad (4)$$

ב. כמה כסף יהיה הבנק חייב לדני כעבור 20 שנה מן היום שבו הפקיד דני את הכסף? כאשר הבנק הזה מלווה כסף ללקוח, הוא גובה ממנו ריבית של 15% מגובה החוב בכל שנה. בתחילת שנת 2023 לוותה יעל 1,000 ₪ מן הבנק.

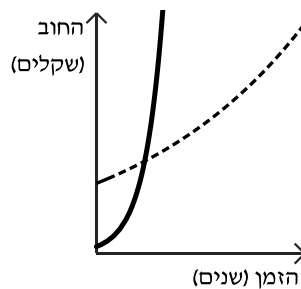
ג. מצאו את הפונקציה  $g(t)$  המתארת את גובה החוב של יעל לבנק לפי השנים  $t$ .

ד. בסרטוט שבסוף השאלה מתוארים הגרפים של הפונקציה  $f(t)$  ושל הפונקציה  $g(t)$ .

איזו פונקציה מתאר הקו המקווקו? נמקו.

בתחילת כל שנה הבנק מברר את המאזן שלו: כמה כסף לקוחותיו חייבים לו, וכמה כסף הוא חייב ללקוחותיו.

ה. בתחילתה של איזו שנה יגלה הבנק שהחוב שלו לדני קטן מן החוב של יעל לבנק?



**פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**



4 נתונה הפונקציה:  $f(x) = e^x \cdot (e^x - 6)^2$ , המוגדרת לכל  $x$ .

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ב. הראו כי מתקיים:  $f(x) = e^{3x} - 12e^{2x} + 36e^x$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = e^{3x}$ , העולה לכל  $x$ .

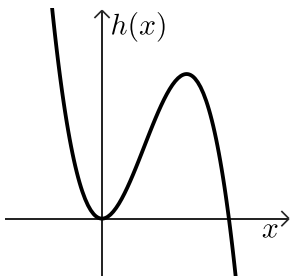
ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(2) באותה מערכת צירים שבה שרטטתם את גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  בקו מקווקו.

(3) מצאו את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי הגרף של הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $y$ .



5 בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה:  $h(x) = -2x^3 + 6x^2$

המוגדרת לכל  $x$ .

א. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $h(x)$

עם ציר ה- $x$ .

(2) היעזרו בגרף, ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של

הפונקציה  $h(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln(-2x^3 + 6x^2)$

ב. היעזרו בתשובתכם לתת סעיף א(2), ומצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x) + 4$ , המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ .

ה. מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , ומהו סוגה?



תשובות סופיות:

1) א.  $\vec{BA} = \underline{u} - \underline{v}$ ,  $\vec{BC} = -\underline{v} + \underline{w}$ ,  $\vec{DE} = \frac{1}{9}\underline{u} + \frac{4}{9}\underline{v} + \frac{4}{9}\underline{w}$  ב. (1)  $BA = \sqrt{5}$ ,  $BC = \sqrt{2}$  .

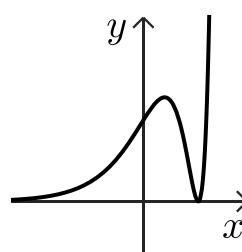
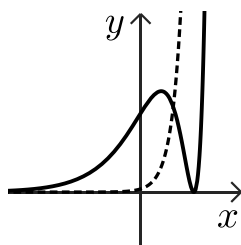
ב. (2)  $\sphericalangle ABC = 71.565^\circ$  ב. (3) 1.5 ג. שאלת הוכחה ד.  $\frac{1}{3}$  .

3) א. תשובה (1) ב. 13,468.55 ש"ח ג.  $g(t) = 1,000 \cdot 1.15^t$  .

ד.  $f(t) = 10,000 \cdot 1.015^t$  ה. שנת 2042 .

4) א.  $(0, 25)$ ,  $(\ln 6, 0)$  ב. ראו סרטון ג.  $\max(\ln 2, 32)$ ,  $\min(\ln 6, 0)$  .

ד. להלן סרטוט: ה. (1)  $(\ln 3, 27)$  ה. (2) להלן סרטוט: ה. (3) 24 .



5) א. (2) חיוביות:  $0 < x < 6$ , שליליות:  $x > 6$  .

א. (1)  $(0, 0)$ ,  $(6, 0)$  ב.  $0 < x < 6$ ,  $x < 0$  .

ג.  $x = 0$ ,  $x = 6$  ד.  $\max(4, \ln 64)$  .

ה.  $\min(4, 3.89)$  .

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

(1) תיבה ממוקמת במערכת צירים כך שהקודקוד D נמצא בראשית הצירים. הקודקודים A, C, D' נמצאים על החלקים החיוביים של ציר ה-x, של ציר ה-y, ושל ציר ה-z בהתאמה (ראו סרטוט).

נתון:  $AD = 2$ ,  $DC = 5$ , נפח התיבה הוא 80.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד D'.

ב. חשבו את השיעורים של הקודקודים A, B, C, C'.

נתון: הנקודה E נמצאת על המקצוע CC' ומקיימת:  $\vec{CE} = \frac{3}{4}\vec{CC'}$ .

הנקודה F היא אמצע המקצוע DD'.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של אלכסוני הפאה BB'C'C.

הנקודה M נמצאת על הפאה AA'D'D ומקיימת:

המרובע FEKM הוא מקבילית.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות K, F, E.

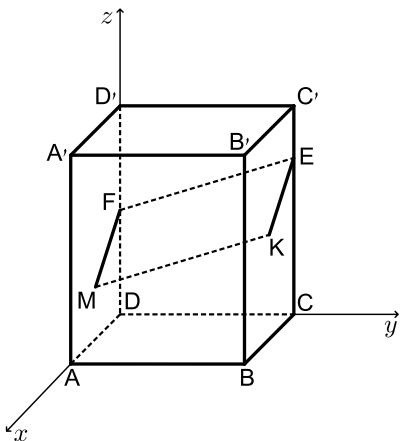
ג. (1) חשבו את גודל הזווית FEK.

(2) חשבו את שטח המקבילית FEKM.

ד. (1) מצאו את שיעורי הנקודה M.

(2) הסבירו מדוע הנקודות A, M, F נמצאות על אותו ישר.

(3) חשבו פי כמה שטח המקבילית FEKM גדול משטח המשולש AMK.



(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.

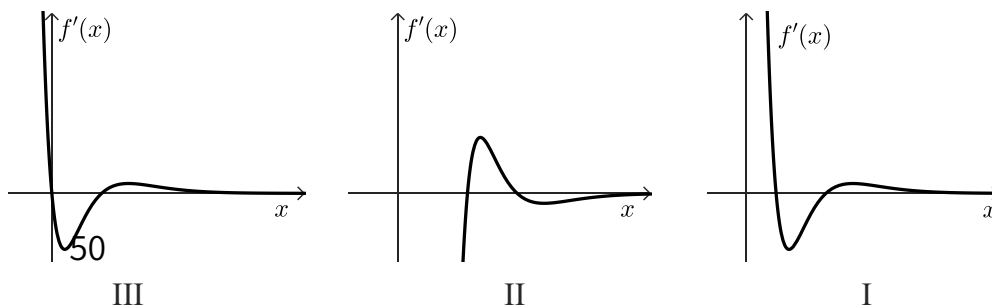


- 3) אחד הבנקים מלווה כסף לגופים מסחריים בריבית קבועה.
- א. הנהלת הבנק קבעה ריבית של 1.45% לשנה.  
 (1) חברת "היי-טק" לוותה 1,000,000 שקלים לשנתיים.  
 מהו גובה הסכום שהיה על החברה להחזיר לבנק בתום השנתיים?
- (2) חברת "התעשייה" לוותה 1,000,000 שקלים ל-3 חודשים.  
 מהו גובה הסכום שהיה עליה להחזיר לבנק בתום 3 החודשים?
- (3) חברת "הבנייה" לוותה 2,000,000 שקלים, והחזירה לבנק בתום תקופת הלוואה סכום של 2,103,353.05 שקלים. מה היה משך תקופת הלוואה?  
 הנהלת הבנק התחלפה, ואז הציע הבנק ללקוחותיו המסחריים שני מסלולי הלוואה חדשים לשנתיים:
- מסלול 1 - מסלול בריבית משתנה: 1% ריבית לשנה הראשונה, ו-2.2% ריבית לשנה השנייה.  
 מסלול 2 - מסלול בריבית שנתית קבועה לשנתיים.
- ב. חברה לווה סכום מסוים.  
 מה צריכה להיות הריבית השנתית במסלול 2, כדי שבתום השנתיים יקבל הבנק מן החברה את אותו סכום החזר בשני המסלולים?  
 פרטו את חישוביכם.

## פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



- 4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (2x^2 - 15x + 27) \cdot e^{5-x}$ .
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
 קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- ד. קבעו עבור אילו ערכי  $x$  מתקיים:  $f(x) < 0$  וגם  $f'(x) < 0$ . נמקו את קביעתכם.
- ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



(5) נקודת הפונקציה:  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{4x}$



- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x)$ .
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  וסקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  באותה מערכת צירים.
- נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.
- ה. (1) מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.  
(2) מצאו ערך של  $c$  שבעבורו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי הישר:  $y = c$  שווה ל- $S$ . נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

(1) א.  $D'(0,0,8)$  א. (2)  $C'(2,5,8)$ ,  $C(0,5,0)$ ,  $B(2,5,0)$ ,  $A(2,0,0)$

ב.  $K(1,5,4)$ ,  $F(0,0,4)$ ,  $E(0,5,6)$  ג. (1)  $\angle FEK = 70.6^\circ$  ג. (2) 11.36.

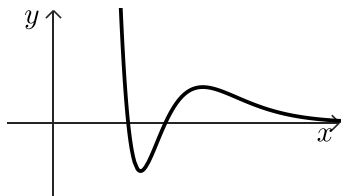
ד. (1)  $M(1,0,2)$  ד. (2) ראו סרטון ד. (3) פי 2.

(3) א. (1) 1,029,210.25 ש"ח א. (2) 1,003,605.45 ש"ח א. (3) 3.5 שנים.

ב. 1.6%

(4) א. כל  $x$  ב. (1)  $(4.5,0)$ ,  $(3,0)$ ,  $(0,27e^5)$

ב. (2)  $\max(6,3.31)$ ,  $\min(3.5,-4.48)$  ב. (3) להלן סרטוט:



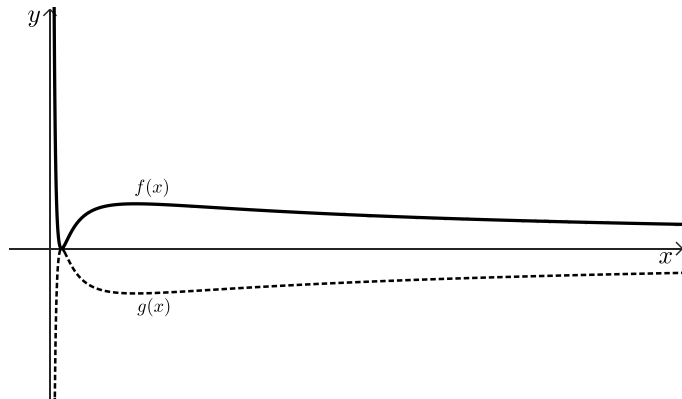
ג. גרף II.

ד.  $3 < x < 3.5$

ה. 7.79

(5) א.  $x > 0$  ב.  $(1,0)$  ג.  $\max\left(e^2, \frac{1}{e^2}\right)$ ,  $\min(1,0)$

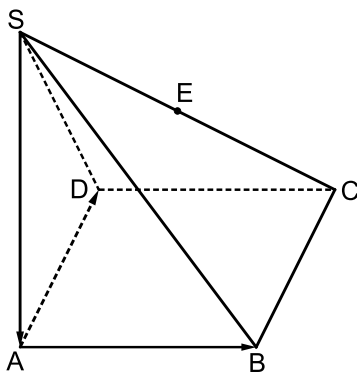
ד. להלן סרטוט: ה. (1)  $y = \frac{1}{e^2}$  ה. (2)  $y = -\frac{1}{e^2}$



יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

### פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



(1) נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.

המקצוע SA מאונך לבסיס הפירמידה.

הנקודה E היא אמצע המקצוע SC (ראו סרטוט).

נסמן:  $\vec{SA} = \underline{w}$ ,  $\vec{AD} = \underline{v}$ ,  $\vec{AB} = \underline{u}$ .

א. הביעו את הווקטורים  $\vec{SC}$ ,  $\vec{EB}$  ו- $\vec{ED}$

באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

נתון:  $\vec{EB}$  מאונך ל- $\vec{ED}$ ,  $|\underline{v}| = 3$ ,  $|\underline{u}| = 4$ .

ב. מצאו את  $|\underline{w}|$ .

נתון:  $D(0,0,0)$ ,

הצלע AD מונחת על החלק החיובי של ציר ה-x,

הצלע DC מונחת על החלק החיובי של ציר ה-y,

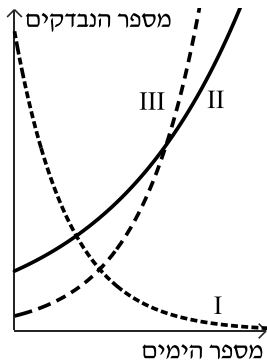
שיעור ה-z של הנקודה S הוא חיובי.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות A, C ו-S.

ד. חשבו את שטח המשולש DEB.



(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



(3)

לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות המתארות את מספר הנדבקים בנגיף הקורונה לפי ימים בשלושה יישוב א, ב ו-ג.

הפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום

$$\text{ביישוב א היא: } M(t) = 10 \cdot (1.5)^t,$$

והפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום

$$\text{ביישוב ב היא: } G(t) = 100 \cdot (1.2)^t.$$

א. מבין הגרפים I-III קבעו איזה גרף מתאר

את מספר הנדבקים ביישוב א, ואיזה גרף מתאר

את מספר הנדבקים ביישוב ב. נמקו את תשובותיכם.

ב. מה היה מספר הנדבקים ביישוב ב לאחר 8 ימים?

ג. מצאו לאחר כמה ימים היה מספר הנדבקים ביישוב א שווה למספר הנדבקים ביישוב ב.

בזמן הבדיקה הראשונית של יישובים א ו-ב, היה מספר הנדבקים ביישוב ג גדול פי 40

ממספר הנדבקים ביישוב ב, לכן הוחלט לתת ביישוב ג תרופה ניסיונית.

בעקבות כך קטן מספר הנדבקים ביישוב ג באופן מעריכי.

לאחר 8 ימים היו ביישוב ג 107 נדבקים.

ד. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ג.

**פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות**



(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{a+x}}{x-3}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .

נתון כי הנקודה:  $\left(5, \frac{e^6}{2}\right)$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצאו את הפרמטר  $a$ .

הציבו בפונקציה  $f(x)$  את הפרמטר  $a$  שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים

(אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

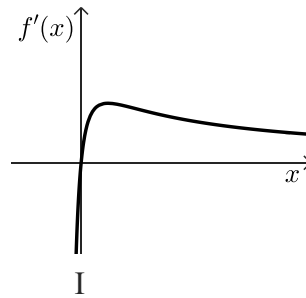
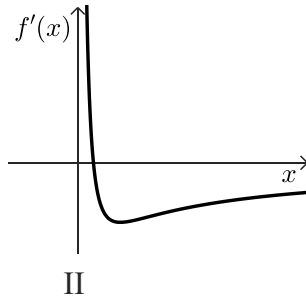
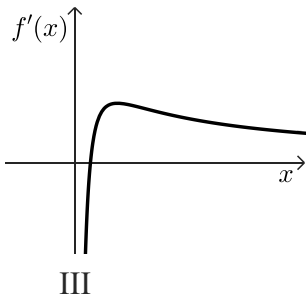
נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x) + 18$  המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ .

ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $g(x)$ .

נמקו את תשובתכם.



- 5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = (2 + \ln x) \cdot (-4 + \ln x)$
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. (1) אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .  
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.  
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,  
על ידי הישר:  $x = \sqrt{e}$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



תשובות סופיות:

(1) א.  $\overline{SC} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$ ,  $\overline{EB} = \frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$ ,  $\overline{ED} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$ . ב.  $|\underline{w}| = 5$ .

ג.  $A(3,0,0)$ ,  $C(0,4,0)$ ,  $S(3,0,5)$ . ד. 6.25.

(3) א. יישוב א: גרף III, יישוב ב: גרף II

ג. לאחר 10.32 ימים (ביום ה-11)

ב. 430 נדבקים.

ד. 36.41%

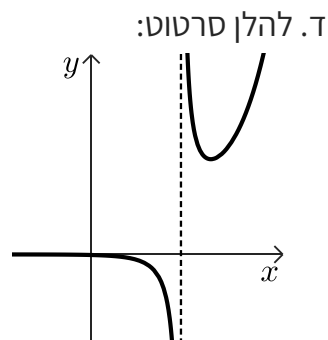
(4) א. (1)  $x \neq 3$  א. (2)  $x = 3$  ב.  $a = 1$

ג. (1)  $(4, e^5)$  מינימום. ג. (2) ירידה:  $3 < x < 4$  או  $3 < x$ .

ג. (3)  $(0, -\frac{e}{3})$

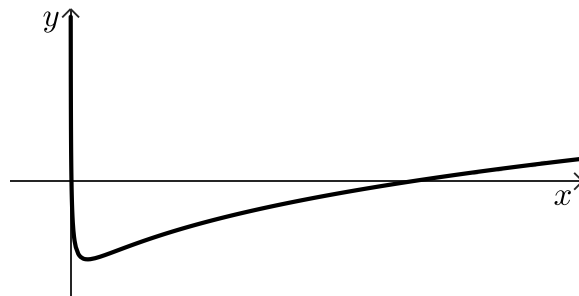
ה. חיוביות:  $x < 3$ ,

שליליות:  $3 < x$ .



(5) א.  $0 < x$  ב.  $(e^4, 0)$ ,  $(e^{-2}, 0)$  ג.  $(e, -9)$  מינימום.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) גרף III. ה. (2) 0.25.



# שאלון 472

פרק 18

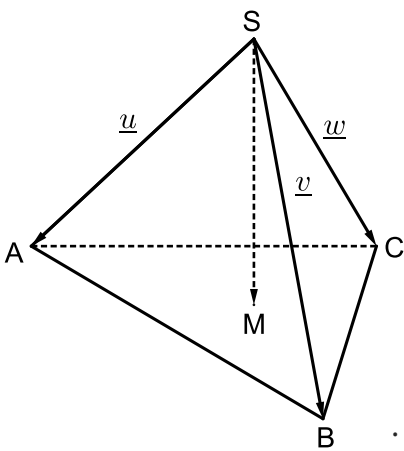
## פתרון בידאו של בחינות שנת 2022

58	מועד חורף
62	מועד חורף נבצרים
66	קיץ מועד א
70	קיץ מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

**פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה**



(1) נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה משולש ABC (ראו סרטוט).

אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3.

נתון:  $\angle ASB = \angle BSC = \angle ASC = 30^\circ$ .

נסמן:  $\vec{SA} = \underline{u}$ ,  $\vec{SB} = \underline{v}$ ,  $\vec{SC} = \underline{w}$ .

הנקודה M נמצאת במישור ABC.

ידוע כי  $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ .

א. חשבו את המכפלות הסקלריות:  $\underline{u} \cdot \underline{w}$ ,  $\underline{v} \cdot \underline{w}$ ,  $\underline{u} \cdot \underline{v}$ .

ב. (1) הביעו את הווקטורים  $\vec{AB}$  ו- $\vec{AC}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

(2) חשבו את אורכי הווקטורים  $\vec{AB}$  ו- $\vec{AC}$ .

(3) מצאו את גודל הזווית BAC.

ג. הראו כי  $\vec{SM}$  מאונך למישור ABC.

נסמן:  $|\vec{SM}| = m$ .

ד. הביעו את נפח הפירמידה SABC באמצעות m.

(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



- (3) בתחילת שנת 2020 התגלה נגיף ביישוב מסוים. מספר החולים ביישוב עלה בקצב מעריכי קבוע. כשהתגלה הנגיף היו ביישוב 104 חולים בנגיף, וכעבור חמישה חודשים היו ביישוב 200 חולים בנגיף. ביום שבו אובחנו ביישוב 200 חולים בנגיף, חוסנה כל האוכלוסייה ביישוב נגד אותו הנגיף. מאותו יום, ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בקצב מעריכי קבוע. אחרי 3 חודשים ממתן החיסון, היה מספר החולים בנגיף ביישוב 40% ממספרם לפני מתן החיסון.
- א. מזמן גילוי הנגיף ועד למתן החיסון לאוכלוסיית היישוב, פי כמה עלה מספר החולים בנגיף בכל חודש?
- ב. מצאו את האחוז הקבוע שבו ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בכל חודש מאז מתן החיסון.
- ג. (1) כמה חודשים עברו מזמן גילוי הנגיף ועד היום שבו אובחנו 20 חולים בלבד בנגיף? (2) אם האוכלוסייה ביישוב לא הייתה מתחסנת, וקצב העלייה במספר החולים לא היה משתנה, מה היה בערך מספר החולים ביישוב באותה תקופת זמן שמצאתם בתת-סעיף ג(1)?

### פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

- (4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{8}{e^x} + \frac{e^x}{2} + c$ ,  $c$  הוא פרמטר.
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  עובר דרך ראשית הצירים.
- ב. מצאו את  $c$ .
- הציבו בפונקציה  $f(x)$  את הערך של  $c$  שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ו.
- ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .
- נסמן ב- $S_1$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $-f(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .
- נסמן ב- $S_2$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $2 \cdot f(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .
- ו. בעבור כל אחד מן השטחים  $S_1$  ו- $S_2$  קבעו אם הוא גדול מ- $S$ , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעותיכם.



(5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (2) מצאו את האסימפטוטה המאונכת לציר ה-x של הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה-x.
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.
- ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ז. מצאו את התחום שבעבורו מתקיים  $f(x) \cdot f'(x) > 0$ .

תשובות סופיות:

1. א.  $\underline{u} \cdot \underline{v} = 4.5\sqrt{3}$ ,  $\underline{u} \cdot \underline{w} = 4.5\sqrt{3}$ ,  $\underline{v} \cdot \underline{w} = 4.5\sqrt{3}$  ב. (1)  $\overline{AC} = -\underline{u} + \underline{w}$ ,  $\overline{AB} = -\underline{u} + \underline{v}$

ב. (2)  $|\overline{AB}| = \sqrt{18 - 9\sqrt{3}} \approx 1.553$ ,  $|\overline{AC}| = \sqrt{18 - 9\sqrt{3}} \approx 1.553$  ב. (3)  $\sphericalangle BAC = 60^\circ$

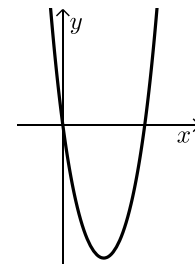
ג. ראו סרטון ד.  $V_{SABC} = \frac{-9 + 6\sqrt{3}}{4} \cdot m \approx 0.3481m$

3. א. פי 1.14 ב. 26.32% ג. (1) 12.54 חודשים ג. (2) בערך 536 חולים.

4. א. כל x ב.  $c = -8.5$  ג.  $(\ln 16, 0)$  ד.  $\min(\ln 4, -4.5)$

ו.  $S_2 > S$ ,  $S_1 = S$

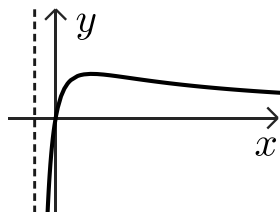
ה. להלן סרטוט:



5. א. (1)  $x > -1$  א. (2)  $x = -1$  ב.  $(0, 0)$  ג.  $\max\left(e - 1, \frac{1}{e}\right)$

ה. להלן סרטוט:

ד. עליה:  $-1 < x < e - 1$ , ירידה:  $x > e - 1$   
ו.  $0 < x < e - 1$



יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

**פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה**



**1** במנסרה ישרה  $ABCD A'B'C'D'$  הבסיס  $ABCD$  הוא מעוין.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 2,  $\sphericalangle BAD = 60^\circ$ , נפח המנסרה הוא  $8\sqrt{3}$ .

הנקודה  $E$  היא אמצע המקצוע  $C'D'$ .

נסמן:  $\vec{AA'} = \vec{w}$ ,  $\vec{AB} = \vec{v}$ ,  $\vec{AD} = \vec{u}$

א. הביעו את הווקטורים  $\vec{B'E}$  ו- $\vec{B'A}$  באמצעות  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  ו- $\vec{w}$ .

ב. לפניכם שלוש טענות (1-3). קבעו אלו מהטענות נכונות. נמקו.

(1)  $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

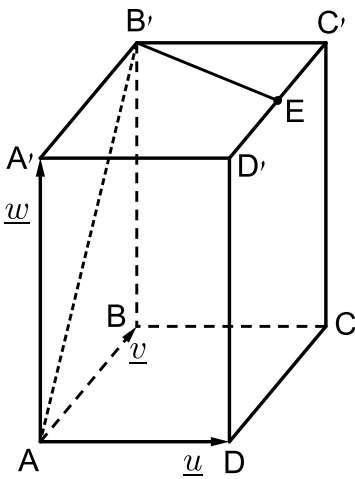
(2)  $\vec{u} \cdot \vec{w} = 0$

(3)  $\vec{B'A}$  מאונך ל- $\vec{B'E}$ .

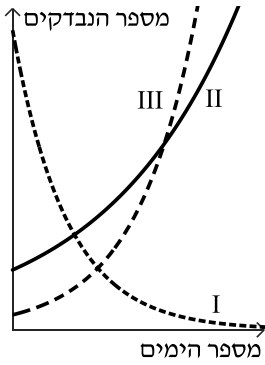
ג. חשבו את אורך הגובה של המנסרה.

ד. (1) חשבו את אורך הווקטור  $\vec{B'E}$ .

(2) חשבו את שטח המשולש  $AB'E$ .



**2** שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



(3)

לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות

המתארות את מספר הנדבקים בנגיף הקורונה לפי ימים בשלושה יישובים הפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום ביישוב א' היא

$$M(t) = 10 \cdot (1.5)^t, \text{ וביישוב ב' היא } G(t) = 100 \cdot (1.2)^t.$$

א. התאימו לכל אחד מן היישובים א' וב' את גרף הפונקציה מבין הגרפים I-III. נמקו.

ב. מה היה מספר הנדבקים ביישוב ב' לאחר 8 ימים?

ג. חשבו לאחר כמה ימים מספר הנדבקים ביישוב א' וביישוב ב' היה שווה.

בזמן הבדיקה הראשונית של יישובים א' וב', ביישוב ג' מספר הנדבקים היה גדול פי 40 ממספר הנדבקים ביישוב ב', לכן הוחלט לתת ביישוב ג' תרופה ניסיונית ומספר הנדבקים קטן באופן מעריכי.

לאחר 8 ימים מספר הנדבקים ביישוב ג' היה רבע ממספר הנדבקים ביישוב ב'.

ד. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ג'.

ה. הוחלט לסגור את בתי הספר ביישוב בו מספר הנדבקים יגיע ל-600.

האם יסגרו את בתי הספר באחד מי יישובים אלו במהלך 10 הימים מהבדיקה הראשונית? נמקו.

## פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4)

נתונה הפונקציה  $f(x) = 2 \ln(x^2 - a)$ , פרמטר חיובי.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה  $x = 5$  שווה ל-1.25.

א. מצאו את  $a$ .

הציבו  $a = 9$  וענה על הסעיפים הבאים:

ב. (1) רשמו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה-x של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

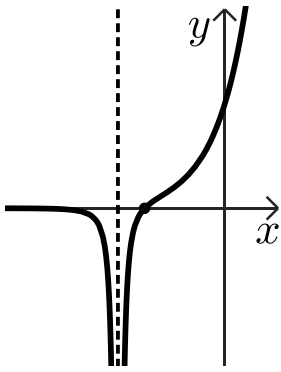
(4) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x - 4)$ .

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ד. האם הפונקציה  $g(x)$  זוגית / אי זוגית / או לא זוגית ולא אי זוגית? נמקו.



(5) הפונקציות  $f(x)$  ו- $f'(x)$  מוגדרות בתחום  $x \neq -2$ .

לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה אחת  $(a, 0)$ .

$a$  הוא קבוע.

א. הביעו באמצעות  $a$  את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של

הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

נתון גם כי:  $f(x) = \frac{e^{2x}}{x+2}$ .

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , ורשמו את הערך של  $a$ .

ג. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ה. מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ז. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , ציר ה- $x$  וציר ה- $y$ .

תשובות סופיות:

(1) א.  $\overline{B'A} = -\underline{v} - \underline{w}$ ,  $\overline{B'E} = \underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v}$  ב. (1) הטענה אינה נכונה ב. (2) הטענה נכונה.

ב. (3) הטענה נכונה ג. 4 ד. (1)  $|\overline{B'E}| = \sqrt{3}$  ד. (2)  $S_{\Delta AB'E} = \sqrt{15}$

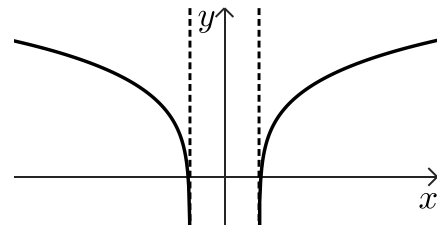
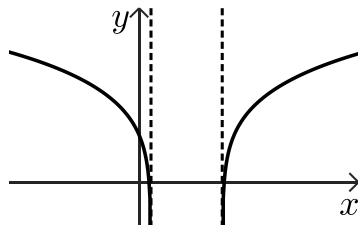
(3) א. יישוב א: גרף III, יישוב ב: גרף II ב. 430 נבדקים ג. ביום ה-11.

ד. 36.66% ה. כן, סגרו בתי ספר בשני יישובים.

(4) א.  $a = 9$  ב. (1)  $x < 3, x > 3$  ב. (2)  $x = -3, x = 3$

ב. (3) עליה:  $x > -3$ , ירידה:  $x > -3$  ב. (4)  $(-\sqrt{10}, 0), (\sqrt{10}, 0)$

ב. (5) להלן סרטוט: ג. להלן סרטוט:



ד. לא זוגית ולא אי-זוגית.

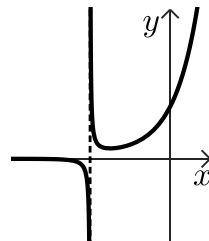
(5) א.  $x = a$ , מינימום ב.  $a = -1.5, \min\left(-1.5, \frac{2}{e^3}\right)$

ג. עליה:  $x > -1.5$ , ירידה:  $-2 < x < -1.5$  ד.  $(0, 0.5)$

ז.  $S = 0.5 - \frac{2}{e^3}$

ו. להלן סרטוט:

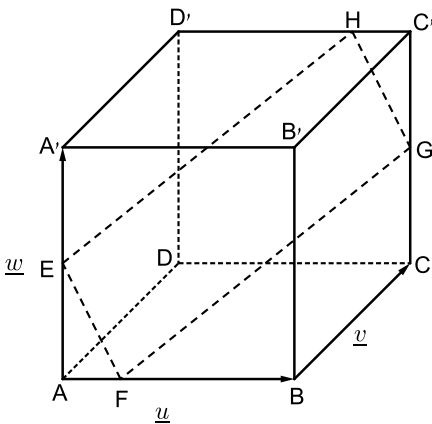
ה.  $x = -2$



יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

**פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה**



(1) נתונה הקובייה ABCDA'B'C'D' (ראו ציור). הנקודות E ו-G הן אמצעי המקצועות AA' ו-CC' בהתאמה.

הנקודה F מקיימת:  $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}$ .

הנקודה H מקיימת:  $\overrightarrow{D'H} = \frac{3}{4} \overrightarrow{D'C'}$ .

נסמן:  $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$ ,  $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$ .

א. (1) הביעו את הווקטורים  $\overrightarrow{EH}$  ו- $\overrightarrow{HG}$ ,  $\overrightarrow{FG}$ ,  $\overrightarrow{EF}$  באמצעות  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  ו- $\underline{w}$ .

(2) האם המרובע EFGH הוא מקבילית? נמקו.

הנפח של הקובייה הנתונה הוא 512.

ב. (1) מצאו את אורך המקצוע של הקובייה.

(2) מצאו את אורכי הווקטורים  $\overrightarrow{EH}$  ו- $\overrightarrow{EF}$ .

ג. (1) מצאו את גודל הזווית HEF.

(2) מצאו את שטח המרובע EFGH.

(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.





3 נתונה הפונקציה:  $f(x) = (7 - 3x) \cdot e^{3x}$ .

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

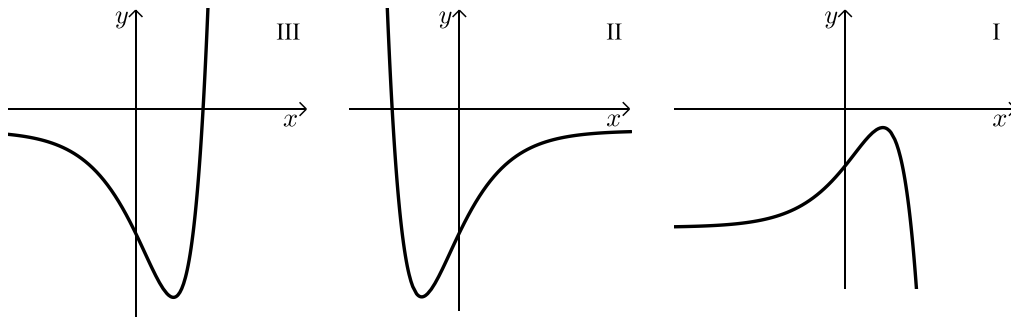
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$ .

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבעו את סוגה.

(2) אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את גרף הפונקציה  $g(x)$ .

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



### פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

4 נתונה הפונקציה:  $f(x) = (\ln x)^3 - 3(\ln x)^2$ .

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. (1) רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = \frac{1}{e}$ ,

על ידי הישר  $x = e$  ועל ידי ציר ה- $x$ .





5 הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה,  $f'(x)$ , מוגדרות לכל  $x$ .

$$\text{נתון: } f'(x) = e^x - e^{2-x}$$

א. מצאו את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקצייה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

נתון כי הפונקציה  $f(x)$  חיובית לכל  $x$ .

ב. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. קבעו איזו מן האפשרויות (1)-(4) שלפניכם יכולה לתאר את הפונקציה  $f(x)$ . במקו.

$$f(x) = e^x - e^{2-x} + c \quad (1)$$

$$f(x) = e^x + \frac{1}{2}e^{2-x} + c \quad (2)$$

$$f(x) = e^x - \frac{1}{2}e^{2-x} + c \quad (3)$$

$$f(x) = e^x + e^{2-x} + c \quad (4)$$

$c$  הוא פרמטר.

דרך נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  העבירו אנך לציר ה- $x$ .

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי האנך, ועל ידי הצירים הוא  $e^2 + e - 1$ .

ד. (1) מצאו את  $c$ .

(2) מצאו את ערך ה- $c$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .

תשובות סופיות:

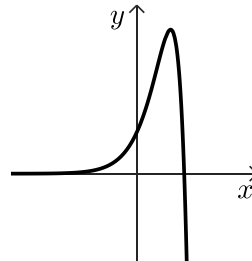
1. א. (1)  $\vec{EH} = \frac{3}{4}\underline{u} + \underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$ ,  $\vec{HG} = \frac{1}{4}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{w}$ ,  $\vec{FG} = \frac{3}{4}\underline{u} + \underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$ ,  $\vec{EF} = \frac{1}{4}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{w}$

א. (2) המרובע EFGH הוא מקבילית ב. (1) 8 ב. (2)  $|\vec{EH}| = \sqrt{116}$ ,  $|\vec{EF}| = \sqrt{20}$

ג. (1)  $\sphericalangle HEF = 94.76^\circ$  ג. (2)  $S_{EFGH} = 48$

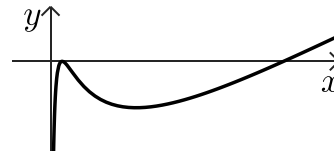
3. א. כל  $x$  ב.  $(0,7)$ ,  $(2\frac{1}{3},0)$  ג. (1)  $\max(2, e^6) = \max(2, 403.43)$

ד. להלן סרטוט: ה. (2) גרף III. ה. (1)  $\min(2, -807.858)$

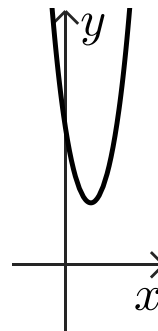


4. א.  $x > 0$  ב.  $(e^3, 0)$ ,  $(1, 0)$  ג.  $\max(1, 0)$ ,  $\min(e^2, -4)$

ד. להלן סרטוט: ה. (1) חיובית:  $x > e^2$ ,  $0 < x < 1$ , יורדת:  $1 < x < e^2$



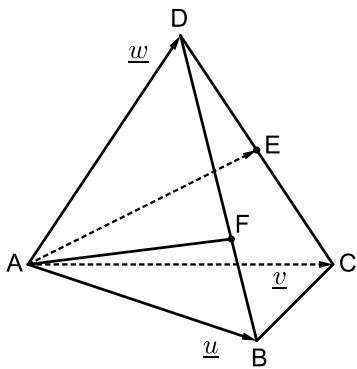
5. א.  $x_{\min} = 1$  ב. להלן סרטוט: ג. אופציה 4 ד. (1)  $c = e$  ה.  $y_{\min} = 3e$



יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שימו לב:** אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

**פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה**



**(1)** בפירמידה המשולשת ABCD הפאות ABD ו-ACD הן משולשים שוויו צלעות (ראו סרטוט).

הנקודה E היא אמצע המקצוע CD.

הנקודה F נמצאת על המקצוע BD

ומחלקת אותו ביחס של  $BF : FD = 1 : 2$ .

נסמן:  $\vec{AD} = \vec{w}$ ,  $\vec{AC} = \vec{v}$ ,  $\vec{AB} = \vec{u}$ .

נתון:  $\angle BAC = 45^\circ$ ,  $|\vec{u}| = |\vec{v}| = |\vec{w}| = 6$ .

א. חשבו את המכפלות הסקלריות שלפניהם:  $\vec{v} \cdot \vec{w}$ ,  $\vec{u} \cdot \vec{w}$ ,  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .

ב. (1) הביעו את הווקטורים  $\vec{CD}$  ו- $\vec{BD}$  באמצעות  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  ו- $\vec{w}$  (אם יש צורך).

(2) הביעו את הווקטורים  $\vec{AE}$  ו- $\vec{AF}$  באמצעות  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  ו- $\vec{w}$  (אם יש צורך).

ג. לפניהם שלוש טענות (1)-(3). קבעו אילו מן הטענות נכונות ואילו אינן נכונות.

נמקו את כל תשובותיכם.

(1)  $\vec{CD}$  מאונך ל- $\vec{AE}$ .

(2)  $\vec{CD}$  מאונך ל- $\vec{AF}$ .

(3)  $\vec{CD}$  מאונך למישור EAF.

**(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.**



(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$ .

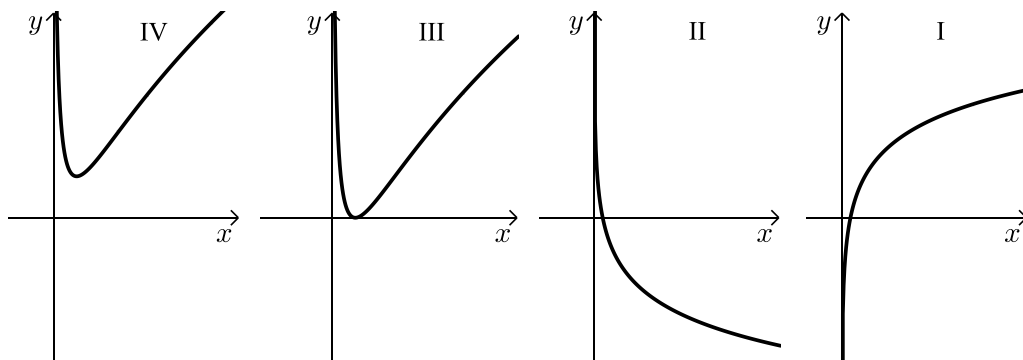
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה  $g(x)$ , המקיימת  $g(x) = -2f(x)$  לכל  $x$ .
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישר  $x = 3$ .
- ז. הביעו באמצעות  $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי הישר  $x = 3$ . נמקו את תשובתכם.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



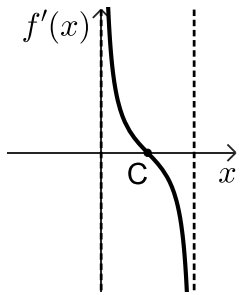
4 נתונה הפונקציה:  $f(x) = a + (\ln x)^2$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה (הביעו באמצעות  $a$ , אם יש צורך).
- נתונה הפונקציה:  $g(x) = 1 + \ln x$  המוגדרת בתחום  $x > 0$ .
- ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה).
- ד. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה  $f(x)$  ואחד מהם מתאר את גרף הפונקציה  $g(x)$ . קבעו איזה מהם מתאר את  $f(x)$  ואיזה את  $g(x)$ , ונמקו את קביעתכם. הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  נחתכים בשתי נקודות שונות. שיעור ה- $x$  של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא  $x = e$ .
- ה. (1) מצאו את  $a$ .
- (2) מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .
- (3) בעבור אילו ערכי  $x$  מתקיים:  $f(x) < g(x)$ ?





(5)  $f(x)$  היא פונקציה. גרף פונקציית הנגזרת שלה,  $f'(x)$ , מתואר בסרטוט שלפניכם.



הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חותך את ציר ה- $x$

בנקודה אחת בלבד, שבה  $x = c$ . הוא פרמטר.

א. מצאו את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  על פי הגרף.

נמקו את תשובתכם.

נתון:  $f(x) = \ln(4x - x^2)$ .

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

בתשובתכם השאירו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וכתבו את ערכו של  $c$ .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$ .

ו. מצאו את התחומים שבהם  $g(x)$  חיובית. נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

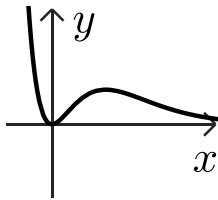
1. א.  $\underline{v} \cdot \underline{w} = 18, \underline{u} \cdot \underline{w} = 18, \underline{u} \cdot \underline{v} = 18\sqrt{2}$  ב. (1)  $\overline{BD} = -\underline{u} + \underline{w}, \overline{CD} = -\underline{v} + \underline{w}$

ב. (2)  $\overline{AF} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{w}, \overline{AE} = \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$  ג. (1) הטענה נכונה.

ג. (2) הטענה אינה נכונה ג. (3) הטענה אינה נכונה.

3. א. כל  $x$  ב.  $(0,0)$  ג.  $\min(0,0), \max\left(2, \frac{4}{e^2}\right)$

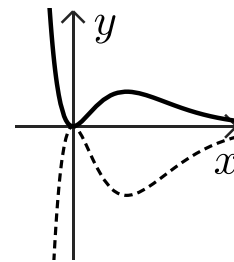
ה. להלן סרטוט:



ד. עלייה:  $0 < x < 2$ , ירידה:  $x < 0, x > 2$

ז. 3S.

ו. להלן סרטוט:



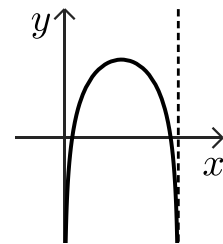
4. א.  $x > 0$  ב.  $\min(1,a)$  ג. עלייה:  $x > 0$ , ירידה: אף  $x$ .

ד.  $f(x) \rightarrow IV, g(x) \rightarrow I$  ה. (1)  $a = 1$  ה. (2)  $(1,1)$  ה. (3)  $1 < x < e$

5. א. מקסימום ב.  $0 < x < 4$  ג.  $(0.268,0), (3.732,0)$  ד.  $c = 2, (2, \ln 4)$

ו.  $0 < x < 4$

ה. להלן סרטוט:



# שאלון 472

פרק 21

## פתרון בידאו של בחינות 2023

75	.....	חורף
79	.....	קיץ מועד א
83	.....	קיץ מועד מיוחד
87	.....	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2023:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) ביום ראשון יצאו יעל ושירה להליכה במסלול שאורכו 3,680 מטרים. הן יצאו יחד מתחילת המסלול. בדקה הראשונה הלכה יעל מרחק של 125 מטרים, ובכל דקה שלאחר מכן היא הלכה מרחק הקטן ב-2 מטרים מהמרחק שהלכה בדקה שקדמה לה.

א. מהו המרחק שהלכה יעל בדקה ה-45?

ב. (1) כמה דקות הלכה יעל מתחילת המסלול ועד סופו?

(2) מהו המרחק שהלכה יעל בדקה האחרונה?

שירה הלכה בכל דקה מרחק קבוע. יעל ושירה הגיעו לסוף המסלול באותו הזמן.

ג. מהו המרחק הקבוע שהלכה שירה בכל דקה?

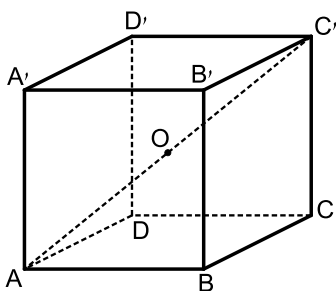
ביום שני יצאו יעל ושירה להליכה במסלול אחר.

שירה יצאה מתחילת המסלול והלכה בכל דקה מרחק קבוע כמו ביום ראשון.

יעל יצאה מתחילת המסלול 6 דקות אחרי שירה, והלכה בכל דקה באותו אופן שבו הלכה ביום ראשון (בדקה הראשונה הלכה מרחק של 125 מטרים, ובכל דקה שלאחר מכן היא הלכה מרחק הקטן ב-2 מטרים מהמרחק שהלכה בדקה שקדמה לה).

ד. כמה דקות עברו מזמן שיצאה יעל מתחילת המסלול ועד שהיא פגשה את שירה

בפעם הראשונה?



(2) נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  (ראו סרטוט).

$ABCD$  הוא בסיס של התיבה.

$O$  היא נקודת מפגש האלכסונים של התיבה.

נתון:  $AB = \sqrt{3} \cdot a$ ,  $BC = a$ ,  $CC' = 1.5 \cdot a$ .

א. הביעו את אורך אלכסון הבסיס  $AC$ , באמצעות  $a$ .

ב. מצאו את גודל הזווית שבין אלכסון התיבה  $AC'$ ,

ובין הבסיס  $ABCD$ .

נתון: שטח המעטפת של התיבה הנתונה הוא  $48 \cdot (1 + \sqrt{3})$ .

ג. מצאו את  $a$ .

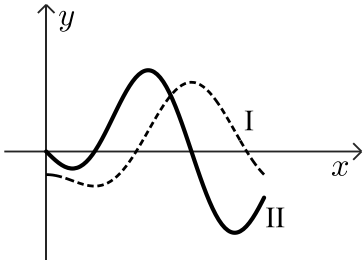
ד. מצאו את נפח הפירמידה  $OABCD$ .

ה. בעבור כל אחת מהטענות (1)-(2) שלפניכם, קבעו אם הטענה נכונה או לא נכונה, ונמקו את קביעתכם.

(1) נפח הפירמידה  $OABCD$  גדול מנפח הפירמידה  $OAA'D'D$ .

(2) הזווית בין הישר  $AC$  ובין מישור הפאה  $DD'C'C$  היא בת  $30^\circ$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**



3 בסרטוט שלפניכם מתוארים הגרפים של הפונקציה  $f(x)$ ,

ושל פונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$ , בתחום  $0 \leq x \leq 1.5\pi$ .

א. קבעו איזה מבין הגרפים II-I שבסרטוט מתאר את

גרף הפונקציה  $f(x)$ , ואיזה מהם מתאר את גרף

הנגזרת שלה  $f'(x)$ .

נתון:  $f(x) = \frac{1}{2} \cos(2x) - \cos(x)$ , בתחום  $0 \leq x \leq 1.5\pi$ .

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבעו את סוגן (תוכלו לקבוע את סוגן באמצעות הסרטוט).

ג. עבור אילו ערכים של  $k$  יש לישר  $y = k$  ולגרף הפונקציה  $f(x)$

בדיוק שתי נקודות משותפות? נמקו.

ד. חשבו את השטח הכלוא על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

4 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 6}$ .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים

(אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבעו את סוגן.

ד. לפניכם סקיצה חלקית של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

העתיקו את הסקיצה למחברת והשלימו בה את החלקים

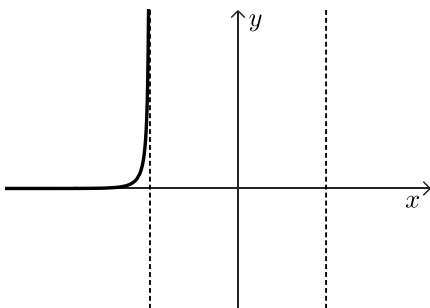
החסרים של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + c$ , כאשר  $c$  פרמטר.

ה. מצאו את שני הערכים האפשריים של  $c$ , עבורם

יש לפונקציה  $g(x)$  נקודת קיצון על הישר  $y = 4$ .

נמקו את תשובתכם.



- 5) נתונה הפונקציה  $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x + 3$ , כאשר  $a$  פרמטר. אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  היא  $(e^3, 0)$ .
- א. מצאו את  $a$ .  
 הציבו  $a = 4$  בפונקציה וענו על סעיפים ב-ו שלהלן.
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך האחרת של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבעו את סוגה.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- פונקציה  $g(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $g'(x)$  מוגדרות באותו תחום שבו מוגדרת  $f(x)$ . נתון:  $g'(x) = -f(x)$ .
- ו. קבעו את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  ואת סוגן. נמקו קביעתכם.

תשובות סופיות:

א. 37 מטרים. (1) ב. 46 דקות. (2) ב. 35 מטרים.

ג. 80 מטרים.

ד. 16 דקות.

ג.  $a = 4$

ב.  $36.87^\circ$

(2) א.  $AC = 2a$

ה. (2) נכון.

ה. (1) לא נכון.

ד.  $16\sqrt{3} \approx 27.71$

(3) א.  $f(x) \rightarrow I, f'(x) \rightarrow II$

ב.  $\max(0, -0.5), \min\left(\frac{\pi}{3}, -0.75\right), \max(\pi, 1.5), \min\left(\frac{3\pi}{2}, -0.5\right)$

ד. 2.5 יח"ר.

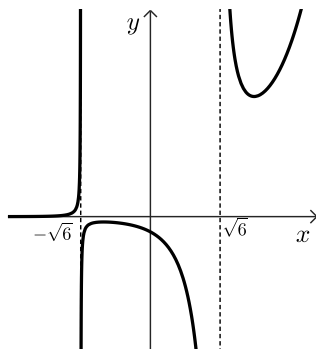
ג.  $-0.75 < k < -0.5, -0.5 < k < 1.5$

ב.  $\left(0, -\frac{1}{6}\right)$

א. (2)  $x = \pm\sqrt{6}$

א. (1)  $x \neq \pm\sqrt{6}$  (4)

ד. להלן סקיצה:



ג.  $\max\left(-2, -\frac{1}{2e^4}\right), \min\left(3, \frac{e^6}{3}\right)$

ה.  $c = 4 + \frac{1}{2e^4}, c = 4 - \frac{e^6}{3}$

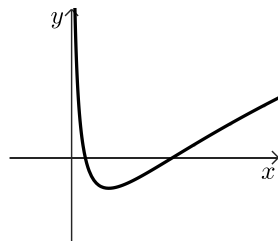
ב.  $x > 0$

(5) א.  $a = 4$

ה. להלן סקיצה:

ד.  $\min(e^2, -1)$

ג.  $(e, 0)$



ו.  $\max: x = e^3, \min: x = e$

## בגרות קיץ 2023 מועד א':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

1) נתונה הסדרה:  $a_n = 4n - 6$ .

א. מצאו את  $a_1$ .

ב. הוכיחו כי הסדרה חשבונית, ומצאו את הפרש הסדרה.

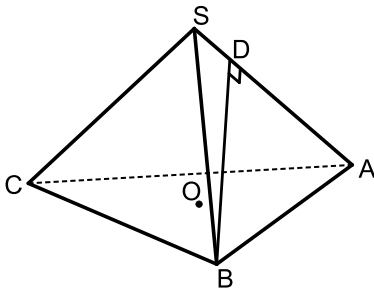
נתון: בסדרה יש  $2k$  איברים סך הכול.

ג. (1) הביעו באמצעות  $k$  את סכום  $k$  האיברים הראשונים בסדרה.

(2) הביעו באמצעות  $k$  את סכום  $2k$  האיברים בסדרה.

נתון כי סכום  $k$  האיברים האחרונים בסדרה הוא 7,210.

ד. מצאו את  $k$ .



2) SABC היא פירמידה משולשת ישרה שבסיסה ABC

הוא משולש שווה צלעות (ראו סרטוט).

זווית הבסיס של פאה צדדית שווה ל- $50^\circ$ .

הנקודה D נמצאת על המקצוע SA כך ש-BD

מאונך ל-SA.

נתון:  $DA = 6$ .

א. (1) מצאו את אורך צלע הבסיס של הפירמידה.

(2) מצאו את האורך של מקצוע צדדי של הפירמידה.

SO הוא גובה הפירמידה.

ב. חשבו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה.

ג. מצאו את גובה הפירמידה.

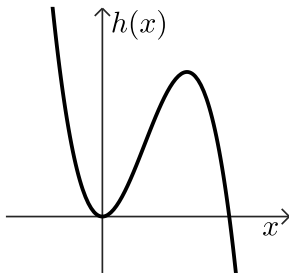
ד. חשבו את נפח הפירמידה SABC.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

- 3** הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ . נתונה פונקציית הנגזרת:  $f'(x) = \sin(2x) - \cos(x)$ .
- א. מצאו את שיעורי ה- $x$  של כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- נתון: כל אחת מנקודות המינימום של הפונקציה  $f(x)$  נמצאת על ציר ה- $x$ .
- ב. מצאו את הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצאו את שיעור ה- $y$  של נקודות המקסימום של הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. חשבו את שטח המשולש הנוצר על ידי 3 נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $f(x)$ .

- 4** נתונה הפונקציה:  $f(x) = e^x \cdot (e^x - 6)^2$ , המוגדרת לכל  $x$ .
- א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ב. הראו כי מתקיים:  $f(x) = e^{3x} - 12e^{2x} + 36e^x$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה:  $g(x) = e^{3x}$ , העולה לכל  $x$ .
- ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- (2) באותה מערכת צירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה  $f(x)$ , סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  בקו מקווקו.
- (3) מצאו את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה  $f(x)$ , על ידי הגרף של הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

5 בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה:  $h(x) = -2x^3 + 6x^2$



המוגדרת לכל  $x$ .

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף

הפונקציה  $h(x)$  עם ציר ה- $x$ .

ב. היעזרו בגרף, ומצאו את תחומי החיוביות

והשליליות של הפונקציה  $h(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln(-2x^3 + 6x^2)$

ב. היעזרו בתשובתכם לתת סעיף א(2), ומצאו את תחום ההגדרה של

הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- $x$  של

הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

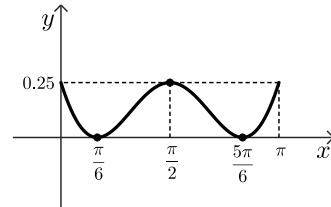
נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x) + 4$ , המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת

הפונקציה  $f(x)$ .

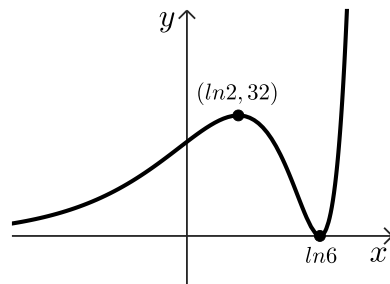
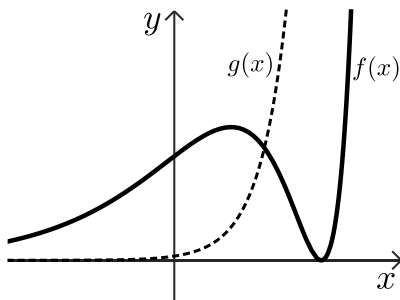
ה. מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , ומהו סוגה?

תשובות סופיות:

- (1) א.  $a_1 = -2$  ב.  $d = 4$  ג. (1)  $2k^2 - 4k$  ד. (2)  $8k^2 - 8k$   
 ד.  $k = 35$   
 (2) א. (1)  $\sim 9.33$  ב. (2)  $\sim 7.26$  ג.  $42.08^\circ$  ד.  $\sim 61.19$   
 (3) א.  $x = 0$  מקסימום,  $x = \frac{\pi}{6}$  מינימום,  $x = \frac{\pi}{2}$  מקסימום,  $x = \frac{5\pi}{6}$  מינימום,  
 ב.  $f(x) = \frac{-\cos 2x}{2} - \sin x + \frac{3}{4}$  ג.  $y = \frac{1}{4}$  ד. סרטוט:  
 ה.  $\frac{\pi}{12}$



- (4) א.  $(0, 25)$ ,  $(\ln 6, 0)$  ב. הוכחה.  
 ג.  $(\ln 2, 32)$  מקסימום,  $(\ln 6, 0)$  מינימום.  
 ד. סרטוט:  
 ה. (1)  $(\ln 3, 27)$  ה. (2) סרטוט: ה. (3) 24



- (5) א. (1)  $(0, 0)$ ,  $(3, 0)$   
 א. (2) תחומי חיוביות:  $0 < x < 3$  או  $x < 0$ , תחומי שליליות:  $x > 3$   
 ב.  $0 < x < 3$  או  $x < 0$  ג.  $x = 0$ ,  $x = 3$  ד.  $(2, \ln 8)$  מקסימום.  
 ה.  $(2, 4 - \ln 8)$  מינימום.

## בגרות 2023 מועד מיוחד:

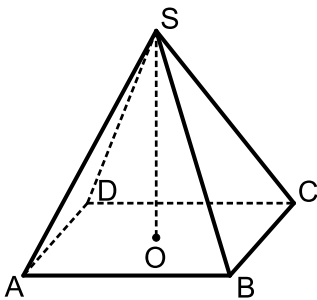
ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

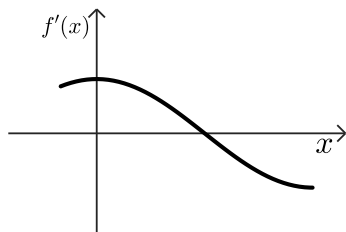
- (1)  $a_n$  היא סדרה חשבונית עולה בת 88 איברים.  
שלושת האיברים הראשונים בסדרה הם:  $2x$ ,  $2x+3$ ,  $3x+27$ .
- א. (1) מצאו את הפרש הסדרה ואת  $a_1$ .  
(2) מצאו כמה איברים חיוביים יש בסדרה.
- ב. (1) מצאו את האיבר הראשון ואת האיבר האחרון בסדרה  $a_n$ .  
המתחלקים ב-9 ללא שארית.  
(2) חשבו את סכום כל האיברים בסדרה  $a_n$  המתחלקים ב-9 ללא שארית.

- (2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא ריבוע (ראו סרטוט).  
גובה הפירמידה, SO, שווה לאלכסון הריבוע.



- א. מצאו את הזוויות בין מקצוע צדדי של הפירמידה ובין בסיס הפירמידה.  
נתון: אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא:  $6\sqrt{5}$ .
- ב. מצאו את אורך צלע הבסיס של הפירמידה.  
ג. מצאו את שטח המעטפת של הפירמידה.  
נקודה E נמצאת על הגובה SO.  
חיברו את אמצעי הצלעות של בסיס הפירמידה לנקודה E ויצרו פירמידה חדשה.  
נתון: נפח הפירמידה החדשה הוא 84.  
ד. מצאו את אורך הקטע EO.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**



3 נתונה הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$

המוגדרות בתחום:  $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq 2\pi$

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודה שבה  $x = \pi$  בלבד.

א. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצאו את שיעורי ה- $x$  של כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.

נתון:  $f(x) = \sin\left(\frac{1}{2}x\right) + 1$

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.

ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- $y$ .

4 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{a+x}}{x-3}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .

נתון כי הנקודה:  $\left(5, \frac{e^6}{2}\right)$  נמצאת על גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצאו את הפרמטר  $a$ .

הציבו בפונקציה  $f(x)$  את הפרמטר  $a$  שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x) + 18$  המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת

הפונקציה  $f(x)$ .

ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $g(x)$ .  
נמקו את תשובתכם.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = (2 + \ln x) \cdot (-4 + \ln x)$ .

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

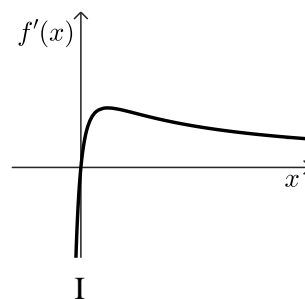
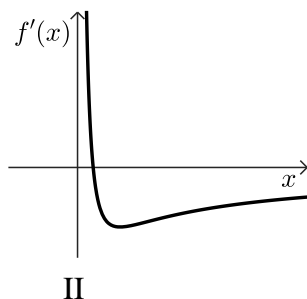
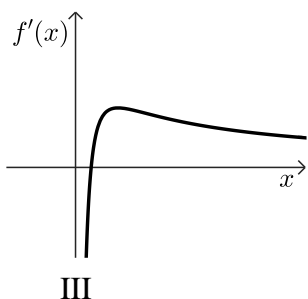
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. (1) אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ,

על ידי הישר:  $x = \sqrt{e}$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



תשובות סופיות:

א. (1)  $d = 3, a_1 = -42$  (2) 73 איברים. ב. (1)  $a_{87} = 216, a_3 = -36$

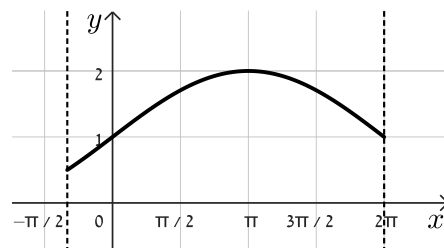
(2) 2,610

א.  $63.435^\circ$  ב.  $\sqrt{72}$  ג. 216 ד.  $EO = 7$

א. עליה:  $-\frac{\pi}{3} < x < \pi$ , ירידה:  $\pi < x < 2\pi$  ב.  $x = 2\pi$  מינימום,  $x = \pi$

מקסימום,  $x = -\frac{\pi}{3}$  מינימום. ג.  $(0,1)$

ד. סרטוט: ה.  $\pi - 2 = 1.14$



א. (1)  $x \neq 3$  (2)  $x = 3$  ב.  $a = 1$

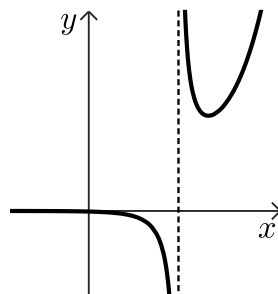
ג. (1)  $(4, e^5)$  מינימום. (2) ירידה:  $3 < x < 4$  או  $3 < x$

(3)  $(0, -\frac{e}{3})$

ה. חיוביות:  $x < 3$

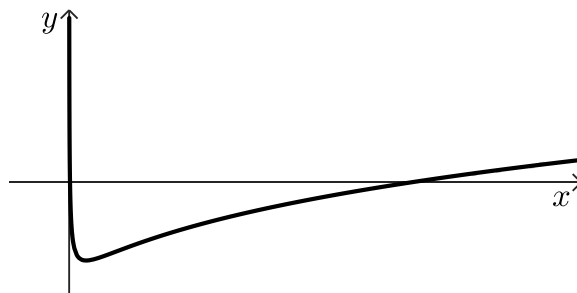
שליליות:  $3 < x$

ד. סרטוט:



א.  $0 < x$  ב.  $(e^4, 0), (e^{-2}, 0)$  ג.  $(e, -9)$  מינימום.

ד. סרטוט: ה. (1) גרף III. (2) 0.25



## בגרות קיץ 2023 מועד ב':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

1) נתונה סדרה חשבונית  $a_n$  בת  $n$  איברים.

$$\text{נתון: } a_1 = -10, a_3 = -4,$$

סכום כל איברי הסדרה הוא 4,218.

א. מצאו את  $n$ .

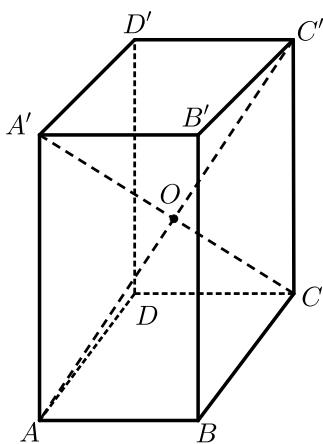
מחקו כל איבר שלישי בסדרה  $a_n$  (כלומר מחקו את האיברים:  $a_3, a_6, \dots$ ).

ב. (1) כמה איברים נמחקו מן הסדרה  $a_n$ ?

(2) מהו סכום האיברים שנמחקו מן הסדרה  $a_n$ ?

(3) מהו סכום האיברים שנשארו בסדרה  $a_n$  אחרי המחיקה?

2) נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  שבסיסה  $ABCD$  הוא ריבוע (ראו סרטוט).



נתון כי אלכסון התיבה גדול פי  $\sqrt{3}$  מאלכסון הבסיס.

א. מצאו את גודל הזווית בין אלכסון התיבה לבסיס.

נתון כי שטח המלבן  $ACC'A'$  הוא  $128\sqrt{2}$ .

ב. (1) מצאו את צלע הבסיס של התיבה.

(2) מצאו את אורך האלכסון של התיבה.

אלכסוני התיבה  $A'C$  ו- $C'A'$  נפגשים בנקודה  $O$ .

ג. מצאו את שטח המעטפת של הפירמידה

הישרה  $OABCD$ .

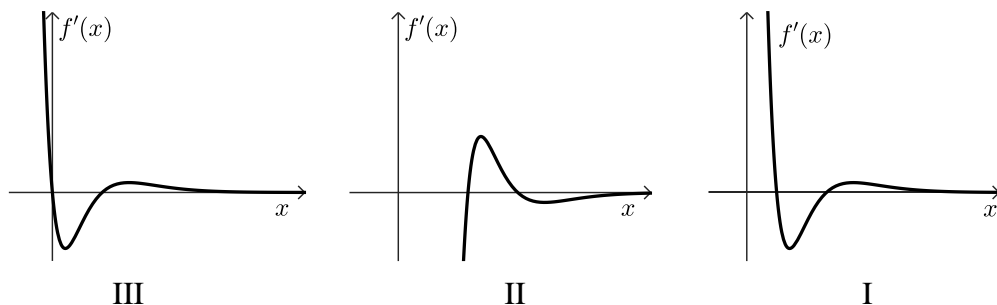
**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

3 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 1 + x - \sin(2x)$ , המוגדרת בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .

- א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה:  $x = \frac{\pi}{4}$ .  
 ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי הישר המשיק שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג ועל ידי ציר ה- $y$  (בתחום הנתון המשיק פוגש את גרף הפונקציה רק בנקודת ההשקה).

4 נתונה הפונקציה:  $f(x) = (2x^2 - 15x + 27) \cdot e^{5-x}$

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.  
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ג. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.  
 ד. קבעו עבור אילו ערכי  $x$  מתקיים:  $f(x) < 0$  וגם  $f'(x) < 0$ . נמקו את קביעתכם.  
 ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

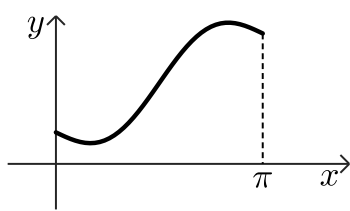


(5) נקודת הפונקציה:  $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{4x}$

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x)$ .
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  וסקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  באותה מערכת צירים.
- נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.
- ה. (1) מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המקסימום שלה.
- (2) מצאו ערך של  $c$  שבעבורו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי הישר:  $y = c$  שווה ל- $S$ . נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

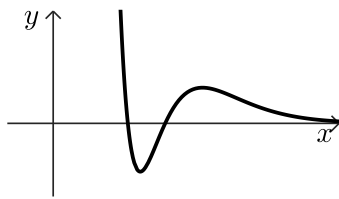
- (1) א.  $n=57$  ב. (1) 19 איברים. (2) 1,463 (3) 2,755  
 (2) א.  $53.735^\circ$  ב. (1) 8 (2)  $8\sqrt{6}$  ג.  $64\sqrt{5}$   
 (3) א.  $(\pi, 4.142)$  מינימום,  $(\frac{5}{6}\pi, 4.484)$  מקסימום,  $(\frac{\pi}{6}, 0.658)$  מינימום,



- ב. סרטוט: (0,1) מקסימום.  
 ג.  $y=x$  ד. 0.285

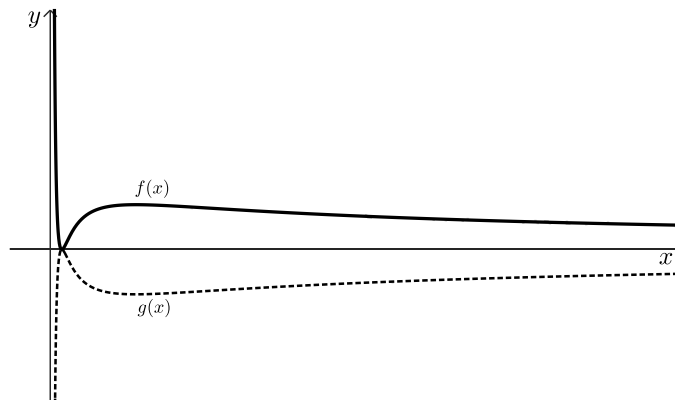
- (4) א. כל  $x$ . ב. (1)  $(4.5, 0)$ ,  $(3, 0)$ ,  $(0, 27e^5)$

- ב. (2)  $(3.5, -4.48)$  מינימום,  $(6, 3.31)$  מקסימום. ב. (3) סרטוט:  
 ג. גרף II. ד.  $3 < x < 3.5$  ה. 7.79



- (5) א.  $x > 0$  ב.  $(1, 0)$  ג.  $(1, 0)$  מינימום,  $(e^2, \frac{1}{e^2})$  מקסימום.

- ד. סרטוט: ה. (1)  $y = \frac{1}{e^2}$  (2)  $y = -\frac{1}{e^2}$



# שאלון 472

פרק 22

## פתרון בידאו של בחינות 2022

91	.....	חורף
95	.....	מועד נבצרים
99	.....	קיץ מועד א
103	.....	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2022:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.  
**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1)  $a_n$  היא סדרה חשבונית.

נתון:  $a_2 + a_4 = 124$ .

א. מצא את  $a_3$ .

נתון:  $a_4 = 76$ .

ב. מצא את  $a_1$  ואת הפרש הסדרה.

ג. (1) הבע באמצעות  $n$  את האיבר  $a_n$ .

(2) הסבר מדוע כל איבר בסדרה  $a_n$  הוא זוגי.

נתון כי הסדרה  $a_n$  היא בת 64 איברים.

ד. בסדרה הנתונה כל איבר שלישי ( $a_3, a_6, \dots$ ) נמחק.

מהו סכום האיברים שנותרו בסדרה?

(2) בצויר שלפניך מתוארת תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  שבסיסה  $ABCD$  הוא מלבן.

נתון:  $AD' = 12$ , הזווית בין  $AD'$  לבין הבסיס  $ABCD$  היא  $60^\circ$ .

א. מצא את אורך גובה התיבה.

נתון כי נפח התיבה הוא 432.

ב. מצא את אורכי צלעות הבסיס  $ABCD$ .

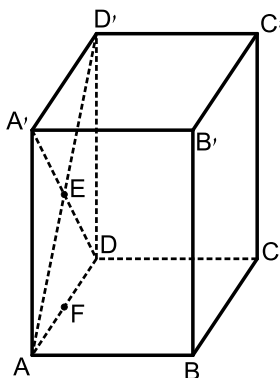
הנקודה  $E$  היא מפגש האלכסונים  $AD'$  ו- $A'D$ .

הנקודה  $F$  היא אמצע הצלע  $AD$  (ראה ציור).

ג. (1) מצא את אורך הקטע  $BF$ .

(2) מצא את גודל הזווית בין  $EB$  לבין בסיס

התיבה  $ABCD$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

(3) נתונות הפונקציות:  $f(x) = \cos(x)$ ,  $g(x) = \cos(2x)$  המוגדרות בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .

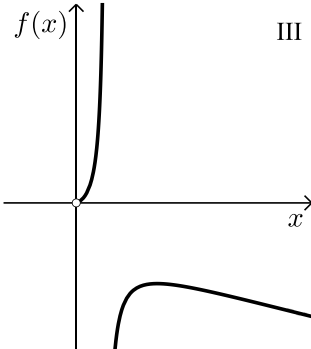
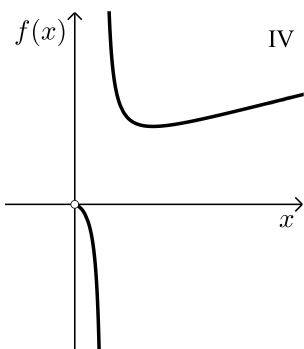
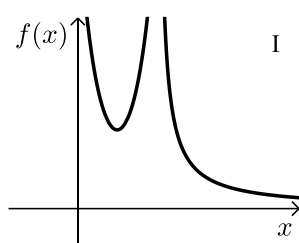
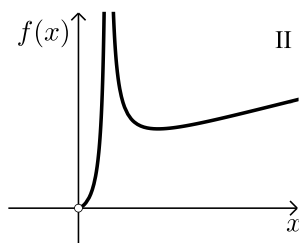
- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .
- ב. (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.  
(2) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  וקבע את סוגן.
- ג. סרטט באותה מערכת צירים את הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .  
 $a > 0$  הוא פרמטר.  
נתון כי גודל השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $a \cdot f(x)$  ועל ידי גרף הפונקציה  $a \cdot g(x)$  בין שתי נקודות החיתוך שלהן הוא  $3\sqrt{3}$ .
- ד. מצא את  $a$ .

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{8}{e^x} + \frac{e^x}{2} + c$ ,  $c$  הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- נתון כי גרף הפונקציה  $f(x)$  עובר דרך ראשית הצירים.
- ב. מצא את  $c$ .
- הצב בפונקציה  $f(x)$  את הערך של  $c$  שמצאת בסעיף ב, וענה על הסעיפים ג-ו.
- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .
- נסמן ב- $S_1$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $-f(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .
- נסמן ב- $S_2$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $2 \cdot f(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .
- ו. בעבור כל אחד מן השטחים  $S_1$  ו- $S_2$  קבע אם הוא גדול מ- $S$ , קטן ממנו או שווה לו. נמק את קביעותיך.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{4x}{1 + \ln(2x)}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. (1) האם גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$ ? נמק.  
 (2) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
- ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. אחד מן הסרטוטים I-IV שבסוף השאלה מתאים לגרף הפונקציה  $f(x)$ . קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- ו. מצא את התחום שבעבורו מתקיים  $f(x) \cdot f'(x) < 0$ .



תשובות סופיות:

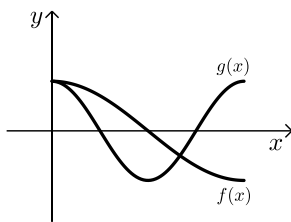
(1) א.  $a_3 = 62$  . ב.  $d = 14$  ,  $a_1 = 34$  . ג.  $a_n = 14n + 20$  . (1) . (2) . הסבר .

ד. 20,278 .

(2) א. גובה התיבה:  $6\sqrt{3} = 10.39$  . ב.  $AB = 4\sqrt{3} = 6.93$  ,  $AD = 6$  .

ג. (1) .  $BF = \sqrt{57} = 7.551$  . (2) .  $34.53^\circ$  .

(3) א.  $(0,1)$  ,  $\left(\frac{2\pi}{3}, -\frac{1}{2}\right)$  . ב. (1) .  $\min(\pi, -1)$  ,  $\max(0,1)$  .



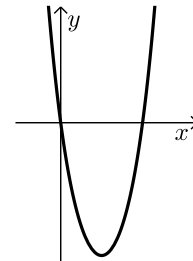
ג.

(2) .  $\max\left(\frac{\pi}{2}, -1\right)$  ,  $\max(\pi, 1)$  ,  $\max(0, 1)$  .

ד.  $a = 4$  .

(4) א. כל  $x$  . ב.  $c = -8.5$  . ג.  $(2.773, 0)$  . ד.  $\min(\ln 4, -4.5)$  .

ה.  $S_2 > S$  ,  $S_1 = S$  .



(5) א.  $x \neq \frac{1}{2e}$  ,  $x > 0$  . ב. (1) . לא . ג.  $x = \frac{1}{2e}$  . (2) .

ד.  $\min\left(\frac{1}{2}, 2\right)$  .

ה. תחומי עלייה:  $x > \frac{1}{2}$  , תחומי ירידה:  $0 < x < \frac{1}{2e}$  או  $\frac{1}{2e} < x < \frac{1}{2}$  .

ו.  $\frac{1}{2e} < x < \frac{1}{2}$  . ג. גרף IV .

## בגרות חורף נבצרים 2022:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה -  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

**שים לב:** אם תענה על יותר משאלה אחת, ייבדקו שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

#### סדרות

(1) נתונה הסדרה:  $a_n = 2n + 1$ .

א. (1) הוכח כי  $a_n$  היא סדרה חשבונית.

(2) מצא את  $a_1$  ואת הפרש הסדרה.

נתון כי סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$  הוא 1,443.

ב. מצא את  $n$ .

מן הסדרה הנתונה בנו סדרה חשבונית חדשה,  $b_n$ .

נתון:  $b_n = 1 + 3 \cdot a_n$ , לכל  $n$  טבעי.

ג. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

בסדרה החדשה יש  $n$  איברים -  $n$  הוא המספר שמצאת בסעיף ב.

ד. מצא את סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה החדשה.

#### טריגונומטריה במרחב

(2) נתונה פירמידה משולשת ישרה  $SABC$ , שבסיסה  $ABC$ , הוא משולש שווה צלעות.

גובה הפירמידה הוא  $SO$ .

$CD$  הוא הגובה לצלע  $AB$  במשולש  $ABC$  (ראה סרטוט).

נתון כי היקף המשולש  $ABC$  הוא  $6a$ .

א. הבע באמצעות  $a$  את אורך הגובה  $CD$ .

נתון:  $CO = 4\sqrt{3}$ .

ב. מצא את  $a$ .

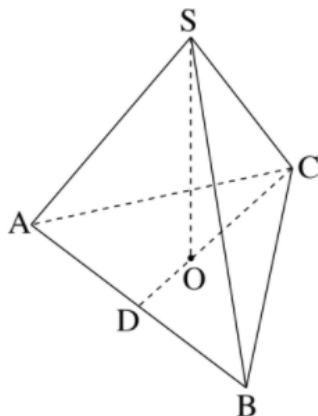
ענה על סעיף ג בעבור:  $a = 6$ .

נתון: גודל הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה

ובין הבסיס הוא  $50^\circ$ .

ג. (1) מצא את אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה.

(2) חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

3 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \cos(2x) + 2 \cdot \cos(x) + 3$  המוגדרת בתחום:  $0 \leq x \leq 2\pi$ .

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הישר המשיק

לגרף הפונקציה בנקודות המינימום שלה (בתחום שבין נקודות המינימום שלה).

נתונה הפונקציה:  $g(x) = f(x) + c$ ,  $c$  הוא פרמטר.

נתון כי הישר:  $y = -2$  משיק לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודות המינימום שלה.

ד. (1) מצא את  $c$ .

(2) בעבור הערך של  $c$  שמצאת בתת-סעיף ד(1), כמה נקודות חיתוך יש לגרף

הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ ? נמק.

4 הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות בתחום  $x \neq 0$ .

בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .

גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חותך את

ציר ה- $x$  בנקודה  $(a, 0)$  בלבד.

א. הבע באמצעות  $a$  את תחומי העלייה

והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון: הפונקציה שמתוארת בתחילת השאלה

$$\text{היא: } f(x) = \frac{e^{2x}}{1 - e^x}$$

ב. (1) מצא את משוואת האסימפטוטה

המאונכת לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .

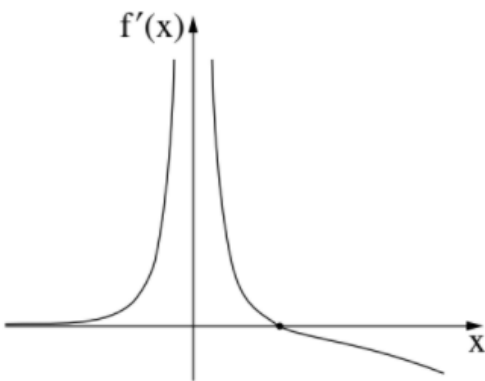
(2) האם גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את ציר ה- $x$ ? נמק.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , ורשום את הערך של  $a$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי

הישר  $x = \ln 3$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



5 נתונה הפונקציה :  $f(x) = \ln(ax^2 - x)$  ,  $a > 0$  הוא פרמטר.

הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום :  $x > \frac{1}{a}$  ,  $x < 0$ .

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = 1$  הוא 3.

א. מצא את  $a$ .

הצב  $a = 2$  בפונקציה  $f(x)$  וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לציר ה- $x$  של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

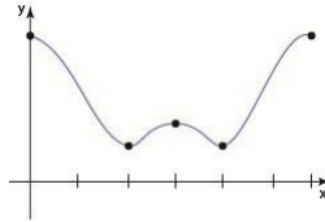
נתון: הפונקציה  $g(x)$  מוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה  $f(x)$ , והיא

מקיימת :  $g'(x) = f(x)$ .

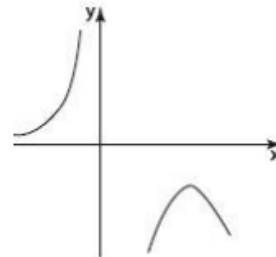
ד. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.

תשובות סופיות:

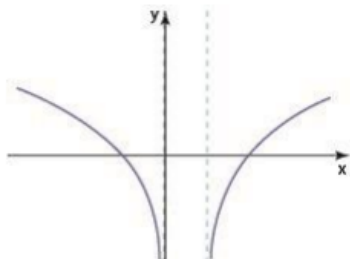
- (1) א. (1) הוכחה. (2) הפרש הסדרה:  $d=2$ , האיבר הראשון:  $a_1=3$ .  
 ב.  $n=37$ . ג. הפרש הסדרה החדשה הוא 6. ד. 2,242.  
 (2) א.  $CD=\sqrt{3a}$ . ב.  $a=6$ . ג. (1) 10.78. (2) 161.2.  
 (3) א.  $(2\pi, 6)$  מקסימום,  $\left(\frac{4\pi}{3}, 1.5\right)$  מינימום,  $(\pi, 2)$  מקסימום,  $\left(\frac{2\pi}{3}, 1.5\right)$  מינימום,  
 (0,6) מקסימום. ב. להלן סרטוט: ג. 0.544 יח"ש. ד. (1)  $c=-3.5$ .



- (2) שתי נקודות חיתוך.  
 (4) א. עלייה:  $0 < x < a$  או  $x < 0$ , ירידה:  $x > 0$ .  
 ב. (1)  $x=0$ . (2) לא. ג.  $(\ln 2, -4)$  מקסימום.  
 ד. להלן סרטוט: ה. 0.5 יח"ש.



- (5) א.  $a=2$ . ב. (1)  $x=0$ ,  $x=\frac{1}{2}$ . (2)  $(-0.5, 0)$ ,  $(1, 0)$ .  
 (3) עליה:  $x > 0.5$ , ירידה:  $x < 0$ .  
 ד.  $x=1$  מינימום,  $x=-0.5$  מקסימום. ג. להלן סרטוט:



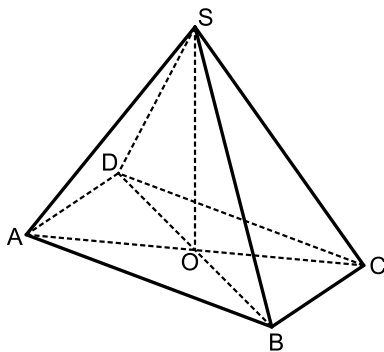
## בגרות קיץ 2022 מועד א':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.  
**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

- (1)  $a_n$  היא סדרה הנדסית.  
 נתון:  $a_3 = 4k$ ,  $a_5 = k$  הוא פרמטר.  
 א. מצאו את מנת הסדרה  $a_n$  (שתי אפשרויות).  
 נתון כי כל איברי הסדרה  $a_n$  חיוביים וכי סכום אין-סוף האיברים בסדרה הוא 4.  
 ב. מצאו את  $a_1$ , האיבר הראשון בסדרה, ואת  $k$ .  
 $b_n$  היא סדרה חשבונית המקיימת:  $b_1 = a_1$ ,  $b_3 = a_3$ .  
 בסדרה  $b_n$  יש 65 איברים.  
 ג. מצאו את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה  $b_n$ .

- (2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן (ראו ציור).



- הזווית החדה בין שני אלכסוני המלבן היא  $42^\circ$ .  
 גובה הפירמידה הוא SO.  
 נתון:  $AB > BC$ ,  $SO = AB$ .  
 נסמן את אורך הצלע BC ב- $a$ .  
 א. הביעו את אורך הצלע AB באמצעות  $a$ .  
 ב. מצאו את גודל הזווית בין מקצוע צדדי לבין בסיס הפירמידה.  
 ג. מצאו את גודל הזווית  $\sphericalangle ASC$ .  
 נתון: שטח המשולש ASC הוא 16.  
 ד. מצאו את  $a$ .  
 הנקודה E היא אמצע הגובה SO.  
 ה. חשבו את נפח הפירמידה EABCD.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = a + \frac{1}{2} \sin(2x)$  המוגדרת בתחום:  $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ .

$a > 0$  הוא פרמטר.

א. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$

(אם יש צורך, הביעו באמצעות  $a$ ).

נתון כי שיעור ה- $y$  של נקודת המקסימום הפנימית של הפונקציה  $f(x)$  הוא 5.5.

ב. מצאו את  $a$ .

הציבו  $a = 5$  וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

מעבירים משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המינימום הפנימית שלה.

ד. (1) מצאו את משוואת המשיק.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי הישר:  $x = -\frac{\pi}{3}$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (7 - 3x) \cdot e^{3x}$ .

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

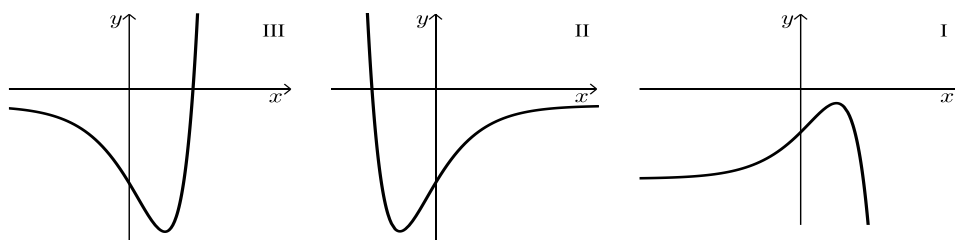
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה:  $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$ .

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבעו את סוגה.

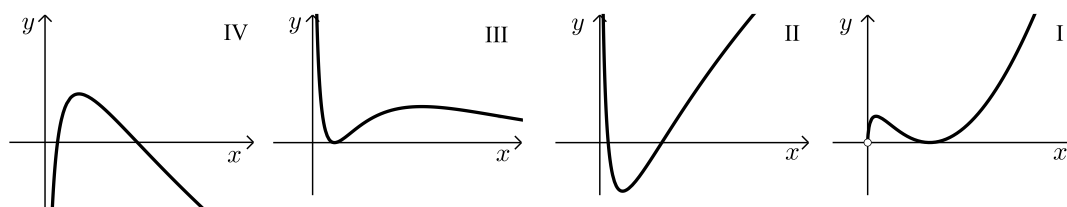
(2) אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את גרף הפונקציה  $g(x)$ .

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = x \cdot (\ln x)^2$ .

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- ג. הסבירו מדוע מתקיים:  $f(x) \geq 0$  בעבור כל  $x$  בתחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה  $f(x)$  ואחד מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- קבעו איזה מהם מתאר את גרף הפונקציה  $f(x)$  ואיזה מהם מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , ונמקו את קביעותיכם.
- ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , ועל ידי ציר ה- $x$ .



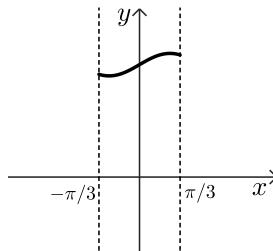
**תשובות סופיות:**

(1) א.  $q = \frac{1}{2}$  או  $q = -\frac{1}{2}$     ב.  $k = \frac{1}{8}, a_1 = 2$     ג.  $-704$ .

(2) א.  $2.605a$     ב.  $61.83^\circ$     ג.  $56.34^\circ$     ד.  $a = 2.098$     ה.  $10.447$ .

(3) א.  $\max\left(-\frac{\pi}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{4} + a\right), \min\left(-\frac{\pi}{4}, a - \frac{1}{2}\right), \max\left(\frac{\pi}{4}, a + \frac{1}{2}\right), \min\left(\frac{\pi}{3}, \frac{\sqrt{3}}{4} + a\right)$ .

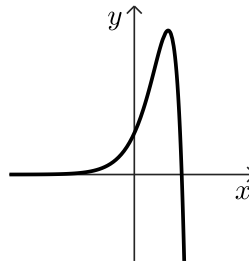
ב.  $a = 5$     ג. להלן סקיצה:    ד.  $y = 4.5$  (1).



ד.  $S = \frac{\pi}{6} - \frac{3}{8} \approx 0.1468$  (2).

(4) א. כל  $x$     ב.  $(0, 7), \left(2\frac{1}{3}, 0\right)$     ג.  $\max(2, e^6) = \max(2, 403.43)$  (1).

ד. להלן סקיצה:    ה. (2) גרף III.    ה.  $\min(2, -807.858)$  (1).



(5) א.  $x > 0$     ב.  $\min(1, 0), \max\left(\frac{1}{e^2}, \frac{4}{e^2}\right) = \max(0.135, 0.541)$     ג. הוכחה.

ד. I – הפונקציה, II – הנגזרת.

ה.  $0.541$  יח"ר  $\approx \frac{4}{e^2}$ .

## בגרות קיץ 2022 מועד ב':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1)  $a_n$  היא סדרה חשבונית.

נתון:  $a_1 \cdot a_4 = (a_2)^2$ , הפרש הסדרה הוא 3.

א. מצאו את  $a_1$ .

נתון: האיבר האחרון בסדרה  $a_n$  שווה ל-300.

ב. מצאו כמה איברים יש בסדרה  $a_n$ .

מחקו כל איבר רביעי בסדרה  $a_n$ , כלומר את האיברים:  $a_4, a_8, a_{12}, \dots$ .

ג. (1) מצאו את סכום האיברים שנמחקו מן הסדרה.

(2) מצאו את סכום האיברים שנשארו בסדרה.

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD, שבסיסה ABCD הוא מלבן (ראו סרטוט).

נתון:  $AB = 8$ ,  $BC = 5$ , נפח הפירמידה שווה ל-160.

א. מצאו את גובה הפירמידה, SO.

ב. מצאו את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה.

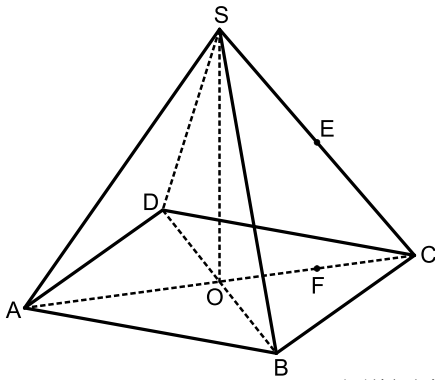
ג. מצאו את האורך של מקצוע צדדי של הפירמידה.

הנקודה E היא אמצע המקצוע SC.

F היא נקודה על האלכסון AC כך ש- $EF \perp AC$ .

ד. (1) מצאו את אורך EF.

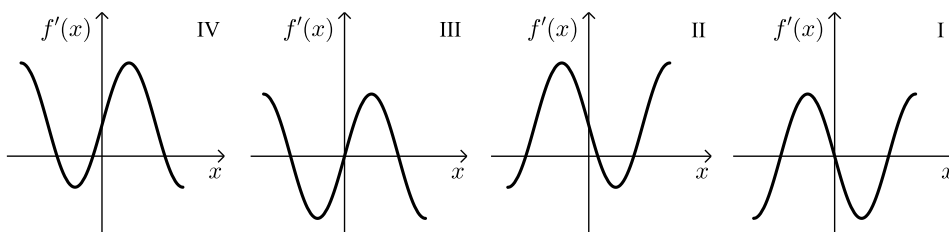
(2) מצאו את גודל הזווית שבין AE ובין בסיס הפירמידה.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$  המוגדרת בתחום:  $-\frac{3}{4}\pi \leq x \leq \frac{3}{4}\pi$ .

- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
- חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

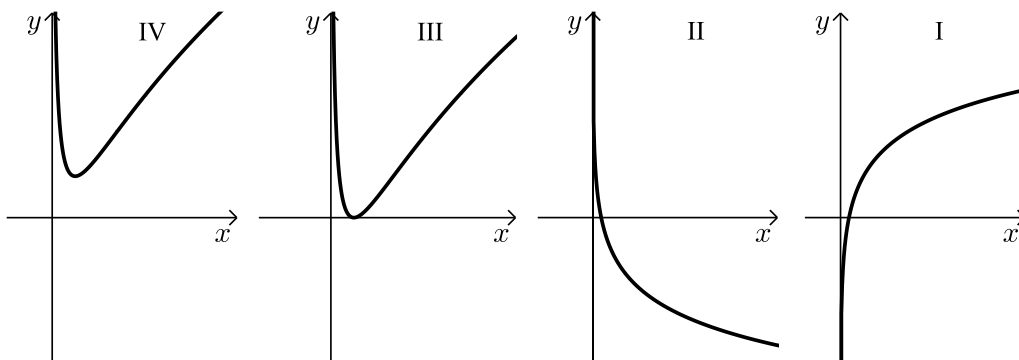


(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2 \cdot e^{-x^2}$  המוגדרת לכל  $x$ .

- מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגן.
- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה  $g(x)$  המקיימת:  $g(x) = -2f(x)$  לכל  $x$ .
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נסמן ב- $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , ציר ה- $x$  והישר  $x = 3$ .
- הביעו באמצעות  $S$  את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , ציר ה- $x$  והישר  $x = 3$ . נמקו את תשובתכם.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = a + (\ln x)^2$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

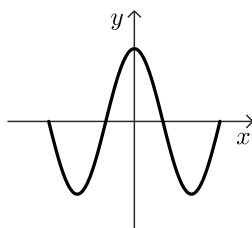
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבעו את סוגה (הביעו באמצעות  $a$ , אם יש צורך).
- ג. נתונה הפונקציה:  $g(x) = 1 + \ln x$  המוגדרת בתחום  $x > 0$ .
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה).
- ה. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה  $f(x)$  ואחד מהם מתאר את גרף הפונקציה  $g(x)$ .  
קבעו איזה מהם מתאר את  $f(x)$  ואיזה את  $g(x)$ , ונמקו את קביעתכם.
- ו. הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  נחתכים בשתי נקודות שונות. שיעור ה- $x$  של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא  $x = e$ .
- ז. (1) מצאו את  $a$ .
- (2) מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .
- (3) בעבור אילו ערכי  $x$  מתקיים:  $f(x) < g(x)$ ?



תשובות סופיות:

- (1) א.  $a_1 = 3$  ב.  $n = 100$  ג. (1) 3900 ד. (2) 11250
- (2) א. 12 ב.  $68.54^\circ$  ג. 12.894 ד. (1) 6 ד. (2)  $40.3^\circ$
- (3) א.  $\left(-\frac{3\pi}{4}, 0\right), \left(-\frac{\pi}{4}, 0\right), \left(\frac{\pi}{4}, 0\right), \left(\frac{3\pi}{4}, 0\right)$   
 ב.  $\min\left(-\frac{\pi}{2}, -2\right), \min(0, 2), \min\left(\frac{\pi}{2}, -2\right)$

ג. להלן סקיצה:



ד. גרף I.

ה. 8 יח"ר.

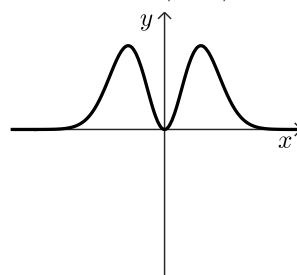
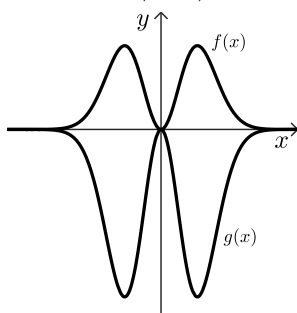
- (4) א.  $(0, 0)$  ב.  $\max\left(-1, \frac{1}{e}\right), \min(0, 0), \max\left(1, \frac{1}{e}\right)$

ג. עלייה:  $0 < x < 1$ , ירידה:  $x < -1, x > 1$ ,  $-1 < x < 0$ .

ה. להלן סקיצה:

ג. 3S.

ד. להלן סקיצה:



- (5) א.  $x > 0$  ב.  $\min(1, a)$  ג. עלייה:  $x > 0$ , ירידה: אף  $x$ .

ד.  $f(x) \rightarrow IV, g(x) \rightarrow I$  ה. (1)  $a = 1$  ה. (2) (1,1) ה. (3)  $1 < x < e$ .

# שאלון 472

פרק 23

## פתרון בידאו של בחינות 2021

107	.....	חורף מועד א
111	.....	מועד נבצרים
115	.....	חורף מועד ב
119	.....	קיץ מועד א
123	.....	קיץ מועד מיוחד
127	.....	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2021 מועד א':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון - סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) נתונות שתי סדרות:  $a_n = 4n + 1$ ,  $b_n = 9 - 2n$ .

א. (1) מצא את  $a_1$  ואת  $b_1$ .

(2) הוכח כי שתי הסדרות הן סדרות חשבוניות, ומצא את הפרשיהן.

סכום  $k$  האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$  הוא 860.

ב. (1) מצא את  $k$ .

(2) מצא את סכום  $k$  האיברים הראשונים בסדרה  $b_n$ .

נתונה סדרה חדשה המקיימת לכל  $n$ :  $c_n = a_n - b_n$ .

ג. האם  $c_n$  היא סדרה חשבונית? הוכח את תשובתך.

ד. מהו סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה  $c_n$ ? הסבר את תשובתך.

(2) SABCD היא פירמידה ישרה שבסיסה מלבן.

נתון:  $SC = 4$ ,  $AB = 6$ ,  $BC = 2$ .

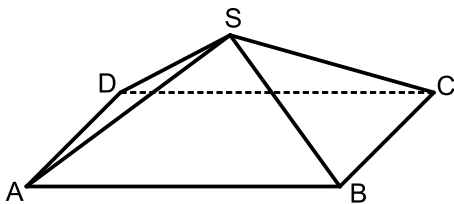
א. חשב את האורך של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

ב. (1) מצא את הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה ובין בסיס הפירמידה.

(2) מצא את שטח המשולש ASC.

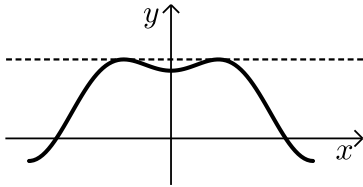
ג. (1) מצא את זווית הראש של כל הפאות הצדדיות של הפירמידה.

(2) חשב את שטח המעטפת של הפירמידה.



**פרק שני - גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

3 בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x)$  המוגדרת בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .



נתון:  $f(x) = -\frac{1}{2} \cos(2x) + \cos x + c$ .  $c$  הוא פרמטר.

א. מצא את שיעורי ה- $x$  של כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .

קבע את סוגן בעזרת גרף הפונקציה.

נתון כי הישר  $y = 1.25$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודות המקסימום של הפונקציה (ראה סרטוט).

ב. (1) מצא את  $c$ .

(2) רשום את שיעורי נקודות המינימום של הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + b$  ( $b$  הוא פרמטר).

ג. מצא את הערך של  $b$  שעבורו הפונקציה  $g(x)$  משיקה לישר  $y = 0.25$  (מצא את שלוש האפשרויות).

4 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{a \cdot e^x}{e^x - a}$ ,  $a > 0$ , הוא פרמטר.

א. (1) הבע באמצעות  $a$  את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$

ואת משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה  $f(x)$ .

(2) הבע באמצעות  $a$  את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. הבע באמצעות  $a$  את תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

נתון כי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $y$  היא  $(0, -2)$ .

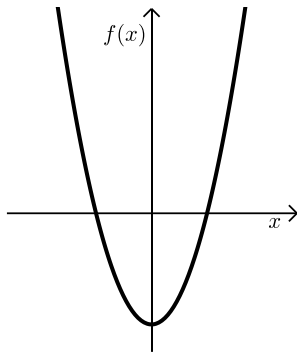
ג. מצא את  $a$ .

לפונקציה  $f(x)$  יש שתי אסימפטוטות אופקיות:  $y = 2$  בעבור  $x \rightarrow \infty$  ו- $y = 0$  בעבור  $x \rightarrow -\infty$ .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונה הפונקציה:  $g(x) = |f(x)|$ .

מה הם שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $y$ ?



5) לפניך גרף הפונקציה:  $f(x) = x^2 - 4$ , המוגדרת לכל  $x$ .

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של

גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של

הפונקציה  $f(x)$ ?

נתונה הפונקציה:  $g(x) = \ln(f(x))$ .

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ ?

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה  $g(x)$ .

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ .

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$ ?

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

**תשובות סופיות:**

- (1) א. (1)  $b_1 = 7, a_1 = 5$       א. (2)  $d_b = -2, d_a = 4$       ב. (1)  $k = 20$   
 ב. (2)  $-240$       ג. כן,  $c_{n+1} - c_n = 6$       ד.  $1,100$   
 (2) א.  $\sqrt{40}$       ב. (1)  $37.76^\circ$       ב. (2)  $7.746$   
 ג. (1)  $28.96^\circ, 97.18^\circ$       ג. (2)  $23.62$
- (3) א. מקסימום:  $x = \frac{\pi}{3}$ , מינימום:  $x = 0$ , מקסימום:  $x = -\frac{\pi}{3}$ , מינימום:  $x = -\pi$

מינימום:  $x = \pi$       ב. (1)  $c = \frac{1}{2}$

ב. (2)  $(\pi, -1), (-\pi, -1), (0, 1)$

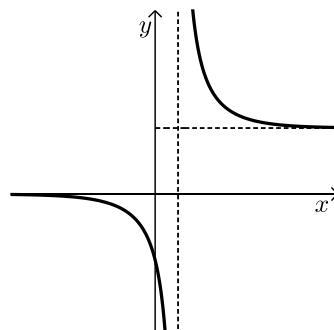
ג.  $b = -\frac{3}{4}$  או  $b = -1$  או  $b = 1.25$

- (4) א. (1) תחום הגדרה:  $x \neq \ln(a)$ , אסימפטוטה אנכית:  $x = \ln(a)$

א. (2) אין חיתוך עם ציר  $x$ , חיתוך עם ציר  $y$ :  $\left(0, \frac{a}{1-a}\right)$

ב. ירידה:  $x > \ln(a)$  או  $x < \ln(a)$       ג.  $a = 2$

ד. שרטוט:      ה.  $(0, 2)$



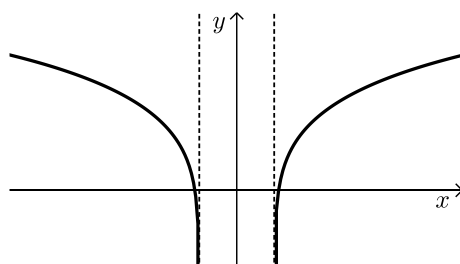
- (5) א. (1)  $(0, -4), (-2, 0), (2, 0)$

א. (2) תחומי חיוביות:  $x > 2$  או  $x < -2$ , תחומי שליליות:  $-2 < x < 2$

ב. (1)  $x > 2$  או  $x < -2$       ב. (2)  $x = 2$  או  $x = -2$       ב. (3)  $(\sqrt{5}, 0), (-\sqrt{5}, 0)$

ב. (4) עלייה:  $x > 2$ , ירידה:  $x < -2$

ב. (5) שרטוט:



## בגרות חורף 2021 מועד נבצרים:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון - סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) נתונה סדרה חשבונית שהאיבר הכללי שלה הוא:  $a_n = 2n - 3$ ,

ונתונה סדרה המוגדרת על ידי הכלל:  $b_n = 3a_n + 5$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את  $b_1$ .

(2) הוכח כי הסדרה  $b_n$  היא חשבונית.

נתון כי האיבר האחרון בסדרה  $b_n$  הוא 110.

ב. מצא את מספר האיברים בסדרה  $b_n$ .

נתון כי בסדרה  $a_n$  ובסדרה  $b_n$  יש אותו מספר איברים.

ג. מצא את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה  $a_n$ .

(2) במנסרה ישרה  $ABC A'B'C'$  הבסיסים הם משולשים שווים שוקיים ( $AB = AC$ ).

$AD$  הוא הגובה לצלע  $BC$ , ו- $A'D'$  הוא הגובה לצלע  $B'C'$  (ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC = 70^\circ$ ,  $BC = 14$ .

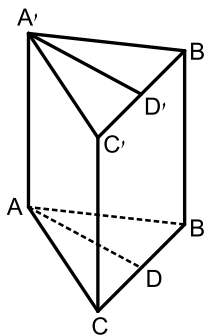
נפח המנסרה הוא 1,190.

א. חשב את גובה המנסרה.

ב. חשב את הזווית שבין האלכסון  $A'B$

ובין בסיס המנסרה  $ABC$ .

ג. חשב את  $\angle AD'A'$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

3 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2\sin x + \cos(2x) - 1$  המוגדרת לכל  $x$  בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .

בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון.

א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$

וקבע את סוגן על פי בגרף.

העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$

בנקודות הממקסימום המוחלט שלה (ראה ציור).

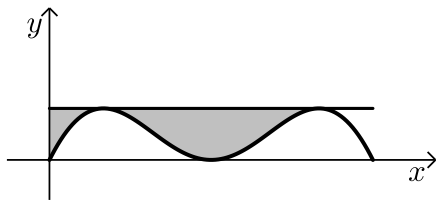
ב. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את משוואת המשיק.

(2) מצא את השטח המסומן בציור:

השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- $y$ .



ג. נתונה הפונקציה:  $g(x) = f(x) - c$  המוגדרת בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .  $c$  הוא פרמטר.

עבור אילו ערכים של  $c$  גרף הפונקציה  $g(x)$  יחתוך את ציר ה- $x$  ב-4 נקודות שונות? נמק.

4 נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = e^{2x}$ ,  $g(x) = e^{3-x}$  המוגדרות לכל  $x$ .

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של כל אחת מן הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של כל אחת מן הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  (אם יש כאלה).

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

(2) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

(3) חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$

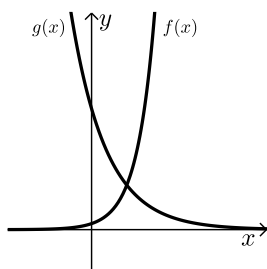
ועל ידי הישר  $y = 1$ .

5 נתונה הפונקציה :  $f(x) = -1 + 2x + \ln(x^2)$

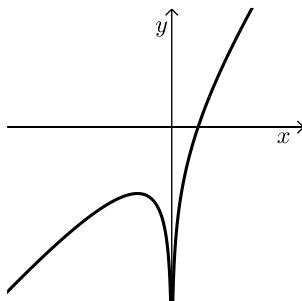
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה  $f(x)$  ?
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.
- ד. ענה על הסעיפים הבאים :
- (1) חשב את  $f(1)$ .
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. נתונה הפונקציה :  $g(x) = f(x) + 5$ .
- מצא כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ . נמק.

תשובות סופיות:

- (1) א. (1)  $b_1 = 2$  . א. (2) הוכחה,  $d_b = 6$  . ב. 19 איברים.  
ג. 170.
- (2) א. 17 . ב.  $54.33^\circ$  . ג.  $59.53^\circ$
- (3) א.  $(\pi, 0)$  מינימום,  $\left(\frac{5\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$  מקסימום,  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$  מינימום,  $\left(\frac{\pi}{6}, \frac{1}{2}\right)$  מקסימום,  
מינימום. (0,0) מינימום. ב. (1)  $y = \frac{1}{2}$  . ב. (2) 0.628 . ג. (3)  $S = 6.584$
- (4) א.  $f(x) : (0,1)$  אין חיתוך עם ציר ה- $x$  .  
ג.  $g(x) : (0, e^3)$  אין חיתוך עם ציר ה- $x$  .  
ב.  $f(x)$  : עלייה: כל  $x$ , ירידה: אף  $x$  .  
ג.  $g(x)$  : עלייה: אף  $x$ , ירידה: כל  $x$  .  
ג. (1)  $(1, e^2)$  . ג. (2) להלן סרטוט:



- (5) א.  $x \neq 0$  . ב.  $x = 0$  . ג.  $(-1, -3)$  מקסימום.  
ד. (1)  $f(1) = 1$  . ד. (2) להלן סרטוט: . ה. 3 נקודות חיתוך.



## בגרות חורף 2021 מועד ב':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

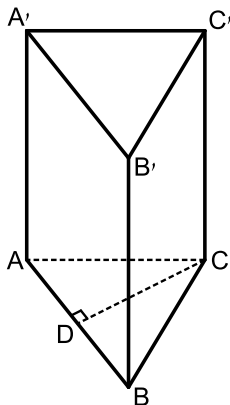
**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון - סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) הסדרה  $a_n$  מקיימת את הכלל:  $a_{n+1} = 2n + 1 - a_n$ .  
נתון:  $a_1 = 10$ .

א. מצא את האיברים:  $a_2, a_3, a_4$ .

- ב. (1) הוכח כי הסדרה של האיברים במקומות האי-זוגיים היא חשבונית.  
(2) האם הסדרה של האיברים במקומות הזוגיים גם היא חשבונית? נמק.
- ג. מצא את סכום 46 האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$ .



(2) נתונה מנסרה ישרה  $ABCA'B'C'$  שבסיסה

$ABC$  הוא משולש שווה צלעות.

$CD$  הוא הגובה לצלע  $AB$  (ראה ציור).

נתון:  $CD = a$ .

א. הבע באמצעות  $a$  את אורך צלע המשולש  $ABC$ .

נתון: הזווית בין  $A'D$  לבין מישור הבסיס  $ABC$  היא  $68^\circ$ .  
שטח המעטפת של המנסרה הוא 713 (סכום שטחי הפאות הצדדיות).

ב. (1) הבע באמצעות  $a$  את גובה המנסרה.

(2) מצא את  $a$ .

ג. מצא את גודל הזווית  $\sphericalangle BAC$ .

**פרק שני - גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

3 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2 - 4(\sin x)^2$  המוגדרת בתחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

א. הראה כי:  $f(x) = 2\cos(2x)$ .

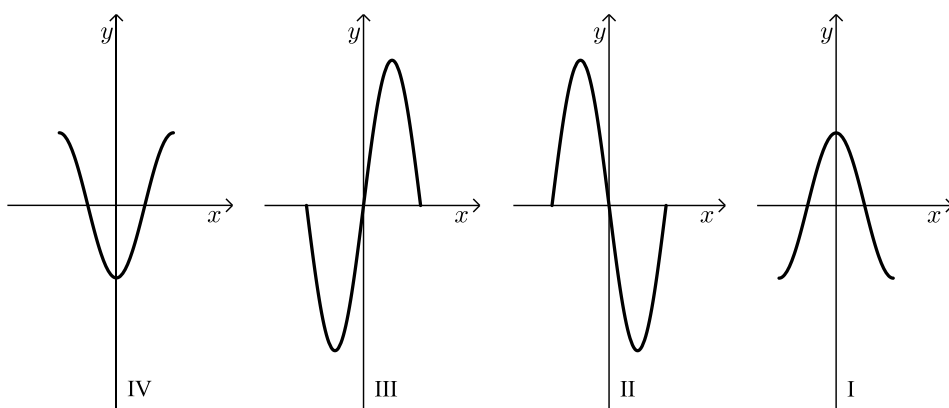
ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. (1) קבע איזה מן הגרפים: I, II, III, IV שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה  $f'(x)$  (נגזרת הפונקציה  $f(x)$ ), ונמק את קביעתך.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



4 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{2x} + 4}{e^x}$ .

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. הראה כי:  $f(x) = e^x + 4e^{-x}$ .

ד. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי הישר המשיק

לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת הקיצון שלה, ועל ידי ציר ה- $y$ .

5 נתונה הפונקציה :  $f(x) = x^2 \cdot \ln(x)$  .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  .
- ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$  .
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  , וקבע את סוגה .
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  .
- ה. נתונות הפונקציות :  $g(x) = -2f(x)$  ,  $h(x) = f(x) - 2$  .  
 רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $h(x)$  ואת שיעורי נקודת  
 הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  . קבע את הסוג של כל אחת מהן .  
 נמק את תשובותיך .

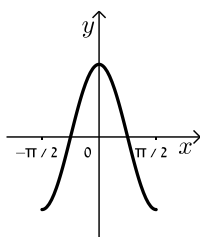
תשובות סופיות:

(1) א.  $a_2 = -7$ ,  $a_3 = 12$ ,  $a_4 = -5$  . ב. (1). הוכחה. ב. (2). כן. ג. 1,081 .

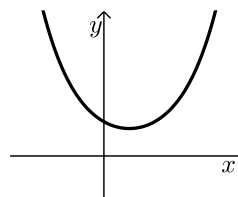
(2) א.  $\frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$  . ב. (1).  $1.43a$  . ב. (2).  $a = 12$  . ג.  $36.625^\circ$  .

(3) א. הוכחה. ב.  $(0, 2)$ ,  $(\frac{\pi}{4}, 0)$ ,  $(-\frac{\pi}{4}, 0)$  .

ג.  $(0, 2)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, -2)$ ,  $(-\frac{\pi}{2}, -2)$  . ד. להלן סרטוט: ה. גרף II .  
ו.  $S = 8$  .

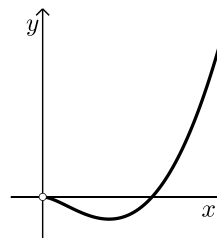


(4) א. כל  $x$  . ב.  $(0, 5)$  . ג. הוכחה. ד.  $\min(\ln 2, 4)$  .  
ה. להלן סרטוט: ו. 0.227 .



(5) א.  $x > 0$  . ב.  $(1, 0)$  . ג.  $\min(\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{-1}{2e})$  .

ד. להלן סרטוט: ה.  $\max(\frac{1}{\sqrt{e}}, \frac{1}{e})$ ,  $\min(\frac{1}{\sqrt{e}}, -\frac{1}{2e} - 2)$  .



## בגרות קיץ 2021 מועד א':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.  
**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1)  $a_n$  היא סדרה חשבונית.

נתונים שלושה איברים עוקבים בסדרה  $a_n$  (הסדר משמאל לימין):

$$.5t + 6, 2t + t^2, 4t + t^2$$

$t$  הוא פרמטר.

א. מצא את שלושת האיברים ואת הפרש הסדרה (שתי האפשרויות).

נתון:  $a_n$  היא סדרה יורדת,  $a_1 = 189$ .

ב. מצא בסדרה זו את המיקום של שלושת האיברים שמצאת בסעיף א'.

נתון: האיבר האמצעי שבתחילת השאלה הוא האיבר האמצעי גם בסדרה כולה.

ג. (1) כמה איברים יש בסדרה כולה?

(2) מצא את סכום האיברים שבמקומות האי-זוגיים כולה.

(2) נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  שבסיסה מלבן.

נתון:  $AB = 2a, BC = a$ .

הזווית שבין  $AC'$  ובין הבסיס  $ABCD$  היא  $60^\circ$ .

א. הבע באמצעות  $a$  את גובה התיבה.

נתון כי שטח המעטפת של התיבה (סכום שטחי

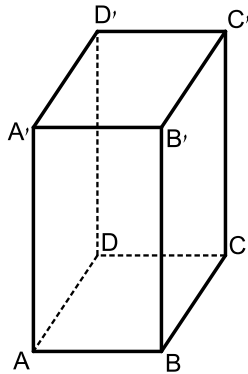
הפאות הצדדיות) הוא  $30\sqrt{15}$ .

ב. מצא את  $a$ .

ג. מצא את גודל הזווית שבין  $AD'$  ובין אחד

מאלכסוני התיבה.

ד. מצא את שטח המרובע  $AD'C'B$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4x + 4\cos(2x) - 2$  המוגדרת בתחום:  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

- א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. רשום את תחום השליליות של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- ד. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח ברביע הרביעי).

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = e^{3x} + 3e^{4-x} + a$  המוגדרת לכל  $x$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

- א. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה. נתון כי המרחק של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  מציר ה- $x$  הוא:  $4e^3 + 2$ .
  - ב. מצא את  $a$ .
  - ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x)$ .

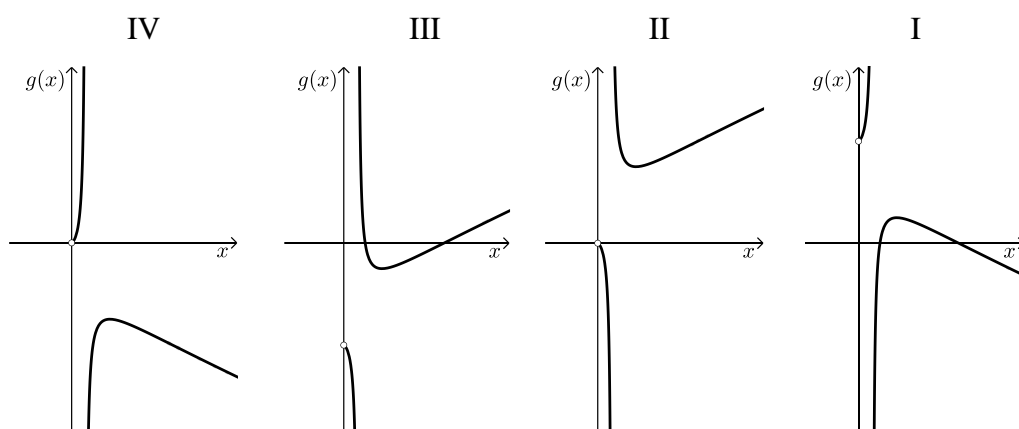
- ד. (1) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  ומהו הסוג של נקודת הקיצון? נמק את תשובתיך.
- (2) הוסף סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  לסקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  שסרטטת.

- דרך נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  העבירו ישר המקביל לציר ה- $y$ .
- ה. מצא את השטח המוגבל על ידי הישר, על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{bx}{1 + \ln(x)}$  ,  $b > 0$  הוא פרמטר.

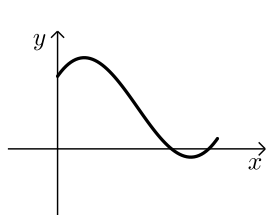
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה  $f(x)$  (אם צריך, הבע באמצעות  $b$ ).
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- נתון: הישר  $y = 3$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. (1) מצא את  $b$ .
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. נתונה הפונקציה:  $g(x) = f(x) - 4$ .

- (1) מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , ומהו הסוג של נקודת הקיצון? נמק את תשובותיך.
- (2) אחד מן הגרפים: I, II, III, IV שלפניך מתאר את גרף הפונקציה  $g(x)$ . קבע איזה ונמק את קביעתך.



תשובות סופיות:

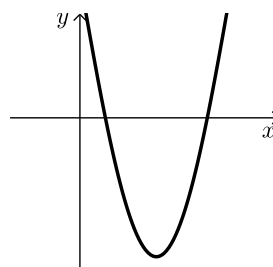
- (1) א.  $d = -2, 1, -1, -3, d = 12, 36, 48, 60$  . ב.  $a_{95}, a_{96}, a_{97}$  . ג. (1). 191 איברים. (2). -96 .
- (2) א.  $3.873a \sim a\sqrt{15}$  . ב.  $a = \sqrt{5}$  . ג.  $26.565^\circ$  . ד. 40 .
- (3) א. (0,2) מינימום קצה,  $(\frac{\pi}{12}, 2.511)$  מקסימום,  $(\frac{5\pi}{12}, -0.228)$  מינימום,



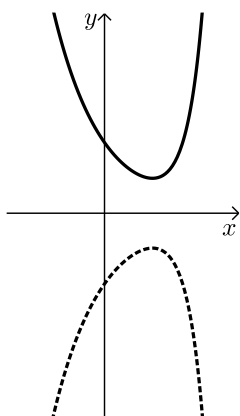
ב. סרטוט:  $(\frac{\pi}{2}, 0.283)$  מקסימום קצה.

ג. שלילית:  $\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$  .

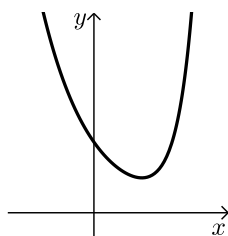
ד. סרטוט: ה.  $S = 2.739$  .



ד. (2) סרטוט:



ג. סרטוט:



(4) א.  $x=1$  מינימום. ב.  $a=2$  .

ד. (1).  $(1, -4e^3 - 2)$  מקסימום.

$$\text{ה. } \frac{18e^4 - 16e^3 + 10}{3} = 223.8$$

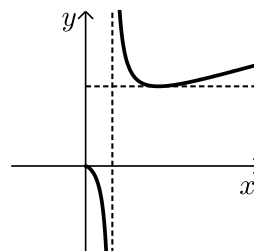
(5) א.  $0 < x < \frac{1}{e}, x \neq \frac{1}{e}$  . ב.  $(1, b)$  מינימום.

ד. (1).  $b=3$  .

ג. עליה:  $1 < x$ , ירידה:  $0 < x < \frac{1}{e}, \frac{1}{e} < x < 1$  .

(2). גרף III.

ה. (1).  $(1, -1)$  מינימום. (2). סרטוט:



## בגרות קיץ 2021 מועד מיוחד:

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) נתונה סדרה הנדסית  $a_n$  שבה:  $a_4 = 12$ ,  $a_7 = -96$ .

א. מצא את מנת הסדרה ואת  $a_1$ .

נתון: בסדרה  $a_n$  יש מספר זוגי של איברים.

סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים של הסדרה הוא: 262,143.

ב. מצא את מספר האיברים בסדרה  $a_n$ .

נתונה סדרה חשבונית  $b_n$  המקיימת:  $b_1 = a_3$ ,  $b_7 = a_6$ .

ג. (1) מצא את הפרש הסדרה  $b_n$ .

(2) מצא את מיקומם של שני איברים סמוכים בסדרה  $b_n$  שסכומם הוא 357.

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה סרטוט).

נתון:  $AB = 12a$ ,  $BC = 9a$ . הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות  $a$  את אורך אלכסון הבסיס, AC.

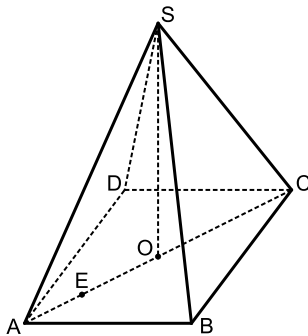
E היא נקודה על האלכסון AC כך שמתקיים:  $EC = 4AE$ .

נתון כי גודל הזווית שבין SE לבסיס הוא  $80^\circ$ .

ב. הבע באמצעות  $a$  את גובה הפירמידה, SO.

ג. נתון כי שטח המשולש SEO שווה ל-130.

חשב את נפח הפירמידה המשולש SABC.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sin(2x) + \frac{1}{2}$  המוגדרת בתחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ב. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

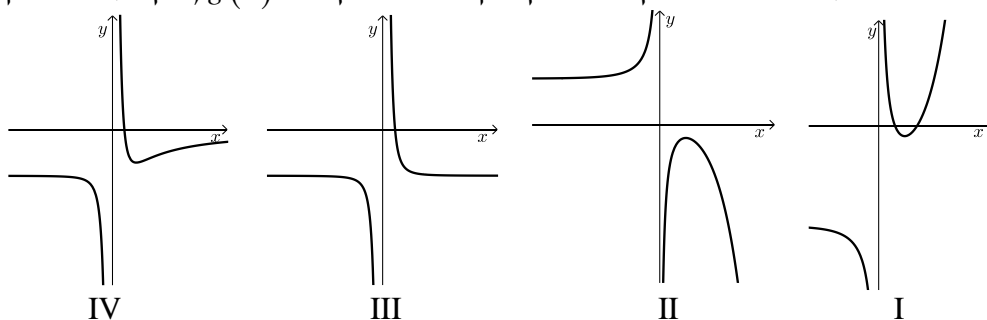
נתונה הפונקציה:  $g(x) = -4 \sin x \cdot \cos x - 1$  המוגדרת בתחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

- ד. הוכח כי:  $g(x) = -2f(x)$  לכל  $x$  בתחום.
- ה. (1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.
- (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- ו. מצא בעבור איזה ערך של  $k$ , הישר  $y = k$  חותך את גרף הפונקציה  $g(x)$  בשלוש נקודות שונות.

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{2x} + 3}{e^x - 1} - 7$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- (2) רשום את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש).
- (2) אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה  $f(x)$ . קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.
- ה. נתונה הפונקציה  $g(x)$  שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ . נגזרת הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g'(x) = f(x)$ .

מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.



5 נתונה הפונקציה :  $f(x) = \ln(-x^2 + 4x - 3)$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המקבילות לציר ה- $y$ .

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה :  $g(x) = f(x) + b$ .  $b$  הוא פרמטר.

ו. קבע איזו מן הטענות (1)-(2) לפניך נכונה. נמק את קביעתך.

(1) כאשר  $b < 0$ , גרף הפונקציה  $g(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.

(2) כאשר  $b > 0$ , גרף הפונקציה  $g(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשתי נקודות.

ז. נתון כי הישר  $y = -\ln(0.75)$  משיק לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודת הקיצון שלה.

ח. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ .

**תשובות סופיות:**

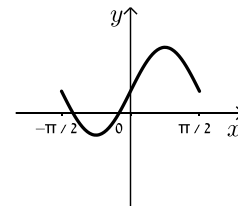
(1) א.  $a_1 = -1.5, q = -2$  . ב. 18 . ג. (1) . 9 . (2) המיקומים הם 21 ו-22.

(2) א. 15a . ב.  $25.52a$  . ג. 1564.8

(3) א.  $\left(0, \frac{1}{2}\right), \left(-\frac{\pi}{12}, 0\right), \left(-\frac{5\pi}{12}, 0\right)$  . ב. מינימום  $\left(\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2}\right)$ , מקסימום  $\left(\frac{\pi}{4}, 1\frac{1}{2}\right)$ ,

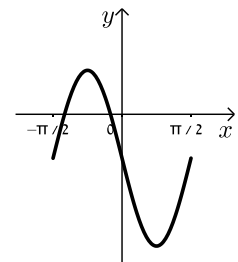
מינימום  $\left(-\frac{\pi}{4}, -\frac{1}{2}\right)$ , מקסימום  $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{1}{2}\right)$ .

ג. סרטוט: . ד. הוכחה.



ה. (1) מקסימום  $\left(\frac{\pi}{2}, -1\right)$ , מינימום  $\left(\frac{\pi}{4}, -3\right)$ , מקסימום  $\left(-\frac{\pi}{4}, 1\right)$ , מינימום  $\left(-\frac{\pi}{2}, -1\right)$ .

(2) סרטוט: . ו.  $k = -1$



(4) א. (1)  $x \neq 0$  . (2)  $x = 0$  . ב. מינימום  $(\ln 3, -1)$ .

ג. עליה:  $x > \ln 3$ , ירידה:  $0 < x < \ln 3$  או  $x < 0$ .

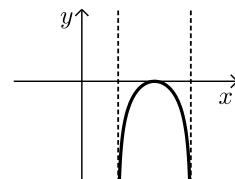
ד. (1)  $(\ln 2, 0), (\ln 5, 0)$  . (2) גרף I.

ה. מינימום  $x = \ln 2$ , מקסימום  $x = \ln 5$ .

(5) א. (1)  $1 < x < 3$  . (2)  $x = 1, x = 3$  . ב. מקסימום  $(2, 0)$ .

ג. עליה:  $1 < x < 2$ , ירידה:  $2 < x < 3$ .

ד. סרטוט: . ה. טענה 2 . ו.  $(1.5, 0), (2.5, 0)$ .



## בגרות קיץ 2021 מועד ב':

ענה על שלוש מן השאלות 1-5.

**שים לב:** אם תענה על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתך.

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב

(1) דניאלה קנתה מקרר בתשלומים חודשיים. התשלום הראשון הוא 700 שקלים, ולאחר מכן כל תשלום נמוך ב-30 שקלים מן התשלום שלפניו.

- א. מהו מספר התשלום שבו תשלם דניאלה 280 שקלים?
  - ב. (1) האם ייתכן שהתשלום האחרון שתשלם דניאלה יהיה תשלום מספר 29? נמק את תשובתך.
  - (2) מהו התשלום הנמוך ביותר האפשרי בסדרת התשלומים של דניאלה ומהו מספר התשלום?
- נעמה קנתה מקרר באותו המחיר שבו קנתה דניאלה את המקרר שלה, אך שילמה עליו ב-30 תשלומים חודשיים שווים של 280 שקלים כל תשלום.
- ג. בכמה תשלומים קנתה דניאלה את המקרר שלה?

(2) נתונה פירמידה ישרה  $SABC$  שבסיסה  $ABC$  הוא משולש ישר זווית,  $\sphericalangle CAB = 90^\circ$  (ראה סרטוט).

נתון:  $AC = 12$ ,  $AB = 9$ .

הזווית שבין המקצוע הצדדי  $SB$  ובין הבסיס  $ABC$  שווה ל- $30^\circ$ .

א. חשב את גובה הפירמידה,  $SO$ .

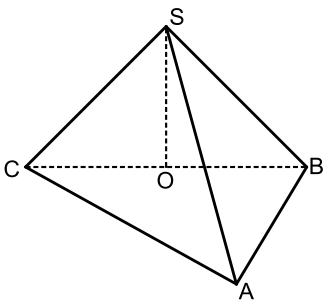
ב. חשב את נפח הפירמידה.

נתון: נקודה  $M$  היא אמצע הצלע  $AB$ .

נקודה  $E$  נמצאת על הקטע  $OM$  כך שמתקיים:  $OE = 2 \cdot EM$ .

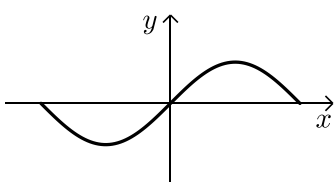
ג. מצא את הזווית שבין  $SE$  לבסיס הפירמידה.

ד. חשב את שטח המשולש  $SEM$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה**

3) הפונקציה  $f(x)$  ופונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$  מוגדרות בתחום:  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .



לפניך סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נתון כי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בשלוש נקודות בדיוק:  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ ,  $(0, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ .

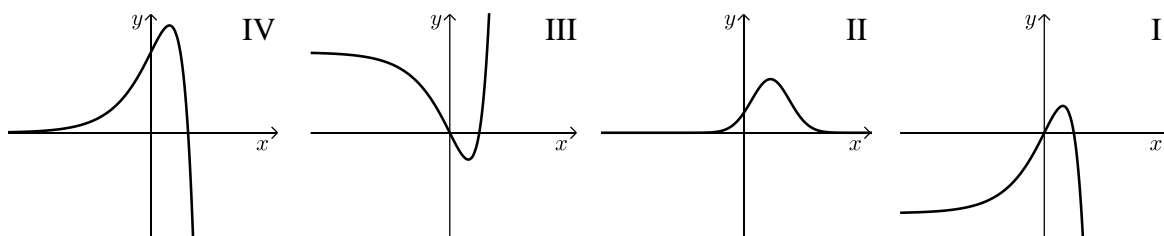
- א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

נתון:  $f(x) = (\sin x)^2 - \frac{1}{4}$ .

- ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 העבירו משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- $x$  הנמצאת מימין לראשית הצירים, ומשיק נוסף בנקודת המינימום שלה.  
 ה. מצא את שיעורי נקודת המפגש של שני המשיקים. בתשובתך דייק 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = -e^{2x} + 4e^x - 3$  המוגדרת לכל  $x$ .

- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.  
 ג. אחד מן הגרפים IV-I שלפניך מתאר את גרף הפונקציה  $f(x)$ . קבע איזה מהם ונמק את קביעתך.



- נתונה הפונקציה:  $g(x) = f(x) + b$ .  $b$  הוא פרמטר.  
 העבירו משיק לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודת הקיצון שלה.  
 ד. מצא את משוואת המשיק (הבע באמצעות  $b$ ).  
 ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$ , על ידי המשיק שמצאת בסעיף ד' ועל ידי ציר ה- $y$ .

- 5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3x \cdot \ln(ax)$ ,  $a > 0$ . הוא פרמטר.
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- נתון כי לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון בנקודה שבה:  $x = \frac{1}{3e}$ .
- ב. מצא את  $a$ .
- הצב  $a = 3$ , וענה על הסעיפים ג-ו שלפניך.
- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ד. מצא את שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוג הקיצון.
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ו. נתונה הפונקציה  $g(x)$  שתחום הגדרתה זהה לתחום הגדרתה של הפונקציה  $f(x)$ . פונקציית הנגזרת  $g'(x)$  מקיימת:  $g'(x) = -f(x)$ .
- האם לפונקציה  $g(x)$  יש נקודת קיצון?
- אם כן – מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של  $g(x)$ , וקבע את סוגה.
- אם לא – נמק.

תשובות סופיות:

- (1) א. התשלום ה-15. ב. (1). לא. ג. 21 תשלומים. (2). התשלום ה-24, גובה התשלום: 10 שקלים.

- (2) א.  $2.5\sqrt{3} \approx 4.33$ . ב.  $45\sqrt{3} \approx 77.94$ . ג.  $47.27^\circ$ . ד. 4.33.

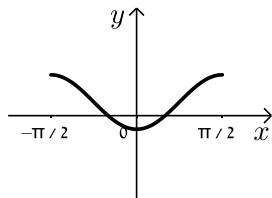
- (3) א. ירידה:  $-\frac{\pi}{2} < x < 0$ , עליה:  $0 < x < \frac{\pi}{2}$ .

- ב.  $x = \frac{\pi}{2}$  מקסימום,  $x = 0$  מינימום,  $x = -\frac{\pi}{2}$  מקסימום.

- ג.  $(0, -0.25)$ ,  $(-\frac{\pi}{6}, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{6}, 0)$ .

- ה.  $(0.23, -0.25)$ .

ד. סרטוט:



ג. גרף I.

- (4) א.  $(0, 0)$ ,  $(\ln 2, 1)$ . ב.  $(\ln 2, 1)$  מקסימום. ג.  $y = 1 + b$ . ד.  $-2.5 + 4 \ln 2 \approx 0.273$ .

- ג.  $(\frac{1}{3}, 0)$ .

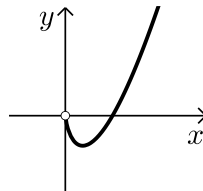
ב.  $a = 3$

(5) א.  $0 < x$

- ו.  $x = \frac{1}{3}$  מקסימום.

ה. סרטוט:

- ד.  $-\frac{1}{e}$  מינימום.



# שאלון 472

פרק 24

## פתרון בידאו של בחינות 2020

131 .....	מועד חורף
134 .....	קיץ מועד א
138 .....	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2020:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

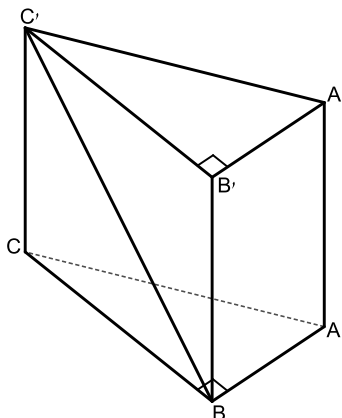
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית שהמנה שלה היא  $\frac{1}{4}$  וסכומה  $9\frac{1}{3}$ .

- מצא את האיבר הראשון בסדרה.
- בין כל שני איברים סמוכים בסדרה הוסיפו איבר חדש כך שהתקבלה סדרה הנדסית אין-סופית חדשה, בכל האיברים בה חיוביים.
- מהי המנה של הסדרה החדשה? נמק.
- עבור כל אחת מן הטענות i-ii שלפניך קבע אם היא נכונה או אינה נכונה. נמק את קביעותיך.
  - האיבר החמישי בסדרה החדשה שווה לאיבר העשירי בסדרה הנתונה.
  - סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה החדשה הוא  $\frac{1}{2}$  מסכום הסדרה הנתונה.

(2) ABCA'B'C' היא מנסרה משולשת ישרה (ראה ציור).

בסיס המנסרה, ABC, הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ( $AB = BC, \angle ABC = 90^\circ$ ). נתון כי גובה המנסה הוא 8 ואורך היתר של בסיס המנסרה שווה ל- $4\sqrt{2}$ .



- מצא את גודל הזווית בין אלכסון הפאה הצדדית BB'C'C ובין בסיס המנסרה.
- מצא את גודל הזווית AC'B.
- מצא את שטח המשולש AC'B.

הנקודה D היא אמצע הצלע CB.

ד. חשב את אורך הקטע A'D.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (  $\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sin 2x$ , המוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .**

ענה על הסעיפים א-ג בעבור התחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = 2\sin x$ , המוגדרת גם היא בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$

עם גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. נתון: בתחום הנתון, מלבד הנקודות שמצאת בסעיף ב, גרף הפונקציה  $g(x)$

נמצא מעל גרף הפונקציה  $f(x)$ .

חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  בתחום הנתון.

**(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 9 - (\ln x)^2$ .**

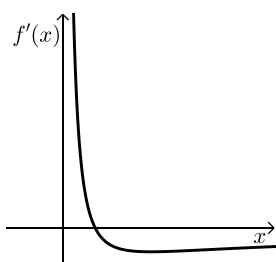
א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים

(אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .



הציור שלפניך מתאר את הגרף של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ .

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית

הנגזרת,  $f'(x)$ , על ידי הישר  $x = e$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

5) הכמות של חומר רדיואקטיבי דועכת בקצב מעריכי. ביום מסוים נמדדה כמות התחלתית של חומר זה.

שנה לאחר יום המדידה הראשון נשארה מן החומר כמות של  $\left(\frac{1}{3}\right)^2$  ק"ג.

5 שנים לאחר יום המדידה הראשון נשארה מן החומר כמות של  $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$  ק"ג.

א. מצא את קצב הדעיכה של החומר ואת הכמות התחלתית שלו.

נתונה הפונקציה:  $g(x) = 3^{-2x}$  המוגדרת לכל  $x \geq 0$ .

הפונקציה  $g(x)$  מתארת את כמות החומר  $x$  שנים לאחר יום המדידה הראשון.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  בעבור  $x \geq 0$ .

### תשובות סופיות:

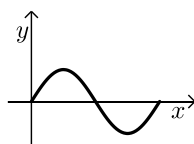
- 1) א. 7      ב. 0.5      ג. i. לא      ד. ii. כן.  
2) א.  $63.43^\circ$       ב.  $24.09^\circ$       ג.  $8\sqrt{5}$  סמ"ר      ד.  $\sqrt{84}$  סמ"ר.

- 3) א. (1)  $(\pi, 0)$ ,  $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$ ,  $(0, 0)$       א. (2)  $\max\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$ ,  $\min\left(\frac{3\pi}{4}, -1\right)$

א. (3) להלן סקיצה בצד:

ב.  $(0, 0)$ ,  $(\pi, 0)$

ג. 4 יח"ר.

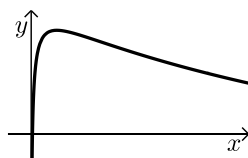


- 4) א. (1)  $x > 0$       א. (2)  $\left(\frac{1}{e^3}, 0\right)$ ,  $(e^3, 0)$

א. (3)  $\max(1, 9)$

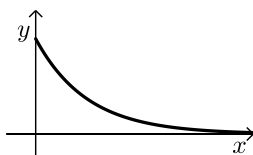
א. (4) להלן סקיצה בצד:

ב. 1 יח"ר.



- 5) א.  $M_0 = 1$ ,  $q = \frac{1}{9}$       ב.  $(0, 1)$       ג. ירידה:  $x > 0$ , אין עלייה.

ד. להלן סקיצה בצד:



## בגרות קיץ 2020 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונים האיברים הכלליים של שתי סדרות:  $a_n = -8n + 5$ ,  $b_n = -4n + 3$ .

א. מצא את  $a_1$  ואת  $b_1$ .

נתונה סדרה חדשה,  $c_n$ , כך ש-  $c_n = a_n + b_n$ .

ב. הוכח כי הסדרה  $c_n$  היא סדרה חשבונית, ומצא את האיבר הראשון שלה,  $c_1$ , ואת ההפרש שלה.

ג. נתון:  $a_k = -75$ .

חשב את סכום  $k$  האיברים הראשונים של הסדרה החדשה,  $c_n$ .

2) SABCD היא פירמידה ישרה שבסיסה, ABCD, הוא מלבן (ראה ציור).

נתון כי אורך אלכסון הבסיס הוא  $4a$  ואורך מקצוע צדדי בפירמידה הוא  $3a$ .

$a > 0$  הוא פרמטר.

SO הוא גובה בפירמידה.

א. הבע באמצעות  $a$  את אורך הגובה SO.

SE הוא הגובה לצלע BC בפאה SBC.

נתון:  $\angle CAB = 60^\circ$ .

ב. (1) הבע את אורך הצלע AB באמצעות  $a$ .

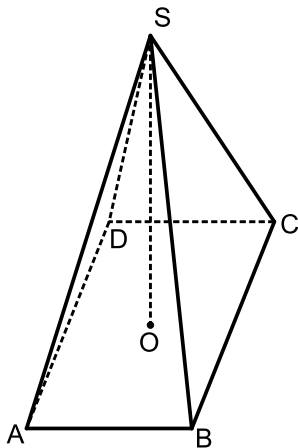
(2) הבע באמצעות  $a$  את אורך הגובה SE.

ג. חשב את הזווית שבין הקטע SE ובין בסיס הפירמידה.

SG הוא הגובה לצלע AD בפאה SAD.

נתון כי שטח המשולש SGE הוא  $\sqrt{80}$ .

ד. מצא את  $a$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (  $\frac{2}{3}$  נקודות) 66**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x$ , המוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$ .**

ענה על הסעיפים א-ג בעבור התחום הנתון.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ב. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודת המינימום הפנימית שלה.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי המשיק שאת משוואתו מצאת ועל ידי ציר ה- $y$ .

**(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4x \cdot \ln x$ .**

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונה הפונקציה:  $g(x) = -2f(x)$ , שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ו. הוסף סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$  למערכת הצירים שבה סרטטת את גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ז. מהו המרחק בין נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  ובין נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ ?

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{ae^{2x}}{e^x - 1}$ .  $a$  הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

הגרף שלפניך הוא הגרף של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ , והוא חותך את ציר ה- $x$  בנקודה שבה  $x = \ln 2$ .

ב. הסתמך על הגרף, קבע מהו שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

נתון: שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = \ln 3$  הוא 9.

ג. מצא את  $a$ .

הצב  $a = 4$  וענה על הסעיפים ד-ה.

ד. (1) האם לגרף הפונקציה  $f(x)$  יש נקודות

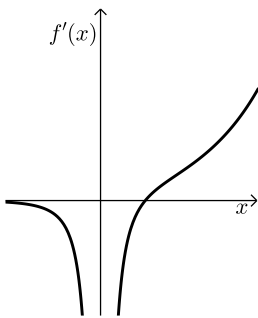
חיתוך עם הצירים? נמק.

(2) מהי משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$

המאונכת לציר ה- $x$ ?

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. בעבור אילו ערכי  $x$  גם הפונקציה  $f(x)$  שלילית וגם הפונקציה  $f'(x)$  שלילית?

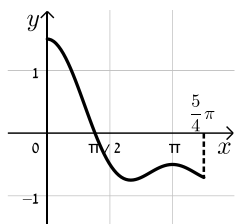


תשובות סופיות:

א.  $a_1 = -3, b_1 = -1$  ב. הוכחה. ג. -580. (1)

א.  $SO = a\sqrt{5}$  ב.  $AB = 2a$  (1) ג.  $SE = a\sqrt{6}$  (2) ד.  $a = 2$ .  
 ג.  $\angle SEO = 65.91^\circ$

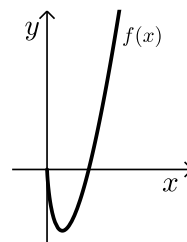
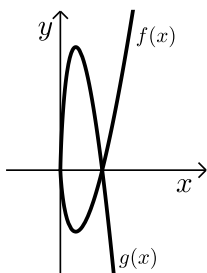
א.  $\max\left(\frac{5}{4}\pi, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  קצה,  $\min\left(\frac{2}{5}\pi, \frac{3}{4}\right)$  קצה, ב. להלן סקיצה: (3)



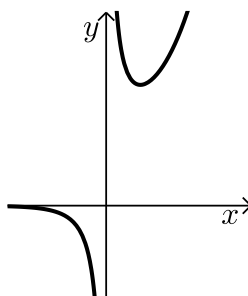
א.  $y = -\frac{3}{4}$  (1) ג.  $S = 2.22$  (2)

א.  $x > 0$  (1) א.  $(1, 0)$  (2) א.  $\min\left(\frac{1}{e}, -\frac{4}{e}\right)$  (3) ג.  $d = \frac{12}{e} \approx 4.414$

א. (4) להלן סקיצה: ב. להלן סקיצה:



א.  $x \neq 0$  (5) ב.  $\min, x = \ln 2$  ג.  $a = 4$  ד. (1) לא. ד.  $x = 0$  (2) ד. (3) סקיצה. ה.  $x < 0$



## בגרות קיץ 2020 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1 נתונות שתי סדרות חשבוניות: (1)

$$a_n : 3, 10, 17, 24, \dots$$

$$b_n : 17, 38, 59, 80, \dots$$

א. (1) חשב את  $b_{30}$ .

(2) עבור איזה ערך של  $n$  מתקיים  $a_n = b_{30}$ ? נמק. ( $n$  הוא מספר טבעי).

ב. עבור כל אחד משני ההיגדים II-I שלפניך כתוב אם הוא נכון או לא נכון. נמק את קביעותיך.

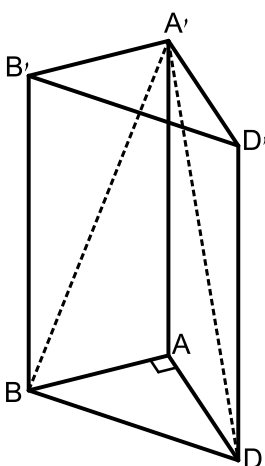
I. לכל  $n$  טבעי  $3a_n = b_n$ .

II. לכל  $n$  טבעי  $a_{3n} = b_n$ .

ג. נתון כי ההפרש בין סכום  $k$  האיברים הראשונים בסדרה  $b_n$  ובין סכום  $k$

האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$  הוא 924 ( $k$  הוא מספר טבעי).

מצא את  $k$ .



2 נתונה מנסרה משולשת  $ABDA'B'D'$  שבסיסה  $ABD$ ,

הוא משולש שווה שוקיים וישר זווית ( $\angle BAD = 90^\circ$ ).

אורך השוק של משולש  $ABD$  הוא 3.

א. מצא את אורך המקצוע  $BD$ .

ב. הסבר מדוע  $AB = A'D$ .

נתון: שטח המשולש  $BA'D$  הוא  $15\sqrt{2}$ .

ג. מצא את גודל הזווית שבין הגובה לבסיס המשולש  $BA'D$

ובין בסיס המנסרה,  $ABD$ .

ד. חשב את נפח המנסרה  $ABDA'B'D'$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**3** נתונה הפונקציה:  $f(x) = \sin(2x) + 4$  המוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

- מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ , עם הצירים?
- סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ .
- חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי הישר  $x = \pi$ .

**4** נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^{2x}}{a-x}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

- הבע באמצעות  $a$  את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - נתון: לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון בנקודה ששיעור ה- $x$  שלה הוא 1.
  - מצא את  $a$ , וקבע אם לפונקציה  $f(x)$  יש נקודות קיצון נוספות.
- הצב:  $a = \frac{1}{2}$  בפונקציה  $f(x)$ , וענה על סעיפים ג-ד.
- כתוב את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ , המאונכת לציר ה- $x$ .
  - מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
  - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
  - נתונה הפונקציה:  $g(x) = -2f(x)$ .
  - מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  (אם יש כאלה). נמק.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 5 \cdot \ln(x^2 - 2x + 1)$ .

א. הראה כי תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$  הוא  $x \neq 1$ .

2 מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$ , המאונכת לציר ה- $x$ .

ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$  הוא  $x \neq 1$ .  $g'(x) = f(x)$  בכל תחום ההגדרה.

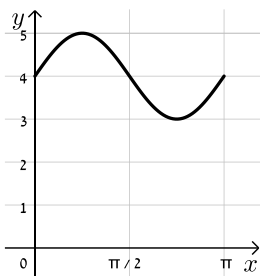
ה. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.

### תשובות סופיות:

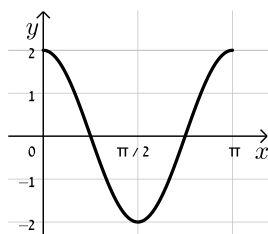
1 א.  $b_{30} = 626$  (1) א.  $n = 90$  (2) ב. I לא נכון. II נכון. ג.  $k = 11$ .

2 א.  $BD = 3\sqrt{2}$  ב. הסבר. ג.  $\angle AEA = 77.75^\circ$  ד. 43.976 יח"נ.

3 א.  $\max(\pi, 4)$  קצה,  $\min\left(\frac{3}{4}\pi, 3\right)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{4}, 5\right)$ ,  $\min(0, 4)$  קצה ב. להלן סקיצה:



ד. להלן סקיצה:



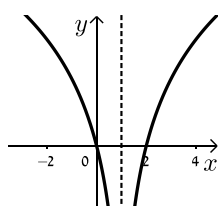
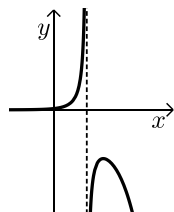
ג.  $(0, 2)$ ,  $\left(\frac{\pi}{4}, 0\right)$ ,  $\left(\frac{3}{4}\pi, 0\right)$

ה.  $S = 4\pi$ .

4 א.  $x \neq a$  ב.  $a = 1$ ,  $\max(1, -2e^2)$  ג. (1)  $x = \frac{1}{2}$

ג. (2)  $(0, 2)$  ג. (3) עולה:  $\frac{1}{2} < x < 1$ , יורדת:  $x > 1$ .

ד.  $\min(1, 4e^2)$  ג. (4) סקיצה בצד.



5 א. (1) הוכחה. א. (2)  $x = 1$  ב. עולה:  $x > 1$ , יורדת:  $x < 1$ .

ג.  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$  ד. סקיצה בצד.

ה.  $x_{\max} = 0$ ,  $x_{\min} = 2$ .

# שאלון 472

פרק 25

## פתרון בידאו של בחינות 2019

141	מועד חורף
144	קיץ מועד א
147	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2019:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה סדרה הנדסית  $a_n$  שבה  $a_2 = 6$ ,  $a_5 = 162$ .

א. מצא את מנת הסדרה ואת  $a_1$ .

סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה הוא 1640.

ב. מצא את מספר האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

נתון כי מספר האיברים בסדרה הוא אי-זוגי.

ג. מצא את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה.

הסדרה  $b_n$  היא סדרה הנדסית אין-סופית, ובה:  $b_1 = \frac{5}{a_1}$ ,  $b_2 = \frac{5}{a_2}$ .

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את מנת הסדרה  $b_n$ .

ii. מצא את סכום הסדרה  $b_n$ .

2) נתונה קובייה  $ABCDA'B'C'D'$ . אורך צלע הקובייה הוא  $a$ .

האלכסונים  $AC'$  ו- $BD'$  חוצים זה את זה בנקודה  $O$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות  $a$  את אורך אלכסון הבסיס,  $AC$ .

ii. מצא את גודל הזווית בין האלכסון  $AC'$

ובין המישור  $ABCD$ .

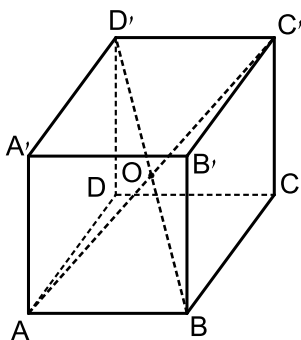
ב. הבע באמצעות  $a$  את אורך אלכסון הקובייה,  $AC'$ .

ג. מצא את גודל הזווית החדה שבין האלכסונים  $AC'$  ו- $BD'$ .

ד. הבע את שטח המשולש  $AOB$  באמצעות  $a$ .

נתון כי שטח המשולש  $AOB$  הוא  $4\sqrt{2}$ .

ה. חשב את  $a$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (  $\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**(3) נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin^2 x + 6$  בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .**

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. סרטט במערכת צירים נפרדת סקיצה של גרף הנגזרת  $f'(x)$

בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

ii. חשב את השטח שבין גרף הנגזרת  $f'(x)$  ובין ציר ה- $x$

בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

**(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (x+2)e^{x+3}$ .**

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה  $f(x)$  חיובית.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + a$ ,  $a$  הוא פרמטר.

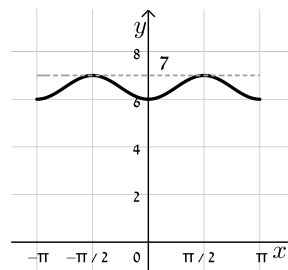
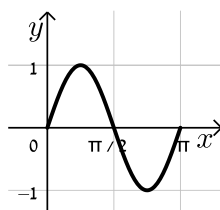
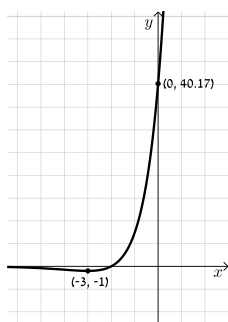
נתון כי גרף הפונקציה  $g(x)$  משיק לישר  $y = \frac{1}{2}$ .

ה. מצא את  $a$ . נמק.

- 5) נתונה הפונקציה  $f(x) = 2\ln(x) + 2\ln(x^2) - 3$
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ג. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. הוסף בקו מקווקו למערכת הצירים שסרטטת בסעיף ד סקיצה של גרף הפונקציה  $-f(x)$ .

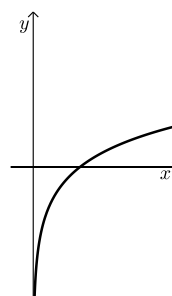
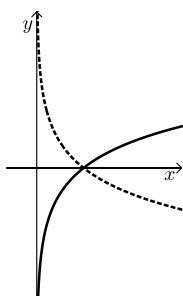
**תשובות סופיות:**

- 1) א.  $a_1 = 2, q = 3$     ב. 4    ג. 546    ד.  $\frac{1}{3}$  (i)    ד. 3.75 (ii)
- 2) א.  $a\sqrt{2}$  (i)    א.  $35.264^\circ$  (ii)    ב.  $a\sqrt{3}$     ג.  $70.529^\circ$     ד.  $0.354a^2$     ה.  $a = 4$
- 3) א.  $(0, 6)$     ב.  $\min(-\pi, 6), \max\left(-\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(0, 6), \max\left(\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(\pi, 6)$     ג. להלן סקיצה:    ד. להלן סקיצה:    ד. 1 יח"ר.



- 4) א. כל  $x$     ב.  $x > -2$     ג.  $\min(-3, -1)$     ד. סקיצה בצד:    ה.  $a = 1.5$

- 5) א.  $x > 0$     ב.  $(\sqrt{e}, 0)$     ג. עליה: כל  $x > 0$ , ירידה: אף  $x$ .    ד. להלן סקיצה:    ה. להלן סקיצה:



## בגרות קיץ 2019 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1)  $a_n$  היא סדרה חשבונית שהאיבר הראשון שלה הוא  $a_1$  וההפרש שלה הוא 4.

$$b_n = a_n + 8n \text{ : כך היא סדרה המוגדרת כ}.$$

א. הוכח כי  $b_n$  היא סדרה חשבונית ומצא את ההפרש שלה.

$$c_n = a_n + b_n \text{ : כך היא סדרה המוגדרת כ}.$$

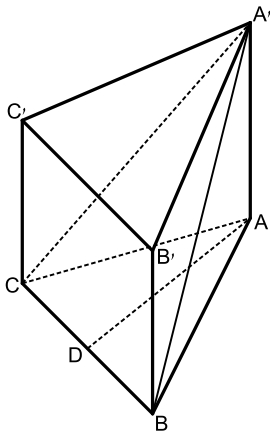
ב. הוכח כי  $c_n$  היא סדרה חשבונית.

$$\text{נתון: } a_1 = \frac{1}{2}.$$

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את  $c_1$ .

ii. מצא את סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה  $c_n$ .



(2) ABCA'B'C' היא מנסרה משולשת וישרה שבסיסה

הוא משולש שווה שוקיים ( $AC = AB$ ).

הנקודה D היא אמצע הקטע CB (ראה ציור).

$$\text{נתון: } \angle CAB = 40^\circ, AD = 12.$$

א. חשב את אורך הצלע CB.

ב. הסבר מדוע המשולש CA'B' הוא משולש שווה שוקיים.

נתון כי שטח המשולש CA'B' הוא 80.

ג. חשב את גודל הזווית שבין הקטע DA' ובין

בסיס המנסרה, ABC.

ד. חשב את נפח המנסרה ABCA'B'C'.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (  $\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**3** הפונקציה  $f(x)$  מוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

נתון:  $f(0) = 0.75$ ,  $f'(x) = -3\sin 2x$ .

פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ , מוגדרת גם היא בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

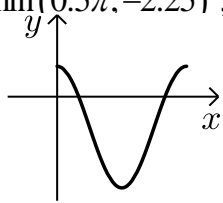
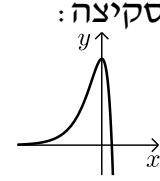
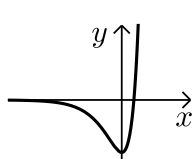
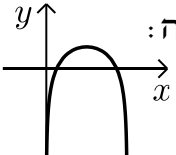
- א. מצא ביטוי אלגברי לפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון, וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום שבין נקודות החיתוך שמצאת בסעיף ב.

**4** נתונה הפונקציה:  $f(x) = -3e^x(2e^x - 4)$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. נתונה הפונקציה:  $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$ .
  - i. כתוב מה הם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגה.
  - ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

- 5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \ln(-x^2 + ax)$ , שתחום ההגדרה שלה הוא  $0 < x < a$ .
- א. הראה כי שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  הוא  $\frac{a}{2}$ .
- ב. מצא את  $a$ .
- ג. קבע את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ . בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
- ii. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה  $f(x)$  המאונכות לציר ה- $x$ .
- iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

### תשובות סופיות:

- 1 א. הוכחה ( $d=12$ ). ב. הוכחה ( $d=16$ ). ג. 9. (i). ג. 3,220. (ii). ד. 725.354 יח"ק
- 2 א. 8.73. ב. הסבר.
- 3 א.  $f(x) = 1.5 \cos 2x - 0.75$ . ב.  $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right), \left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$ . ג.  $\max(0, 0.75), \min(0.5\pi, -2.25), \max(\pi, 0.75)$ . ד. להלן סקיצה:  ה. 2.87 יח"ר.
- 4 א. כל  $x$ . ב.  $(0, 6), (\ln 2, 0)$ . ג.  $\max(0, 6)$ . ד. להלן סקיצה:  ה. (i).  $\min(0, -3)$ . ה. (ii). להלן סקיצה: 
- 5 א. הוכחה. ב. 3. ג.  $\max$ . ד. (ii)  $x=0, x=3$ . ד. (iii). להלן סקיצה:  ד. (i).  $(0.38, 0), (2.62, 0)$ .

## בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונות שתי סדרות חשבוניות,  $a_n$  ו- $b_n$ .

נתון:  $a_1 = b_1$ .

הפרש הסדרה  $a_n$  הוא  $d$ , והפרש הסדרה  $b_n$  הוא  $d+1$ .

נתון:  $a_4$  גדול ב-2 מ- $b_3$ .

א. מצא את  $d$ .

ב. הראה כי:  $b_n = a_n + n - 1$ .

בכל אחת מן הסדרות  $a_n$  ו- $b_n$  יש  $n$  איברים.

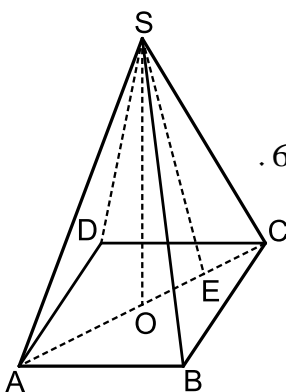
ג. הבע באמצעות  $n$  את ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה  $b_n$  ובין

סכום כל האיברים בסדרה  $a_n$ .

נתון: ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה  $b_n$  ובין סכום כל האיברים

בסדרה  $a_n$  הוא 780. סכום כל האיברים בסדרה  $a_n$  הוא 3040.

ד. מצא את  $a_1$ .



2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה הוא ריבוע.

נתון כי שטח בסיס הפירמידה הוא  $4a^2$ ,  $a$  הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות  $a$  את אורך אלכסון הבסיס.

נתון כי הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה היא  $67^\circ$ .

ב. הבע באמצעות  $a$  את גובה הפירמידה, SO.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 15.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את  $a$ .

ii. הנקודה E היא אמצע הקטע OC.

חשב את שטח המשולש ASE.

בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. חיברו את אמצעי צלעות הבסיס לקודקוד הפירמידה S,

כך שנוצרה פירמידה ישרה חדשה. חשב את נפח הפירמידה החדשה.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3 נתונה הפונקציה:  $f(x) = 2 - \cos^2 x$  בתחום:  $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ .

א. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

ב. האם יש לגרף הפונקציה  $f(x)$  נקודת חיתוך עם ציר ה- $x$ ? נמק.

ג. האם הפונקציה היא זוגית או אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ה. נתונה הפונקציה:  $g(x) = f(x) + c$ ,  $c$  הוא פרמטר.

מצא בעבור אילו ערכים של  $c$ , גרף הפונקציה  $g(x)$  משיק לציר ה- $x$  (מצא את שני הערכים האפשריים).

4 נתונות הפונקציות:  $f(x) = e^{2x-1} - 1$ ,  $g(x) = e^{2-x} - 1$ .  $f(x)$  ו- $g(x)$  מוגדרות לכל  $x$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה  $f(x)$  עולה לכל  $x$ .

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם הצירים.

ii. הוכח כי הפונקציה  $g(x)$  יורדת לכל  $x$ .

iii. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה  $g(x)$ .

ג. סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$

ושל גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ד. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$ .

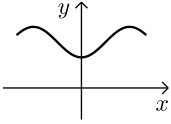
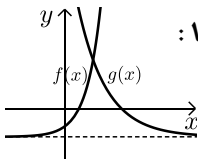
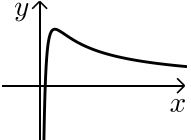
ה. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$ . תוכל להשאיר  $e$  בתשובתך או לדייק עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{1 + \ln x}{ax}$ ,  $a > 0$  הוא פרמטר.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את שיעור ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.
- ד. רשום את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- נתון כי שיעור ה- $y$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  הוא  $\frac{1}{4}$ .
- ה. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את  $a$ .
- ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- נתונה הפונקציה:  $g(x) = -f(x)$ .
- ו. רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$  וקבע את סוגה. נמק את תשובתך.

### תשובות סופיות:

- 1 א.  $d = 4$     ב. הוכחה.    ג.  $\frac{n(n-1)}{2}$     ד.  $a_1 = -2$
- 2 א.  $2\sqrt{2a}$     ב.  $3.33a$     ג. (i).  $a = 1.5$     ג. (ii).  $7.95$     ד.  $7.5$
- 3 א.  $\min\left(\frac{-2\pi}{3}, 1.75\right)$ ,  $\max\left(\frac{-\pi}{2}, 2\right)$ ,  $\min(0, 1)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{2}, 2\right)$ ,  $\min\left(\frac{2\pi}{3}, 1.75\right)$
- ב. לא.    ג. זוגית.    ד. להלן סקיצה:     ה.  $c = -1$ ,  $c = -2$
- 4 א. (i).  $(0.5, 0)$ ,  $(0, -0.63)$     א. (ii) הוכחה.    א. (iii)  $y = -1$  שמאל
- ב. (i)  $(0, 6.39)$ ,  $(2, 0)$     ב. (ii) הוכחה.    ב. (iii)  $y = -1$  ימין
- ג. להלן סרטוט:     ה.  $1.07$  יח"ר.    ד.  $(1, 1.72)$
- 5 א.  $x > 0$     ב.  $\left(\frac{1}{e}, 0\right)$     ג.  $x = 1$ , מקסימום.
- ד. עלייה:  $0 < x < 1$     ירידה:  $x > 1$
- ה. (ii) להלן סקיצה:     ה. (i).  $a = 4$     ו.  $\min(1, -0.25)$

# שאלון 472

פרק 26

## פתרון בידאו של בחינות 2018

150	מועד חורף
154	קיץ מועד א
157	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2018:

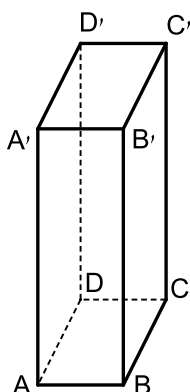
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית שכל איבריה חיוביים.  
האיבר השלישי בסדרה גדול פי 8 מן האיבר השישי בסדרה.  
א. פי כמה גדול סכום כל איברי הסדרה מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים?  
ב. סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים הוא 2. חשב את הערך של האיבר השלישי בסדרה הנתונה.

- (2) נתונה תיבה  $ABCD A'B'C'D'$  שבסיסה,  $ABCD$ , הוא ריבוע (ראה ציור).  
נתון:  $AA' = 3a$ ,  $AB = a$ .



- א. ענה על הסעיפים הבאים:  
i. הבע באמצעות  $a$  את  $AC$  ואת  $AD'$ .  
ii. הסבר מדוע  $AD' = CD'$ .  
ב. מצא את גודל הזווית  $AD'C$ .  
ג. הבע באמצעות  $a$  את שטח המשולש  $AD'C$ .  
ד.  $D'E$  הוא גובה במשולש  $AD'C$ . מצא את גודל הזווית שבין  $D'E$  לבין בסיס התיבה  $ABCD$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$  בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

עם הצירים בתחום הנתון.

ii. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון,

וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי הישר  $x = \pi$

ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ .

(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 4^{2x} - 4^x - 2$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

בציור שלפניך סרטוט של גרף הפונקציה  $g(x) = -2f(x)$ .

לפונקציה  $g(x)$  יש אסימפטוטה שמשוואתה  $y = 4$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

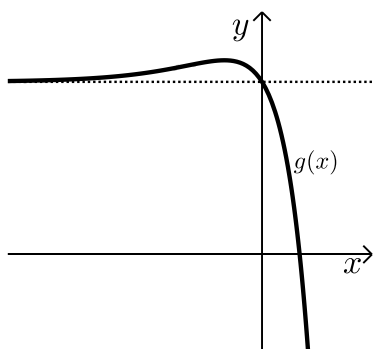
i. מה הם שיעורי נקודת הקיצון של

הפונקציה  $g(x)$ ?

ii. מהי משוואת האסימפטוטה האופקית

של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .



(5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{2\ln x + 3}{3}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- iv. כתוב את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה  $f(x)$ .
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. כתוב את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ .
  - ii. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ .
- $1 < b$  הוא פרמטר. השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי ציר ה- $x$ , על ידי הישר  $x=1$  ועל ידי הישר  $x=b$  שווה ל- $\ln 4$ .
- ג. מצא את הערך של  $b$ .

תשובות סופיות:

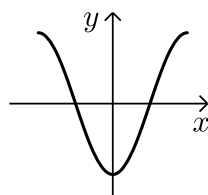
1) א. פי 3.      ב.  $a_3 = \frac{3}{8}$ .

2) א. (i).  $AD' = a\sqrt{10}$ ,  $AC = a\sqrt{2}$ .      ב.  $\sphericalangle AD'C = 25.84^\circ$ .

ג.  $S_{\triangle ADC} = 2.179a^2$ .      ד.  $76.74^\circ$ .

3) א. (i).  $(0, -3)$ ,  $(-\frac{\pi}{2}, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{2}, 0)$ .      א. (ii). מקסימום:  $(\pi, 3)$ ,  $(-\pi, 3)$ , מינימום  $(0, -3)$ .

ב. להלן סרטוט:

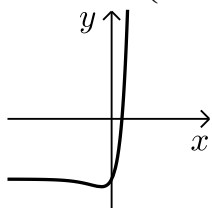


4) א. (i). כל  $x$ .      א. (ii).  $(0, -2)$ ,  $(\frac{1}{2}, 0)$ .

א. (iii). מינימום:  $(-\frac{1}{2}, -2.25)$ .      ב. (i). מקסימום:  $(-\frac{1}{2}, 4.5)$ .

ב. (ii).  $y = -2$ .

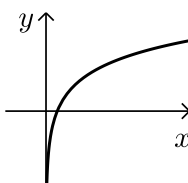
ב. (iii). להלן סרטוט:



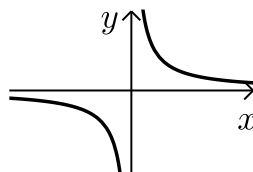
5) א. (i).  $x > 0$ .      א. (ii).  $(0.223, 0)$ .

א. (iii). עלייה:  $x > 0$ , ירידה: אין

א. (v). להלן סקיצה:



ב. (ii). סרטוט:      ג.  $b = 8$ .



## בגרות קיץ 2018 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) הסדרה  $a_n$  מוגדרת באופן הזה:  $a_{n+1} = a_n + 3$ ,  $a_1 = 0$ .

הסדרה  $b_n$  מוגדרת על ידי הכלל:  $b_n = a_n + a_{n+1}$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח:  $b_n = 2a_n + 3$ .

ii. הוכח שהסדרה  $b_n$  היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה ואת  $b_1$ .

נתון:  $b_1 + b_m = 120$ .

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את  $m$ .

ii. חשב את הסכום:  $b_{m+1} + b_{m+2} + \dots + b_{2m}$ .

(סכום האיברים בסדרה  $b_n$  החל מהאיבר  $b_{m+1}$  ועד האיבר  $b_{2m}$ , כולל).

(2) ABCDE היא פירמידה ישרה שבסיסה הוא ריבוע, כמתואר באיור.

נתון: EM הוא גובה של הפירמידה, והוא שווה באורכו לאלכסון הבסיס.

נסמן:  $AB = a$ .

א. חשב את גודל הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה

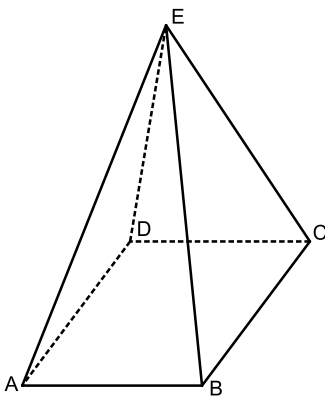
ובין בסיס הפירמידה.

EK הוא גובה בפאה צדדית של הפירמידה.

ב. חשב את גודל הזווית בין EK ובין בסיס הפירמידה.

ג. נתון: שטח המעטפת של הפירמידה הוא 36.75 סמ"ר.

חשב את  $a$ .



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (3)** הפונקציה  $f'(x) = 2\sin 2x$  היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$ .  
ענה על הסעיפים א-ה בעבור התחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .
- א. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון, וקבע את סוגן.  
גרף הפונקציה  $f(x)$  עובר בנקודה  $(0, -2)$ .
- ב. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .
- ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי הישר  $x = \pi$ , על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

- (4)** נתונה הפונקציה:  $f(x) = ae^x - 9e^{-x}$ .  $a$  הוא פרמטר.
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = \ln 3$  הוא 6.
- ב. מצא את  $a$ . פרט את חישוביך.  
הצב  $a = 1$  וענה על הסעיפים ג-ד.
- ג. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  (אם יש כאלה).
- iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הצירים.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{2x}{\ln(x)-2}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. האם גרף הפונקציה  $f(x)$  חותך את הצירים? אם כן, מצא את נקודות החיתוך. אם לא, נמק.
- ii. לפונקציה  $f(x)$  יש אסימפטוטה אנכית אחת. מצא את משוואתה.
- iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
- iv. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
- v. חשב את  $f(0.1)$  וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g'(x) = f(x)$ .
- ג. מהו תחום העלייה של הפונקציה  $g(x)$ ?

**תשובות סופיות:**

1 א. (i) הוכחה. א. (ii)  $b_1 = 3, d = 6 \leftarrow b_{n+1} - b_n = 6$

ב. (i)  $m = 20$  ב. (ii) 3,600

2 א.  $63.435^\circ$  ב.  $70.529^\circ$  ג. 3.5 ס"מ.

3 א.  $x = 0$  מינימום קצה,  $x = \frac{\pi}{2}$  מקסימום,  $x = \pi$  מינימום קצה.

ב.  $f(x) = -\cos 2x - 1$  ג.  $(\frac{\pi}{2}, 0)$  ד. ה.  $\pi$  יח"ר.

4 א. כל  $x$ . ב.  $a = 1$  ג. (ii) עליה: כל  $x$ , ירידה: אין. ד. 4 יח"ר.

ג. (i)  $(\ln 3, 0), (0, -8)$  ג. (iii) להלן סקיצה:

5 א.  $x > 0, x \neq e^2$  ב. (i) לא. ב. (ii)  $x = e^2$  ב. (iii)  $(e^3, 40.17)$  מינימום.

ב. (iv) עליה:  $x > e^3$ , ירידה:  $0 < x < e^2$  או  $e^2 < x < e^3$

ב. (v)  $f(0.1) = -0.046$ , הסרטוט:

## בגרות קיץ 2018 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות הנדסיות אין סופיות,  $a_n$  ו- $b_n$ .

המנה שלה הסדרה  $a_n$  היא  $q$ , והמנה של הסדרה  $b_n$  היא  $3q$ .

נתון:  $a_1 = b_1$ .

נסמן את סכום איברי הסדרה  $a_n$  ב- $S$  ואת סכום איברי הסדרה  $b_n$  ב- $T$ .

( $S$  ו- $T$  הם מספרים ממשיים).

נתון:  $\frac{S}{T} = \frac{6}{7}$ .

א. חשב את  $q$ .

נתון:  $a_4 = 5$ .

ב. חשב את  $b_4$ .

(2) ABCDA'B'C'D' היא קובייה שאורך המקצוע שלה הוא  $a$  (ראה ציור).

א. הסבר מדוע המשולש A'BD הוא משולש שווה צלעות.

A'M הוא גובה במשולש A'BD.

ב. חשב את גודל הזווית בין A'M ובין הפאה ABCD.

נתון: שטח המשולש A'BD הוא  $8\sqrt{3}$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

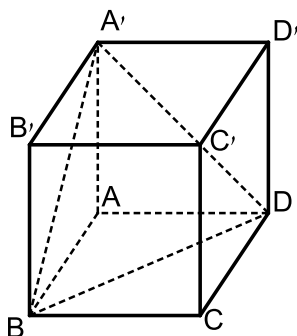
i. חשב את  $a$ .

ii. AA'BD היא פירמידה.

חשב את שטח הפנים שלה.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי

הנקודה העשרונית.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (  $\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**3** נתונה הפונקציה  $f(x) = 2 \cdot \sin x + \cos(2x)$ , המוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ .

ענה על הסעיפים א-ב בעבור התחום הנתון.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

הישר  $y = k$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון בנקודת המקסימום שלה.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את  $k$ .

ii. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $y$ ,

על ידי הישר  $y = k$  ועל ידי הישר  $x = \frac{\pi}{2}$ .

**4** נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{a - e^x}{e^{2x}}$ .  $a > 0$  הוא פרמטר.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ii. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים

(אם יש כאלה). אם יש צורך, הבע באמצעות  $a$ .

נתון: גרף הפונקציה  $f(x)$  עובר בראשית הצירים.

ב. מצא את  $a$ .

הצב את הערך של  $a$  שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. ענה העל הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.

ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

הפונקציה  $g(x)$  מקיימת  $g'(x) = f(x)$ .

ד. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודת הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגה.

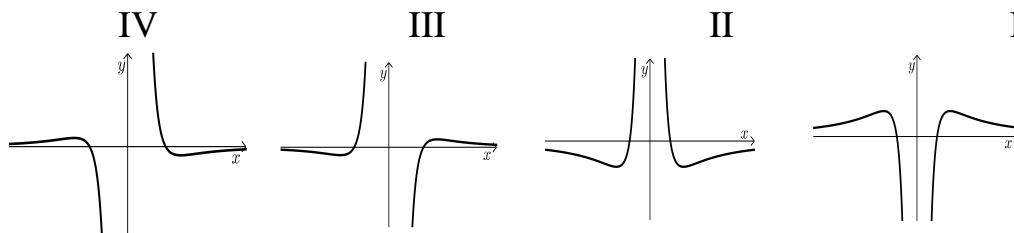
5 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ii. מצא את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה  $f(x)$ .
- iii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).
- iv. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- vi. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה  $f(x)$ .

ב. לפניך ארבעה גרפים (I-IV).

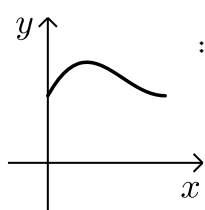
איזה מהם הוא הגרף של פונקציית הנגזרת,  $f'(x)$ ? נמק.



תשובות סופיות:

1 א.  $q = \frac{1}{15}$  ב.  $b_4 = 135$

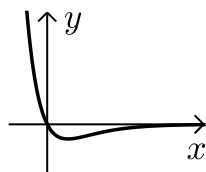
2 א. צלעות המשולש הן אלכסונים של שלושה ריבועים זהים, ולכן הוא שווה צלעות.  
 ב.  $54.735^\circ$  ג. (i) 4 ס"מ  $a =$  ג. (ii) 37.856 סמ"ר.



3 א.  $\min(0,1)$ ,  $\min\left(\frac{\pi}{2}, 1\right)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{6}, \frac{3}{2}\right)$  ב. להלן סקיצה:

ג. (i)  $k = \frac{3}{2}$  ג. (ii) 0.356 יח"ש  $= \frac{3\pi}{4} - 2$

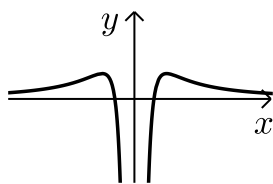
4 א. (i) כל  $x$  א. (ii)  $(\ln a, 0)$ ,  $(0, a-1)$  ב.  $a = 1$



ג. (ii) להלן סקיצה: ג. (i)  $\min\left(\ln 2, -\frac{1}{4}\right)$

ד. מקסימום,  $x = 0$

5 א. (i)  $x \neq 0$  א. (ii)  $x = 0$  א. (iii)  $(-1, 0)$ ,  $(1, 0)$



א. (v) להלן סקיצה: א. (iv)  $\max\left(\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right)$ ,  $\max\left(-\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right)$

א. (vi) חיוביות:  $1 < x$ ,  $x < -1$ , שליליות:  $0 < x < 1$ ,  $-1 < x < 0$ .  
 ב. גרף IV.

# שאלון 472

פרק 27

## פתרון בידאו של בחינות 2017

161	מועד חורף
164	קיץ מועד א
167	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2017:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המקיימת את הכלל:  $a_{n+1} = a_n - 2n + 3$ .

מגדירים סדרה חדשה המקיימת:  $b_n = a_n + n^2$ .

א. הוכח שהסדרה  $b_n$  היא סדרה חשבונית.

נתון:  $a_3 = 2$ .

ב. הבע את  $b_n$  באמצעות  $n$ .

ג. בסדרה  $b_n$  יש 31 איברים. חשב את סכום האיברים העומדים

במקומות האי-זוגיים בסדרה זו.

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה, ABCD, הוא ריבוע (ראה ציור).

נתון: גובה הפירמידה, SO, גדול פי 1.25

מן האורך של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

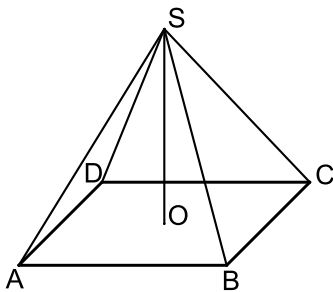
א. נפח הפירמידה הוא 360 סמ"ק.

חשב את האורך של אלכסון הבסיס.

ב. חשב את הזווית שבין מקצוע צדדי

לבין מישור הבסיס של הפירמידה.

ג. חשב את זווית הבסיס של פאה צדדית של הפירמידה.

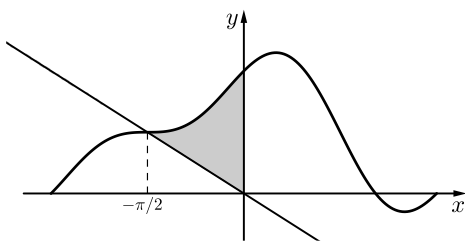


פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3 נתונה הפונקציה:  $f(x) = a \cos x + \frac{1}{2} \sin 2x + 1$

בתחום:  $-\pi \leq x \leq \pi$ . הוא פרמטר.

דרך ראשית הצירים מעבירים ישר שחותך את

גרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = -\frac{\pi}{2}$  (ראה ציור).

א. השטח האפור שבציור (השטח שנמצא ברביע השני ומוגבל

על ידי הישר, על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $y$ ) שווה ל- $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$ .

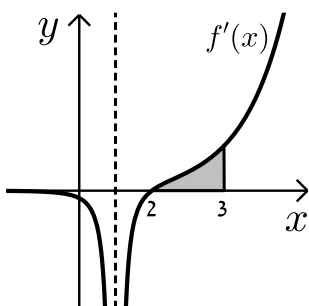
מצא את  $a$ .

הצב  $a=1$  וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה,

וקבע את סוגן. (אפשר להסתמך על הגרף כדי לקבוע את הסוג).

ג. כמה משיקים המקבילים לציר ה- $x$  יש לגרף הפונקציה בתחום הנתון? נמק.



4 בציור שלפניך מוצג גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

של הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{x-2}}{x-c}$ . הוא פרמטר.

היעזר בנתונים מן הציור וענה על הסעיפים א-ד.

א. גזור את הפונקציה  $f(x)$  וחשב את  $c$ .

הצב  $c=1$  וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$

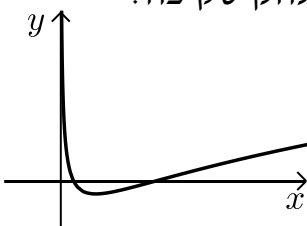
ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $2 \leq x \leq 3$  (השטח האפור בציור).

תוכל להשאיר  $e$  בתשובתך.

- 5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = (\ln x)^2 - 2 \ln x$ .
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.  
 ג. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ה. מצא את התחום שבו גם  $f(x)$  חיובית וגם  $f'(x)$  חיובית.  
 ו.  $g(x)$  היא פונקציה המקיימת:  $g'(x) = f(x)$  בתחום  $x > 0$ . מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון של  $g(x)$ , וקבע את סוגן.

### תשובות סופיות:

- |  |  |                                   |
|--|--|-----------------------------------|
|  | א. הוכחה   | 1) א. $b_4 = 4n - 1$              |
|  | ב. $68.198^\circ$  | ב. $1008$                         |
|  | ג. $74.77^\circ$   |                                   |
|  | א. $a = 1$   | ג. 3 משיקים.                      |
|  | ב. $x_{\min} = \frac{5\pi}{6}, x_{\max} = \frac{\pi}{6}$ |                                   |
|  | א. $c = 1$   | ד. $0.359$                        |
|  | ב. $x \neq 1$  | ג. $\min(2, 1)$                   |
|  | א. $x > 0$   | ד. להלן סקיצה:                    |
|  | ב. $\min(e, -1)$   | ג. $(e^2, 0), (1, 0)$             |
|  | ה. $x > e^2$   | ו. $x_{\max} = 1, x_{\min} = e^2$ |



## בגרות קיץ 2017 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המקיימת:  $a_1 = 0$ ,  $a_{n+1} = a_n + 2n + 5$  לכל  $n$  טבעי.

א. חשב את האיברים  $a_2$  ו- $a_3$ .

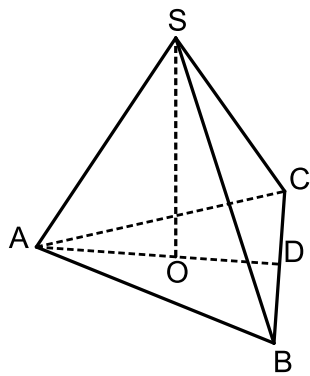
מגדירים סדרה חדשה:  $b_n = a_{n+1} - a_n$ .

ב. הבע את  $b_n$  באמצעות  $n$ .

ג. הוכח שהסדרה  $b_n$  היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה.

ד. נתון כי סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $b_n$  שווה ל- $a_5$ .

מצא את  $n$ .



(2) נתונה פירמידה משולשת ישרה SABC

שבסיסה משולש ABC הוא שווה צלעות.

נתון:  $AB = 2a$ .

SO הוא גובה בפירמידה (ראה ציור).

AD הוא הגובה לצלע BC במשולש ABC.

א. הבע באמצעות  $a$  את אורך AD.

ב. נתון כי נפח הפירמידה הוא  $\sqrt{3}a^3$ .

הבע באמצעות  $a$  את גובה הפירמידה SO.

ג. חשב את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי

ובין בסיס הפירמידה.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**(3) נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x + 4\cos x$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .**

- א. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .
- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה  $f(x)$  העבירו שני אנכים לציר ה- $x$ . חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה  $f(x)$ , ציר ה- $x$  ושני האנכים.

**(4) נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{a}{e^{2x} - 10e^x}$ . הוא פרמטר שונה מאפס.**

- א. ענה על הסעיפים הבאים:
  - i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - ii. מצא את האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .
- ב. מצא את  $a$ .
- ג. הצב בפונקציה  $f(x)$  את  $a$  שנמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ד.
  - i. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.
  - ii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .
  - iii. האם לגרף הפונקציה  $f(x)$  יש נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ ? נמק.
  - iv. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ד. מצא את התחום שבו  $f(x) < 0$  וגם  $f'(x) < 0$ .

5 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{2+2x}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. מצא את האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$ .  
 ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.  
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ו. סרטט סקיצה של גרף  $-f(x)$ .

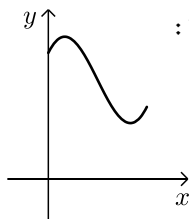
**תשובות סופיות:**

1 א.  $a_2 = 7, a_3 = 16$  ב.  $b_n = 2n + 5$  ג.  $d = 2$  ד. 4

2 א.  $a\sqrt{3}$  ב.  $3a$  ג.  $68.95^\circ$

3 א.  $(0, 4)$  ב.  $\max(\pi, 2.28), \min\left(\frac{5\pi}{6}, 1.771\right), \max\left(\frac{\pi}{6}, 4.51\right), \min(0, 4)$

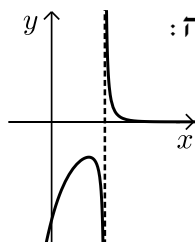
ד. 6.58 יחידות.



ג. להלן סקיצה:

4 א. (i)  $x \neq \ln 10$  א. (ii)  $x = \ln 10$  ב.  $a = 1$  ג. (i)  $\max\left(\ln 5, -\frac{1}{25}\right)$

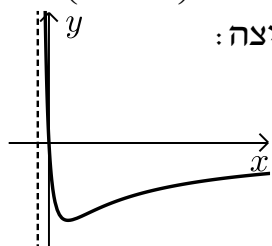
ג. (ii) עלייה:  $x < \ln 5$ , ירידה:  $\ln 5 < x < \ln 10, x > \ln 10$   
 ג. (iii) לא. ג. (iv) להלן סקיצה:



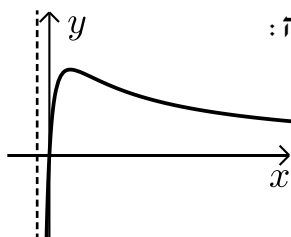
ד.  $\ln 5 < x < \ln 10$ .

5 א.  $x > -1$  ב.  $x = -1$  ג.  $(0, 0)$  ד.  $\max\left(e-1, \frac{1}{2e}\right)$

ו. להלן סקיצה:



ה. להלן סקיצה:



## בגרות קיץ 2017 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) הדר מתאמנת לקראת מרוץ שאורך המסלול שלו הוא 22 ק"מ. במהלך השבוע הראשון לאימונים רצה הדר 2 ק"מ, ותכננה להוסיף בכל שבוע 500 מטרים לריצה, כדי שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.

- א. כמה שבועות הדר מתכננת להתאמן למרוץ?  
לאחר 24 שבועות שבהם התאמנה כמתוכנן, הודיעו על הקדמת המרוץ. בשבוע ה-25 היא רצה כמתוכנן, ולאחר מכן היא החליטה לשנות את תכנית האימונים שלה: לרוץ בכל שבוע 800 מטרים יותר מבשבוע שלפניו (ולא 500 מטרים יותר, כפי שתכננה בהתחלה). כך שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.

ב. בכמה שבועות תקצר הדר את האימונים שלה?

ג. כמה קילומטרים תרוץ הדר סך הכול במהלך האימונים שלה?

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD, הוא ריבוע (ראה ציור).

אורך הצלע של בסיס הפירמידה הוא 8 ס"מ.

SE הוא הגובה לצלע BC בפאה הצדדית SBC,

ו-SF הוא הגובה לצלע AB בפאה הצדדית SAB.

שטח הפאה SBC הוא 36 סמ"ר.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את הזווית שבין SE לבסיס הפירמידה.

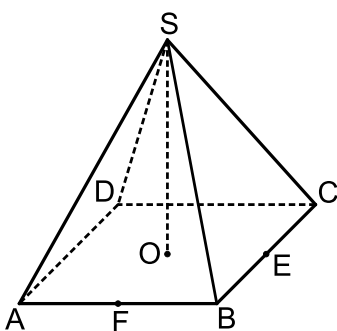
ii. חשב את האורך של גובה הפירמידה, SO.

ב. הנקודה G היא אמצע הקטע FE.

i. חשב את אורך הקטע FE.

ii. חשב את אורך הקטע OG.

iii. חשב את הזווית שבין SG לבין בסיס הפירמידה.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 1 + \cos 3x$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ .**

- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
  - ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.
  - ג. סרטט את גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון.
- נתונה הפונקציה:  $g(x) = f(x) - 2$ .

ד. סרטט את גרף הפונקציה  $g(x)$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ .

- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום  $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ .

**(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = e^{x^2-x+1}$ . נתון:  $g(x) = f'(x)$ .**

- א. ענה על הסעיפים הבאים:
  - i. מצא את משוואת הפונקציה  $g(x)$ .
  - ii. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $g(x)$ .
  - iii. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם הצירים.
  - iv. הראה שהפונקציה  $g(x)$  עולה בכל תחום הגדרתה.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .
- ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $g(x)$  ועל ידי הצירים.

5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{2x}{\ln x - a}$  . פרמטר  $a > 0$  .

נתון: הישר  $y = 2x$  חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = e^3$  .

א. מצא את  $a$  .

ב. הצב  $a = 2$  וענה על הסעיפים ב-ג:

i. מצא את תחום ההגדרה של  $f(x)$  .

ii. מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה  $f(x)$  המאונכת לציר ה- $x$  .

iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגה.

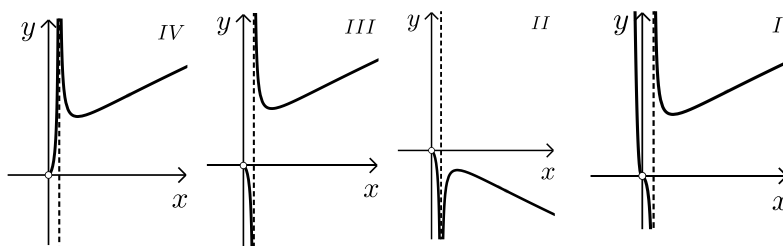
iv. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$  .

v. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים

(אם יש כאלה).

ג. לפניך ארבעה גרפים, IV-I.

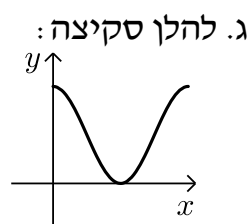
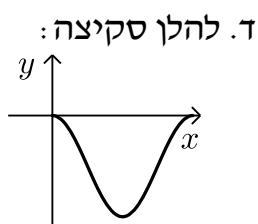
איזה מהם הוא הגרף של הפונקציה  $f(x)$  ? נמק.



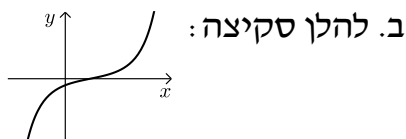
תשובות סופיות:

- (1) א. 41 שבועות. ב. 6 שבועות. ג. 384 ק"מ.  
 (2) א. (i).  $63.61^\circ$  ב. (ii). 8.062 ס"מ ב. (i). 5.657 ס"מ  
 ב. (ii). 2.828 ס"מ ב. (iii).  $70.667^\circ$   
 (3) א.  $(0, 2)$ ,  $(\frac{\pi}{3}, 0)$  ב.  $\max(\frac{2\pi}{3}, 2)$ ,  $\min(\frac{\pi}{3}, 0)$ ,  $\max(0, 2)$

ה.  $\frac{2}{3}\pi$ .



- (4) א. (i).  $g(x) = (2x-1)e^{x^2-x+1}$  א. (ii). כל  $x$ .  
 א. (iii).  $(0, -e)$ ,  $(\frac{1}{2}, 0)$  א. (iv). הוכחה.  
 ג. 0.601



- (5) א.  $a = 2$  ב. (i).  $x > 0, x \neq e^2$  ב. (ii).  $x = e^2$   
 ב. (iii).  $\min(e^3, 40.17)$  ב. (iv). עלייה:  $x > e^3$ , ירידה:  $e^2 < x < e^3$ ,  $0 < x < e^2$   
 ב. (v). אין. ג. III

# שאלון 472

פרק 28

## פתרון בידאו של בחינות 2016

171	מועד חורף
174	קיץ מועד א
177	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2016:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה חשבונית שהאיבר הכללי שלה הוא  $a_n = 3n - 12$ ,

ונתונה סדרה המוגדרת על ידי הכלל  $b_n = 2a_n + 1$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הראה כי  $b_n = 6n - 23$ .

ii. הוכח כי הסדרה  $b_n$  היא סדרה חשבונית.

ב. נתון כי האיבר האחרון בסדרה  $b_n$  הוא 79.

מצא את מספר האיברים בסדרה  $b_n$ .

ג. נתון כי בסדרה  $a_n$  ובסדרה  $b_n$  יש אותו מספר איברים.

מצא את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה  $a_n$ .

(2) נתונה פירמידה ישרה ABCDS שבסיסה מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה ציור).

נתון:  $AS = 13$  ס"מ

הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה

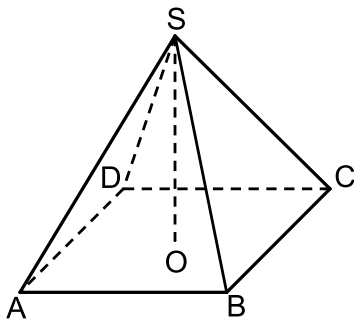
ובין בסיס הפירמידה היא  $45^\circ$ .

א. מצא את האורך של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

ב. נתון גם:  $\sphericalangle CAB = 50^\circ$ ,

מצא את שטח הבסיס של הפירמידה.

ג. מצא את השטח של הפאה SBC.

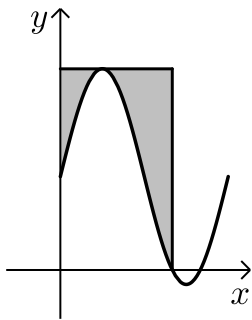


פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (  $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3 נתונה הפונקציה  $f(x) = \sqrt{3} + 2 \sin(2x)$

בתחום  $0 \leq x \leq \pi$  (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים שלנקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה ושל נקודת המינימום המוחלט של הפונקציה. בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

ב. דרך נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה, העבירו משיק לפונקציה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק,

על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי הישר  $x = \frac{2\pi}{3}$  (השטח המקווקו בציור).

4 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 3}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ii. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לציר ה- $x$ .
- iii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- iv. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- v. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. נתון כי הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g'(x) = f(x)$ .

מצא את תחומי העלייה של הפונקציה  $g(x)$ .

(הפונקציות  $g(x)$  ו- $g'(x)$  מוגדרות באותו תחום).

5 נתונות הפונקציות :  $f(x) = \ln x$  ,  $g(x) = \ln(2x)$  .

א. ענה על הסעיפים הבאים :

- i. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות.
- ii. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).
- iii. האם יש נקודות חיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות? נמק.
- iv. האם לפונקציות הנתונות יש נקודות קיצון? נמק.
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  וסקיצה של גרף

הפונקציה  $g(x)$  באותה מערכת צירים.

ב. ענה על הסעיפים הבאים :

- i. הראה כי  $\ln(2x) - \ln(x) = \ln 2$  (בתחום ההגדרה של הפונקציות).
- ii. דרך נקודות החיתוך עם ציר ה- $x$  של הגרפים של  $f(x)$  ו- $g(x)$ , העבירו ישרים המאונכים לציר ה- $x$ . היעזר בתת-סעיף ב(i), ומצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות  $f(x)$  ו- $g(x)$  ועל ידי האנכים. תוכל להשאיר  $\ln$  בתשובתך.

### תשובות סופיות:

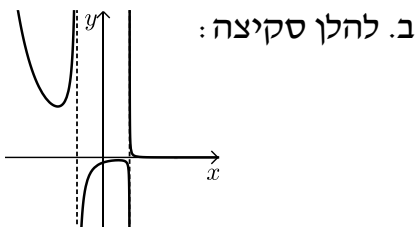
1 א. א. (i). הוכחה      א. א. (ii). הוכחה      ב. 17      ג. 135 .

2 א. 18.384 ס"מ      ב. 166.43 סמ"ר      ג. 76.95 סמ"ר.

3 א.  $\max\left(\frac{\pi}{4}, 3.73\right)$  ,  $\min\left(\frac{3\pi}{4}, -0.268\right)$       ב. 2.69 .

4 א. א. (i).  $x \neq \pm\sqrt{3}$       א. א. (ii).  $x = \pm\sqrt{3}$       א. א. (iii).  $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$

א. א. (iv).  $\max\left(1, -\frac{1}{2e}\right)$  ,  $\min\left(-3, \frac{e^3}{6}\right)$  .  
 ירידה :  $x < -3$  ,  $1 < x < \sqrt{3}$  ,  $x > \sqrt{3}$  .  
 ג.  $x < -\sqrt{3}$  ,  $x > \sqrt{3}$  .



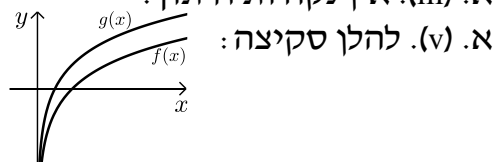
א. א. (ii).  $f(x) : (1, 0)$  ,  $g(x) : (0.5, 0)$  .

א. א. (iv). אין נקודות קיצון.

ב. א. (i). הוכחה.      ב. (ii). 0.347 .

5 א. א. (i).  $f(x) : x > 0$  ,  $g(x) : x > 0$  .

א. א. (iii). אין נקודות חיתוך.



## בגרות קיץ 2016 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת:  $1, \frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \dots$  ( $x > 1$ ).

א. הבע באמצעות  $x$  את מנת הסדרה של האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה.

סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה הוא  $\frac{4}{3}$ .

ב. מצא את  $x$ .

ג. מצא את הסכום של ריבועי האיברים העומדים במקומות הזוגיים בסדר הנתונה.

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן ABCD (ראה איור).

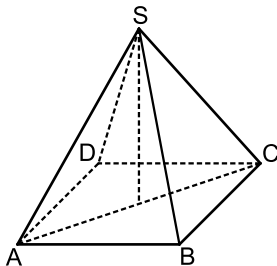
נתון:  $\angle ASC = 70^\circ$ ,  $\angle CAB = 50^\circ$

ו-6 ס"מ = AB.

א. מהו גודל הזווית בין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה?

ב. חשב את נפח הפירמידה.

ג. חשב את גודל הזווית ASB.



**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות**

**טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x + \sin(2x)$  בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .**

הפונקציה  $g(x)$  מקיימת:  $g(x) = f'(x)$  בתחום הנתון.

ענה על סעיפים א' ו-ב' עבור התחום הנתון.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ .

ii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של

הפונקציה  $g(x)$ , וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

ב. עבור אילו ערכים של  $x$ , שיפוע המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  הוא שלילי? נמק.

**(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = e^{2x} + e^{4-2x} + 2$ .**

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ .

ii. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו אנך לציר ה- $x$ .

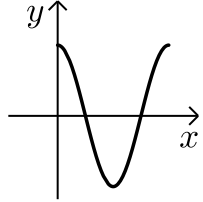
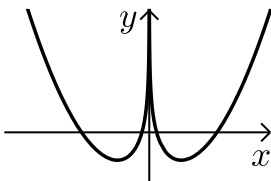
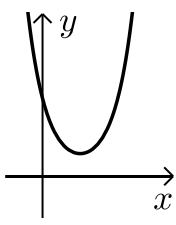
השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי האנך, על ידי ציר ה- $y$

ועל ידי הישר  $y = k$ , שווה ל- $\frac{e^4}{2} - 8\frac{1}{2}$ ,  $0 < k < 16$ .

מצא את הערך של  $k$ .

- 5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^2 - \ln(x^2) - 3$ .
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 ב. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?  
 ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.  
 ד. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את הערך של  $f(5)$ .  
 ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ה. נתונה הפונקציה:  $g(x) = f(x) + 2$ . מצא כמה נקודות חיתוך של לגרף הפונקציה  $g(x)$  על ציר ה- $x$ . נמק.

**תשובות סופיות:**

- 1) א.  $\frac{1}{x^2}$       ב. 2      ג.  $\frac{4}{15}$
- 2) א.  $55^\circ$       ב. 95.32 סמ"ק      ג.  $\angle ASB = 43.27^\circ$
- 3) א. (i).  $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right), \left(\frac{2\pi}{3}, 0\right)$       א. (ii).  $\max(0, 3), \max(\pi, 3), \min\left(\frac{\pi}{2}, -1\right)$
- א. (iii). להלן סקיצה:
- 
- 4) א. (i). (0, 57.598)      א. (ii).  $\min(1, 16.778)$       א. (iii). להלן סקיצה:
- ב.  $k = 10$
- 5) א.  $x \neq 0$       ב.  $x = 0$
- ג.  $\min(1, -2), \min(-1, -2)$       ד. (i). 18.78
- ד. (ii). להלן סקיצה:
- 
- ה. 2 נקודות.
- 

## בגרות קיץ 2016 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1) נתונה סדרה המקיימת את הכלל:  $a_{n+1} = a_n - 4$ .

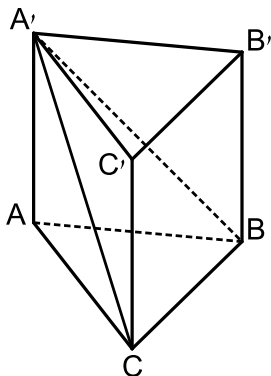
האיבר השלישי בסדרה הוא 12.

א. מצא את האיבר הראשון.

בסדרה זו 71 איברים.

ב. חשב את הסכום של 10 האיברים האחרונים בסדרה.

ג. מצא את האיבר האמצעי בסדרה.



2) נתונה מנסרה ישרה  $ABCA'B'C'$ .

בסיס המנסרה ABC הוא משולש

שווה-שוקיים ( $AB = AC$ ) (ראה ציור).

זווית הראש של המשולש ABC היא  $54^\circ$ .

והאורך של בסיס המשולש הוא 7 ס"מ.

הזווית בין האלכסון  $A'C$  ובין בסיס

המנסרה ABC היא  $65^\circ$ .

א. חשב את שטח הפאה  $ACC'A'$ .

ב. חשב את הזווית בין הגובה לצלע BC

במשולש  $CA'B$  ובין בסיס המנסרה ABC.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות**

**טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = 3 - \sin^2 x - \cos x$**

בתחום:  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$  וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. על פי הגרף שסרטטת בסעיף ב, סרטט סקיצה של גרף

הנגזרת  $f'(x)$  בתחום:  $0 \leq x \leq \pi$ .

ii. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת  $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- $x$  בתחום:  $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$ .

**(4) נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = e^x$ ,  $g(x) = e^{3-x}$**

א. מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מן הפונקציות עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של שתי הפונקציות.

ii. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה  $g(x)$ .

iii. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות

ועל ידי הישר  $y = e^3$ .

5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = x^m - \ln(x^4)$ ,  $m$  הוא מספר טבעי.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. נתון שלפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון ששיעור ה- $x$  שלה שווה ל-1. מצא את הערך של  $m$ .
- הצב  $m=4$  וענה על הסעיפים ג-ה:
- ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. נתונה פונקציה  $g(x)$  המקיימת:  $g(x) = f(x) - 3$ .
- כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$ ? נמק.

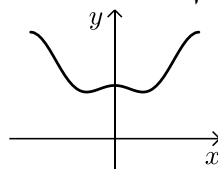
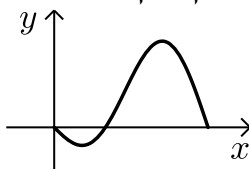
### תשובות סופיות:

1) א.  $a_1 = 20$       ב.  $S = -2420$       ג.  $a_{36} = -120$

2) א.  $S = 127.46$       ב.  $67.44^\circ$

3) א.  $\max(\pi, 4)$ ,  $\min\left(\frac{\pi}{3}, \frac{7}{4}\right)$ ,  $\max(0, 2)$ ,  $\min\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{7}{4}\right)$ ,  $\max(-\pi, 4)$

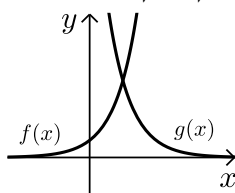
ג. (ii). 2.25      ג. (i). להלן סקיצה:      ב. להלן סקיצה:



4) א.  $g(x) : (0, e^3)$ ,  $f(x) : (0, 1)$

ב.  $f(x)$  עולה לכל  $x$ ,  $g(x)$  יורדת לכל  $x$ .

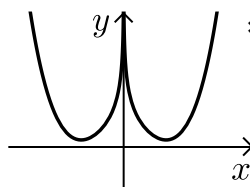
ג. (i).  $(1.5, e^{1.5})$       ג. (ii). להלן סקיצה:      ג. (iii).  $e^3 + 2e^{1.5} = 29.05$



5) א.  $x \neq 0$       ב.  $m = 4$       ג.  $\min(1, 1)$ ,  $\min(-1, 1)$

ה. 4

ד. להלן סקיצה:



# שאלון 472

פרק 29

## פתרון בידאו של בחינות 2015

180	מועד חורף
183	קיץ מועד א
186	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2015:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. נתונים כל המספרים התלת-ספרתיים שמתחלקים ב-6 בלי שארית. מצא את הסכום של מספרים אלה.  
 המספר הגדול ביותר מבין המספרים שבסעיף א' הוא האיבר הראשון בסדרה הנדסית אין-סופית.  
 האיבר הרביעי בסדרה הנדסית זו הוא 124.5.  
 ב. מצא את הסכום של הסדרה ההנדסית.  
 ג. הראה כי האיבר הראשון בסדרה ההנדסית שווה לסכום של כל האיברים שאחריו.

(2) נתונה פירמידה ישרה  $SABC$

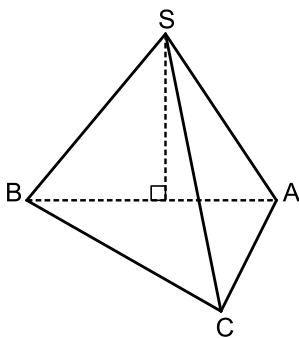
שבסיסה משולש ישר-זווית ( $\angle ACB = 90^\circ$ ) (ראה ציור).

נתון:  $AB = k$ ,  $\angle ABC = 30^\circ$ .

הזווית בין כל מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה היא  $45^\circ$ .

א. הבע באמצעות  $k$  את נפח הפירמידה.

ב. הבע באמצעות  $k$  את הגובה לבסיס  $AC$  בפאה  $SAC$ .



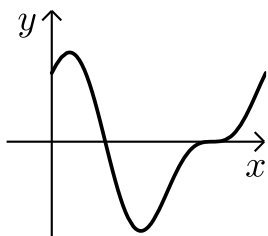
**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

**(3)** נתונות שתי פונקציות:  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$ , בתחום  $x \geq 0$ .

- מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות (אם יש כאלה).
- מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציות, וקבע את סוגן.
- האם עבור  $x=4$  הגרף של  $f(x)$  נמצא מעל לגרף של  $g(x)$  או מתחתיו? נמק.
- האם הגרפים של הפונקציות נפגשים? נמק.



**(4)** נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin(2x) + 2\cos(x)$

בתחום  $0 \leq x \leq 2\pi$  (ראה ציור).

- מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- דרך נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה העבירו משיק לגרף הפונקציה. מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקציה ועל ידי ציר ה- $y$ .

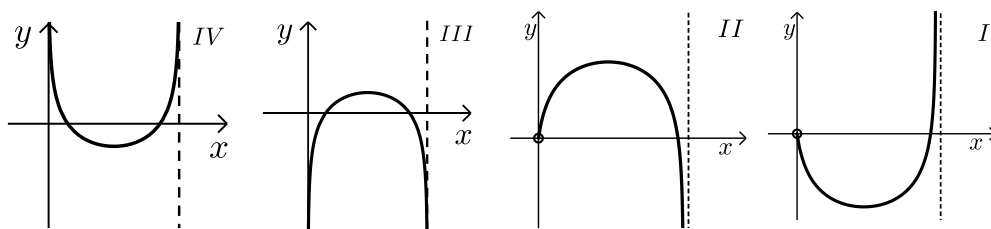
- 5 נתונה הפונקציה  $f(x) = \ln(2x - ax^2)$ ,  $a$  הוא פרמטר. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x=1$  הוא  $\frac{2}{3}$ .

א. מצא את הערך של  $a$ .

הצב  $a = \frac{1}{2}$ , וענה על הסעיפים שלפניך.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ג. איזה מהגרפים IV-I שלפניך מתאים לפונקציה  $f(x)$ ? נמק.



### תשובות סופיות:

- 1 א.  $S = 82,350$  ב.  $S_\infty = 1992$  ג. הוכחה.
- 2 א.  $V = 0.036k^3$  יח"ר ב.  $h_{AC} = 0.661k$  יח"ר
- 3 א. עבור  $f(x)$  עלייה  $x > 0$ , אין תחומי ירידה. עבור  $g(x)$  עלייה אין, ירידה  $x > 0$ .
- ב. עבור  $f(x)$  אין מקסימום מוחלט, מינימום מוחלט  $(0,0)$ .
- עבור  $g(x)$  מקסימום מוחלט  $(0,2)$ , מינימום מוחלט אין.
- ג. עבור  $x=4$ :  $f(x)$  נמצאת מעל  $g(x)$ . ד. כן.
- 4 א.  $\max(2\pi, 2)$ ,  $\min(0.83\pi, -2.598)$ ,  $\min(0,2)$ ,  $\max(0.167\pi, 2.598)$  ב.  $0.11$  יח"ר.
- 5 א.  $a = 0.5$  ב.  $0 < x < 4$  ג. גרף III.

## בגרות קיץ 2015 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1 נתונות שתי סדרות הנדסיות אין-סופיות יורדות:

I.  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$

II.  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$

נתון כי מנת הסדרה I היא  $q$ , ומנת הסדרה II היא 0.5.

משתי הסדרות הנתונות בנו סדרה שלישית שהיא גם סדרה הנדסית

III. אין-סופית יורדת:  $\frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \dots, \frac{a_n}{b_n}, \dots$

א. הבע באמצעות  $q$  את מנת הסדרה III.

ב. סכום האיברים של סדרה II הוא 8.

ג. סכום האיברים של סדרה I גדול פי 2 מסכום האיברים של סדרה III.

מצא את מנת הסדרה III.

2 נתונה קובייה  $ABCD A'B'C'D'$ .

נקודה E היא אמצע המקצוע  $CC'$  (ראה ציור).

א. מצא את גודל הזווית בין  $AE$  לבסיס  $ABCD$ .

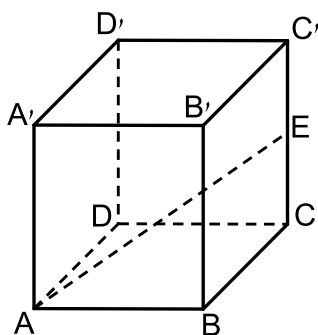
ב. נתון כי נפח הקובייה הוא 140.608 סמ"ק.

ג. מצא את אורך הקטע  $AC$ .

ד. נקודה K נמצאת על הקטע  $EC'$ .

נתון:  $CK = 4.5$  ס"מ.

מצא את  $\sphericalangle KAE$ .



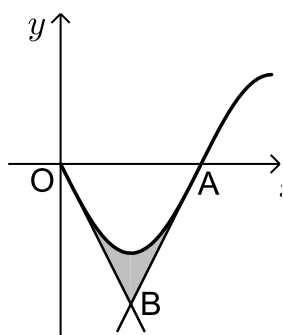
**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3 נתונה הפונקציה  $f(x) = -\sin 2x$

בתחום  $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$ .



גרף הפונקציה חותך את ציר ה- $x$  בראשית הצירים  $O$  ובנקודה  $A$ .

העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה  $O$  ומשיק לגרף הפונקציה בנקודה  $A$  (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המשיק בנקודה  $O$  ואת משוואת המשיק בנקודה  $A$ .

ב. המשיקים נפגשים בנקודה  $B$ . מצא את השיעורים של הנקודה  $B$ .

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי שני המשיקים (השטח המקווקו בציור).

4 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{e^{2x}}{2x^2}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ii. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

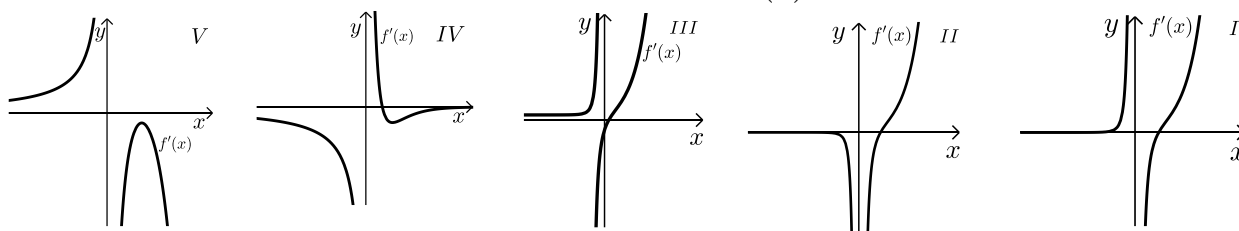
i. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ii. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מבין הגרפים V, IV, III, II, I שלפניך, איזה גרף מייצג את

פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ? נמק.

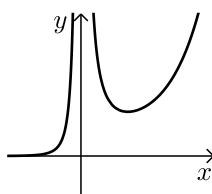


5 נתונה הפונקציה  $f(x) = x^2 (\ln x)^2$ .

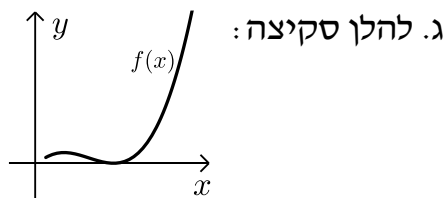
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .
- ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $x \geq \frac{1}{e^2}$ .
- ד. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  בתחום  $x \geq \frac{1}{e^2}$ .
- ii. הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  חותך את ציר ה- $x$  בנקודות A ו-B. מצא את השטח המוגבל על ידי הקטע AB ועל ידי הגרף של  $f'(x)$ .

**תשובות סופיות:**

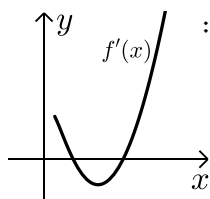
1. א.  $2q$       ב.  $q_3 = \frac{2}{3}$
2. א.  $19.5^\circ$       ב.  $AC = 7.35$  ס"מ      ג.  $\sphericalangle KAE = 11.99^\circ$
3. א.  $y = -2x, y = 2x - \pi$       ב.  $B\left(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{2}\right)$       ג.  $0.234$  יח"ר
4. א. (i)  $x \neq 0$       א. (ii)  $x = 0$
- ב. עלייה  $x > 1$  או ירידה  $x < 0$
- ב. (iii) להלן סקיצה:



5. א.  $x > 0$       ב.  $\max\left(\frac{1}{e}, \frac{1}{e^2}\right), \min(1.0)$



ד. (i) להלן סקיצה:



ד. (ii)  $\frac{1}{e^2}$ .

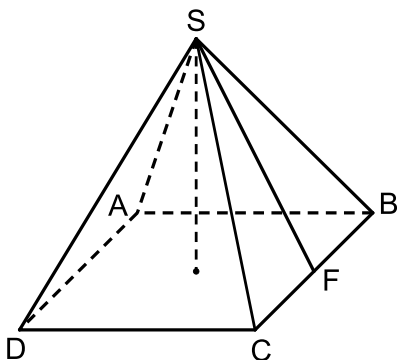
## בגרות קיץ 2015 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) ארבעת האיברים שלפניך:  $a_1, a_2, a_3, a_4$  הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית עולה. סכום ארבעת האיברים הוא 20. שלושת האיברים  $a_1, a_2, a_4$  הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית. ( $a_1$  הוא האיבר הראשון בשתי הסדרות.)
- א. הראה כי  $a_1$  שווה להפרש הסדרה החשבונית, ומצא את הפרש הסדרה החשבונית.
- ב.  $\frac{a_2}{a_3 - a_1}$  הוא האיבר הראשון בסדרה הנדסית אינסופית יורדת. סכום כל האיברים בסדרה זו שווה ל-2. מצא את הסכום של 6 האיברים הראשונים בסדרה זו.



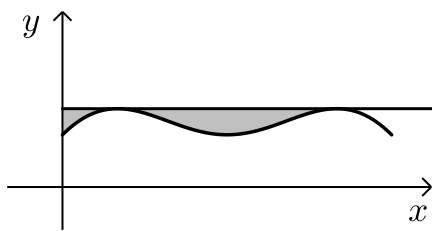
- (2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע. גובה הפירמידה שווה לצלע של בסיס הפירמידה. SF הוא גובה למקצוע CB בפאה SCB (ראה ציור).
- א. מצא את הזווית בין SF לבסיס הפירמידה.
- ב. מצא את הזווית CSB.
- ג. נפח הפירמידה הוא 1125 סמ"ק. מצא את שטח המשולש SDB.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה  $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \cos(2x)$

בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום המוחלט שלה (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את משוואת המשיק.

ii. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- $y$ . (השטח המקווקו בציור).

ב. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) - \frac{3}{4}$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .

מהי משוואת המשיק לגרף הפונקציה  $g(x)$  בנקודות

המקסימום המוחלט שלה? נמק.

תוכל להיעזר בתת-סעיף א (i).

(4) נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$ ,  $a$  הוא פרמטר ( $a < 2$ ).

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ב. נתון כי לפונקציה  $f(x)$  יש שתי נקודות קיצון.

ההפרש בין שיעור ה- $x$  החיובי לבין שיעור ה- $x$  השלילי

של נקודת הקיצון הוא 2. מצא את הערך של  $a$ .

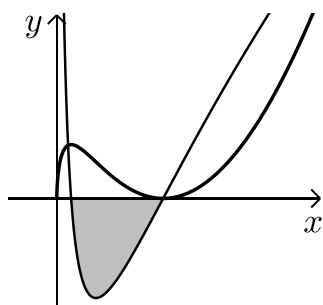
הצב  $a = 1$ , וענה על סעיף ג.

ג. ענה על הסעיפים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.

ii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגן.

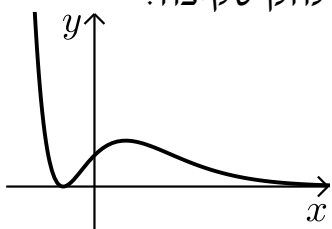
iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .



- 5) בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציה  $f(x)$  ושל פונקציית הנגזרת שלה  $f'(x)$ , הגרפים I ו-II :
- א. איזה גרף הוא של הפונקציה  $f(x)$ , ואיזה גרף הוא של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ ? נמק.
- ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ? נתון כי הפונקציה  $f(x)$  היא  $f(x) = 2x(\ln x)^2$ .
- ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף II עם ציר ה- $x$ .
- ד. באיזה תחום שיפוע המשיק לפונקציה  $f(x)$  הוא חיובי? נמק.
- ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף II ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור).

### תשובות סופיות:

- 1) א. 2      ב. 1.968
- 2) א.  $\sphericalangle SFO = 63.43^\circ$       ב.  $\sphericalangle CSB = 48.2^\circ$
- 3) א. (i).  $y = 0.75$       א. (ii). 0.31
- 4) א. כל  $x$       ב.  $a = 1$
- ג. (ii).  $\max(1, 1.47)$ ,  $\min(-1, 0)$       ג. (iii). להלן סקיצה:



- 5) א. גרף I ו- $f(x)$ , גרף II  $f'(x)$       ב.  $x > 0$
- ג.  $(0, 0.135)$ ,  $(1, 0)$       ד.  $x > 1$  או  $0 < x < 0.135$       ה. 1.08 יח"ר.

# שאלון 472

פרק 30

## פתרון בידאו של בחינות 2014

189 .....	מועד חורף
192 .....	קיץ 2014 מועד א
195 .....	קיץ 2014 מועד ב
198 .....	קיץ 2014 מועד ג

## בגרות חורף 2014:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

1 נתונה סדרה חשבונית עולה:  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ . נתון:  $a_1 \cdot a_4 = (a_2)^2$ .

א. הראה כי האיבר הראשון בסדרה החשבונית שווה להפרש הסדרה.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. שלושת האיברים  $a_4, a_6, a_9$  בסדרה החשבונית הנתונה מהווים

סדרה הנדסית. ( $a_4$  הוא האיבר הראשון בסדרה ההנדסית).

מצא את מנת הסדרה ההנדסית.

ii. סכום שלושת האיברים שבתת-סעיף ב (i) הוא 133.

מצא את הפרש הסדרה החשבונית הנתונה.

iii. סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה הנתונה מקיים:  $S_n > 11,977$ .

מצא את  $n$  הקטן ביותר המקיים אי-שוויון זה.

2 נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע וגובהה SO.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC (ראה ציור).

הזווית בין SE לבסיס הפירמידה היא  $75^\circ$ .

אורך צלע הבסיס הוא  $a$ .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

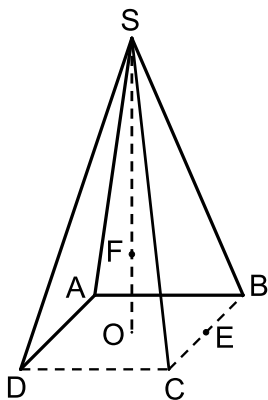
i. הבע באמצעות  $a$  את האורך של SE.

ii. הבע באמצעות  $a$  את שטח המעטפת

של הפירמידה SABCD.

ב. הנקודה F נמצאת על הגובה SO כך ש-  $FO = \frac{1}{3}SO$ .

בפירמידה הישרה FABCD חשב את הזווית בין מקצוע צדדי לבסיס.



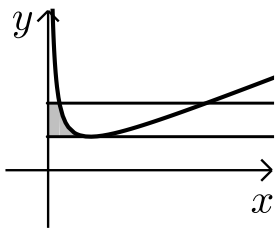
**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3) ענה על הסעיפים הבאים :

א. יובל פתח חשבון חדש בבנק והפקיד בו 10,000 שקל. הסכום שהפקיד גדל בכל חודש ב-2%. כעבור שנה מרגע ההפקדה משך יובל מהחשבונות 5,000 שקל. (הסכום שנשאר ממשיך לגדול בכל חודש ב-2%). כעבור כמה חודשים מרגע המשיכה, שוב יהיו בחשבונות של יובל 10,000 שקל?



ב. נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{3}{2x} + \frac{2x}{3}$  בתחום  $x > 0$ .

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת הקיצון

שלה, והעבירו את הישר  $y = 2\frac{1}{6}$  החותך את גרף

הפונקציה בין היתר בנקודה שבה  $x = 1$

(הנקודה הקרובה לציר ה- $y$ ).

מצא את השטח המוגבל על ידי שני הישרים, על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$

ועל ידי ציר ה- $y$ , השטח המקווקו בציר.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

4) נתונה הפונקציה  $f(x) = -2\cos(2x) + a$  בתחום:  $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ .

$a$  הוא פרמטר המקיים:  $0 < a < 2$ .

א. מצא את השיעורים של נקודות המקסימום המוחלט והמינימום המוחלט

של הפונקציה  $f(x)$  (הבע באמצעות  $a$  במידת הצורך).

ב. נתון כי הישר  $y = 3$  משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בתחום הנתון.

מצא את הערך של  $a$ .

הצב  $a = 1$ , וענה על הסעיפים ג ו-ד.

ג. בתחום הנתון סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. בתחום הנתון מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

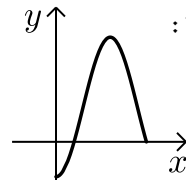
על ידי המשיק  $y = 3$  ועל ידי ציר ה- $y$ .

5 נתונה הפונקציה  $f(x) = (a-3x)e^{3x}$ ,  $a$  הוא פרמטר.

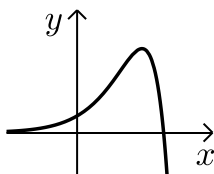
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
 ב. ידוע כי שיעור ה- $x$  של נקודת קיצון של הפונקציה  $f(x)$  הוא 1.  
 מצא את הערך של  $a$ .  
 הצב  $a=4$ , וענה על הסעיפים ג-ד.  
 ג. ענה על הסעיפים הבאים:  
 i. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.  
 iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .  
 ד. נתון הישר  $y=k$ ,  $k \leq 0$ . כמה נקודות חיתוך יש לישר זה עם גרף הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.

### תשובות סופיות:

- 1 א. הוכחה. ב. (i).  $q=1.5$  ב. (ii).  $d=7$  ב. (iii).  $n=59$   
 2 א. (i).  $SE=1.93a$  א. (ii).  $3.86a^2$  ב.  $a=41.34^\circ$   
 3 א. 13.31 חודשים. ב. 0.1915 יחידות שטח.  
 4 א.  $\min(0, a-2)$ ,  $\max\left(\frac{\pi}{2}, a+2\right)$  ב. 1  
 ג. להלן סקיצה: ד. 3.14



- 5 א. לכל  $x$ . ב. 4  
 ג. (ii).  $\left(1\frac{1}{3}, 0\right)$ ,  $(0, 4)$   
 ד. נקודת חיתוך אחת.  
 ג. (i). ירידה  $x > 1$ , עלייה  $x < 1$ .  
 ג. (iii). להלן סקיצה:



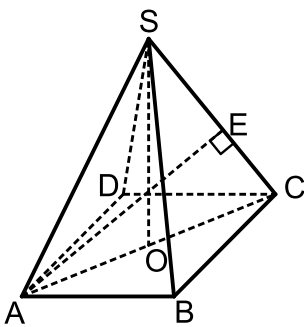
## בגרות קיץ 2014 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) אדם קיבל שתי הצעות לקניית שואב אבק בתשלומים חודשיים, הצעה I והצעה II. בשתי ההצעות היה לשואב האבק אותו המחיר. הצעה I: התשלום הראשון הוא 180 שקלים, וכל תשלום נוסף גדול ב-15 שקלים מהתשלום שקדם לו. הצעה II: התשלום הראשון הוא 195 שקלים, וכל תשלום נוסף קטן ב-15 שקלים מהתשלום שקדם לו. מספר התשלומים בהצעה II היה גדול ב-2 ממספר התשלומים בהצעה I.
- מצא את מספר התשלומים בהצעה II.
  - מצא את המחיר של שואב האבק.



- (2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע ABCD. האורך של צלע הריבוע הוא  $a$  ס"מ. גובה הפירמידה, SO, שווה לאלכסון הבסיס, AC (ראה ציור).
- חשב את הזווית שבין SC למישור הבסיס של הפירמידה.
  - מקדקוד A העבירו אנך למקצוע SC. האנך חותך את המקצוע בנקודה E (ראה ציור). הבע באמצעות  $a$  את אורך הקטע CE.
  - נתון ששטח המשולש AEC הוא 40 סמ"ר. חשב את  $a$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

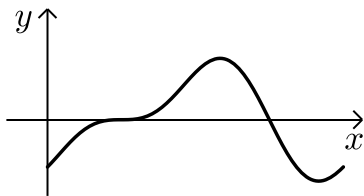
ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

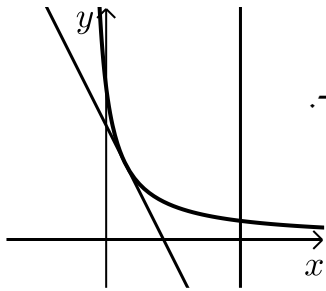
(3) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{x^2 - 2}{e^{2x}}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 ב. ענה על הסעיפים:  
 i. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.  
 ii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.  
 iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ג. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו אנכים לציר ה- $x$ . מצא את המרחק בין האנכים.

(4) בציור שלפניך נתון הגרף של הפונקציה  $f(x) = a \sin(2x) - \cos(x)$ , בתחום  $0 \leq x \leq 2\pi$ . הוא פרמטר.



- לפונקציה יש נקודת קיצון שבה:  $x = \frac{7\pi}{6}$ .
- א. מצא את הערך של  $a$ .  
 ב. הצב בפונקציה  $a = 0.5$ , וענה על הסעיפים (i)-(ii).  
 i. מצא בתחום הנתון את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .  
 ii. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי ציר ה- $y$  (השטח האפור בציור).



5) בציור שלפניך מוצג גרף הפונקציה:  $f(x) = \frac{4}{2x+1}$

בתחום:  $x > -0.5$ .

א. העבירו משיק לגרף הפונקציה. שיפוע המשיק הוא -2.

i. מצא את השיעורים של נקודת ההשקה.

ii. מצא את משוואת המשיק.

ב. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה,

על-ידי המשיק, על-ידי הישר  $x = 3.5$

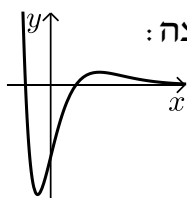
ועל-ידי ציר ה- $x$  (השטח האפור בציור).

### תשובות סופיות:

1) א. 7 ב. 1050 ש"ח.

2) א.  $\alpha = 63.43^\circ$  ב.  $CE = 0.63a$  ג. 10 ס"מ  $a =$

3) א. לכל  $x$  ב. (i).  $\min(-1, -e^2)$ ,  $\max\left(2, \frac{2}{e^4}\right)$



ב. (iii). להלן סקיצה:

ב. (ii).  $(-\sqrt{2}, 0)$ ,  $(\sqrt{2}, 0)$ ,  $(0, -2)$

ג. 3 יחידות מרחק.

4) א. 0.5 ב.  $(0.5\pi, 0)$ ,  $(1.5\pi, 0)$  ג. 0.5 יחידות שטח.

5) א. (i).  $(0.5, 2)$  א. (ii).  $y = -2x + 3$  ב. 1.78

## בגרות קיץ 2014 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המוגדרת לכל  $n$  טבעי על ידי הכלל: 
$$\begin{cases} a_1 = -1 \\ a_{n+1} = 4a_n + 9 \end{cases}$$

$b_n$  היא סדרה המוגדרת לכל  $n$  טבעי על ידי הכלל:  $b_n = a_n + 3$ .

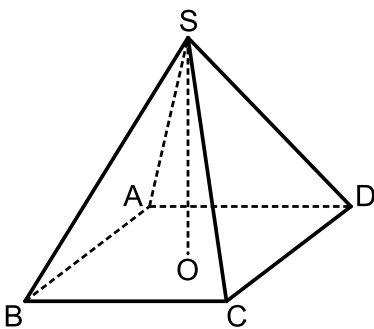
א. הוכח שהסדרה  $b_n$  היא סדרה הנדסית.

ב. מצא את סכום 4 האיברים הראשונים בסדרה  $b_n$ .

ג. בסדרה  $b_n$  סכום 4 האיברים הראשונים קטן ב-43,350.

מסכום  $k$  האיברים העוקבים שאחרי האיבר הרביעי.

מצא את  $k$ .



(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן ABCD.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה ציור).

SK הוא גובה למקצוע CD בפאה SCD.

נתון:  $SK = 16$  ס"מ.

הזווית בין SK למישור הבסיס היא  $68^\circ$ .

א. חשב את אורך המקצוע BC.

ב. נתון גם:  $CD = 10$  ס"מ.

i. חשב את הזווית CSD.

ii. ציין זווית אחרת בין שני מקצועות של הפירמידה,

השווה בגודלה לזווית CSD.

ג. SL הוא גובה למקצוע AB בפאה SAB.

מצא את הזווית שבין SK ובין SL.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

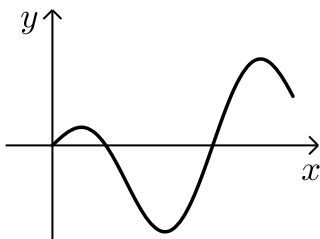
ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה  $f(x) = e^x + \frac{e^2}{e^x} - 2e$ .

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?
- ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים.
- ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע את סוגה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .
- ה. נתונה הפונקציה:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ .
- על פי הגרף  $f(x)$  שסרטטת, מצא עבור אילו ערכים של  $x$  הפונקציה  $g(x)$  חיובית.

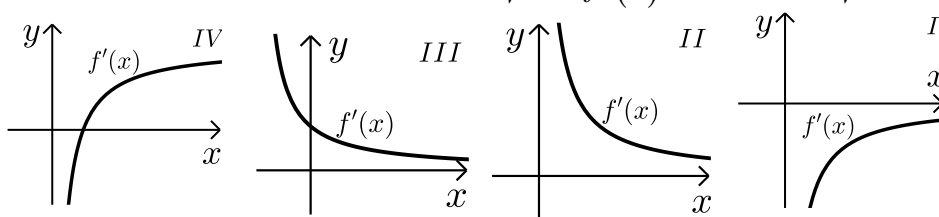
(4) בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה:  $f(x) = a \cdot \sin(2x) - \frac{1}{2} \sin(x)$ .



- בתחום  $0 \leq x \leq 1.5\pi$  הוא פרמטר  $a$ .  
 ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x = \pi$ , מקביל לישר  $y = 1.5x + 3$ .
- א. מצא את הערך של  $a$ .
- הצב  $a = \frac{1}{2}$ , וענה על הסעיפים ב ו-ג.
- ב. בתחום  $0 \leq x \leq 1.5\pi$ , מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם ציר ה- $x$ .
- ג. בתחום  $0 \leq x \leq \pi$  מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .

5 נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_2(x^2) + \frac{1}{3}\log_2(x)$ .

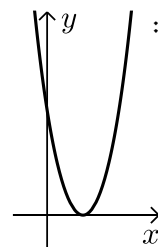
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ .  
 ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$  עם הצירים (אם יש כאלה).  
 ג. הראה כי הפונקציה  $f(x)$  עולה לכל  $x$  בתחום ההגדרה שלה.  
 ד. מבין הגרפים I – IV שלפניך, קבע איזה גרף הוא הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ . נמק.



- ה. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת  $f'(x)$ , על ידי ציר ה- $x$  ועל ידי הישרים  $x=1$  ו- $x=2$ .

### תשובות סופיות:

- 1 א. הוכחה.  
 2 א.  $BC = 11.99$  ס"מ  
 ב.  $44^\circ$ . (iii)  
 3 א. כל  $x$   
 ד. סקיצה:  
 ג.  $k = 4$   
 ב.  $S_4 = 170$   
 ב. (i).  $\sphericalangle CSD = 34.7^\circ$   
 ב. (ii).  $\sphericalangle ASB$   
 ב.  $(1, 0)$ ,  $(0, e^2 - 2e + 1)$   
 ג.  $\min(1, 0)$   
 ה.  $x \neq 1$



- 4 א.  $a = \frac{1}{2}$   
 ג. 1.25 יח"ר  
 5 א.  $x > 0$   
 ד. גרף II  
 ב.  $(0, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{3}, 0)$ ,  $(\pi, 0)$   
 ב.  $(1, 0)$   
 ג. הוכחה  
 ה.  $2\frac{1}{3}$  יח"ר

## בגרות קיץ 2014 מועד ג':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

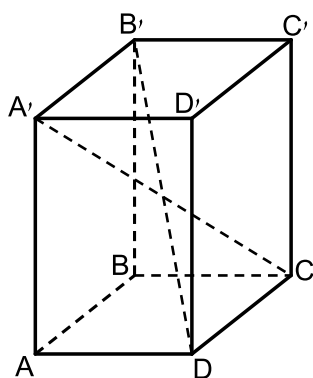
1) נתונה סדרה חשבונית שיש בה  $n$  איברים.

נתון:  $d = 6$ ,  $a_1 = -74$ .

האיבר האחרון בסדרה קטן ב-190 מסכום כל האיברים שלפניו.

א. מצא כמה איברים יש בסדרה.

ב. מצא כמה איברים חיוביים יש בסדרה.



2) אלכסוני התיבה  $ABCD A'B'C'D'$  נפגשים בנקודה O.

נתון:  $\angle DOC = 42^\circ$

שטח המשולש DOC הוא 8.4 סמ"ר.

א. מצא את האורך של הצלע OC.

ב. מצא את האורך של המקצוע DC.

ג. הזווית בין אלכסון התיבה

לבסיס התיבה ABCD היא  $53^\circ$ .

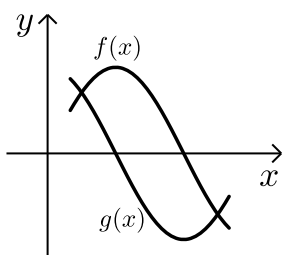
מצא את האורך של המקצוע AD.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות**

**טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



**(3) נתונות הפונקציות:  $g(x) = \cos(2x)$ ,  $f(x) = \sin(2x)$**

בתחום  $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$  (ראה ציור).

- א. מצא את שיעורי ה- $x$  של נקודות החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות בתחום הנתון.
- ב. העבירו אנך לציר ה- $x$  דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה  $g(x)$  עם ציר ה- $x$  בתחום הנתון. האנך מחלק לשני שטחים את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות בתחום הנתון. מצא את השטח שמימין לאנך.

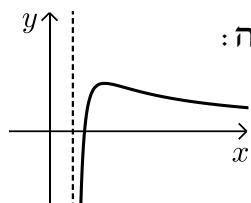
**(4) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{\ln(ax-2)}{ax-2}$ ,  $a$  הוא פרמטר גדול מאפס.**

- א. הבע באמצעות  $a$  את תחום ההגדרה של הפונקציה. הישר  $x=2$  הוא אסימפטוטה של הפונקציה.
- ב. מצא את הערך של  $a$ .
- ג. הצב את הערך של  $a$  שמצאת, וענה על סעיף ג.
- ג. ענה על הסעיפים הבאים:
  - i. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
  - ii. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .
  - iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

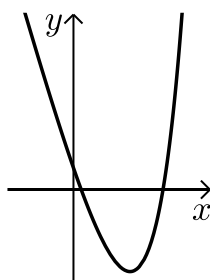
- 5 נתונה הפונקציה:  $f(x) = e^{2x-1} - 4x$ .
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?  
 ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה. תוכל להשאיר  $\ln$  בתשובתך.  
 ii. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $y$ . תוכל להשאיר  $e$  בתשובתך.  
 iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ , אם ידוע כי לפונקציה אין אסימפטוטה אופקית.
- ג. העבירו משיק לפונקציה  $f(x)$  בנקודת הקיצון שלה. מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי ציר ה- $y$ , על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי הישר  $x=2$ .

### תשובות סופיות:

1. א. 30 איברים  
 2. א. 5.01 ס"מ  $OC =$   
 3. א.  $x = \frac{\pi}{8}, x = \frac{5\pi}{8}$   
 4. א.  $x > \frac{2}{a}$   
 ב. 17 איברים  
 ב. 3.59 ס"מ  $DC =$   
 ב. 1.21 יח"ר  
 ב.  $a = 1$   
 ג.  $\max(4.71, 0.37)$   
 ג. (iii). להלן סקיצה:  
 ג. (ii).  $(3, 0)$



5. א. כל  $x$   
 ב. (i).  $\min(0.846, -1.386)$   
 ב. (ii).  $(0, 0.37)$   
 ג. 4.63 יח"ר  
 ב. (iii). להלן סקיצה:



# שאלון 472

פרק 31

## פתרון בידאו של בחינות 2013

201	מועד חורף
204	קיץ מועד א
207	קיץ מועד ב

## בגרות חורף 2013:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות,  $a_n$  ו- $b_n$ , המוגדרות לכל  $n$  טבעי לפי הכלל:  $a_{n+1} = 3a_n + 5$   
 $b_n = a_n + 2.5$

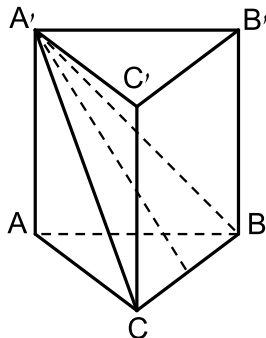
א. הוכח כי הסדרה  $b_n$  היא הנדסית, ומצא את המנה שלה ( $a_n \neq -2.5$ ).  
 נתון גם כי  $b_1 = 2$ .

ב. הבע באמצעות  $n$  את  $a_n$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות  $n$  את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $b_n$ .

ii. הבע באמצעות  $n$  את סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $a_n$ .



(2) נתונה מנסרה ישרה  $ABCA'B'C'$ , שבסיסה הם משולשים שווים צלעות (ראה ציור).

$A'E$  הוא הגובה ל- $BC$  במשולש  $A'BC$ .

הזווית בין  $A'E$  ובין מישור הבסיס  $ABC$  היא  $\alpha$ .  
 גובה המנסרה הוא  $h$ .

א. הבע באמצעות  $h$  ו- $\alpha$  את אורך צלע הבסיס של המנסרה.

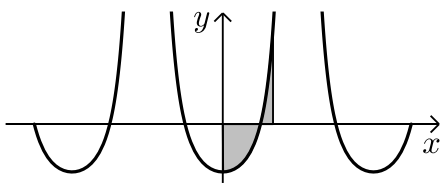
ב. אם נתון כי  $\alpha = 30^\circ$ , מצא את גודל הזווית שבין  $A'C$  למישור  $ABC$ .

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 2$

בקטע  $-\frac{5}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$  (ראה ציור).

א. בקטע הנתון מצא:

i. את תחום ההגדרה של הפונקציה ואת האסימפטוטות

של הפונקציה המקבילות לציר ה- $y$ .

ii. את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$ .

ב. בתחום  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$  מצא את השטח המוגבל על ידי גרף

הפונקציה ועל ידי ציר ה- $x$  (השטח המקווקו בציור).

(4) נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_2(-x^2 + 4x + 32)$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

בתשובתך השאר, במידת הצורך, שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה ומקביל לציר ה- $x$ .

בתשובתך תוכל להשאיר  $\log$  או תוכל להשאיר שתי ספרות אחרי

הנקודה העשרונית.

5) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. ב-1/1/2000 מנתה אוכלוסיית מדינה מסוימת 2.5 מליון תושבים. מספר התושבים גדל בצורה מעריכית, ועד 1/1/2010 גדלה האוכלוסייה ב-63%.  
 כעבור כמה שנים מ-1/1/2000 יהיה מספר התושבים במדינה 8 מליון?
- ב. נתונה הפונקציה:  $f(x) = e^{x^2-m} - e^{m-x^2}$ . הוא פרמטר.
- i. הבע באמצעות  $m$  (במידת הצורך) את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- ii. נתון כי הישר  $y = 0$  משיק לגרף הפונקציה. מצא את הערך של  $m$ .
- הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

### תשובות סופיות:

- 1) א.  $q = 3$       ב.  $a_n = 2 \cdot 3^{n-1} - 2.5$       ג. (i)  $3^n - 1$       ג. (ii)  $3^n - 1 - 2.5n$
- 2) א.  $\frac{2h}{\sqrt{3} \tan \alpha}$       ב.  $26.57^\circ$
- 3) א. (i). תחום הגדרה:  $-1.25\pi \leq x \leq 1.25\pi$ ,  $x \neq -\frac{\pi}{2}$ ,  $x \neq \frac{\pi}{2}$       אסימפטוטות:  $x = -\frac{\pi}{2}$ ,  $x = \frac{\pi}{2}$
- א. (ii).  $(-1.25\pi, 0)$ ,  $(-0.75\pi, 0)$ ,  $(-0.25\pi, 0)$ ,  $(0.25\pi, 0)$ ,  $(0.75\pi, 0)$ ,  $(1.25\pi, 0)$ .  
 ב. 0.779
- 4) א.  $-4 < x < 8$       ב.  $(-3.92, 0)$ ,  $(7.92, 0)$ ,  $(0, 5)$       ג. עלייה  $-4 < x < 2$       ירידה  $2 < x < 8$       ד.  $y = 5.17$
- 5) א. 23.81      ב. (i).  $\min(0, e^{-m} - e^m)$       ב. (ii).  $m = 0$

## בגרות קיץ 2013 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה חשבונית:  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ .

האיבר הראשון של הסדרה הוא 2.5.

האיבר במקום ה-33 בסדרה גדול ב-80 מהאיבר במקום ה-17 בסדרה. מהסדרה הנתונה לקחו כל איבר שלישי כך שהתקבלה סדרה חשבונית

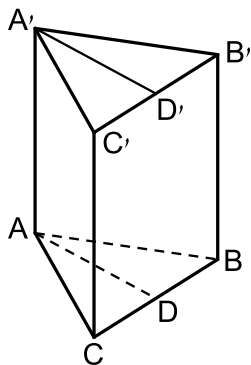
חדשה:  $a_3, a_6, a_9, \dots, a_n$ .

א. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

ב. סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3100.

i. מצא את מספר האיברים בסדרה החדשה.

ii. מהו מספר האיברים בסדרה המקורית? נמק.



(2) במנסרה ישרה  $ABC A'B'C'$  הבסיסים הם משולשים

שווי שוקיים ( $AB = AC$ ).

$AD$  הוא גובה לצלע  $BC$ , ו- $A'D'$  הוא גובה לצלע  $B'C'$  (ראה ציור).

נתון:  $\angle BAC = 64^\circ$ ,  $BC = 26$  ס"מ,  $BC = 8112$  סמ"ק.

נפח המנסרה הוא 8112 סמ"ק.

א. חשב את גובה המנסרה.

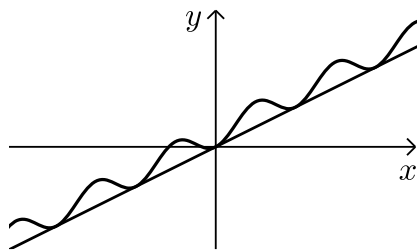
ב. חשב את הזווית שבין האלכסון  $A'B$  ובין בסיס המנסרה  $ABC$

ג. חשב את  $\angle A'AD'$ .

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



3) נתונה הפונקציה  $f(x) = 0.5x - 0.5\cos(2x) + 0.5$

ונתון הישר  $y = 0.5x$  (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי ה- $x$  של הנקודות המשותפות לישר ולגרף

הפונקציה  $f(x)$  בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

ii. הראה כי הישר משיק לגרף הפונקציה

בנקודות שמצאת בתת סעיף א (i).

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף  $f(x)$  ועל ידי  $y = 0.5x$  בתחום  $-\pi \leq x \leq \pi$ .

4) נתונה הפונקציה  $f(x) = 2x^2 e^{\frac{x^2}{m}}$ ,  $m$  הוא פרמטר שונה מ-0.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה  $f(x)$ ?

ב. ידוע כי לפונקציה  $f(x)$  יש נקודת קיצון ששיעור ה- $x$  שלה הוא -2.

מצא את הערך של הפרמטר  $m$ .

הצב  $m = 4$ , וענה על הסעיפים שלפניך.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה  $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

ii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה  $f(x)$ ,

וקבע את סוגן.

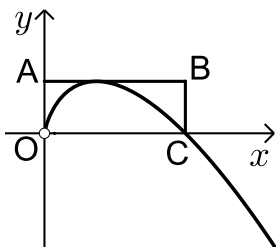
iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ .

ד. לפי גרף הפונקציה  $f(x)$  סרטט סקיצה של גרף פונקציית

הנגזרת  $f'(x)$  בתחום  $-2 \leq x \leq 2$ .

5) ענה על הסעיפים הבאים :

א. נתונה הפונקציה  $f(x) = -x \ln(2x)$  ,  $x > 0$  (ראה ציור).



דרך נקודת הקיצון של הפונקציה העבירו משיק המקביל לציר ה- $x$ , ודרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- $x$  העבירו ישר המקביל לציר ה- $y$ .

הישרים יוצרים עם הצירים מלבן ABCO, כמתואר (O ראשית הצירים).

מצא את שטח המלבן ABCO. (בתשובתך תוכל להשאיר  $e$ ).

ב. לחוקר יש היום כמות מסויימת של חומר רדיואקטיבי.

הכמות קטנה בצורה מעריכית. בעוד 10 שנים תרד ב-20% כמות החומר שיש לחוקר היום.

מצא בעוד כמה שנים מהיום תרד ב-40% כמות החומר.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

### תשובות סופיות:

1) א.  $d = 15$  ב. (i) 20 איברים ב. (ii) 60 איברים

2) א. 30 ס"מ ב.  $50.73^\circ$  ג.  $34.74^\circ$

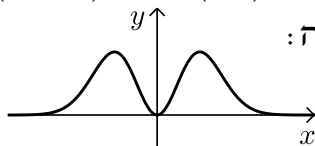
3) א. (i)  $x = -\pi$ ,  $x = 0$ ,  $x = \pi$  א. (ii) הוכחה.

א. (iii)  $\pi$  יח"ר.

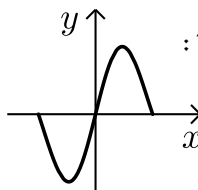
4) א. כל ב.  $m = 4$  ג. (i)  $(0,0)$

ג. (ii)  $\max(2, 2.94)$ ,  $\min(0,0)$ ,  $\max(-2, 2.94)$

ג. (iii) להלן סקיצה:



ד. להלן סקיצה:



5) א. 0.092 יח"ר ב. 22.89 שנים

## בגרות קיץ 2013 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

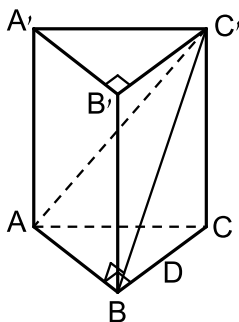
ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) ראובן משחק עם חבריו בגולות. כל משתתף מכניס בתורו גולות למשחק. הזוכה בתור שלו, מקבל מספר גולות הגדול פי 6 ממספר הגולות שהכניס באותו תור למשחק. המפסיד בתור שלו, מפסיד את כל הגולות שהכניס באותו תור למשחק (ולא מקבל שום גולה).  
ראובן הכניס בתור הראשון 3 גולות, והפסיד. הוא המשיך לשחק, ובכל תור הוא הכניס 2 גולות יותר משהכניס בתור הקודם שלו.  
ראובן שיחק בסך הכל  $n$  תורים. בכל תור הוא הפסיד, ורק בתור האחרון הוא זכה.  
א. הבע באמצעות  $n$  את מספר הגולות שראובן קיבל בתור האחרון.  
בתור האחרון קיבל ראובן מספר גולות הגדול ב-6 ממספר כל הגולות שהכניס למשחק ב- $n$  התורים ששיחק.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. הבע באמצעות  $n$  את מספר כל הגולות שהכניס ראובן למשחק ב- $n$  התורים ששיחק.  
ii. כמה תורים שיחק ראובן?



- (2) הבסיס של מנסרה ישרה  $ABCA'B'C'$  הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים (ראה ציור). נתון:  $a$  ס"מ  $AB = BC = a$ ,  $\angle ABC' = 90^\circ$ , הזווית בין האלכסון  $AC'$  לפאה  $BCC'B'$  היא  $\alpha$ .  
א. הבע באמצעות  $a$  ו- $\alpha$  את נפח המנסרה.  
נתון גם כי גובה המנסרה הוא  $2a$ .

ב. מצא את  $\alpha$ .

ג. מצא את גודל הזווית שבין האלכסון  $AC'$  לבסיס  $ABC$ .

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה  $(\frac{2}{3} 66$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $\frac{1}{3} 33$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3 נתונה הפונקציה  $f(x) = a - b \sin(2x)$  בתחום  $0 \leq x \leq \pi$ .  
 $a$  ו- $b$  הם פרמטרים חיוביים.

א. אחת מנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- $x$  היא הנקודה שבה  $x = \frac{\pi}{12}$ .

הבע את  $b$  באמצעות  $a$ .

הצב בפונקציה  $b = 2a$ , וענה על הסעיפים ב-ד שלפניך.

ב. בתחום הנתון הבע באמצעות  $a$ , במידת הצורך:

i. את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ii. את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה  $f(x) = 0.5a$  בתחום הנתון? נמק.

4 נתונה הפונקציה:  $f(x) = (3e^x - 3)^2$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

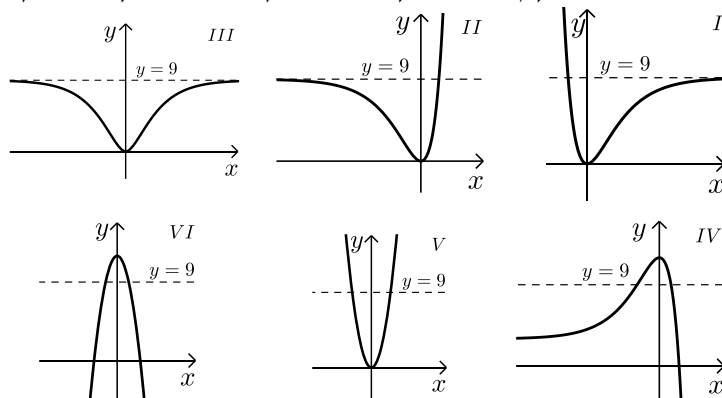
i. מצא את התחום ההגדרה של הפונקציה.

ii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

iii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הישר  $y = 9$  (אם יש כאלה).

ג. מבין הגרפים VI-I שלפניך, איזה גרף מציג סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.



(5) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{-2}{2x-3}$ .

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.  
 ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).  
 ג. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.  
 ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).  
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.  
 ו. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- $x$ , על ידי ציר ה- $y$  ועל ידי הישר  $x = 1$ .

**תשובות סופיות:**

- (1) א.  $12n + 6$     ב. (i)  $n^2 + 2n$     ב. (ii) 10.
- (2) א.  $\frac{a^3 \sqrt{1 - \tan^2 \alpha}}{2 \tan \alpha}$     ב.  $\alpha = 24.09^\circ$     ג.  $54.73^\circ$
- (3) א.  $b = 2a$     ב. (i)  $(0, a)$ ,  $(\frac{5\pi}{12}, 0)$ ,  $(\frac{\pi}{12}, 0)$
- (4) א. (i) לכל  $x$     א. (ii)  $(0, 0)$     א. (iii)  $\min(0, 0)$     ב.  $(\ln 2, 9)$     ג. סקיצה.    ד. 2 פתרונות.
- (5) א.  $x \neq 1.5$     ב. עלייה:  $x < 1.5$  וגם  $x > 1.5$  ירידה: אין.    ג.  $x = 1.5$ ,  $y = 0$     ה. סקיצה.    ו. 1.098    ד.  $(0, \frac{2}{3})$

# שאלון 472

פרק 32

## פתרון בידאו של בחינות 2012

210 .....	מועד חורף
213 .....	קיץ מועד א
216 .....	קיץ מועד ב

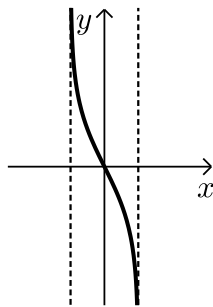
## בגרות חורף 2012:

### פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (50 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) שני רוכבי אופנוע נמצאים במרחק 1110 ק"מ זה מזה, ורוכבים זה לקראת זה. בשעה הראשונה עבר הרוכב הראשון מרחק של 50 ק"מ, ובכל שעה נוספת עבר 5 ק"מ יותר מהמרחק שעבר בשעה הקודמת. הרוכב השני יצא לדרך 3 שעות אחרי הרוכב הראשון. בשעה הראשונה הוא עבר 90 ק"מ, ובכל שעה נוספת עבר 4 ק"מ פחות מהמרחק שעבר בשעה הקודמת. חשב כעבור כמה שעות מרגע היציאה של הרוכב הראשון ייפגשו שני הרוכבים.



(2) נתונה הפונקציה  $f(x) = \log_{\frac{1}{e}}(1+x) - \log_{\frac{1}{e}}(1-x)$  (ראה ציור).

א. מצא את תחום ההגדרה של פונקציה  $f(x)$ .

ב. הראה כי  $f(x) = \ln(1-x) - \ln(1+x)$ .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה  $f(x)$ .

בנקודה A הנמצאת ברביע השני, ומעבירים ישר המשיק לגרף

הפונקציה בנקודה B הנמצאת ברביע הרביעי.

נתון כי כל אחד משיפועי המשיקים הוא:  $-\frac{8}{3}$ .

מצא את שיעורי ה-x של הנקודות A ו-B.

ii. דרך הנקודה A העבירו מקביל לציר ה-x, ודרך הנקודה B העבירו מקביל לציר ה-x. היעזר בחוקי הלוגריתמים (בלי להשתמש במחשבון), והראה כי המרחק בין המקבילים הוא  $2\ln 3$ .

ד. היעזר בגרף של הפונקציה  $f(x)$ , וקבע אם בתחום ההגדרה של  $f(x)$

פונקציית הנגזרת  $f'(x)$  היא תמיד שלילית, תמיד חיובית או לפעמים שלילית ולפעמים חיובית. נמק.

**פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (50 נקודות)**

ענה על אחת מהשאלות 3-4.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

**(3) הפונקציה  $f(x)$  המוגדרת לכל  $x$  מקיימת:**

$$f(x) \geq 0 \text{ לכל } x$$

$$f(0) = 0 \text{ ואין יותר נקודות שבהן } f(x) = 0$$

$$f(x) \text{ עולה בתחומים } x > 0, x < -\ln 3$$

$$f(x) \text{ יורדת בתחום } -\ln 3 < x < 0$$

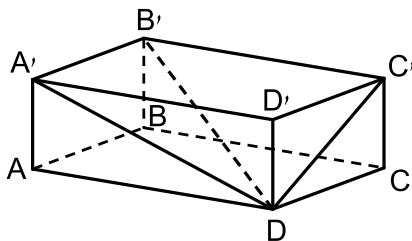
א. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה  $f(x)$ , וציין בה את שיעורי ה- $x$  של נקודות הקיצון.

נתון גם:  $f(x) = e^{3x} - 2e^{ax} + e^x$ , הוא פרמטר  $a$ .

ב. היעזר בנקודות המינימום של הפונקציה  $f(x)$ , ומצא את ערך הפרמטר  $a$ .

ג. דרך נקודת המקסימום של הפונקציה  $f(x)$  העבירו אנך לציר ה- $x$ .

הצב  $a = 2$ , ומצא את השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$  ועל ידי ציר ה- $x$ .



**(4) בתיבה  $ABCD A'B'C'D'$**

אורך האלכסון  $B'D$  הוא  $a$ .

האלכסון  $B'D$  יוצר זווית של  $60^\circ$

עם המקצוע  $A'B'$ ,

ויוצר זווית של  $50^\circ$  עם הפאה  $DCC'D'$ .

א. הבע באמצעות  $a$  את האורך:

i. של הצלע  $A'B'$ .

ii. של הצלע  $B'C'$ .

iii. של האלכסון  $BD$ .

ב. הבע באמצעות  $a$  את נפח התיבה  $ABCD A'B'C'D'$ .

תשובות סופיות:

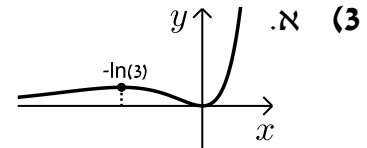
9 (1)

א.  $-1 < x < 1$  (2)

ב. הוכחה. ג. (i)  $x_B = \frac{1}{2}$ ,  $x_A = -\frac{1}{2}$

ד. פונקציית נגזרת תמיד שלילית. ג. (ii) הוכחה.

ב. 2 ג.  $\frac{8}{81}$



א. (i)  $0.5a$  (4) א. (ii)  $0.76a$  א. (iii)  $0.91a$  ב.  $0.15a^3$

## בגרות קיץ 2012 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המוגדרת לכל  $n$  טבעי על ידי הכלל:  $\begin{cases} a_1 = k \\ a_{n+1} = 3a_n - 8 \end{cases}$ ,  $(k \neq 4)$ .

$b_n$  היא סדרה המוגדרת לכל  $n$  טבעי על ידי הכלל:  $b_n = 2a_n - 8$ .

א. הראה כי  $b_n$  היא סדרה הנדסית.

ב. נתון כי  $b_5 = 324$ . מצא את הערך של  $k$ .

ג. נתון גם כי סכום  $n$  האיברים הראשונים בסדרה  $b_n$  הוא 120, 13.

מצא את  $n$ .

(2) בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציה  $f(x)$ , ומוצג הישר  $y = -x + 4$ .

הישר משיק לגרף הפונקציה  $f(x)$  בנקודה שבה  $x = -1$ .

הנגזרת של הפונקציה  $f(x)$  היא  $f'(x) = a - e^{-x}$ .

$a$  הוא פרמטר.

א. מצא את הערך של  $a$ .

בתשובתך רצוי להשאיר  $e$ .

הצב את הערך של  $a$ , וענה על הסעיפים ב-ג.

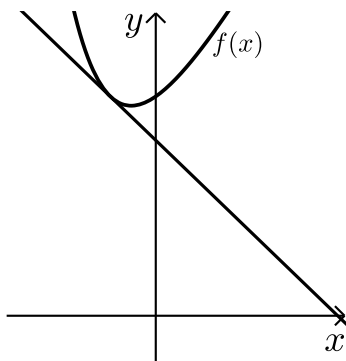
ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי ה- $y$  של נקודת ההשקה.

ii. מצא את הפונקציה  $f(x)$ .

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה  $f(x)$ ,

על ידי הישר הנתון ועל ידי ציר ה- $y$  (השטח המקווקו בציור).



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

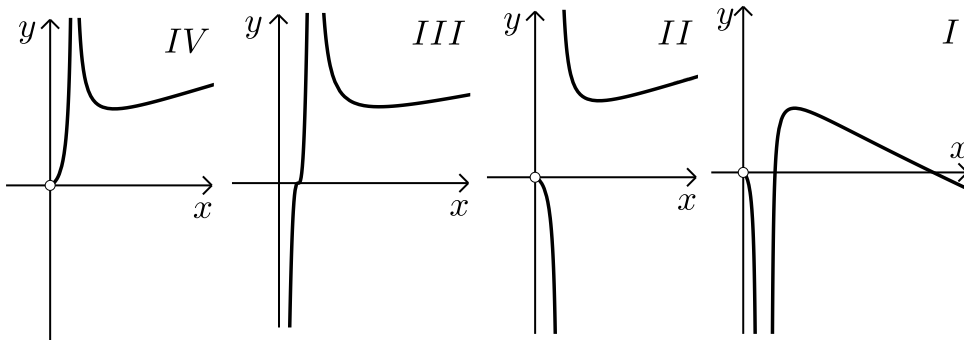
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (  $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

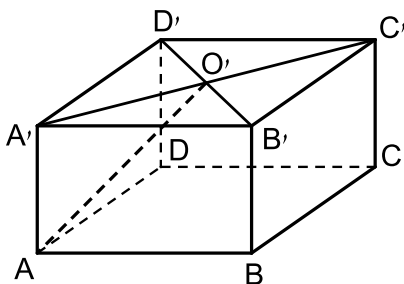
3 נתונה הפונקציה  $f(x) = \frac{2x}{\ln(2x)}$

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מבין הגרפים IV-I שלפניך איזה גרף הוא של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.



ה. הסבר מדוע עבור  $x > \frac{e}{2}$  מתקיים  $f(x) > e$ .

- 4 נתונה תיבה ABCD A'B'C'D' שבסיסה הוא ריבוע. אלכסוני הבסיס A'B'C'D' נפגשים בנקודה O' (ראה ציור). נתון: אורך צלע הבסיס הוא a, הזווית בין AO' לבסיס ABCD היא  $42^\circ$ .



- א. הבע באמצעות a את נפח התיבה.
- ב. חשב את הזווית בין אלכסון התיבה ובין בסיס התיבה.

**תשובות סופיות:**

- (1) א. הוכחה.      ב.  $k=6$       ג.  $n=8$
- (2) א.  $a=e-1$       ב. (i)  $y=5$       ב. (ii)  $f(x)=ex-x+e^{-x}+4$
- ג.  $\frac{e}{2}-1$
- (3) א.  $x > \frac{1}{2}$  או  $0 < x < \frac{1}{2}$       ב.  $\left(\frac{e}{2}, e\right)$
- ג. ירידה:  $\frac{1}{2} < x < \frac{e}{2}$  או  $0 < x < \frac{1}{2}$  עלייה:  $x > \frac{e}{2}$       ד. איור 2      ה. הוכחה
- (4) א.  $0.636a^3$       ב.  $24.2^\circ$

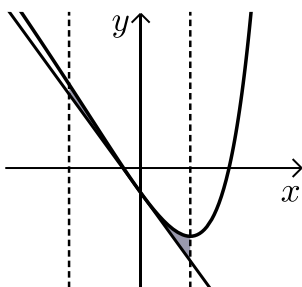
## בגרות קיץ 2012 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ( $33\frac{1}{3}$  נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) כמות של 1000 גרם חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית. כעבור מספר שנים נותרו 250 גרם מהחומר. כעבור עוד 4 שנים נותרו 200 גרם מהחומר. מצא כעבור כמה שנים נותרו 250 גרם מהחומר הרדיואקטיבי.



(2) נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x - 2x$ .

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $x=0$ , והעבירו אנך לציר ה- $x$  דרך נקודת המינימום של הפונקציה (ראה ציור).

- א. מצא את משוואת המשיק.  
 ב. מצא את משוואת האנך.  
 ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי האנך ועל ידי הישר  $x = -1$  (השטח המסומן בציור).

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

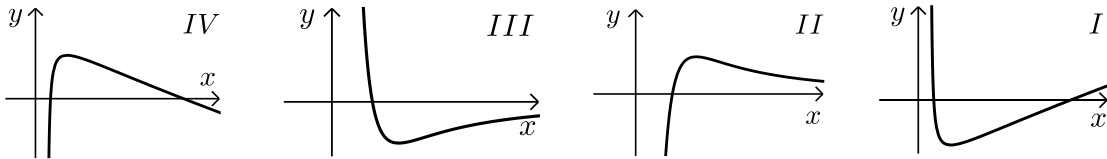
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ( $66\frac{2}{3}$  נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה  $33\frac{1}{3}$  נקודות).

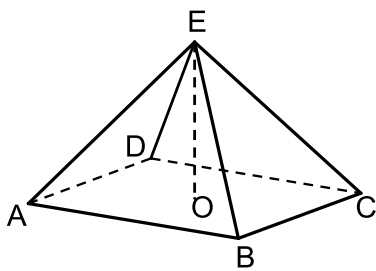
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

3 נתונה הפונקציה:  $f(x) = \frac{a \ln x}{x^2}$ ,  $a$  הוא פרמטר שונה מאפס.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה  $f(x) = 0$  הוא 3. מצא את הערך של  $a$ . הצב  $a = 3$  וענה על סעיפים ג-ה.
- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- לפניך הגרפים I, II, III, IV. איזה גרף הוא של הפונקציה  $f(x)$ ? נמק.



ה. האם יש פתרון למשוואה  $1 = \frac{3 \ln x}{x^2}$ ? נמק.



4 נתונה פירמידה ישרה EABCD שבסיסה ABCD

הוא מלבן (ראה ציור). הזווית בין מקצוע צדדי של

הפירמידה לבסיס היא  $30^\circ$ .

הזווית AOB בין אלכסוני הבסיס היא  $120^\circ$ .

גובה הפירמידה הוא 10 ס"מ.

א. חשב את אורך המקצוע BC.

ב. חשב את הזווית בין הגובה ל-BC בפאה EBC ובין בסיס הפירמידה.

### תשובות סופיות:

1) 24.85 שנים.

2) א.  $y = -2x - 0.5$

ג. 0.181 יח"ר

ב.  $x = \ln 2$

3) א.  $x > 0$

ג.  $\max \sqrt{e}, 0.552$

ב.  $a = 3$

ה. לא

ד. ציור 2

ב.  $33.69^\circ$

4) א. 17.32 ס"מ