שאלון 471 לכיתות יא - ישן



תוכן העניינים:

פרק 1 - טכניקה אלגברית 1
פרק 2 - משוואות אלגבריות 1
פרק 3 - אי שוויונים אלגבריים 1
פרק 4 - גיאומטריה - משולשים 1
פרק 5 - גיאומטריה - מרובעים 1
פרק 6 - גאומטריה - קטע האמצעים 1
פרק 7 - גיאומטריה - שטחים והיקפים 1
פרק 8 - גאומטריה - דמיון משולשים 1
פרק 9 - גיאומטריה - המעגל 1
פרק 10 - הישר 1
פרק 11 - המעגל 1
פרק 12 - טריגונומטריה בסיסית 1
פרק 13 - טריגונומטריה במישור 1
פרק 14 - גאומטריה משולבת - ללא מעגל 1
פרק 15 - גאומטריה משולבת - כולל מעגל 1
פרק 16 - קדם אנליזה 1
פרק 17 - חשבון דיפרנציאלי - הנגזרת 1
פרק 18 - חשבון דיפרנציאלי של פונקצית פולינום 1
פרק 19 - חזרה על אנליזה של פונקציות 1
פרק 20 - הפונקציה ההופכית 1
פרק 21 - פונקציות מנה ושורש 1
פרק 22 - בעיות קיצון 1
פרק 23 - חשבון אינטגרלי 1
פרק 24 - סטטיסטיקה 1
פרק 25 - מדדי מרכז - החציון 1
פרק 26 - מדדי מרכז - הממוצע 1
פרק 27 - מדדי מרכז - השכיח 1

פרק 28 - מדדי מרכז - שאלות מסכמות 1
פרק 29 - מדדי פיזור 1
פרק 30 - ממוצע וסטיית תקן 1
פרק 31 - הסתברות קלאסית 1
פרק 32 - התפלגות נורמלית 1
פרק 33 - רגרסיה ליניארית 1
פרק 34 - פתרון בוידאו של בחינות שנת 2025 1
פרק 35 - פתרון בוידאו של בחינות שנת 2024 13
פרק 36 - פתרון בוידאו של בחינות שנת 2023 31
פרק 37 - פתרון בוידאו של בחינות שנת 2022 55
פרק 38 - פתרון בוידאו של בחינות שנת 2021 78
פרק 39 - פתרון בוידאו של בחינות שנת 2020 98
פרק 40 - פתרון בוידאו של בחינות 2024 108
פרק 41 - פתרון בוידאו של בחינות 2023 123
פרק 42 - פתרון בוידאו של בחינות 2022 143
פרק 43 - פתרון בוידאו של בחינות 2021 163
פרק 44 - פתרון בוידאו של בחינות 2020 192
פרק 45 - פתרון בוידאו של בחינות 2019 207
פרק 46 - פתרון בוידאו של בחינות 2018 220
פרק 47 - פתרון בוידאו של בחינות 2017 233
פרק 48 - פתרון בוידאו של בחינות 2016 247
פרק 49 - פתרון בוידאו של בחינות 2015 261
פרק 50 - פתרון בוידאו של בחינות 2014 274
פרק 51 - פתרון בוידאו של בחינות 2013 292
פרק 52 - המעגל חדש 306

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 34

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2025

מועד חורף 1
קיץ מועד א 7

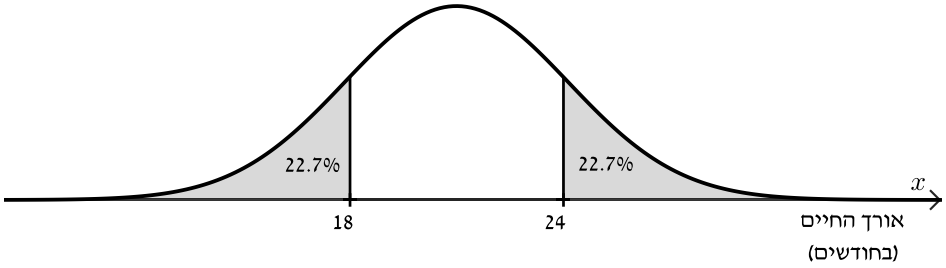
בגרות חורף 2025:

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) אורך החיים של טלפונים שמייצרים במפעל מסוים מתפלג נורמלית.
לפניכם גרף ההתפלגות הנורמלית ועליו חלק מנתוני אורך החיים (בחודשים).



א. מצאו את ממוצע אורך החיים של הטלפונים ואת סטיית התקן.

3.5% מהטלפונים – אלו שאורך החיים שלהם הקצר ביותר - נחשבים פגומים.

ב. מהו אורך החיים הגדול ביותר של טלפון שנחשב פגום?

בחודש מסוים ייצרו במפעל 2,000 טלפונים.

ג. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, לכמה מן הטלפונים שייצרו בחודש זה יש אורך חיים גדול מ-26 חודשים?

מהנדסים הצליחו להאריך פי 1.5 את אורך החיים של כל הטלפונים אותם המפעל מייצר.

ד. (1) מהו ממוצע אורך החיים החדש של הטלפונים ומהי סטיית התקן החדשה, לאחר ההגדלה?

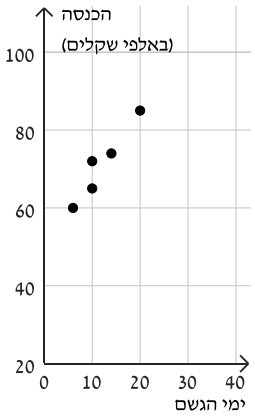
(2) מצאו את אחוז הטלפונים שאורך החיים שלהם קטן מ-18 חודשים לאחר ההגדלה.

2) בבית מרקחת א' בעיר מסוימת בדקה המנהלת במשך 5 חודשים את הקשר בין מספר ימי הגשם בחודש (המשתנה x) ובין ההכנסה החודשית של בית המרקחת (המשתנה y) באותו החודש.

בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים שאספה המנהלת.

החודש	ימי הגשם (המשתנה x)	ההכנסה (באלפי שקלים) (המשתנה y)
נובמבר	6	60
דצמבר	10	72
ינואר	20	85
פברואר	14	73
מרץ	10	65

א. מצאו את ממוצע ימי הגשם בחודש ואת סטיית התקן.



לפניכם דיאגרמת פיזור המתארת את y כתלות ב- x.

ממוצע ההכנסות החודשי (באלפי שקלים) של בית מרקחת א' הוא 71, וסטיית התקן היא 8.46.

אחד מן המספרים: 0.959, 0, 0.959- הוא מקדם המתאם r.

ב. קבעו איזה מהם הוא מקדם המתאם r, נמקו את קביעתכם.

ג. (1) מצאו את שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x.

(2) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x.

ד. על פי ישר הרגרסיה, מהו ניבוי ההכנסה בחודש שבו מספר ימי הגשם יהיה 15?

גם בבית מרקחת ב' באותה העיר בדקה המנהלת במשך אותם 5 חודשים את הקשר בין מספר ימי הגשם בחודש ובין ההכנסה החודשית של בית המרקחת.

המנהלת מצאה שבכל חודש הייתה ההכנסה של בית מרקחת ב' קטנה ב-20 אלף שקלים מן ההכנסה של בית מרקחת א'.

ה. כתבו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההכנסה החודשית (באלפי שקלים) של בית מרקחת ב' על פי מספר ימי הגשם בחודש.

3) בשכבת י"א בבית ספר מסוים לומדים בנים ובנות.
לחלקם יש רישיון נהיגה ולשאר אין.
25% מתלמידי השכבה הם בנים שאין להם רישיון נהיגה.
ל-$\frac{1}{3}$ מן הבנים בשכבה יש רישיון נהיגה.

א. מצאו את אחוז הבנים בשכבה.

ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בן שיש לו רישיון נהיגה
שווה להסתברות לבחור באקראי מן השכבה בת שיש לה רישיון נהיגה.

ב. ידוע שנבחר באקראי תלמיד (בן או בת) מן השכבה שאין לו רישיון נהיגה.
מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר בן?

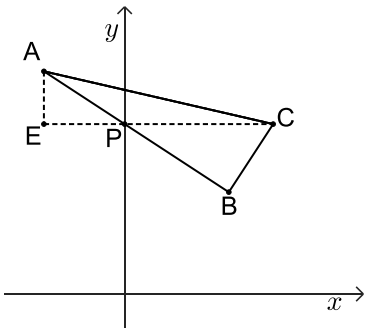
בשכבה זו יש 69 בנים.

ג. מצאו כמה תלמידים יש בשכבה סך הכול.

לשכבה הצטרפו 26 תלמידים חדשים (בנים ובנות).
בוחרים באקראי שני תלמידים מן השכבה בזה אחר זה (הוצאה ללא החזרה).
ההסתברות ששני התלמידים שנבחרו הם בנים היא $\frac{10}{77}$.

ד. מצאו כמה בנים הצטרפו לשכבה.

פרק שני - גאומטריה



4) ABC הוא משולש ישר זווית ($\sphericalangle ABC = 90°$).
הצלע AB חותכת את ציר ה-y בנקודה P.
נתון כי הישר CP מקביל לציר ה-x.
הנקודה E נמצאת על הישר CP כך ש- AE מקביל לציר ה-y
(ראו סרטוט).

א. הוכיחו כי $\Delta AEP \sim \Delta CBP$.

נתון: יחס הדמיון בין המשולש AEP ובין המשולש CBP
הוא $\frac{3}{5}$, $CP = 12.5$.

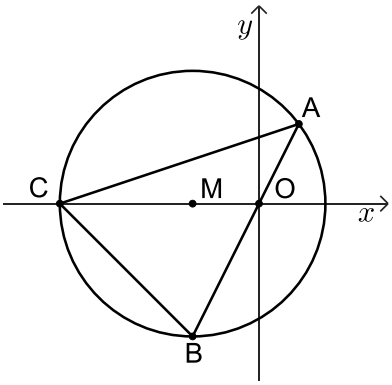
ב. מצאו את אורך הקטע AP.

נתון: $A(-6,14)$, שיעור ה-y של הנקודה P קטן מ-14.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות P ו- C.

ד. (1) מצאו את משוואת הצלע AB.
(2) מצאו את שיעורי הנקודה B.
(3) מצאו את שטח המרובע AEBC.

5) משולש ABC חסום במעגל שמרכזו M, כמתואר בסרטוט.



נתון: $M(-5,0)$, $C(-15,0)$.

א. מצאו את משוואת המעגל.

נתון: משוואת הצלע AB היא: $y = 2x$.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-B.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

ג. מצאו את גודל הזווית ACO ואת גודל הזווית AOC.

ד. מצאו את שטח המשולש ABC.

הנקודה E נמצאת על הצלע AC כך ששטח המשולש EAB הוא 64.

ה. מצאו את אורך הקטע AE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 + x + a}{x}$, $a \neq 0$ הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(2,7.5)$.

ב. מצאו את הערך של a.

הציבו $a = 9$ וענו על סעיפים ג-ה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקציה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - 11$.

ה. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

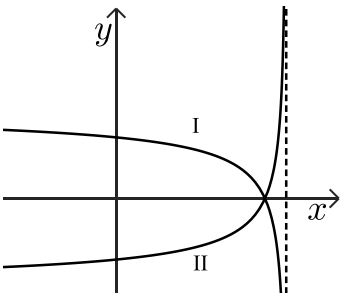
(2) מצאו את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

7) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \le 2$,

ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 2$.

לפונקציה יש נקודת קיצון פנימית אחת בלבד, מסוג מקסימום.

בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו- II , אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבעו איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = 4x + 2\sqrt{8-4x}$.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,
וקבעו את סוגן.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה אחת בלבד,
בחלקו השלילי.

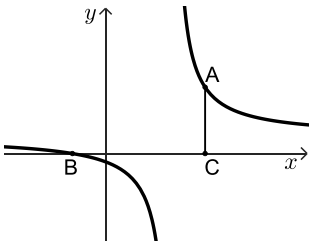
ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = -3 \cdot f'(x)$.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי ציר ה-y.

8) בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = \dfrac{x+2}{x-4}$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה C נמצאת על ציר ה-x כך שהקטע AC מקביל לציר ה-y.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

(2) מצאו את השטח המינימלי של המשולש ABC.

תשובות סופיות:

1) א. ממוצע: 21 חודשים, סטיית תקן: 4 חודשים ב. 13.76 חודשים.
ג. 212 טלפונים ד. (1) ממוצע: 31.5 חודשים, סטיית תקן: 6 חודשים.
ד. (2) 1.22%.

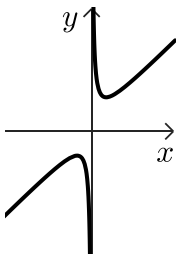
2) א. ממוצע: 12, סטיית תקן: 4.733 ב. $r=0.959$ ג. (1) 1.714.
ג. (2) $y=1.74x+50.432$ ד. 76.142 שקלים ה. $y=1.714x+30.432$.

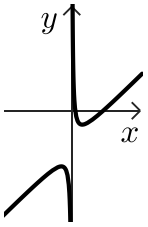
3) א. 37.5% ב. $\frac{1}{3}$ ג. 184 ד. 7.

4) א. הוכחה ב. $AP=7.5$ ג. $P(0,9.5)$, $C(12.5,9.5)$ ד. (1) $y=-0.75x+9.5$.
ד. (2) $B(8,3.5)$ ד. (3) 97.125.

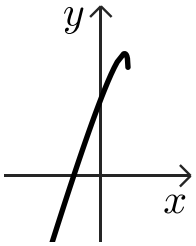
5) א. $(x+5)^2+y^2=100$ ב. $A(3,6)$, $B(-5,-10)$.
ג. $\sphericalangle AOC=116.565°, \sphericalangle ACO=18.435°$ ד. 120 ה. $3.2\sqrt{10}$.

6) א. (1) $x\neq 0$ א. (2) $x=0$ ב. $a=9$ ג. $\min(3,7)$, $\max(-3,-5)$
ד. להלן סרטוט: ה. (1) להלן סרטוט: ה. (2) $x_{min}=9$, $x_{max}=1$.





7) א. I ב. $\min(2,8)$, $\max(1.75,9)$ ג. $(-2,0)$.
ד. להלן סרטוט: ה. $27-12\sqrt{2}\approx 10.029$.



8) א. (1) $x\neq 4$ א. (2) $x=4$, $y=1$ ב. $B(-2,0)$ ג. (1) $A(10,2)$ ג. (2) 12.

בגרות קיץ 2025 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) בבית ספר מסוים נערכה תחרות קפיצה לרוחק.
התוצאות שהשיגו המשתתפים בתחרות התפלגו נורמלית.
מרחק הקפיצה הממוצע היה 4.2 מטרים.
69.2% מן המשתתפים קפצו למרחק קטן מ־ 4.5 מטרים.

א. מצאו את סטיית התקן של מרחק הקפיצה.

המשתתפים שמרחק הקפיצה שלהם היה גדול מ-5.16 מטרים זכו במדליה.

ב. מהו אחוז המשתתפים שזכו במדליה?

נתון כי 11 משתתפים זכו במדליה.

ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה משתתפים התחרו בקפיצה לרוחק?

בבית הספר נערכה גם תחרות קפיצה לגובה. גם בתחרות זו התוצאות שהשיגו המשתתפים התפלגו נורמלית. גובה הקפיצה הממוצע היה 1.5 מטרים, וסטיית התקן הייתה 0.2 מטר.
אלון השתתף בשתי התחרויות. התוצאה שלו בקפיצה לרוחק הייתה 4.8 מטרים ובקפיצה לגובה 1.75 מטרים.

ד. באיזו מן התחרויות, קפיצה לרוחק או קפיצה לגובה, הייתה התוצאה של אלון מדורגת במקום גבוה יותר בהשוואה למשתתפים האחרים? נמקו את תשובתכם.

2) מתווך דירות רצה לבדוק את הקשר הליניארי בין שטח הדירות שנמכרו בחודש האחרון בשכונה מסוימת (המשתנה x), לבין המחיר שבו הן נמכרו (המשתנה y).
בטבלה שלפניכם מופיעים הנתונים של 5 דירות שבדק המתווך.

שטח הדירה (מ"ר)- המשתנה x	**מחיר הדירה** (במיליוני שקלים)- המשתנה y
82	1
90	1.8
98	2.7
112	3.4
118	4.6

א. (1) מצאו את הממוצע של שטח הדירות.
(2) מצאו את סטיית התקן של שטח הדירות.

המתווך חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של המשתנה y , ומצא כי $\bar{y} = 2.7$, $S_y = 1.249$.

ב. מצאו את מקדם המתאם r בין שני המשתנים.

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לינבוי y על פי x.

ד. על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למחיר של דירה שהשטח שלה הוא 95 מ"ר?

עקב עליית המחירים במשק, גדל המחיר של כל דירה ב-0.2 מיליון שקלים.

ה. קבעו בעבור כל אחד מן המדדים (1)-(2) שלפניכם, אם הערך שלו גדל, קטן או לא השתנה. נמקו את קביעותיכם.
(1) סטיית התקן של המשתנה y.
(2) מקדם המתאם r.

3) חלק מן התלמידים בשכבת י"א בבית ספר מסוים הם בנים והשאר הן בנות.
חלק מן התלמידים בשכבה מתנדבים והשאר אינם מתנדבים.
75% מתלמידי השכבה מתנדבים.
$\frac{3}{5}$ מן התלמידים שמתנדבים הם בנות.
נתון כי מספר הבנות שמתנדבות גדול פי 3 ממספר הבנות שאינן מתנדבות.

א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בת שמתנדבת?

ב. מצאו את אחוז הבנים בשכבה.

בוחרים באקראי תלמיד מן השכבה.

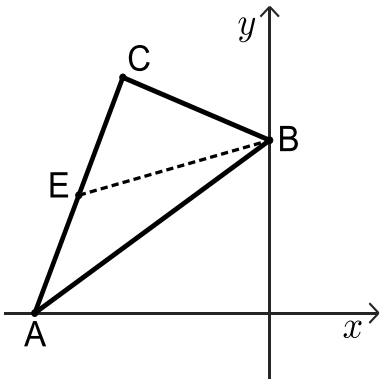
ג. ידוע שהתלמיד שנבחר הוא בן. מהי ההסתברות שהוא מתנדב?

בכתבה שהכינה דנה לעיתון השכבה היא כתבה:
"אחוז המתנדבות מבין הבנות בשכבה גדול מאחוז המתנדבים מבין הבנים בשכבה".

ד. האם המשפט שכתבה דנה נכון? נמקו את תשובתכם.

פרק שני - גאומטריה

4) בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית ABC ($\sphericalangle ACB = 90°$).
הקודקוד B נמצא על ציר ה- y.
נתון כי שיעורי הקודקוד A הם $(-16,0)$,
ומשוואת הצלע CB היא: $y = -\frac{2}{5}x + 11$.



א. מצאו את משוואת הצלע AC.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

BE הוא תיכון לצלע AC.

ג. (1) מצאו את אורך הקטע EC.

(2) מצאו את גודל הזווית CEB.

הנקודה K נמצאת על הקטע EB.
נתון: שטח המשולש AEK הוא 30.

ד. מצאו את אורך הקטע EK.

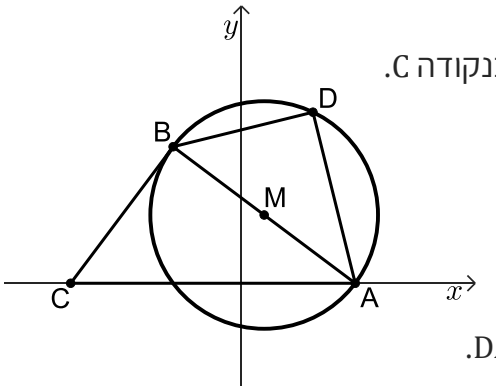
5) בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו M .

המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה-x בנקודה A.

הנקודה B נמצאת על המעגל כך ש-AB הוא קוטר במעגל.

דרך הנקודה B העבירו משיק למעגל, החותך את ציר ה- x בנקודה C.

נתון כי משוואת המעגל היא $(x-2)^2+(y-6)^2=100$.



א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ב. מצאו את משוואת המשיק AB.

ג. מצאו את אורך הצלע AC.

הנקודה D נמצאת על המעגל כך ש-AB חוצה את הזווית DAC.

ד. (1) הסבירו מדוע $\sphericalangle ADB=90^\circ$.

(2) הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח המשולש ADB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{x^2-9}{x^2+1}+1$, המוגדרת לכל x.

א. מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

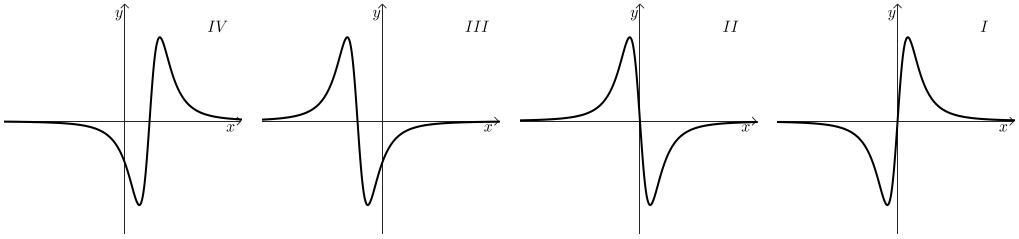
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) קבעו איזה מבין הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x,

ועל ידי הישרים $x=2$, $x=-2$.



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=(3x-6)\sqrt{14-x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

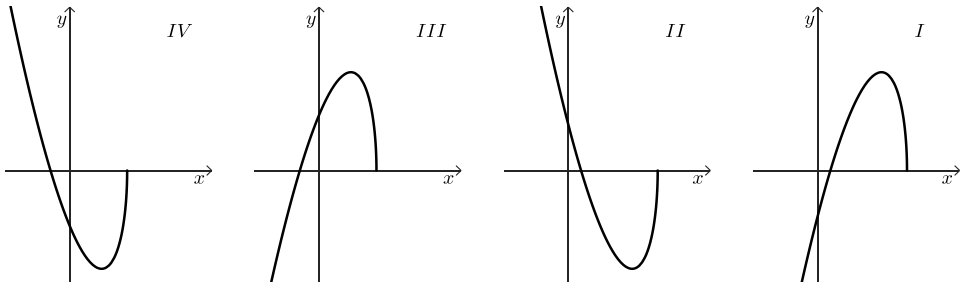
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)=f(x+5)$, המוגדרת בתחום $x\le 9$.

ו. (1) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $g(x)$.

נמקו את קביעתכם.

(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $g(x)$?

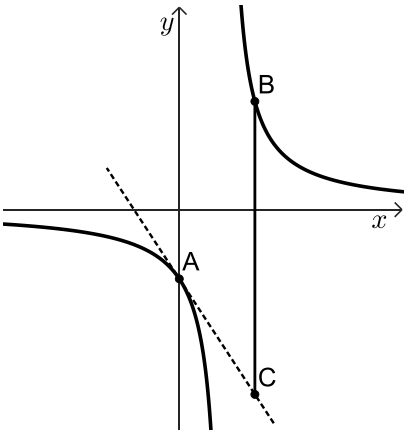


8) בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x)=\frac{a}{x-4}$ המוגדרת בתחום $x\ne 4$.

a הוא פרמטר שונה מ-0.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y.

דרך הנקודה A העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.



נתון כי שיפוע המשיק הוא 1.5-.

א. מצאו את הערך של a.

הציבו $a=24$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ג.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

הנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$, בתחום $x>4$.

הנקודה C נמצאת על המשיק כך שהקטע BC מקביל לציר ה-y.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה B.

ג. (1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע BC.

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע BC הוא מינימלי.

תשובות סופיות:

1) א. 0.6 מטרים ב. 5.5% ג. 200 משתתפים ד. קפיצה לגובה.

2) א. (1) 100 מ"ר א. (2) 13.39 מ"ר ב. $r=0.983$ ג. $y=0.092x-6.5$.

ד. 2.24 מיליון שקלים ה. (1) ללא שינוי ה. (2) ללא שינוי.

3) א. 0.45 ב. 40% ג. 0.75 ד . לא נכון.

4) א. $y=2.5x+40$ ב. $C(-10,15)$ ג. (1) $EC=8.077$.

ג. (2) $\sphericalangle CEB=53.13°$ ד. $EK=9.285$.

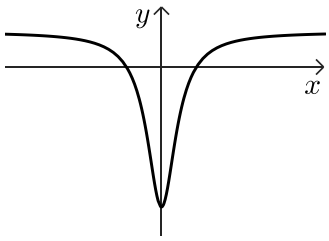
5) א. $A(10,0)$ ב. $y=\frac{3}{4}x+20$ ג. $AC=25$.

ד. (1) ראו סרטון ד. (2) שאלת הוכחה ה. $\frac{S_{ABC}}{S_{ADB}}=\frac{25}{16}$.

6) א. $y=2$ ב. (1) $\min(0,-8)$.

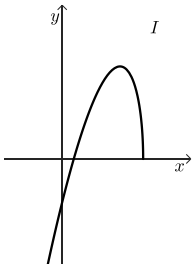
ב. (2) תחומי עליה: $x>0$, תחומי ירידה: $x<0$ ג. $(2,0)$, $(-2,0)$.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) גרף I ה. (2) $S=16$.



7) א. $x\le 14$ ב. $(0,-22.45)$, $(14,0)$, $(2,0)$ ג. $\max(10,48)$, $\min(14,0)$.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) גרף II ה. (2) $\max(5,48)$.



8) א. $a=24$ ב. $y=-1.5x-6$ ג. (1) $BC=\frac{24}{t-4}+1.5t+6$ ג. (2) $t=8$.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 35

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2024

מועד חורף 13
קיץ מועד א 19
קיץ מועד ב 25

בגרות חורף 2024:

יש לענות על ארבע מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) משקלי התינוקות שנולדים בעיר מסוימת מתפלגים נורמלית.
נתון כי המשקל הממוצע של התינוקות שנולדים בעיר זו הוא 3.4 ק"ג.
96.41% מן התינוקות בעיר זו נולדים במשקל נמוך מ-5.02 ק"ג.

א. מצאו את סטיית התקן של משקל התינוקות שנולדים בעיר זו

אורי נולד בעיר זו במשקל נמוך ממשקלם של 9% מן התינוקות שנולדים בה.

ב. מצאו את המשקל שבו נולד אורי.

משקל הנמוך מ-1.5 ק"ג נחשב למשקל נמוך מאוד לתינוק שנולד.

ג. (1) מהו אחוז התינוקות שנולדים במשקל נמוך מאוד בעיר זו?

(2) בשנה מסוימת נולדו בעיר זו 20,000 תינוקות. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה מן התינוקות האלה נולדו במשקל נמוך מאוד?

שחר נולד בעיר אחרת, באותו המשקל שבו נולד אורי.
משקל התינוקות בעיר שבה נולד שחר מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן של 0.8.
משקל הלידה של שחר ומשקל הלידה של אורי הם בעלי אותו ציון תקן.

ד. מצאו את המשקל הממוצע של התינוקות בעיר שבה נולד שחר.

2) דן ערך מחקר. הוא בדק את הקשר בין אחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה ב- 12 מדינות (x משתנה) ובין אחוז הילדים בני 0–14 באותן המדינות (y משתנה).

דן רצה למצוא ישר רגרסיה לניבוי y לפי x. הוא חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של אחוז הגידול השנתי של האוכלוסיות, וכן את מקדם המתאם בין שני המשתנים, וקיבל את התוצאות האלה: $\bar{x}=0.465$, $s_x=0.683$, $r=0.871$.

דן מצא כי משוואת הרגרסיה היא: $y=11.3x+16.3$.

א. (1) מצאו את הממוצע של אחוז הילדים באותן המדינות (הממוצע של המשתנה y).

(2) מצאו את סטיית התקן של אחוז הילדים באותן המדינות.

במדינה מסוימת נתון כי גודל האוכלוסייה נשאר קבוע (אין גידול שנתי באוכלוסייה שלה).

ב. על פי ישר הרגרסיה, מהו אחוז הילדים במדינה זו?

נתונה מדינה נוספת, שאחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה שלה הוא 2.

ג. האם אפשר להסיק כי אחוז הילדים במדינה זו הוא בדיוק 38.9? נמקו את תשובתכם.

3) חנן משחק במשחק קליעה למטרה. במשחק זה יש שתי תוצאות אפשריות בלבד: קליעה או החטאה.

ההסתברות שחנן יקלע בניסיון הראשון היא $\frac{3}{5}$.

ההסתברות שחנן יקלע בניסיון השני תלויה בתוצאה של הניסיון הראשון:

אם חנן קולע בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{2}{3}$.

אם חנן מחטיא בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{7}{16}$.

לחנן יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

א. מהי ההסתברות שחנן החטיא בניסיון הראשון וקלע בניסיון השני?

ב. (1) מהי ההסתברות שחנן קלע פעם אחת לפחות?

(2) ידוע שחנן קלע פעם אחת לפחות. מהי ההסתברות שהוא קלע פעם אחת בדיוק?

גם לדני יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

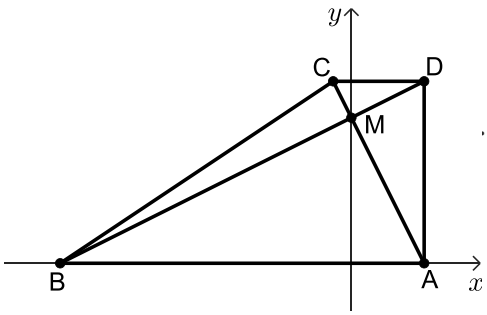
ההסתברות שדני יקלע כל אחד מן הניסיונות היא p.

נתון כי ההסתברות שדני יקלע פעם אחת בדיוק שווה להסתברות שחנן יקלע פעם אחת בדיוק.

ג. מצאו את p (את שתי האפשרויות).

פרק שני - גאומטריה

4) נתון טרפז ישר זווית $ABCD$ $(AD \perp AB\ ,\ AB||DC)$.



הקודקודים A ו-B נמצאים על ציר ה- x, כמתואר בסרטוט.
אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה M, שנמצאת על ציר ה- y.
נתון: האלכסון AC מאונך לאלכסון BD.
משוואת הישר AC היא: $y = -2x + 8$.

א. מצאו את משוואת הישר BD.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים: A, B, C ו-D.

ג. (1) חשבו את גודל הזווית ABD.

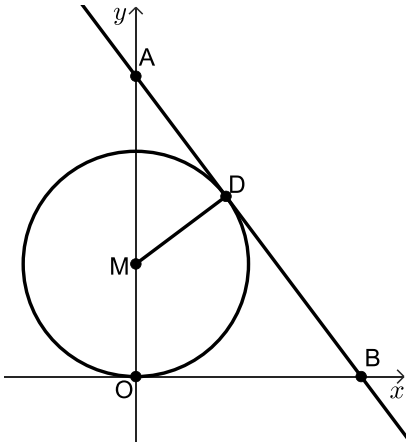
(2) חשבו את גודל הזווית BCD.

ד. מצאו את שטח המשולש BCD.

הנקודה F נמצאת על המשך הצלע CD כך ששטח המשולש BFC גדול פי 2 משטח המשולש BCD.

ה. מצאו את שיעורי הנקודה F (מצאו את אחת משתי האפשרויות).

5) נתון מעגל שמרכזו M נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y. הנקודה O היא ראשית הצירים.
המעגל משיק לציר ה- x וחותך את ציר ה- y בנקודה C, כמתואר בסרטוט.
דרך הנקודה D שעל המעגל העבירו משיק למעגל.



המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה B ואת ציר ה- y בנקודה A.
נתון כי משוואת המשיק היא: $4x + 3y = 40$.

א. מצאו את אורך הקטע AB.

ב. הוכיחו כי המרובע OMDB הוא דלתון.

ג. (1) הוכיחו: $\Delta ADM \sim \Delta AOB$.

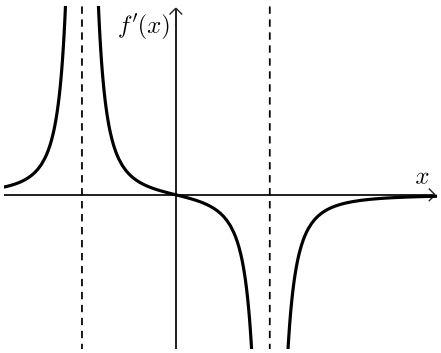
(2) מצאו את רדיוס המעגל.

ד. מצאו את משוואת המעגל.

ה. האם הדלתון OMDB בר חסימה במעגל?
אם כן – מצאו את השיעורים של מרכז המעגל החוסם את הדלתון.
אם לא – הסבירו מדוע.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום: $x \neq \pm 4$.



בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת באותו התחום.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x רק בנקודה $(0,0)$.

א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא: $y = 2$.

אחד מן הביטויים I-III שלפניכם מייצג את הפונקציה $f(x)$.

I. $\frac{x^2}{x^2+16}+1$ II. $\frac{x^2}{x^2-16}+2$ III. $\frac{x^2}{x^2-16}+1$

ג. קבעו איזה מן הביטויים I-III מייצג את הפונקציה $f(x)$.

נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר: $x = 2$.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2\cdot\sqrt{-2x+10}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

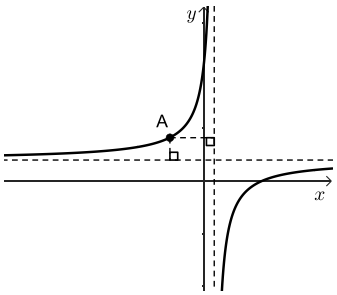
נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)-c$, c הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר: $y=20$.

ה. מצאו את הערך של c.

8) לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה: $f(x)=\frac{9}{1-x}+2$, המוגדרת לכל $x\neq 1$.



א. מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע השני, העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, כך שהאסימפטוטות והאנכים יוצרים מלבן.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשבו את שטח המלבן בעבור שיעורי הנקודה A שמצאתם בסעיף ב.

תשובות סופיות:

1) א. 0.9 ק"ג ב. 4.606 ק"ג ג. (1) 1.74% ג. (2) 348 תינוקות.
ד. 3.534 ק"ג.

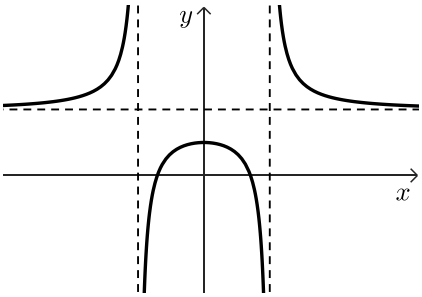
2) א. (1) 21.55 א. (2) 8.86 ב. 16.3% ג. לא ניתן.

3) א. $\frac{7}{40}$ ב. (1). $\frac{31}{40}$ (2). $\frac{15}{31}$ ג. $p=\frac{3}{4}$ או $p=\frac{1}{4}$.

4) א. $y=\frac{1}{2}x+8$ ב. $D(4,10)$, $C(-1,10)$, $B(-16,0)$, $A(4,0)$.
ג. (1) $\sphericalangle ABD=26.57°$ ג. (2) $\sphericalangle BCD=146.31°$ ד. 25.
ה. $F(9,10)$ או $F(-11,10)$.

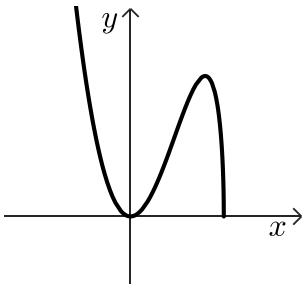
5) א. $16\frac{2}{3}$ ב. שאלת הוכחה ג. (1) שאלת הוכחה ג. (2) 5.
ד. $x^2+(y-5)^2=25$ ה. המרובע בר חסימה, $(5,2.5)$.

6) א. $x=0$, מקסימום. ב. תחומי עלייה: $-4<x<0$ או $x<-4$,
תחומי ירידה: $x>4$ או $0<x<4$. ג. ביטוי III.
ד. $(0,1)$, $(\sqrt{8},0)$, $(-\sqrt{8},0)$ ה. להלן סרטוט:



ו. $S=\frac{1}{3}$

7) א. $x\le 5$ ב. $(0,0)$, $(5,0)$ ג. $\min(0,0)$, $\max(4,16\sqrt{2})$, $\min(5,0)$.
ד. להלן סרטוט: ה. $c=2.62$.



8) א. $x=1$, $y=2$ ב. $A(-2,5)$ ג. $S=9$.

בגרות קיץ 2024 מועד א':

יש לענות על ארבע מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) במפעל מסוים אורזים מלפפונים על פי אורכם. האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית.
כל המלפפונים שאורכם קטן מ-12 ס"מ נארזים בקופסאות שימורים רגילות.
שאר המלפפונים נארזים בקופסאות שימורים גדולות .
ידוע כי האורך הממוצע של מלפפונים הוא 10.56 ס"מ, וסטיית התקן היא 3 ס"מ.

א. מצאו את אחוז המלפפונים שנארזים בקופסאות שימורים רגילות

התברר שיש ביקוש למלפפונים קצרים במיוחד, לכן הוחלט כי המלפפונים יעברו מיון מחדש.
נמצא כי רבע מן המלפפונים שאורכם קטן מ-12 ס"מ נחשבים מלפפונים קצרים במיוחד.

ב. (1) מצאו את אחוז המלפפונים הקצרים במיוחד.

(2) מצאו את אורכו של המלפפון הארוך ביותר מבין המלפפונים הקצרים במיוחד.

לאחר זמן מה הגיע למפעל משלוח חדש של מלפפונים.
גם במשלוח זה האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית.
50% מן המלפפונים במשלוח זה היו קצרים מ-11.5 ס"מ.
12.5% מן המלפפונים במשלוח זה היו ארוכים מ-14.26 ס"מ.

ג. מצאו את סטיית התקן של אורכי המלפפונים במשלוח החדש.

2) סטטיסטיקאית ערכה מחקר בקרב זוגות.
היא החליטה לבדוק את הקשר בין מספר הילדים שיש לזוג (המשתנה x)
ובין ההוצאה החודשית על דלק של הזוג (המשתנה y).
לצורך כך היא דגמה 4 זוגות ממאגר הנתונים שלה:

- זוג ללא ילדים שההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,500 שקלים.
- זוג שיש לו ילד אחד, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,800 שקלים.
- זוג שיש לו שלושה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 2,900 שקלים.
- זוג שיש לו ארבעה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 3,800 שקלים.

א. סרטטו את דיאגרמת הפיזור המתאימה לארבעת הזוגות שבמדגם.
רשמו את ערכי הנקודות על הצירים .

הסטטיסטיקאית חישבה את סטיית התקן של המשתנה y וקיבלה כי: $S_y = \sqrt{835,000}$.

ב. (1) מצאו את הממוצע של מספר הילדים שיש לזוג במדגם
ואת ההוצאה החודשית הממוצעת על דלק של זוג במדגם.
(2) חשבו את מקדם המתאם בין שני המשתנים.

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההוצאה החודשית על דלק לפי מספר הילדים.

בעקבות עליית מחירי הדלק, עלתה ב-6% ההוצאה החודשית של כל אחד מן הזוגות על דלק.

ד. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו גדל, קטן או לא השתנה.
(1) סטיית התקן של המשתנה y.
(2) מקדם המתאם r.

3) במתחם דירות יש שני סוגי דירות – דירות הפונות לכיוון הפארק ודירות הפונות לכיוון הכביש.
ההסתברות שדירה במתחם פונה לכיוון הפארק היא $\frac{3}{4}$.
חלק מן הדירות במתחם משופצות, והשאר אינן משופצות.
מספר הדירות המשופצות גדול פי 4 ממספר הדירות שאינן משופצות.
32% מן הדירות הפונות לכיוון הכביש הן דירות משופצות.

א. בוחרים באקראי דירה מבין כל הדירות במתחם.
(1) מהי ההסתברות לבחור דירה משופצת?
(2) מהי ההסתברות לבחור דירה שגם פונה לכיוון הכביש וגם משופצת?

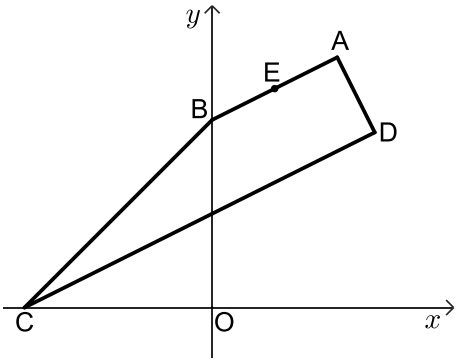
ב. בוחרים באקראי דירה מבין הדירות שאינן משופצות.
מהי ההסתברות שדירה זו פונה לכיוון הכביש?

48 דירות במתחם גם פונות לכיוון הכביש וגם משופצות.

ג. מצאו כמה דירות במתחם גם פונות לכיוון הפארק וגם משופצות.

פרק שני - גאומטריה

4) בסרטוט שלפניכם טרפז ישר זווית ABCD $\left(AB\|DC\ ,\ \sphericalangle D=90°\right)$.



הקודקוד B נמצא על ציר ה- y,
והקודקוד C נמצא על החלק השלילי של ציר ה- x.
הבסיס CD חותך את ציר ה- y בנקודה H.
נתון: הנקודה $E(2,7)$ נמצאת על הבסיס AB.
משוואת שוק הטרפז AD היא: $y=-2x+16$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

נתון כי אורך השוק BC של הטרפז הוא $\sqrt{72}$.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

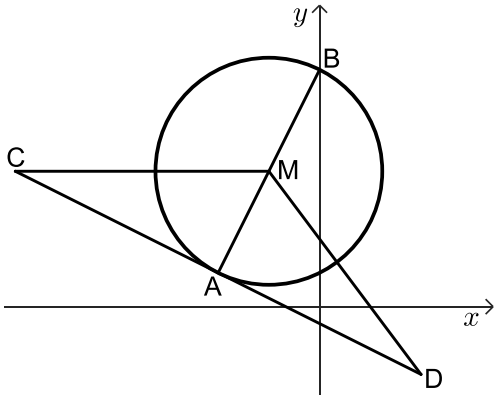
ג. מצאו את גודל הזווית CBO (O היא ראשית הצירים).

ד. (1) מצאו את משוואת הישר CD.

(2) מצאו את גודל הזווית CHB.

ה. חשבו את שטח המשולש CBE.

5) הקטע AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M.
הקטע CD משיק למעגל בנקודה A.
הנקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y,
כמתואר בסרטוט.
AM הוא חוצה זווית CMD.



א. הוכיחו כי משולש CMD הוא שווה שוקיים.

נתון כי משוואת המעגל היא: $(x+3)^2+(y-8)^2=45$
וכי שיעור ה- y של הנקודה B גדול מ-8.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-A.

נתון כי הקטע CM מקביל לציר ה- x.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה C.

הנקודה E היא אמצע הקטע CM, והנקודה F היא אמצע הקטע DM.

ד. (1) הוכיחו כי: $\Delta CMD\sim\Delta EMF$.

(2) חשבו את היחס בין שטח המשולש CMD ובין שטח המשולש EMF.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2x^2}{x^2-9}+4$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

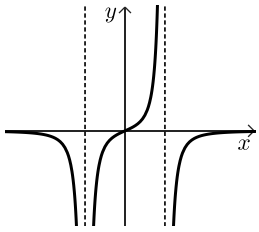
ה. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
נמקו את תשובתכם.

ו. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים (1)-(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון.
נמקו את קביעותיכם.

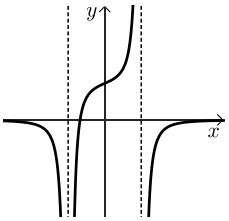
(1) בכל נקודה בתחום: $x>3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.

(2) בכל נקודה בתחום: $x<-3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.

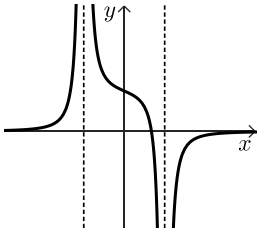
I



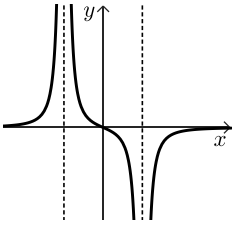
II



III



IV



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\sqrt{21-2x}+bx$, $b>0$ הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(-14,0)$.

א. מצאו את הערך של b.

הציבו: $b=\frac{1}{2}$ בפונקציה $f(x)$ וענו על סעיפים ב-ו.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y.

ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה פונקציה $g(x)$, המקיימת: $g'(x)=-f(x)$.

הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.

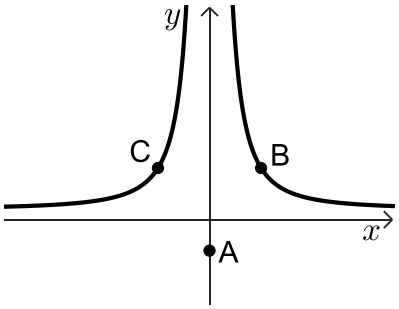
8) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{100}{x^2}+1$.

נתונה הנקודה A, ששיעוריה הם $(0,-3)$.

הנקודות B ו-C נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$, כמתואר בסרטוט.

הישר BC מקביל לציר ה- x.

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה B ב- t , $t>0$.



א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו-C.

ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

ג. בעבור הערך של t שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC.

תשובות סופיות:

1) א. 68.4% ב. (1) 17.1 ב. (2) 1.71 ס"מ ג. 2.4 ס"מ.

2) א. ראו סרטון ב. (1) ממוצע הילדים: 2 ילדים, ממוצע ההוצאות: 2,500 ש"ח.

ב. (2) 0.986 ג. $y=570x+1360$ ד. (1) גדלה ד. (2) לא השתנתה.

3) א. (1) $p=0.8$ (2) $p=0.08$ ב. $p=0.85$ ג. 432 דירות.

4) א. $B(0,6)$ ב. $C(-6,0)$ ג. $\sphericalangle CBO=45°$.

ד. (1) $y=\frac{1}{2}x+3$ ד. (2) $\sphericalangle CHB=116.57°$ ה. 3.

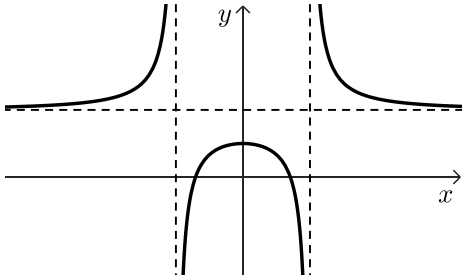
5) א. שאלת הוכחה ב. $A(-6,2)$, $B(0,14)$ ג. $C(-18,8)$.

ד. (1) שאלת הוכחה ד. (2) 4.

6) א. (1) $x\neq 3$, $x\neq -3$ (2) $x=3$, $x=-3$, $y=6$ ב. $\max(0,4)$.

ג. $(0,4)$, $(-\sqrt{6},0)$, $(\sqrt{6},0)$

ד. להלן סרטוט:

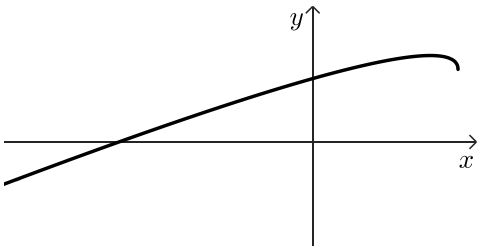


ה. גרף IV.

ו. (1) לא נכון (2) נכון.

7) א. $b=\frac{1}{2}$ ב. $x\leq 10.5$ ג. $(0,\sqrt{21})$.

ד. $\min(10.5,5.25)$, $\max(8.5,6.25)$ ה. להלן סרטוט: ו. $x_{max}=-14$.



8) א. $B\left(t,\frac{100}{t^2}+1\right)$, $C\left(-t,\frac{100}{t^2}+1\right)$ ב. $t=5$ ג. 28.87.

בגרות קיץ 2024 מועד ב':

יש לענות על ארבע מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) במשתלה מסוימת האורכים של גבעולי פרחים מתפלגים נורמלית.
הממוצע של אורך גבעולי הפרחים במשתלה הוא 20 ס"מ.
במשתלה ממיינים את הפרחים לשלוש קבוצות:
קבוצה א' – פרחים שאורך הגבעול שלהם קצר מ-22 ס"מ.
קבוצה ב' – פרחים שאורך הגבעול שלהם בין 22 ס"מ ל-26 ס"מ.
קבוצה ג' – שאר הפרחים.
נתון כי שיעור הפרחים בקבוצה א' הוא 65.5%.

א. מצאו את סטיית התקן של אורך גבעולי הפרחים במשתלה.

ב. מצאו מהו אחוז הפרחים שבקבוצה ג' מתוך כל הפרחים במשתלה.

יום אחד היו במשתלה 2,000 פרחים סך הכול.
במשתלה החליטו להכין זרים מכל הפרחים שבקבוצה ב' כך שבכל זר יהיו 10 פרחים.

ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה זרים הכינו במשתלה ביום זה?

במשתלה אחרת, שגם בה האורכים של גבעולי הפרחים מתפלגים נורמלית,
אחוז הפרחים שאורך הגבעול שלהם ארוך מ-24 ס"מ שווה לאחוז הפרחים שבקבוצה ב'.
נתון כי סטיית התקן של אורך גבעולי הפרחים בשתי המשתלות זהה.

ד. מצאו את הממוצע של אורך גבעולי הפרחים במשתלה האחרת.

2) לפניכם שלוש טבלאות שבהן מוצגים ערכים של שני משתנים, שנמדדו בתצפיות שונות: משתנה x ומשתנה y.

טבלה 1

x	y
1	2
2	4
3	6
4	8
5	10

טבלה 2

x	y
4	9
5	11
6	19
7	22
8	17

טבלה 3

x	y
16	35
17	34
18	33
19	32
20	31

נסמן את מקדם המתאם בין x ל- y ב- r.

א. התאימו כל אחד מן ההיגדים I-III שלפניכם לטבלאות 1-3:

I. $0 < r < 1$

II. $r = 1$

III. $r = -1$

הנתונים בטבלה 2 מתייחסים לקבוצה של 5 ספורטאים.

בטבלה מתואר הקשר בין מספר הפעמים בשבוע שכל אחד מן הספורטאים מתאמן (המשתנה x) ובין מספר השעות בשבוע שהוא מתאמן (המשתנה y).

נתון כי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x היא: $y = 2.7x + b$, b הוא פרמטר.

ב. מצאו כמה פעמים בשבוע בממוצע מתאמן ספורטאי בקבוצה זו, וכמה שעות בשבוע בממוצע הוא מתאמן.

ג. מצאו את ערך הפרמטר b.

נתון כי היחס בין סטיות התקן של הנתונים בטבלה 2 הוא: $\frac{s_y}{s_x} = 3.45$.

ד. חשבו את הערך של r.

3) גלית ורועי משחקים משחק. כל סיבוב במשחק יכול להסתיים באחת משלוש האפשרויות האלה:
ניצחון של גלית, ניצחון של רועי או תיקו.
ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו גדולה פי 3 מן ההסתברות שרועי ינצח בסיבוב כלשהו.
ההסתברות שסיבוב יסתיים בתיקו היא 0.32.

א. מצאו את ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו במשחק.

במשחק שגלית ורועי משחקים יש שני סיבובים. התוצאות של הסיבובים אינן תלויות זו בזו.

ב. מהי ההסתברות ששום סיבוב לא יסתיים בתיקו?

ג. מהי ההסתברות שגלית תנצח לפחות באחד מן הסיבובים?

ד. ידוע שגלית ניצחה לפחות באחד מן הסיבובים.
מהי ההסתברות שאחד מן הסיבובים הסתיים בתיקו?

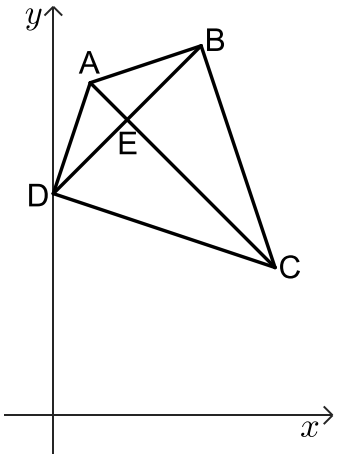
פרק שני - גאומטריה

4) נתון דלתון $ABCD$ $(AB = AD\ ,\ CB = CD)$.

הקודקוד D מונח על ציר ה- y,

שיעור ה- y של הקודקוד D קטן מ-9 (ראו סרטוט).

נתון: $A(1,9)$, $C(6,4)$, אורך הצלע AD הוא $\sqrt{10}$.



א. (1) מצאו את שיעורי הקודקוד D.

(2) מצאו א משוואת הישר BD.

היא נקודת החיתוך של אלכסוני הדלתון.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה E.

הנקודה F נמצאת על הקטע EC.

ג. הוכיחו כי: $\Delta ABF \cong \Delta ADF$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה F שעבורה המרובע $FBAD$ הוא מעוין.

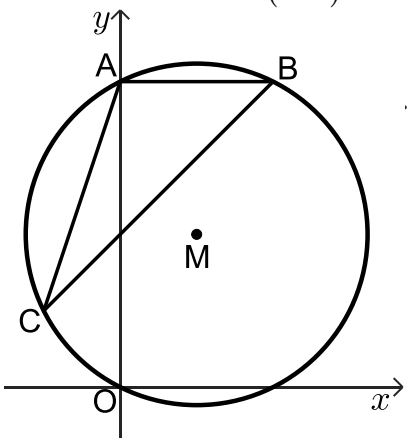
ה. לפניכם שתי טענות I-II.

קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותכם.

I. המשולש ABC הוא ישר זווית.

II. הדלתון $ABCD$ הוא בר חסימה במעגל.

5) המשולש ABC חסום במעגל. נתון כי מרכז המעגל M נמצא בנקודה $(4,8)$.



המעגל עובר דרך ראשית הצירים O (ראו סרטוט).

הנקודה A היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y.

א. (1) מצאו את משוואת המעגל.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה A.

הצלע AB מקבילה לציר ה- x. נתון כי שיפוע הישר BC הוא 1.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר BC.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ג. מצאו את גודל הזווית ACB.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC.

ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x+8}{10x-x^2}-b$. b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות b, אם יש צורך).

נתון כי הישר: $y=-0.5$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

ג. מצאו את b.

הציבו: $b=1$ בפונקציה $f(x)$ וענו על סעיפים ד-ה.

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, שפונקציית הנגזרת שלה מקיימת: $g'(x)=f(x)+0.5$.

תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ה. קבעו אם לפונקציה $g(x)$ יש נקודות קיצון. נמקו את קביעתכם.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2\cdot\sqrt{-\frac{1}{2}x+5}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

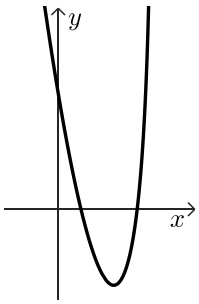
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

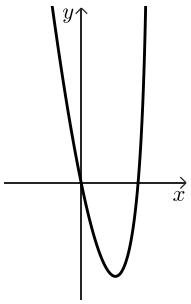
נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי גרף הפונקציה $a\cdot f'(x)$, שווה ל-224. a הוא פרמטר שלילי.

ו. מצאו את הערך של a.

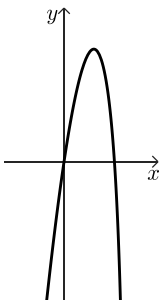
I



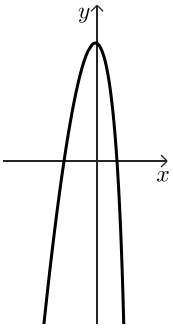
II



III



IV



8) בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה: $f(x)=4-\frac{3}{x}$, בתחום: $x>0$.

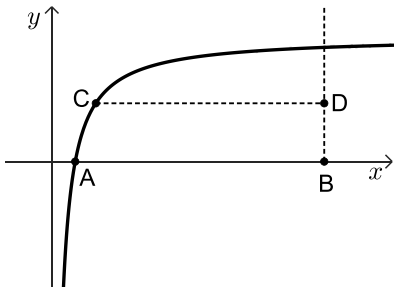
גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה A.

מן הנקודה $B(12,0)$, העבירו אנך לציר ה- x.

C היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C, $0.75<t<12$.

מן הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- x
וחותך את האנך בנקודה D.



א. מצאו את שיעורי הנקודות: A, C ו-D.
הביעו את תשובותיכם באמצעות t, אם יש צורך.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C שבעבורה שטח המשולש ACD הוא מקסימלי.

ג. קבעו אם ייתכן ששטח המשולש ACD שווה ל-5. נמקו את קביעתכם.

תשובות סופיות:

1) א. 5 ס"מ ב. 11.5% ג. 46 זרים ד. 20.3 ס"מ.

2) א. I - טבלה 2, II - טבלה 1, III - טבלה 3 ב. 6 פעמים בשבוע, 15.6 שעות בשבוע.

ג. 0.6- ד. 0.7826.

3) א. 0.51 ב. 0.4624 ג. 0.7599 ד. $\frac{64}{149}$.

4) א. (1) $D(0,6)$ א. (2) $y=x+6$ ב. $E(2,8)$ ג. שאלת הוכחה.

ד. $F(3,7)$ ה. I - הטענה נכונה, II - הטענה נכונה.

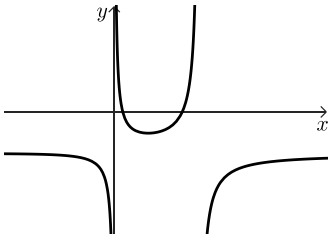
5) א. (1) $(x-4)^2+(y-8)^2=80$ א. (2) $A(0,16)$ ב. (1) $y=x+8$.

ב. (2) $C(-4,4)$ ג. $\sphericalangle ACB=26.565°$ ד. 7.07.

6) א. $x\neq 0$, $x\neq 10$ ב. $\min\left(4,\frac{1}{2}-b\right)$, $\max\left(-20,\frac{1}{50}-b\right)$.

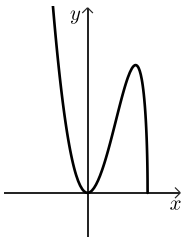
ג. $b=1$ ד. (1) $x=0$, $x=10$, $y=-1$ ד. (2) $(1,0)$, $(8,0)$.

ד. (3) להלן סרטוט: ה. אין קיצון.



7) א. $x\leq 10$ ב. $(0,0)$, $(10,0)$ ג. $\min(0,0)$, $\max(8,64)$, $\min(10,0)$.

ד. להלן סרטוט: ה. גרף III. ו. $a=-2.5$.



8) א. $D\left(12,4-\frac{3}{t}\right)$, $C\left(t,4-\frac{3}{t}\right)$, $A\left(\frac{3}{4},0\right)$ ב. $C(3,3)$ ג. כן.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 36

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2023

מועד חורף 31
קיץ מועד א 37
קיץ מועד א דרום 43
קיץ מועד ב 49

בגרות חורף 2023:

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

2) במטע דובדבנים גדול בדקו כמה קילוגרם דובדבנים מניב כל עץ בשנה רגילה.
המשקל הממוצע של הדובדבנים שמניב עץ במטע הוא 40 ק"ג.
ההתפלגות של משקל הדובדבנים שמניב כל אחד מן העצים במטע היא נורמלית.

א. מהו החציון של משקל הדובדבנים שמניב עץ במטע?

נתון: אחוז העצים במטע שמניבים פחות מ-30 ק"ג דובדבנים בשנה הוא 18.1%.

ב. מהי סטיית התקן? בתשובתכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

במטע יש 300 עצי דובדבן.
בעבור העצים במטע שמניבים יותר מ-55 ק"ג דובדבנים מתבצע סבב קטיף נוסף.

ג. בעבור כמה עצים במטע (בקירוב) מתבצע סבב קטיף נוסף?

ד. בשנה מסוימת ירד הממוצע של משקל הדובדבנים שהניבו העצים במטע ב-20% לעומת שנה רגילה, וסטיית התקן לא השתנתה.
כמה עצים במטע (בקירוב) הניבו יותר מ-55 ק"ג דובדבנים בשנה זו?

3) בקופה יש 36 מטבעות: 18 מטבעות של שני שקלים,
12 מטבעות של חמישה שקלים,
ו-6 מטבעות של עשרה שקלים.
הוציאו מהקופה באקראי שני מטבעות ללא החזרה.

א. מהי ההסתברות ששני המטבעות שהוציאו היו זהים?

ב. ידוע ששני המטבעות שהוציאו היו זהים.
מהי ההסתברות שסכום שני המטבעות שהוציאו היה גבוה מ-5 שקלים?

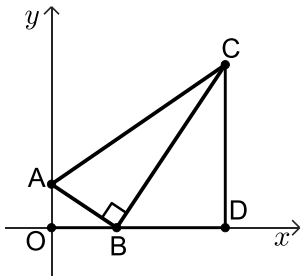
החזירו את כל המטבעות לקופה והוסיפו x מטבעות של עשרה שקלים לקופה.
נתון: לאחר ההוספה, ההסתברות להוציא מהקופה באקראי, ללא החזרה,
שני מטבעות של חמישה שקלים היא $\frac{1}{15}$.

ג. מצאו את x.

ד. האם ההסתברות להוציא מהקופה באקראי (ללא החזרה) שני מטבעות זהים גדלה לאחר ההוספה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

פרק שני - גאומטריה

4) במשולש ישר זווית ABC $(\sphericalangle ABC = 90°)$
הקודקוד B מונח על ציר ה- x והקודקוד A מונח על ציר ה- y.
מן הקודקוד C העבירו אנך לציר ה- x, החותך אותו בנקודה D.
הנקודה O היא ראשית הצירים.



א. הוכיחו: $\Delta AOB \sim \Delta BDC$.

נתון: $\frac{CD}{OB} = \frac{5}{2}$, משוואת הצלע AB היא: $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

ב. (1) מצאו את אורכי הקטעים OB ו-CD.

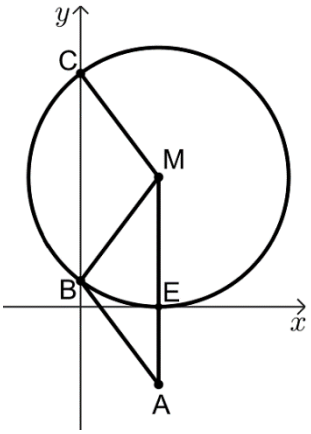
(2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו-C.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית BAC.

(2) מצאו את גודל הזווית ACD.

ד. האם אפשר לחסום את המרובע ABDC במעגל? נמקו.

5) מעגל שמרכזו M משיק לציר ה- x בנקודה E.
המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות B ו-C, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
הנקודה A נמצאת על המשך ME, כמתואר בסרטוט.



א. (1) הסבירו מדוע MA מקביל לציר ה- y.

(2) הוכיחו: $\sphericalangle CBM = \sphericalangle BMA$.

נתון אורך הקטע AB שווה לרדיוס המעגל.

ב. (1) הוכיחו: $\sphericalangle CMB = \sphericalangle MBA$.

(2) הוכיחו: המרובע ABCM הוא מקבילית.

נתון: $M(3,5)$.

ג. (1) מצאו את משוואת המעגל.

(2) מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.

(3) מצאו את שיעורי הנקודה A.

ד. חשבו את שטח המקבילית ABCM.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{5x}{x^2+4}+1$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

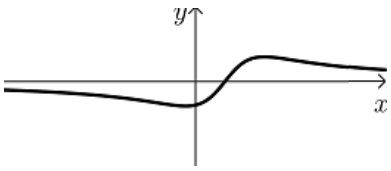
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=2\cdot f(x)$.

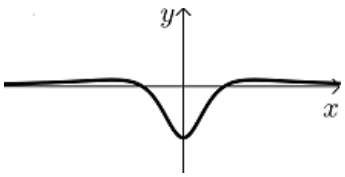
ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$,
על ידי הישר $x=1$ ועל ידי הצירים.

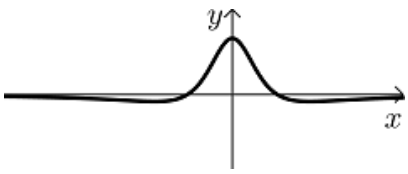
I



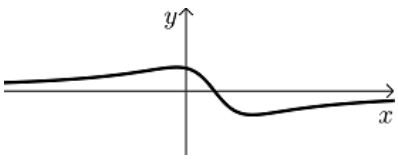
II



III



IV



7) נתונה הפונקציה $f(x)=x^2\cdot\sqrt{4x+20}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן.

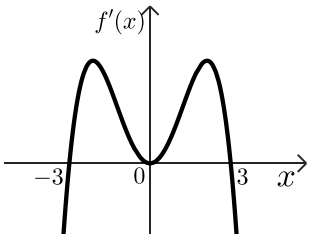
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+c$, כאשר c פרמטר.

נתון כי הישר $y=12$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$.

ה. מצאו את c (ציינו את שתי האפשרויות).

8) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x.



לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נתון: פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מתאפסת בנקודות

שבהן: $x=3$, $x=0$, $x=-3$ בלבד, כמתואר בסרטוט.

א. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מה הם שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוגן? נמקו.

ב. אחד מן הגרפים I-III שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ג. נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

נסמן ב-S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=-3$

ועל ידי ציר ה-x בתחום: $-3\le x\le 0$.

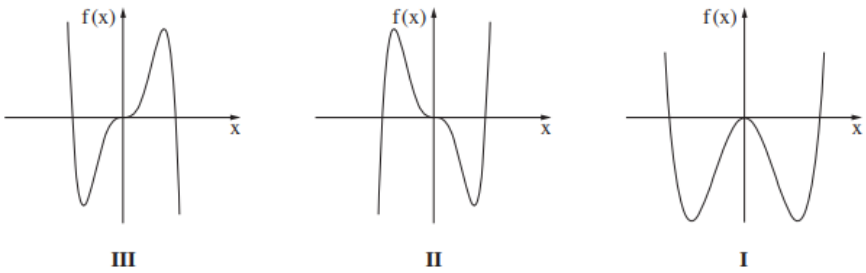
נסמן ב-S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=3$

ועל ידי ציר ה-x בתחום: $0\le x\le 3$.

האם מתקיים: $S_1+S_2=\int_{-3}^{3}f(x)dx$? נמקו את קביעתכם.

ד. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x-4)$.

מהם שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגן? נמקו.



תשובות סופיות:

2) א. 40 ק"ג ב. 11 ק"ג ג. 26 עצים ד. 5 עצים.

3) א. $\frac{13}{55}\approx 0.3714$ ב. $\frac{9}{26}\approx 0.3462$ ג. 9 ד. קטנה, כי: $0.3714 > 0.32727$.

4) א. שאלת הוכחה ב. (1) $OB=18$, $CD=15$ ב. (2) $D(16,0)$, $C(16,15)$

ג. (1) $\sphericalangle BAC=68.2°$ ג. (2) $\sphericalangle ACD=55.49°$ ד. לא ניתן.

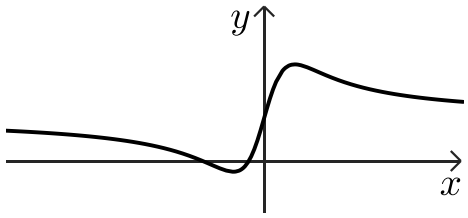
5) א. (1) ראו סרטון א. (2) שאלת הוכחה ב. (1) שאלת הוכחה.

ב. (2) שאלת הוכחה ג. (1) $(x-3)^2+(y-5)^2=25$ ג. (2) $B(0,1)$, $C(0,9)$.

ג. (3) $A(3,-3)$ ד. 24.

6) א. (1) כל x א. (2) $y=1$ ב. $(0,1)$, $(-1,0)$, $(-4,0)$.

ג. $\max(2,2.25)$, $\min(-2,-0.25)$ ד. להלן סקיצה:

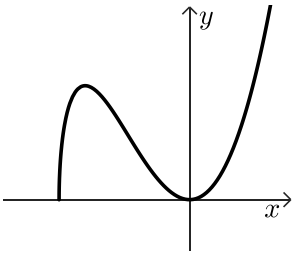


ה. גרף II ו. 2.

7) א. $x\geq -5$ ב. $(0,0)$, $(-5,0)$

ג. $\min(0,0)$, $\max(-4,32)$, $\min(-5,0)$

ד. להלן סקיצה:



ה. $c=12$, $c=-20$.

8) א. (1) תחומי עלייה: $-3<x<3$, תחומי ירידה: $x>3$ או $x<-3$.

א. (2) מקסימום: $x=3$, מינימום: $x=-3$ ב. גרף III ג. לא מתקיים.

ד. מקסימום: $x=7$, מינימום: $x=1$.

בגרות קיץ 2023 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) בבריכתִ "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במשחה של "100 מטר חופשי".
השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות.
קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה.
זמני השחייה של השחיינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות.
בוחרים באקראי שחיין מן הקבוצה.

א. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר (כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?

בבריכה מתאמנות שתי קבוצות:
קבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות,
וקבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.

ב. מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחיינים?

נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחיינים מתפלגים נורמלית,
וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחיינים הוא פחות מ-54 שניות.

ג. מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחיינים?

בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחיינים.

ד. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?

2) חוקרים בדקו את הקשר בין משקל של עכבר Y (בגרמים) ובין משקל מנת המזון היומית שלו X (בגרמים). הם בדקו עשרה עכברים. משקלי העכברים ומשקל מנת המזון היומית של כל אחד מהם מוצגים בטבלה שלפניכם.

משקל מנת המזון היומית X (בגרמים)	1	2	3	3	3	4	4	4	5	5
משקל העכבר Y (בגרמים)	12	13	14	15	16	20	22	24	28	30

נתון כי המשקל הממוצע של מנת המזון היומית הוא 3.4 גרמים.

א. הראו כי סטיית התקן של משקל מנת המזון היומית היא 1.2 גרמים.

נתון כי המשקל הממוצע של עשרת העכברים הוא 19.4 גרמים,
וסטיית התקן של משקלם היא 6.086 גרמים.

ב. לפניכם 4 מספרים שונים: 0, -0.123, 0.923, 1. אחד מן המספרים הוא מקדם המתאם r בין משקל העכבר ובין משקל מנת המזון היומית שלו.
בחרו איזה מהם הוא מקדם המתאם, ונמקו את בחירתכם (אין צורך לחשב).

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי משקל העכברים מתוך משקל מנת המזון היומית שלהם. לאחר זמן מה התגלה כי המאזניים שבהם נשקלו העכברים לא היו מכוילים ויש להפחית 2 גרמים ממשקלו של כל עכבר (המאזניים שבהם נשקלה מנת המזון היומית היו מכוילים).

ד. מה תהיה משוואת ישר הרגרסיה החדש לאחר הכנסת התיקון במשקלי העכברים?

ה. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ד, מהו הניבוי למשקל עכבר שמשקל מנת המזון היומית שלו הוא 3.5 גרם?

3) אוניברסיטה גדולה בדקה את הקשר בין ההישגים הלימודיים של הסטודנטים באוניברסיטה ובין ציוני תעודת הבגרות שלהם.
20% מן הסטודנטים סיימו בהצטיינות את בחינות הבגרות, והשאר סיימו בציונים רגילים.
מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות, 80% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה. מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים, 25% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה.

א. בוחרים באקראי סטודנט מן האוניברסיטה.
מהי ההסתברות שהוא הגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה?

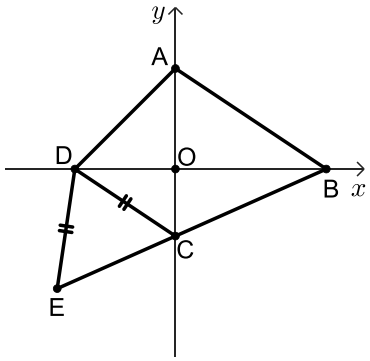
ב. בוחרים באקראי סטודנט שהגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה.
מהי ההסתברות שהוא סיים את בחינות הבגרות בציונים רגילים?

ג. לפניכם שתי טענות (1) – (2), שפורסמו בתקשורת.
קבעו בעבור כל אחת מהן אם היא נכונה, ונמקו את קביעתכם.
(1) מבין הסטודנטים שהגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה, רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות.
(2) מבין הסטודנטים שלא הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה, רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים.

ד. רות וענבל הן סטודנטיות באוניברסיטה, והן סיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים.
מהי הסתברות שבדיוק אחת מהן הגיעה להישגים גבוהים באוניברסיטה?

פרק שני - גאומטריה

4) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB||CD)$,
שכל קודקודיו מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
ראשית הצירים O היא מפגש האלכסונים של הטרפז.
נתון: $AO=OD$, $A(0,6)$.



ידוע כי שטח המשולש ABD שווה ל-45.

א. (1) מצאו את האורך של BD.
(2) מצאו את שיעורי הקודקודים D ו-B.

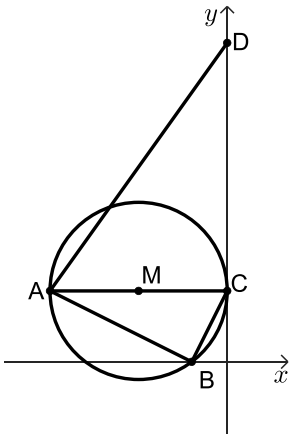
ב. מצאו את משוואת הצלע CD.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית OBC.
(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC, ונתון כי: $DE=DC$ (ראו סרטוט).

ד. מצאו את היקף המשולש CDE.

5) המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M. הצלע AC היא קוטר במעגל.
המעגל משיק לציר ה- y בנקודה C וחותך את ציר ה- x בנקודה B,
כמתואר בסרטוט.



הנקודה D נמצאת על ציר ה- y וידוע כי: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ADC$.

א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta DCA$.

ב. האם $AD \| BC$? נמקו.

נתון: $B(-2,0)$, $C(0,4)$.

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

(3) מצאו את משוואת המעגל.

ד. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA.

(2) מצאו את שטח המרובע ABCD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

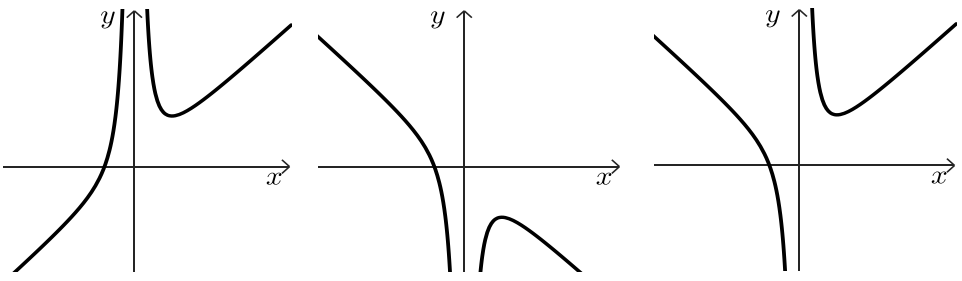
6) נתונה הפונקציה: $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x.
בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. אחד מן הגרפים I-III בסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = 1$,
על ידי הישר $x = 2$ ועל ידי ציר ה- x.



III II I

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=1+\frac{1}{2}x-\sqrt{2x+b}$, b הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(8,0)$ בלבד.

א. מצאו את b.

הציבו: $b=9$ וענו על הסעיפים ב-ד.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

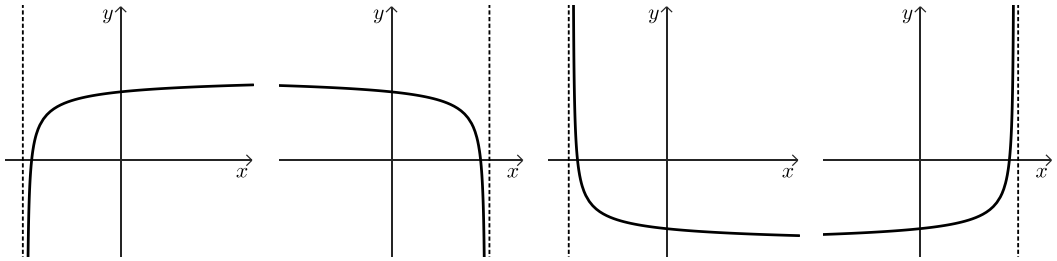
ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

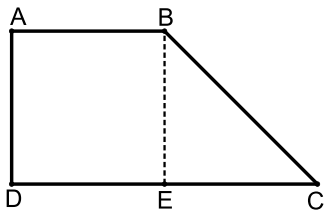
ד. אחד מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



I II III IV

8) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית, $AB\|DC$ (ראו סרטוט).



גובה הטרפז BE חוצה את הבסיס DC.

שטח הטרפז הוא: $12\sqrt{2}$.

נסמן ב- x את אורך הצלע AB.

א. הביעו באמצעות x את אורך גובה הטרפז.

ב. מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז (AD^2+BC^2) הוא מינימלי.

ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 30? נמקו.

תשובות סופיות:

1) א. 0.0013 ב. 57.6 שניות ג. 3.627 שניות ד. 0.0367.

2) א. ראו סרטון ב. 0.923 ג. $y = 4.681x + 3.484$.

ד. $y = 4.681x + 1.484$ ה. 17.87 גרם.

3) א. 0.36 ב. $\frac{5}{9}$ ג. (1) הטענה אינה נכונה.

ג. (2) הטענה נכונה ד. 0.375.

4) א. (1) 15 א. (2) $B(9,0)$, $D(-6,0)$ ב. $y = \frac{2}{3}x - 4$.

ג. (1) $\sphericalangle OBC = 23.96°$ ג. (2) $\sphericalangle ABC = 57.65°$ ד. 22.14.

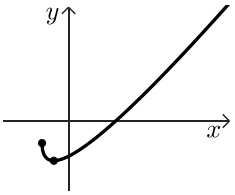
5) א. שאלת הוכחה ב. כן ג. (1) $y = -\frac{1}{2}x - 1$ ג. (2) $A(-10,4)$.

ג. (3) $(x+5)^2 + (y-4)^2 = 25$ ד. (1) $1:\sqrt{5}$ ד. (2) 120.

6) א. $x \neq 0$ ב. $(-1.59,0)$ ג. $\min(2,3)$ ד. גרף III ה. 3.5.

7) א. $b = 9$ ב. $x \geq -4.5$ ג. (1) $\min(-2.5,-2.25)$, $\max(-4.5,-1.25)$.

ג. (2) $(0,-2)$ ג. (3) סרטוט: ד. גרף IV.



8) א. $\frac{8\sqrt{2}}{x}$ ב. 4 ג. לא, הסכום המינימלי הוא 32.

בגרות קיץ 2023 מועד מיוחד:

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) בבריכתִ "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במשחה של "100 מטר חופשי".
השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות.
קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה.
זמני השחייה של השחיינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות.
בוחרים באקראי שחיין מן הקבוצה.

א. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר (כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?

בבריכה מתאמנות שתי קבוצות:
קבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות, וקבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.

ב. מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחיינים?

נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחיינים מתפלגים נורמלית, וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחיינים הוא פחות מ-54 שניות.

ג. מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחיינים?

בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחיינים.

ד. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?

2) מורה למתמטיקה לתלמידי כיתה י"א רצתה לבדוק את הקשר הלינארי בין ציוני תלמידיה בבחינת הבגרות במתמטיקה (המשתנה x) ובין ציוני ההגשה שלהם (המשתנה y).
בטבלה שלפניכם מוצגים הציונים של חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2022
ציון ההגשה של התלמיד החמישי אינו מוצג.

ציון בחינת הבגרות (x)	ציון ההגשה (y)
59	78
60	81
60	81
60	81
61	?

א. מצאו את ממוצע ציוני בחינת הבגרות של תלמידים אלה.
המורה חישבה את ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x.
נתון כי בעבור: $x = 60$ מנובא הערך: $y = 80$.
נתון גם כי שיפוע ישר הרגרסיה הוא 0.5.

ב. (1) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה.

(2) מצאו את ציון ההגשה של התלמיד החמישי. נמקו.

בעבור חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2021 חישבה המורה את מקדם המתאם בין שני המשתנים, ואז חישבה את ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x. היא גילתה שציון ההגשה של כל אחד מן התלמידים זהה בדיוק לציון ההגשה המנובא לו באמצעות ישר הרגרסיה.

ג. קבעו מהן שתי הטענות האפשריות מבין הטענות (1)-(4) שלפניכם. נמקו.

(1) $0 < r < 1$

(2) $r = 1$

(3) $-1 < r < 0$

(4) $r = -1$

3) בקופסה יש 4 כפתורים אדומים ו-3 כפתורים כחולים.

דנה משחקת בכפתורים:

היא מוציאה באקראי כפתור אחד מן הקופסה.

אם יצא כפתור כחול, היא מחזירה אותו לקופסה,

ואם יצא כפתור אדום, היא לא מחזירה אותו לקופסה.

לאחר מכן, היא מוציאה באקראי כפתור שני מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שדנה הוציאה שני כפתורים בצבעים השונים זה מזה?

ב. מהי ההסתברות שדנה הוציאה לכל היותר כפתור אחד אדום?

רותי ודנה משחקות יחד בכפתורים:

הן מטילות מטבע מאוזן שעל צד אחד שלו כתובה האות A ועל הצד האחר כתובה האות B.

אם מתקבלת האות A, דנה מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה באופן המתואר בפתיח.

אם מתקבלת האות B, רותי מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה עם החזרה.

ג. מהי ההסתברות ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה?

ד. ידוע ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה.

מהי ההסתברות שהכפתור הראשון שיצא היה אדום?

פרק שני - גאומטריה

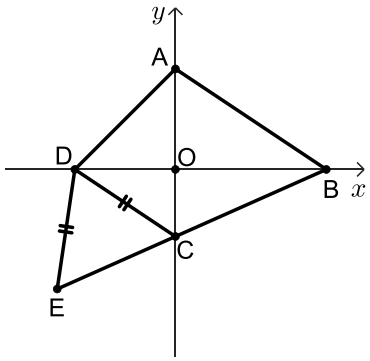
4) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB||CD)$,

שכל קודקודיו מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

ראשית הצירים O היא מפגש האלכסונים של הטרפז.

נתון: $AO = OD$, $A(0,6)$.

ידוע כי שטח המשולש ABD שווה ל-45.



א. (1) מצאו את האורך של BD.

(2) מצאו את שיעורי הקודקודים D ו-B.

ב. מצאו את משוואת הצלע CD.

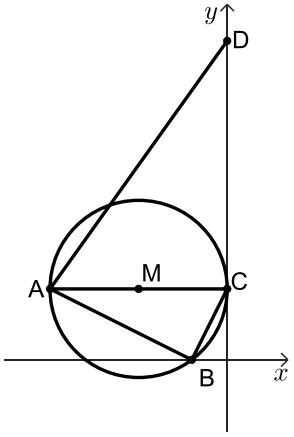
ג. (1) מצאו את גודל הזווית OBC.

(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC, ונתון כי: $DE = DC$ (ראו סרטוט).

ד. מצאו את היקף המשולש CDE.

5) המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M. הצלע AC היא קוטר במעגל.
המעגל משיק לציר ה- y בנקודה C וחותך את ציר ה- x בנקודה B,
כמתואר בסרטוט.



הנקודה D נמצאת על ציר ה- y וידוע כי: $\sphericalangle BAC = \sphericalangle ADC$.

א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta DCA$.

ב. האם $AD \| BC$? נמקו.

נתון: $B(-2,0)$, $C(0,4)$.

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

(3) מצאו את משוואת המעגל.

ד. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA.

(2) מצאו את שטח המרובע ABCD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2x}{x^2-a}$. a הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(3,1.2)$.

א. מצאו את a.

הציבו: $a=4$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ב'-ו'.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)+1$.

ו. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) כמה פתרונות יש למשוואה $g(x)=1$? נמקו.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=6x\cdot\left(\sqrt{x}-m\right)$. $m>0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת בנקודה שבה $x=4$.

ב. (1) מצאו את m.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

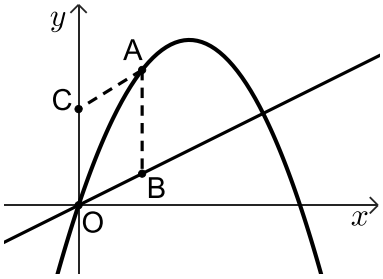
(3) מצאו את שיעור ה- y של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום: $x\geq 1$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=1$ ועל ידי ציר ה- x.

8) נתונים הפונקציה: $f(x)=-x^2+18x$ והישר: $y=3x$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהנקודה A נמצאת מעליה, כמתואר בסרטוט.

O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על החלק החיובי של ציר ה- y כך שהמרובע ABOC הוא מקבילית.

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את אורך הצלע AB ואת אורך הגובה לצלע AB במקבילית.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המקבילית ABOC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. 0.0013 ב. 57.6 שניות ג. 3.627 שניות ד. 0.0367.

2) א. 60 ב. (1) $y=0.5x+50$ ג. 79 ג. (2) או (4).

3) א. $\frac{26}{49}$ ב. $\frac{5}{7}$ ג. $\frac{25}{49}$ ד. $\frac{13}{25}$.

4) א. (1) 15 א. (2) $B(9,0)$, $D(-6,0)$ ב. $y=-\frac{2}{3}x-4$.

ג. (1) $\sphericalangle OBC=23.96°$ ג. (2) $\sphericalangle ABC=57.65°$ ד. 22.14.

5) א. שאלת הוכחה ב. כן ג. (1) $y=-\frac{1}{2}x-1$ ג. (2) $A(-10,4)$.

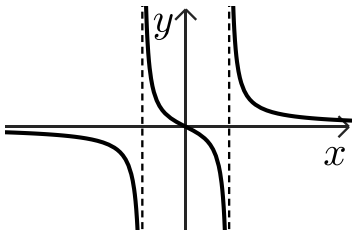
ג. (3) $(x+5)^2+(y-4)^2=25$ ד. (1) $1:\sqrt{5}$ ד. (2) 120.

6) א. $a=4$ ב. $x\neq\pm2$.

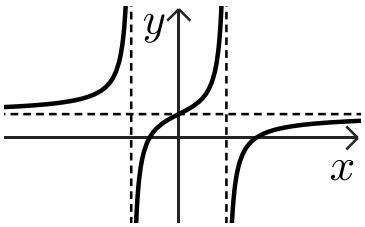
ג. אסימפטוטות אנכיות: $x=-2$, $x=2$, אסימפטוטה אופקית: $y=0$.

ד. תחומי ירידה: $x>2$, $-2<x<2$, $x<-2$, תחומי עליה: אף x.

ה. להלן סקיצה:



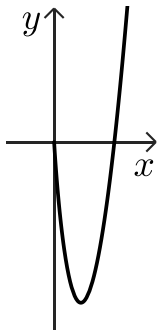
ו. (1) להלן סקיצה:



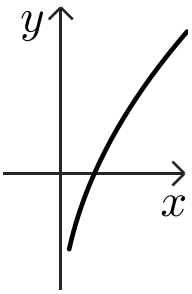
ו. (2) פתרון אחד.

7) א. $x\geq0$ ב. $m=3$ ב. (2) $(9,0)$, $(0,0)$ ב. (3) $y_{min}=-24$.

ג. להלן סקיצה:



ד. (1) להלן סקיצה:



ד. (2) 12.

8) א. $AB=-t^2+18t-3t$, $h=t$ ב. $t=10$.

בגרות קיץ 2023 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) חברת קוסמטיקה החליטה לערוך מחקר,
ובו לבדוק את קצב התארכות שיער הראש של אנשים בס"מ לשנה.
החברה בדקה מספר רב של אנשים.
היא גילתה שקצב התארכות השיער שלהם מתפלג נורמלית, והתבררו שני נתונים:
1. השיער של 50% מן הנבדקים התארך בפחות מ-12 ס"מ בשנה.
2. השיער של 33% מן הנבדקים התארך ביותר מ-12.56 ס"מ בשנה.

א. מהו קצב ההתארכות הממוצע של השיער של הנבדקים?

ב. מהי סטיית התקן של קצב התארכות השיער של הנבדקים?

חברת הקוסמטיקה הכריזה שהיא הצליחה לפתח שמפו שמגביר ב-10% את קצב התארכות השיער.

ג. לפי ההכרזה, מה יהיה הממוצע החדש ומה תהיה סטיית התקן החדשה של קצב התארכות השיער בקרב אוכלוסיית האנשים שישתמשו בשמפו זה?

ד. החברה בדקה מהו אחוז הנבדקים במחקר שקצב התארכות השיער שלהם הוא בין הממוצע ובין סטיית תקן אחת מעל הממוצע. לפי הכרזת החברה, אם ישתמשו כל הנבדקים בשמפו שהיא פיתחה, האם אחוז זה יגדל, יקטן או לא ישתנה? נמקו את תשובתכם.

2) בעל חנות המוכר טאבלטים בדק את הקשר הלינארי בין גודל המסך של טאבלט באינצ'ים (המשתנה x) ובין מספר הדקות שנדרשו ללקוח להחליט לקנות את הטאבלט (המשתנה y).
ביום מסוים הוא מכר 8 דגמים שונים של טאבלטים.
לפניכם טבלה המתארת את הנתונים של שמונת הדגמים שהוא מכר באותו יום:

גודל המסך באינצ'ים (x)	**מספר הדקות לקבלת ההחלטה לקנות את הטאבלט** (y)
9	2
9	10
9	10
9	10
11	10
11	10
11	10
11	18

א. חשבו את הממוצעים ואת סטיות התקן של שני המשתנים, x ו- y.

ב. חשבו את מקדם המתאם r.

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת החלטה כתלות בגודל המסך.

בעל החנות הזמין לחנותו דגם חדש של טאבלט, שגודל המסך שלו 10 אינצ'ים.

ד. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו ניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה בעבור דגם זה?

בעקבות העסקתו של מוכר חדש בחנות, התקצר ב-20% זמן קבלת ההחלטה לקנות כל אחד מדגמי הטאבלטים.

ה. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו יגדל, יקטן או לא ישתנה בעקבות השינוי הזה:

(1) מקדם המתאם r.

(2) סטיית התקן של המשתנה y.

(3) שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה כתלות בגודל המסך.

3) בקלמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים:
15 עפרונות כחולים, 4 עפרונות אדומים, 6 עפרונות צהובים.
דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום,
היא מחזירה את העיפרון לקלמר.
אם העיפרון הוא צהוב, היא משאירה אותו מחוץ לקלמר.
לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר.

א. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים?

ב. (1) מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות באותו הצבע?

(2) ידוע ששני העפרונות שהוציאה דנה הם באותו הצבע.
מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים
או שני עפרונות צהובים?

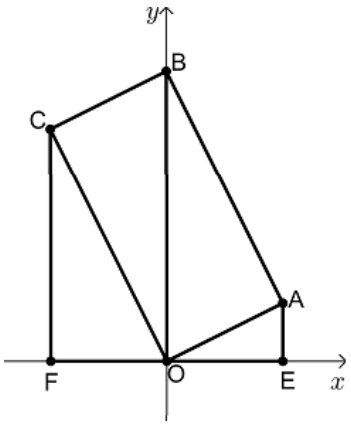
דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה לאחיה מן הקלמר x עפרונות כחולים,
2 עפרונות אדומים ו-2 עפרונות צהובים.
לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר ללא החזרה.

נתון: ההסתברות שדנה הוציאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא: $\frac{1}{30}$.

ג. מצאו את x.

פרק שני - גאומטריה

4) במקבילית OABC הקודקוד B מונח על ציר ה- y והנקודה O היא ראשית הצירים.
מן הקודקודים A ו-C העבירו אנכים לציר ה- x, החותכים אותו בנקודות E ו-F בהתאמה.
נתון: $\sphericalangle AOE = \sphericalangle COB$.



א. (1) הוכיחו: $\sphericalangle AOE = \sphericalangle OCF$.

(2) הוכיחו כי המשולשים OCF ו-AOE דומים.

שטח המשולש OCF גדול פי 4 משטח המשולש AOE.
משוואות הישרים AE ו-CF הן: $x = 4$ ו- $x = -4$ בהתאמה.

ב. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים OCF ו-AOE.

(2) מצאו את אורכי הצלעות OE ו-CF.

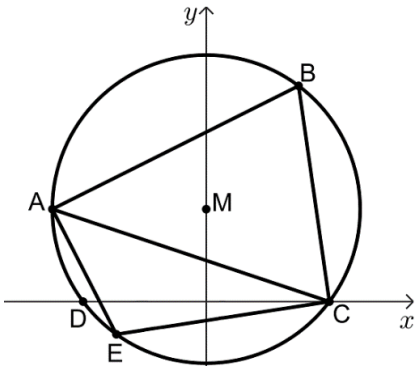
(3) מצאו את שיעורי הקודקודים C ו-A.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

ד. הוכיחו כי המקבילית OABC היא מלבן.

אלכסוני המלבן OABC נפגשים בנקודה M.

ה. האם נכון כי: $S_{AOE} + S_{CFO} = 2 \cdot S_{ABM}$? נמקו את תשובתכם.



5) במעגל חסום משולש חד זוויות ABC.

נתון: $A(-5,3)$, $B(3,7)$.

מרכז המעגל M נמצא על ציר ה- y.

המעגל חותך את ציר ה- x בנקודות C ו-D,

כמתואר בסרטוט שלפניכם.

א. (1) הראו כי שיעורי מרכז המעגל M הם: $(0,3)$.

(2) מצאו את משוואת המעגל.

(3) מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

ב. (1) מצאו את אורך הצלע AC.

(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על הקשת הקטנה AC. נתון: $EC = 7$.

ג. מהו גודל הזווית AEC? נמקו את תשובתכם.

ד. מצאו את שטח המשולש AEC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{16-9x^2}{1-x^2}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

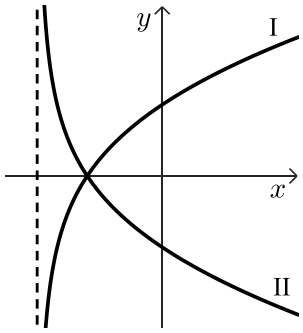
ג. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g'(x)=f(x)$.

לפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

נמקו את תשובתכם.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x-1)\cdot\sqrt{2x+10}$.



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, I–II.

אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

והגרף האחר מתאר את הפונקציה: $g(x)=-f'(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I–II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נמקו את קביעתכם.

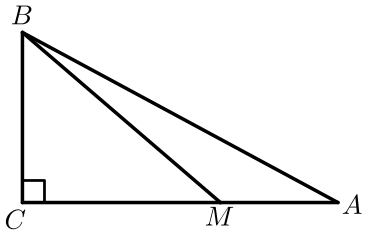
ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי הישר $x=3$ ועל ידי ציר ה- x.

8) ABC הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle ACB=90°$. שטח המשולש ABC הוא 18.

M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים: $MC=2MA$ (ראו סרטוט).

נסמן את אורך הקטע MA ב- x.



א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BC.

ב. (1) מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M משלושת קודקודי המשולש $\left(MA^2+MB^2+MC^2\right)$ הוא מינימלי.

(2) האם ייתכן שהסכום: $MA^2+MB^2+MC^2$ הוא 75? נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

1) א. 12 ס"מ לשנה ב. 1.273 ס"מ.

ג. ממוצע: 13.2 ס"מ, סטיית התקן: 1.4 ס"מ ד. לא ישתנה.

2) א. $S_y = 4$ דקות, $\bar{y} = 10$ דקות, $S_x = 1$ אינץ', $\bar{x} = 10$ אינץ' ב. 0.5 ג. $y = 2x - 10$.

ד. 10 דקות ה. (1) לא ישתנה ה. (2) תקטן ה. (3) יקטן.

3) א. $\frac{1}{20}$ ב. (1) $\frac{1089}{2500} = 0.4356$ ב. (2) $\frac{21}{121} = 0.1735$.

ג. $x = 5$.

4) א. (1) שאלת הוכחה א. (2) שאלת הוכחה ב. (1) $2:1$ ב. (2) $CF = 8$, $OE = 4$.

ב. (3) $C(-4,8)$, $A(4,2)$ ג. $B(0,10)$ ד. שאלת הוכחה ה. נכון.

5) א. (1) ראו סרטון א. (2) $x^2 + (y-3) = 25$ א. (3) $C(4,0)$, $D(-4,0)$.

ב. (1) $\sqrt{90}$ ב. (2) $\sphericalangle ABC = 71.565°$ ג. $\sphericalangle AEC = 108.435°$.

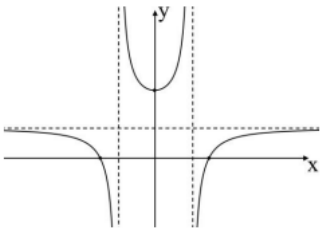
ד. 15.15.

6) א. (1). $x \neq 1$, $x \neq -1$ א. (2) $x = 1$, $x = -1$, $y = 9$.

א. (3) $\left(\frac{4}{3},0\right)$, $\left(-\frac{4}{3},0\right)$, $(0,16)$ א. (4) $(0,16)$ מינימום.

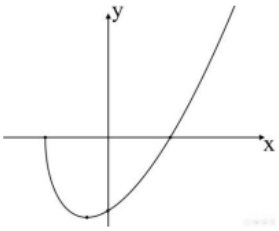
א. (5) תחומי עליה: $x > 1$ או $0 < x < 1$, תחומי ירידה: $-1 < x < 0$ או $x < -1$.

ב. להלן סרטוט:



ג. $x = \frac{4}{3}$ מינימום, $x = -\frac{4}{3}$ מקסימום.

7) א. $x \geq -5$ ב. $(-5,0)$, $(1,0)$, $\left(0,-\sqrt{10}\right)$.



ג. $(-3,-8)$ מינימום, $(-5,0)$ מקסימום.

ד. להלן סרטוט: ה. גרף I. ו. 16.

8) א. $\frac{12}{x}$ ב. (1) 2 ב. (2) כן, כי הסכום המינימלי הוא 72.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 37

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2022

חורף מועד א 55
חורף מועד ב 61
קיץ מועד א 66
קיץ מועד ב 72

בגרות חורף 2022 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

2) בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה.
הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית.
במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05, וסטיית התקן של הציונים הייתה 15.
הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70.

א. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה?

הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה היה 78.
אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה זהה לאחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שלה במתכונת הראשונה.
סטיית התקן של הציונים במתכונת השנייה הייתה 10.

ב. (1) חשבו את הציון הממוצע במתכונת השנייה.

(2) מהו החציון של הציונים במתכונת השנייה? נמקו.

אריאל קיבל ציון זהה בשתי המתכונות.
ידוע כי במתכונת הראשונה קיבלו 29.8% מן התלמידים ציון גבוה ממנו.

ג. (1) מהו הציון שקיבל אריאל בשתי המתכונות?

(2) באיזו משתי המתכונות הצליח אריאל יותר יחסית לכל התלמידים שנבחנו? נמקו את תשובתכם.

3) במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס.
אפשר להשתתף בחוג אחד בלבד מבין שני החוגים האלה.
סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם.
80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל.
מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל.
בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).

א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?

ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן?

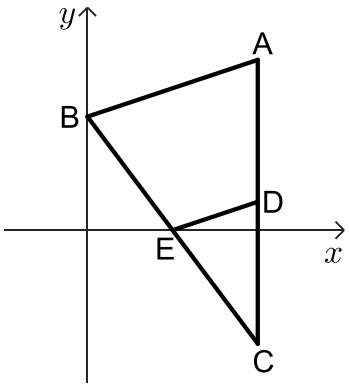
ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכל.

ג. (1) כמה משתתפים סך הכל (בנים ובנות) יש בחוג טניס?

(2) מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה).
מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס?
דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני - גאומטריה

4) בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC.
הקודקוד B נמצא על ציר ה- y , והצלע AC מקבילה לציר ה- y .
נתון: $A(6,6)$, $AB=\sqrt{40}$.
שיעור ה- y של הקודקוד B קטן מ-6.



א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC.
נתון: הנקודה E נמצאת על ציר ה- x .

ב. מצאו את שיעורי הנקודות C ו-E.

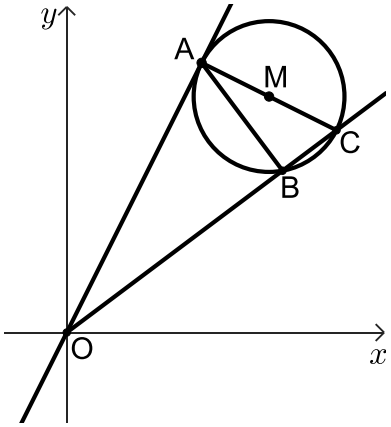
הנקודה D היא אמצע הצלע AC.
מן הנקודה E העבירו ישר המקביל לציר ה- y וחותך את הצלע AB בנקודה F.

ג. (1) הוכיחו כי המרובע FADE הוא מקבילית.

(2) חשבו את שטח המקבילית FADE.

ד. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle DEF$.

5) בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל שמרכזו M. הנקודות A, B ו-C נמצאות על המעגל.
המשיק למעגל בנקודה A חותך את הישר BC בראשית הצירים O, כמתואר בסרטוט.
נתון: AC הוא קוטר במעגל.



א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta OAC$.

נתון: $BC = 3$, $OC = 15$.

ב. מצאו את אורך AC.

נתון: $M\left(9,10\frac{1}{2}\right)$.

ג. מצאו את משוואת המעגל.

נתון: משוואת המשיק למעגל בנקודה A היא: $y = 2x$.

ד. (1) מצאו את משוואת הישר AM.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה A.

הישר AM חותך את ציר ה- y בנקודה F.

ה. מצאו את גודל הזווית OFA.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4}{4x^2-1}+b$, b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה (אם צריך, הביעו באמצעות b).

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הישר $y=-2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצאו את b.

הציבו את b שמצאתם בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. (1) מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

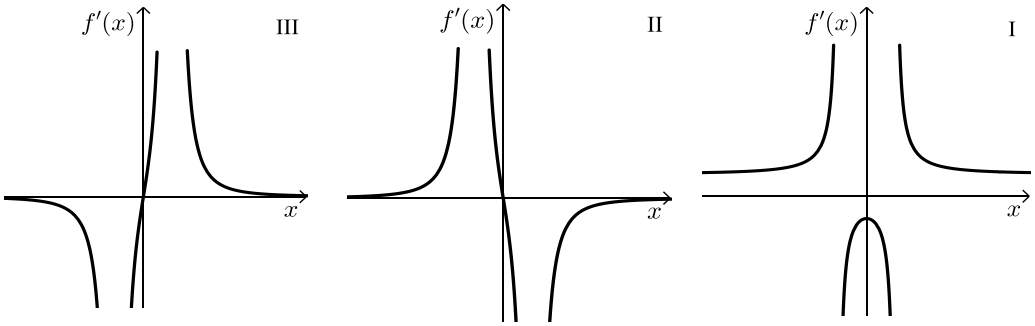
(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-III שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=\frac{1}{3}$, ועל ידי ציר ה- x.



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x\cdot\sqrt{x+18}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

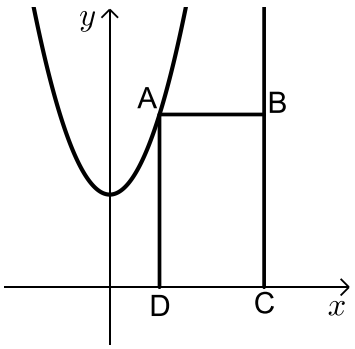
ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=-2\cdot f(x)$.

ו. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן.

(2) נסמן ב-A ו-B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ בהתאמה.
הנקודה O היא ראשית הצירים. חשבו את שטח המשולש ABO.

8) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2+3$ ונתון הישר $x=5$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר.



מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה- x
וחותך את הישר הנתון בנקודה B.
הנקודות C ו-D נמצאות על ציר ה- x
כך שהמרובע ABCD הוא מלבן (ראה סרטוט).
נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. מצאו את הערך של t שבעבורו
שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

ב. האם ייתכן מלבן ABCD שנבנה
באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמקו.

תשובות סופיות:

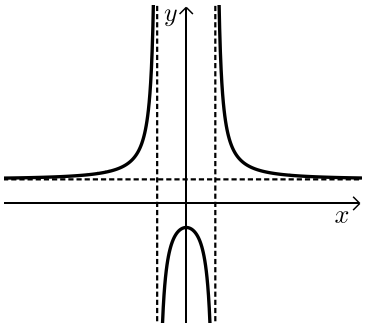
2) א. 62.9% ב. (1) 74.7 (2) 74.7 ג. (1) 73
ג. (2) במתכונת הראשונה.

3) א. 0.4. ב. $\frac{4}{19}$. ג. (1). 95 משתתפים. (2). 0.224.

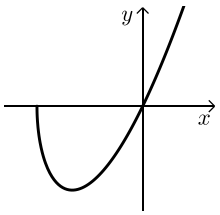
4) א. $B(0,4)$ ב. $E(3,0)$, $C(6,-4)$.
ג. (1) שאלת הוכחה ג. (2) 15 ד. $\sphericalangle DEF = 71.565°$.

5) א. שאלת הוכחה ב. $3\sqrt{5}$ ג. $(x-9)^2+(y-10.5)^2=11.25$.
ד. (1) $y=-0.5x+15$ ד. (2) $A(6,12)$ ה. $\sphericalangle OFA = 63.435°$.

6) א. $x \neq \frac{1}{2}$, $x \neq -\frac{1}{2}$. ב. (1) $(0,-4+b)$ נקודת מקסימום.
ב. (2) תחומי עלייה: $-\frac{1}{2} < x < 0$ או $x < -\frac{1}{2}$, תחומי ירידה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x > \frac{1}{2}$.
ג. $b=2$. ד. (1) $x=\frac{1}{2}$, $x=-\frac{1}{2}$, $y=2$.
ד. (2) להלן סקיצה: ה. גרף II. ו. 3.2 יח"ר $=S$.



7) א. $x \geq -18$. ב. $(0,0)$, $(-18,0)$. ג. $\max(-18,0)$, $\min(-12,-12\sqrt{6})$.
ד. להלן סקיצה: ה. (1) $\min(-18,0)$, $\max(-12,24\sqrt{6})$.
ה. (2) $216\sqrt{6}$ יח"ר $=S_{\Delta ABO}$.



8) א. $t=3$. ב. לא, כי השטח המקסימאלי הוא 24.

בגרות חורף 2022 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) בסקר שנערך בין בני נוער בארץ בנושא "נוער בזמן הקורונה: עיסוקים מרכזיים" השתתפו 800 בנים ו-1,200 בנות. אחת השאלות בסקר התייחסה להקדשת הזמן ללימודים (שיעורים בזום, הכנת מטלות ושיעורי בית). על פי הסקר התברר כי 75% מהבנים ו-80% מהבנות הקדישו זמן ללימודים בתקופת משבר הקורונה. נבחר באופן אקראי משתתף בסקר.

א. מהי ההסתברות שנבחר בן שהקדיש זמן ללימודים?

ב. מהי ההסתברות שנבחר משתתף (בן או בת) שלא הקדיש זמן ללימודים?

ג. ידוע שנבחר משתתף שלא הקדיש זמן ללימודים. מהי ההסתברות שנבחר בן?

בכתבה בעיתון על הסקר נכתב כי מקרב בני הנוער שלא הקדישו זמן ללימודים, אחוז הבנים היה גבוה מזה של הבנות.

ד. האם על פי הסקר האמירה בכתבה נכונה? נמקו.

2) בשירות הטלפוני של חברת הביטוח "אלון" זמן ההמתנה של אדם למענה אנושי מתפלג נורמלית.

זמן ההמתנה הממוצע של אדם למענה אנושי הוא 1.8 דקות. ידוע כי 30.8% מהאנשים שפונים לשירות הטלפוני של החברה ממתינים למענה אנושי מעל 2 דקות.

א. מהו החציון של זמן ההמתנה?

ב. חשבו את סטיית התקן של זמן ההמתנה למענה אנושי.

ג. (1) מהו אחוז האנשים שממתינים למענה אנושי פחות מדקה אחת?

(2) מהו אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה אנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע?

בעקבות פניות של לקוחות החברה נעשו שינויים בשירות המענה האנושי, ובעקבותיהם זמן ההמתנה הממוצע למענה אנושי ירד ל-1.2 דקות אך סטיית התקן נשארה ללא שינוי.

לאחר השינוי בשירות נבדק אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה אנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע.

ד. האם האחוז שנבדק השתנה לעומת האחוז שהיה לפני השינוי בשירות? נמקו.

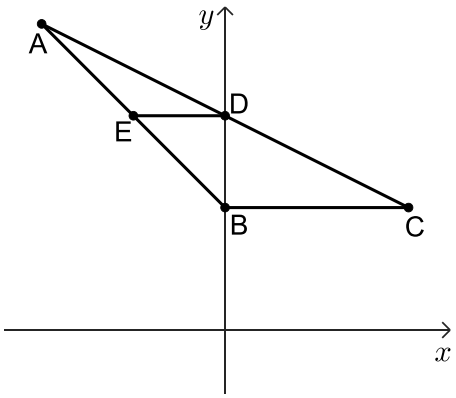
3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

פרק שני - גאומטריה

4) במשולש ABC הקודקוד B מונח על ציר ה- y.

נתון כי משוואת הצלע AB היא: $y=-x+4$.

שיעור ה- y של הקודקוד A הוא 10.



א. חשבו את אורך הצלע AB.

נתון כי הצלע BC מקבילה לציר ה- x.

אורך הצלע BC הוא 6.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

D היא נקודת החיתוך של הישר AC עם ציר ה- y.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה D.

מנקודה D העבירו ישר המקביל לציר ה- x החותך את הצלע AB בנקודה E.

ד. (1) הוכיחו כי DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.

(2) חשבו את אורך הקטע DE.

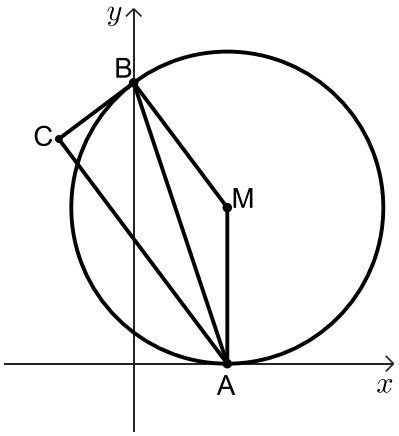
ה. חשבו את גודלי הזוויות EBD ו-ABC.

ו. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח הטרפז EDCB.

5) נתון מעגל שמרכזו $M(6,10)$. המעגל משיק לציר ה- x בנקודה A.

א. מצאו את משוואת המעגל.

הנקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y, כמתואר בציור.



הישר BC משיק למעגל בנקודה B.

ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה B.

(2) מצאו את משוואת המשיק למעגל, BC.

נתון: $\sphericalangle BCA = 90°$.

ג. (1) הוכיחו: AC מקביל ל-MB.

(2) הוכיחו: AB חוצה את הזווית CAM.

ד. חשבו את אורך הקטע AC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2-4x+5}{x-2}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) רשמו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים, אם יש כאלה.

(4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=|f(x)|$.

ב. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) כמה פתרונות יש למשוואה $g(x)=3$? נמקו.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{1}{(4x-1)^2}-4$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) רשמו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

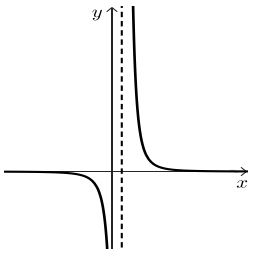
(4) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

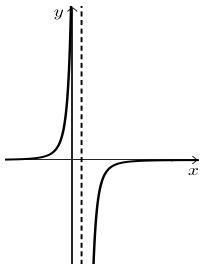
ב. אחד משלושת הגרפים שבסוף השאלה: I, II, III, הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
ציינו מיהו ונמקו.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x
ועל ידי הישרים $x=1$ ו- $x=2$.

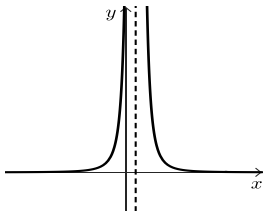
I



II

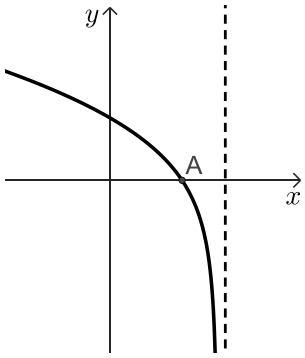


III



8) נתונה הפונקציה: $f(x)=x\sqrt{a-x}$, a הוא פרמטר.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. (1) היעזרו בגרף, ורשמו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$. קבעו את סוגה.

(2) חשבו את הערך של a.

הציבו: $a=3$ וענו על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x+3)$.

מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? נמקו.

תשובות סופיות:

1) א. 0.3 ב. 0.22 ג. $\frac{5}{11}$ ד. האמירה אינה נכונה.

2) א. 1.8 דקות ב. 0.4 דקות ג. (1) 2.27% מהאנשים (2) 34.1% מהאנשים.
ד. לא השתנה.

4) א. $6\sqrt{2}$ ב. $C(6,4)$ ג. $D(0,7)$ ד. (1) שאלת הוכחה ד. (2) 3.

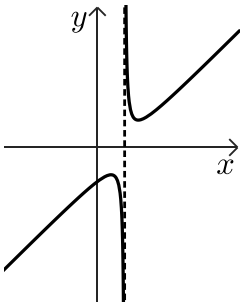
ה. $\sphericalangle ABC = 135°$, $\sphericalangle EBD = 45°$ ו. $\frac{4}{3}$.

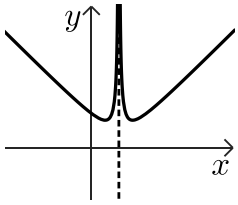
5) א. $(x-6)^2+(y-10)^2=100$ ב. (1) $B(0,18)$ ב. (2) $y=\frac{3}{4}x+18$.

ג. (1) שאלת הוכחה ג. (2) שאלת הוכחה ד. 18.

6) א. (1) $x \neq 2$ א. (2) $x=2$ א. (3) $(0,-2.5)$

א. (4) $\min(3,2)$, $\max(1,-2)$ א. (5) להלן סרטוט: ב. (1) להלן סרטוט:





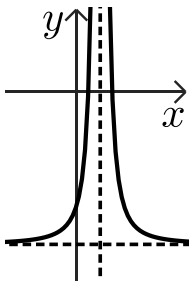
ב. (2) $\min(3,2)$, $\min(1,2)$.

ב. (3) 4 פתרונות.

7) א. (1) $x \neq 0.25$ א. (2) $x=0.25$, $y=-4$

א. (3) $(0,3)$, $(0.375,0)$, $(0.125,0)$ א. (4) ירידה: $x>0.25$, עליה: $x<0.25$.

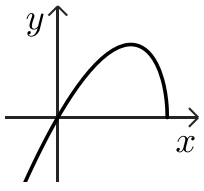
א. (5) להלן סרטוט: ב. גרף II ג. 0.091.



8) א. (1) ראו סרטון א. (2) $a=3$ ב. (1) $x \leq 3$ ב. (2) $(3,0)$, $(0,0)$.

ב. (3) $\min(3,0)$, $\max(2,2)$ ב. (4) להלן סרטוט:

ג. $x \leq 0$.



בגרות קיץ 2022 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

2) חברה להפצת תוכן דיגיטלי בדקה כמה זמן ביום אנשים מאזינים לפודקאסטים (הסכתים) באתר אינטרנט מסוים. על פי הבדיקה, 100,000 אנשים מאזינים לפודקאסטים באתר, וזמן ההאזנה שלהם ביום מתפלג נורמלית. התברר כי זמן ההאזנה הממוצע לאדם הוא 35.65 דקות, וסטיית התקן של זמן ההאזנה היא 15 דקות.

א. מהו אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים פחות מ-10 דקות ביום?

ב. כמה אנשים מאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת (60 דקות) ביום?

אחרי שינוי בתכני הפודקאסטים באתר, החברה בדקה שוב את משך זמן ההאזנה של אותם 100,000 אנשים, ומצאה שזמן ההאזנה הממוצע ביום לאדם גדל:
הממוצע לאחר השינוי היה 42 דקות.
עם זאת, אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים באתר פחות מ-10 דקות נשאר ללא שינוי.

ג. (1) חשבו את סטיית התקן של זמן ההאזנה לאחר השינוי.

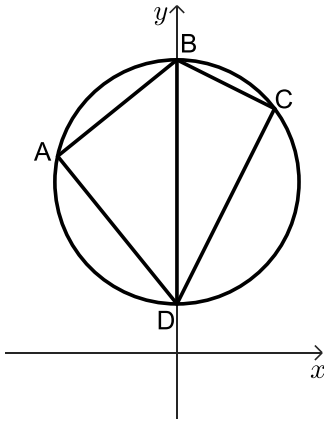
(2) פי כמה גדל מספר האנשים שמאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת ביום לאחר השינוי?

3) חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה.
כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון.
מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני,
ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי.
שלבי המיון היו:
שלב ראשון: מבחן התאמה.
שלב שני: ריאיון אישי.
שלב שלישי: סדנה קבוצתית.
כל המועמדים שעברו בהצלחה את כל שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.
נתון:
75% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.
50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.
40% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי, עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?
ב. נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן התקבלה לעבודה בחברה?
ג. גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי, אם ידוע שהיא לא התקבלה לעבודה בחברה?
ד. ידוע כי 170 מועמדים מבין כל המועמדים לא התקבלו לעבודה בחברה.
כמה מועמדים התקבלו לעבודה בחברה?

פרק שני - גאומטריה

4) המרובע ABCD שלפניכם חסום במעגל (ראו סרטוט).



נתון: $\sphericalangle A = \sphericalangle C$.

א. הוכיחו כי BD הוא קוטר במעגל.

נתון: $D(0,2)$, $B(0,12)$.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$.

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע DC.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה C.

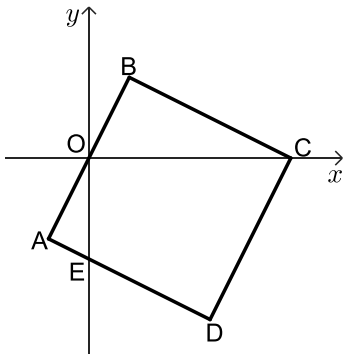
נתון כי הנקודה E היא אמצע הצלע DC.

ד. חשבו את שטח המשולש BCE.

ה. (1) חשבו את גודל הזווית BEC.

(2) חשבו את גודל הזווית DBE.

5) נתון ריבוע ABCD. הצלע AB עוברת דרך ראשית הצירים, O.
הצלע AD חותכת את ציר ה- y בנקודה E. הקודקוד C מונח על ציר ה- x (ראו סרטוט).



א. (1) הוכיחו: $\sphericalangle AEO = \sphericalangle BOC$.

(2) הוכיחו: $\Delta OAE \sim \Delta CBO$.

נתון: הנקודה O היא אמצע הצלע AB.

ב. מצאו את היחס: $\frac{BO}{AE}$.

נתון: $E(0,-5)$.

ג. מצאו את אורך הקטע OC ואת שיעורי הנקודה C.

נתון: שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ה. מצאו את שטח הריבוע ABCD.

ו. האם מתקיים: $\sphericalangle OCE = \sphericalangle BCO$? נמקו.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4x^2-1}{x^2-1}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)+k$, k הוא פרמטר.

נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$ היא: $y=1$.

ד. (1) מצאו את k.

(2) מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגה?

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x-2\cdot\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה $(6,0)$.

א. הראו כי: $a=3$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

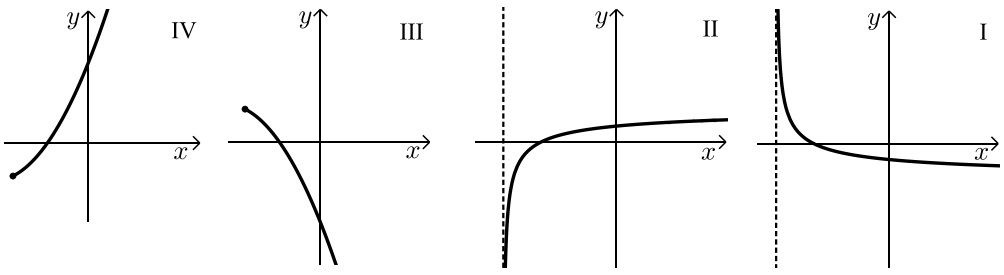
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

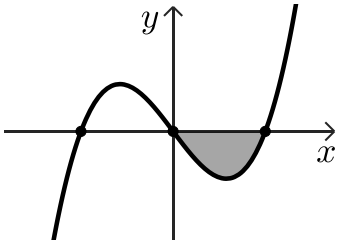
קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, הישר: $x=1$, וציר ה-x.



8) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ .. מוגדרות לכל x.

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



פונקציית הנגזרת מתאפסת בנקודות: $x=2$, $x=0$, $x=-2$ בלבד.

א. הסתמכו על הסרטוט וקבעו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן.

S הוא השטח הנמצא ברביע הרביעי ומוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x.

נתון: $S=8$, $f(2)=3\frac{1}{2}$.

ב. מצאו את $f(0)$.

נתון: $f(-2)=f(2)$. לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטה אופקית.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. בעבור אילו ערכי k הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ ב-2 נקודות שונות בדיוק? נמקו.

תשובות סופיות:

2) א. 4.36% ב. כ-5,300 אנשים ג. (1) 18.713 דקות (2) 3.17.

3) א. $p=\frac{3}{20}=0.15$ ב. $p=\frac{391}{400}=0.9775$ ג. $p=\frac{9}{34}$ ד. 30 מועמדים.

4) א. שאלת הוכחה ב. $x^2+(y-7)^2=25$ ג. (1) $y=2x+2$.

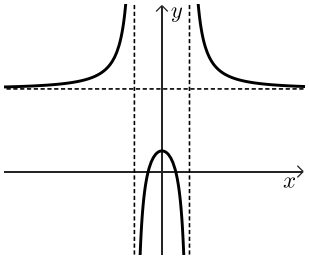
ג. (2) $C(4,10)$ ד. 10 ה. (1) $\sphericalangle BEC=45°$ (2) $\sphericalangle DBE=18.43°$.

5) א. (1) שאלת הוכחה (2) שאלת הוכחה ב. 2 ג. $OC=10$, $C(10,0)$.

ד. $B(2,4)$ ה. 80 ו. מתקיים.

6) א. (1) $x\neq\pm1$ (2) $x=\pm1$, $y=-4$ (3) $\left(\frac{1}{2},0\right)$, $\left(-\frac{1}{2},0\right)$, $(0,1)$.

ב. $\max(0,1)$ ג. להלן סקיצה:



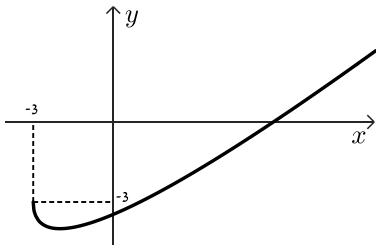
ד. (1) $k=5$

ד. (2) $\min(0,4)$.

7) א. הוכחה. ב. $x\geq-3$.

ג. $\min(-2,-4)$, $\max(-3,-3)$ קצה.

ד. להלן סקיצה:

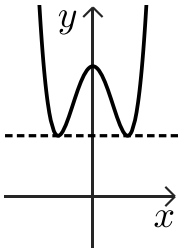


ה. גרף II

ו. 1.

8) א. מינימום: $x=2$, $x=-2$, מקסימום: $x=0$ ב. $f(0)=11.5$

ג. להלן סרטוט:



ד. $x>11.5$ או $k=3.5$.

בגרות קיץ 2022 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

2) ביישוב א' בדקו כמה מכוניות יש לכל משפחה.
התברר שביישוב א' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.
הטבלה שלפניכם מתארת את התפלגות מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.

מספר המכוניות למשפחה	0	1	2	3
מספר המשפחות	30	y	x	6

ידוע כי ביישוב א' יש בממוצע מכונית אחת למשפחה.

א. מצאו את x (מספר המשפחות ביישוב א' שיש ברשותן 2 מכוניות).

נתון כי סטיית התקן של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א' היא $\frac{6}{7}$.

ב. (1) מצאו כמה משפחות יש ביישוב א'.

(2) מצאו את השכיח ואת החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.

גם ביישוב ב' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.
מספר המשפחות ביישוב ב' שווה למספר המשפחות ביישוב א'.
החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב ב' הוא 0.5.

ג. לכמה משפחות ביישוב ב' אין מכוניות כלל?

3) לשירה יש סל ובו x כדורים סך הכול. 12 מן הכדורים שבסל הם ירוקים והשאר אדומים.
נתון: ההסתברות להוציא 2 כדורים ירוקים בזה אחר זה עם החזרה היא 0.36.

א. מצאו את x.

שירה מוציאה באקראי כדור מן הסל.
אם הכדור אדום, היא מחזירה אותו לסל ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.
אם הכדור ירוק, היא משאירה אותו בחוץ ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.

ב. מהי ההסתברות ששירה תוציא לפחות כדור ירוק אחד?

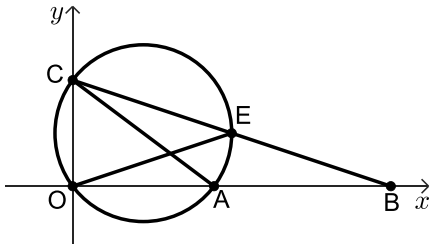
ג. אם ידוע ששירה הוציאה לפחות כדור ירוק אחד,
מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני כדורים בצבעים השונים זה מזה?

לשירה יש סל נוסף, ובו x כדורים (ה- x שמצאתם בסעיף א).
גם בסל הזה 12 מן הכדורים הם ירוקים והשאר אדומים.
שירה מוציאה באקראי מן הסל הזה שני כדורים עם החזרה.

ד. מהי ההסתברות שכל ארבעת הכדורים שהוציאה שירה משני הסלים היו באותו הצבע?

פרק שני - גאומטריה

4) בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל, העובר דרך הנקודות: A, C ו-O.
O היא ראשית הצירים.
המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה A.
הנקודה B נמצאת מחוץ למעגל, על החלק החיובי של ציר ה- x.
הקטע CB חותך את המעגל בנקודה E (ראו סרטוט).



נתון: $\sphericalangle EOB = \sphericalangle EBO$.

א. הוכיחו: $AC = AB$.

נתון: $A(4,0)$, $C(0,3)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

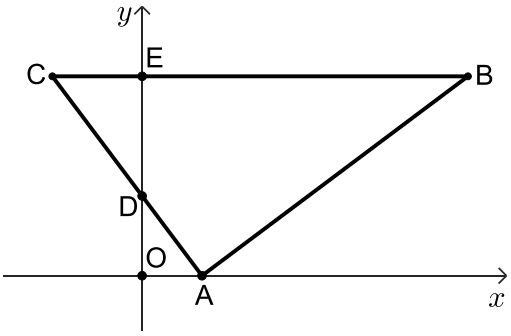
ג. (1) הוכיחו כי AC הוא קוטר במעגל.
(2) מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיעור ה- x של הנקודה E הוא 4.5.

ד. פי כמה גדול שטח המשולש COB משטח המשולש EOB?

ה. חשבו את גודל הזווית EOB.

5) במשולש ABC הקודקוד A מונח על ציר ה- x . הצלע AC חותכת את ציר ה- y בנקודה D.
הצלע CB מקבילה לציר ה- x , וחותכת את ציר ה- y בנקודה E, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
O היא ראשית הצירים.



א. הוכיחו: $\Delta AOD \sim \Delta CED$.

נתון כי משוואת הישר AC היא: $y = -\frac{4}{3}x + 4$,

וכי: $\frac{DO}{DE} = \frac{2}{3}$.

ב. (1) מצאו את אורך הקטע DE.

(2) מצאו את משוואת הישר CB.

נתון: הצלע AB מאונכת לצלע AC.

ג. מצאו את משוואת הישר AB.

ד. חשבו את גודל הזווית CDE.

ה. חשבו את שטח המרובע ADEB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2x-b}{x-4}+1$, b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-y בנקודה $(0,2.5)$.

ב. מצאו את b.

ג. הציבו את הערך של b שמצאתם בסעיף ב בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ז.

ד. מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ה. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ו. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

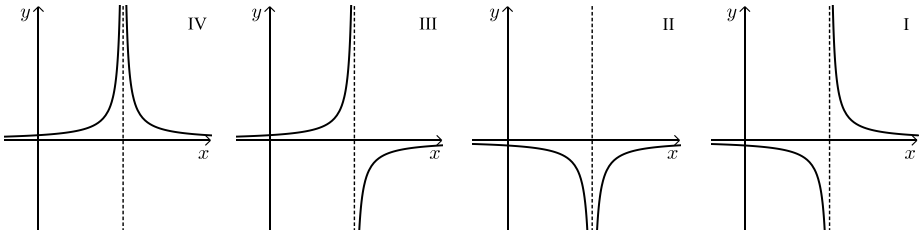
ז. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ח. (1) אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי הישר $x=1$, על ידי ציר ה-x ועל ידי ציר ה-y.



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x-3)\cdot\sqrt{2x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטם את גרף הפונקציה $f(x)$.

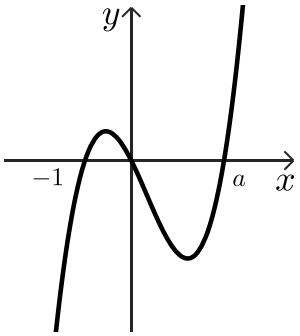
נסמן ב-S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה-x.

ו. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$. נמקו.

8) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x.

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותכת את ציר ה-x בנקודות שבהן: $x=-1$, $x=0$, $x=a$ בלבד ($a>0$ הוא פרמטר).



א. מה הם שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוגן? אם יש צורך, הביעו באמצעות a.

נתון כי הפונקציה היא: $f(x)=3x^4-4x^3-12x^2+12$.

ב. (1) מצאו את a.

(2) מצאו את שיעורי ה-y של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בשתי נקודות שונות.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=a$ ועל ידי הישר $x=-1$.

תשובות סופיות:

2) א. $x=18$ ב. (1) 98 משפחות ב. (2) השכיח: 1, החציון: 1 ג. 49 משפחות.

3) א. $x=20$ ב. 0.84 ג. $\frac{78}{133}$ ד. $\frac{1789}{11875}$.

4) א. שאלת הוכחה ב. $B(9,0)$ ג. (1) שאלת הוכחה.

ג. (2) $(x-2)^2+(y-1.5)^2=6.25$ ד. פי 2 ה. $\sphericalangle EOB=18.43°$.

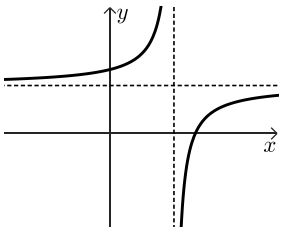
5) א. שאלת הוכחה ב. (1) $ED=6$ ב. (2) $y=10$ ג. $y=\frac{3}{4}x-2\frac{1}{4}$.

ד. $\sphericalangle CDE=36.87°$ ה. $90\frac{2}{3}$.

6) א. $x\neq 4$ ב. $b=6$ ג. $x=4$, $y=3$.

ד. $\left(3\frac{1}{3},0\right)$ ה. עלייה: אף x , ירידה: $x>4$ או $x<4$.

ו. להלן סקיצה:

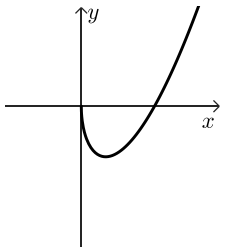


ז. (1) גרף II ז. (2) $\frac{1}{6}$.

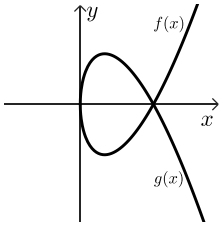
7) א. $x\geq 0$ ב. $(3,0)$, $(0,0)$

ג. $\min\left(1,-2\sqrt{2}\right)$, $\max(0,0)$ קצה.

ד. להלן סקיצה:



ה. להלן סקיצה:

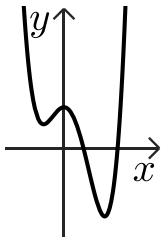


ו. $2S$.

8) א. מינימום: $x=-1$, $x=a$, מקסימום: $x=0$ ב. (1) $a=2$.

ב. (2) מינימום: $y=7$, $y=-20$, מקסימום: $y=20$ ג. להלן סרטוט:

ד. 64.8.



שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 38

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2021

מועד חורף 78
קיץ מועד א 83
קיץ מועד ב 88
קיץ מועד מיוחד 93

בגרות חורף 2021:

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) הגובה של 2,000 מתגייסים חדשים בחודש מסוים מתפלג נורמלית.
הגובה הממוצע של המתגייסים באותו חודש הוא 170 ס"מ וסטיית התקן היא 10 ס"מ.

א. (1) מצאו את אחוז המתגייסים שגובהם מתחת ל-180 ס"מ.
(2) מצאו את מספר המתגייסים (בערך) שגובהם מעל 180 ס"מ.

ב. מהו הגובה ש-$\frac{1}{5}$ מהמתגייסים נמצאים מתחתיו?

נסמן ב-h את הגובה שמצאת בסעיף ב'.

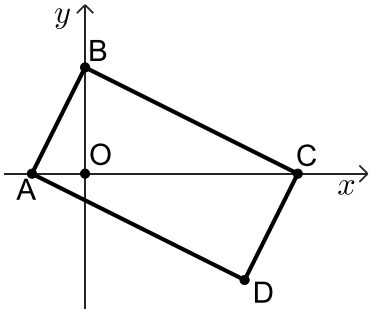
ג. (1) בוחרים באקראי מתגייס. מהי ההסתברות שגובהו בין h ל-180 ס"מ?
(2) בוחרים באקראי שני מתגייסים.
מהי ההסתברות שהגובה של לפחות אחד מהם הוא בין h ל-180 ס"מ?

2) יוסי רכש שתי חבילות ממתקים.
בחבילה א': 8 שוקולדים, 6 חטיפים ו-4 מסטיקים.
בחבילה ב': 3 שוקולדים, 9 חטיפים ו-6 מסטיקים.
יוסי מטיל קובייה מאוזנת פעם אחת.
אם מתקבל מספר גדול מ-4, יוסי בוחר בחבילה א' ומוציא ממנה באקראי ממתק.
אם מתקבל מספר אחר, יוסי בוחר בחבילה ב' ומוציא ממנה באקראי ממתק.

א. חשבו את ההסתברות שהממתק שיוסי יוציא הוא שוקולד.
ב. ידוע שיוסי הוציא שוקולד, מהי ההסתברות שהוא בחר בחבילה א'?
ג. ידוע שיוסי לא הוציא שוקולד, מהי ההסתברות שיוסי הוציא מסטיק?

3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

4) במלבן ABCD הקודקוד B נמצא על ציר ה- y.
הקודקודים A ו-C נמצאים על ציר ה- x, כמתואר באיור.
O – ראשית הצירים.



נתון: $AO = 3$, $\tan\sphericalangle BAO = 2$.

א. מצאו את משוואת הישר AB.

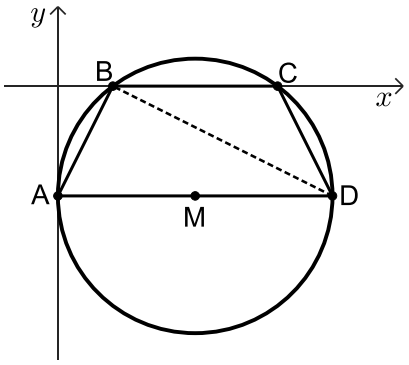
ב. (1) מצאו את משוואת הישר BC.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ג. (1) הוכיחו כי המשולשים AOB ו-CDA דומים.

(2) חשבו את יחס השטחים של המשולשים AOB ו-CDA.

5) המרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו M.
ציר ה- y משיק למעגל בנקודה A, והמעגל חותך את ציר ה- x בנקודות B ו-C.
AD הוא קוטר במעגל (ראה איור).



א. הסבירו מדוע $BC \parallel AD$.

נתון: $A(0,-4)$, ורדיוס המעגל שווה ל-5.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

ג. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים B, C ו-D.

(2) הראו כי: $AB = CD$.

ד. (1) חשבו את גודל הזווית BAD.

(2) מצאו את גודל הזווית BCD. נמקו.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2}{(x+3)^2}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ד. מצאו את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגה.

סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x)=-f(x)$.

ענו על סעיף ו' על סמך הסעיפים הקודמים.

ו. (1) רשמו את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

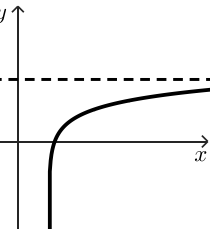
7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2}{x^2}+b$ בתחום: $x>0$, b הוא פרמטר.

הישר $y=4$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה.

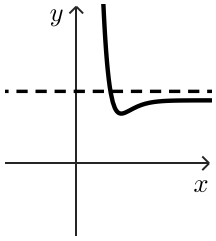
א. מצאו את b.

ב. איזה מן הגרפים 1 – 4 שלפניכם הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמקו.

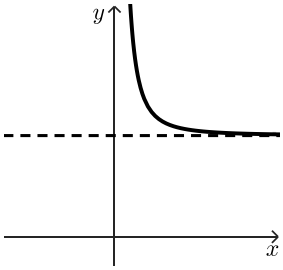
.1



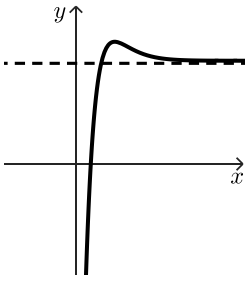
.2



.3



.4

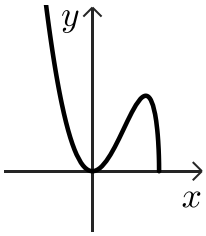


בתחום הנתון העבירו משיק לגרף הפונקציה. שיפוע המשיק שווה ל-4-.

ג. מצאו את משוואת המשיק.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק, ציר ה- x והישר $x=4$.

8) בציור שלפניכם מוצג גרף הפונקציה: $f(x)=x^2\sqrt{10-4x}$.



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצאו את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה, וקבעו את סוגן.

(3) כמה פתרונות יש למשוואה: $x^2\sqrt{10-4x}=5$? נמקו את תשובתכם.

ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה הנתונה יש אסימפטוטה אנכית: $x=2.5$.

תחום ההגדרה של $f'(x)$: $x<2.5$.

ב. (1) רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של $f'(x)$.

(2) סרטטו את הסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ וציר ה- x, בתחום: $-1\le x\le 0$.

תשובות סופיות:

1) א. (1) 84.13% (2) 317 מתגייסים ב. $\frac{1}{5}$ ג. (1) 0.6413 (2) 0.8713.

2) א. $\frac{7}{27}$ ב. $\frac{4}{7}$ ג. 0.4.

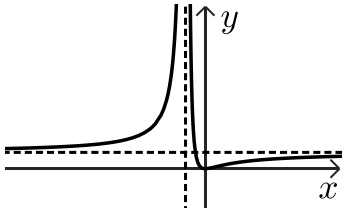
4) א. $y=2x+6$ ב. (1) $y=-\frac{1}{2}x+6$ (2) $C(12,0)$ ג. (1) שאלת הוכחה (2) $\frac{1}{5}$.

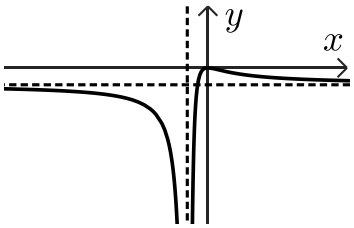
5) א. ראו סרטון ב. $(x-5)^2+(y+4)^2=25$ ג. (1) $B(2,0)$, $C(8,0)$, $D(10,-4)$.

ג. (2) ראו סרטון ד. (1) $\sphericalangle BAD=64.43°$ ד. (2) $\sphericalangle BCD=116.57°$.

6) א. $x\neq -3$ ב. $x=-3$, $y=1$ ג. $(0,0)$ ד. $\min(0,0)$.

ה. להלן סרטוט: ו. (1) $x=-3$, $y=-1$ ו. (2) להלן סרטוט:



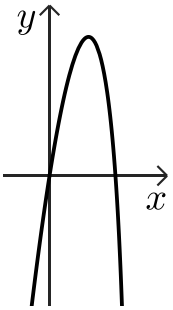


7) א. $b=4$ ב. גרף 3 ג. $y=-4x+10$ ד. 9.

8) א. (1) $x\leq 2.5$ (2) $\max(2,4\sqrt{2})$, $\min(0,0)$ א. (3) 3 פתרונות.

ב. (1) חיוביות: $0<x<2$, שליליות: $2<x<2.5$, $x<0$ ב. (2) להלן סרטוט:

ג. $\sqrt{14}$ יח"ר.



בגרות קיץ 2021 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) במדינה מסוימת הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה פרסמה דוח בנושא רווחת התושבים בני 25-69.
על פי נתוני הדוח, 40% מתושבי המדינה הם בעלי תואר אקדמי והשאר ללא תואר אקדמי.
75% מתוך בעלי התואר האקדמי מרוצים ממצבם הכלכלי. 80% מבין אלה שלא מרוצים ממצבם הכלכלי הם ללא תואר אקדמי.

א. בוחרים באקראי תושב המדינה.
חשבו את ההסתברות שהוא בעל תואר אקדמי ומרוצה ממצבו הכלכלי.

ב. (1) מהו אחוז התושבים המרוצים ממצבם הכלכלי?
(2) ידוע כי נבחר תושב שמרוצה ממצבו הכלכלי.
מהי ההסתברות שהוא ללא תואר אקדמי?

ג. דניאל הוא תושב עם תואר אקדמי. מיכאל הוא תושב ללא תואר אקדמי.
ההסתברות של מי מהם להיות מרוצה ממצבו הכלכלי גדול יותר? נמקו.

2) בבניין יש מספר זוגי של דירות בשכירות.
שכר הדירה החודשי הממוצע הוא 2,800 ₪.
שכר הדירה החודשי השכיח (היחיד) הוא 2,600 ₪.
שכר הדירה החודשי החציוני הוא 2,650 ₪.

א. האם הטענות הבאות נכונות? נמקו.

(1) שכר הדירה הנמוך ביותר הוא 2,625 ₪.

(2) שכר הדירה הגבוה ביותר הוא 2,800 ₪.

(3) שכר הדירה של מחצית מהדירות גדול או שווה ל-2,650 ₪.

ידוע שבבניין יש 4 דירות בשכירות.

ב. (1) הסבירו מדוע לא ייתכן שיש 3 דירות ששכר הדירה של כל אחת מהן הוא 2,600 ₪.

(2) הסבירו מדוע יש דירה אחת ששכר הדירה שלה הוא 2,700 ₪.

(3) חשבו את דמי השכירות של כל אחת מהדירות בבניין.

ג. בבניין הושכרו מספר דירות נוספות, כל אחת ב-2,800 ₪.

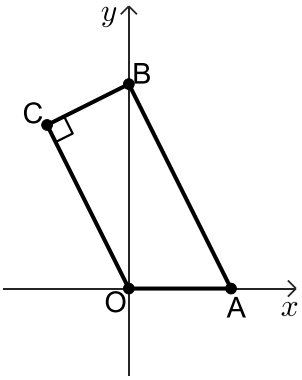
(1) האם אחרי שינוי זה הממוצע של שכר הדירה גדל, קטן או נשאר ללא שינוי? נמקו.

(2) האם אחרי שינוי זה סטיית התקן של שכר הדירה גדלה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

פרק שני - גאומטריה

4) המרובע ABCO הוא טרפז ישר זווית $\left(AB \parallel OC \;,\; \sphericalangle C = 90°\right)$.
משוואת הצלע AB היא: $y = -2x + 5$,
הנקודות A ו-B נמצאות על ציר ה- x ועל ציר ה- y בהתאמה.
O ראשית הצירים (כמתואר באיור).



א. (1) מצאו את משוואת הצלע BC.

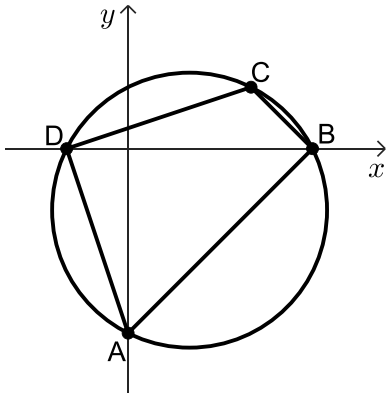
(2) חשבו את שיעורי הקודקוד C.

ב. חשבו את גודל הזווית BOC.

ג. (1) הוכיחו כי המשולשים ABO ו-BOC דומים.

(2) חשבו את יחס השטחים של המשולשים ABO ו-BOC.

5) מרובע ABCD חסום במעגל.



נתון: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADC$.

א. הוכיחו כי AC קוטר במעגל.

נתון: $A(0,-6)$, $C(4,2)$.

ידוע כי הקודקודים B ו-D נמצאים על ציר ה- x (ראו ציור).

ב. (1) מצאו את משוואת המעגל.

(2) חשבו את שיעורי הקודקודים B ו-D.

ג. חשבו את גודל הזווית ABD.

האלכסונים AC ו-BD נפגשים בנקודה E.

ד. הראו כי: $\frac{S_{EBA}}{S_{EBC}} = \frac{AE}{EC}$ (יחס שטחי המשולשים).

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x) = x\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

א. ידוע כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודה בה $x = -3$. חשבו את הערך של a.

הציבו את הערך של a וענו על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) עבור אלו ערכים של k הישר $y = k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמקו.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -2f(x)$.

על פי תשובותיכם לסעיפים הקודמים, ענו על הסעיף הבא.

ד. (1) קבעו מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^3-3x+2$.

א. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ב. הראו כי $x=-2$ היא נקודת חיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$, הישרים: $x=-3$, $x=-1$ וציר ה-x.

נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)-4$.

ה. (1) רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו.

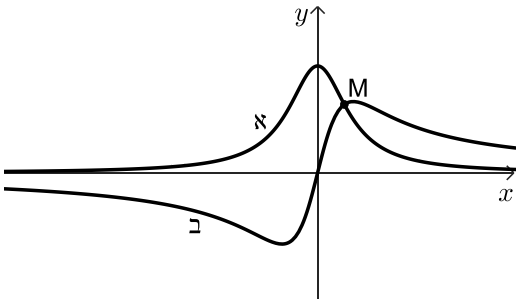
(2) חשבו את השטח המוגבל בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ והישרים: $x=0$, $x=1$.

8) לפניך הגרפים של שתי הפונקציות: $f(x)=\frac{3}{x^2+1}$, $g(x)=\frac{4x}{x^2+1}$ המוגדרות לכל x.

א. קבעו איזה גרף מתאים לאיזו פונקציה. נמקו.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך M של שתי הפונקציות.

ג. מעבירים ישר המקביל לציר ה-y משמאל לנקודת החיתוך M.



הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A

ואת גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

(1) הבע באמצעות t את אורך הקטע AB.

(2) מצאו את ערכו של t עבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. 0.3 ב. (1) 50% (2) 0.4 ג. ההסתברות של דניאל גדולה יותר.

2) א. (1) הטענה אינה נכונה א. (2) הטענה אינה נכונה א. (3) הטענה נכונה.

ב. (1) ראו סרטון ב. (2) ראו סרטון ב. (3) 2600, 2600, 2700, 3300.

ג. (1) ללא שינוי ג. (2) סטיית התקן קטנה.

4) א. (1) $y=\frac{1}{2}x+5$ א. (2) $C(-2,4)$ ב. $\sphericalangle BOC=26.565°$.

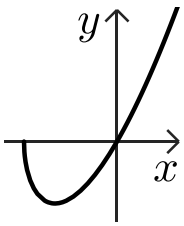
ג. (1) שאלה הוכחה ג. (2) $\frac{5}{4}$.

5) א. שאלת הוכחה ב. (1) $(x-2)^2+(y+2)^2=20$ ב. (2) $B(6,0)$, $D(-2,0)$.

ג. $\sphericalangle ABD=45°$ ד. ראו סרטון.

6) א. $a=3$ ב. (1) $x\geq -3$ ב. (2) $(0,0)$, $(-3,0)$.

ב. (3) $\min(-2,-2)$, $\max(-3,0)$ ג. (1) להלן סרטוט:

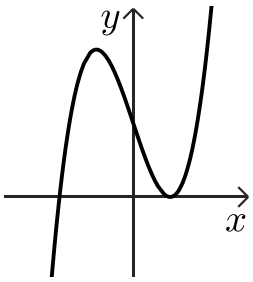


ג. (2) $k<-2$.

ד. (1) חיוביות: $-3<x<0$, שליליות: $x>0$.

ד. (2) $\max(-2,4)$, $\min(-3,0)$.

7) א. $\min(1,0)$, $\max(-1,4)$ ב. ראו סרטון ג. להלן סרטוט:



ד. 9.5 יח"ר ה. (1) $\min(1,-4)$, $\max(-1,0)$.

ה. (2) 4 יח"ר.

8) א. גרף א: $f(x)$, גרף ב: $g(x)$ ב. $M(0.75,1.92)$.

ג. (1) $AB=\frac{3-4t}{t^2+1}$ ג. (2) $t=-0.5$.

בגרות קיץ 2021 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) בבית ספר גדול הציונים בבחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם ממוצע 70 וסטיית תקן 25.
הציונים בבחינת הבגרות באנגלית מתפלגים אף הם נורמלית עם ממוצע 75 וסטיית תקן 20.
ציון עובר בכל אחת מן הבחינות הוא 55 ומעלה.

א. מהי ההסתברות לעבור את בחינת הבגרות במתמטיקה?

ב. האם ההסתברות לעבור את בחינת הבגרות באנגלית גדולה יותר מן ההסתברות לעבור את הבחינה במתמטיקה? נמקו.

בוחרים באקראי תלמיד מבית הספר.

ג. מהי ההסתברות שהוא יעבור את הבחינה בשני המקצועות?

בוחרים באקראי 2 תלמידים מבית הספר.

ד. מהי ההסתברות שרק אחד מהם יעבור את הבחינה בשני המקצועות?

2) בכד יש 6 כדורים כחולים, 9 כדורים אדומים והשאר כדורים ירוקים.
מוציאים באקראי כדור אחד מן הכד, מחזירים אותו לכד ומוציאים באקראי כדור נוסף.
ההסתברות ששני הכדורים שמוציאים הם כחולים היא 0.09.

א. כמה כדורים ירוקים בכד?

ב. (1) מהי ההסתברות להוציא באקראי מן הכד שני כדורים באותו הצבע?

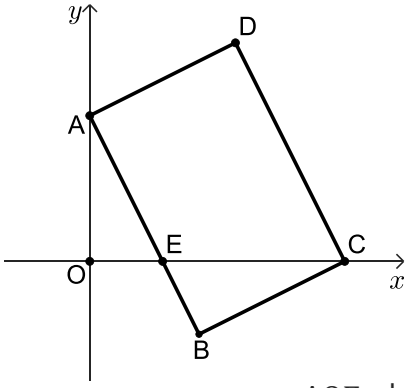
(2) האם ההסתברות להוציא באקראי שני כדורים בצבעים שונים גדולה/קטנה/שווה להסתברות להוציא באקראי שני כדורים באותו הצבע? נמקו.

ג. מהי ההסתברות להוציא באקראי לפחות כדור כחול אחד?

3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

פרק שני - גאומטריה

4) במלבן ABCD הצלע AB חותכת את ציר ה- x בנקודה E, כמתואר באיור.
הנקודה O היא ראשית הצירים.



א. הוכיחו כי המשולשים AOE ו-CBE דומים.

נתון: $C(7,0)$, $D(4,6)$.

ב. (1) מצאו את משוואת הצלע AD.

(2) מצאו את משוואת הצלע AB.

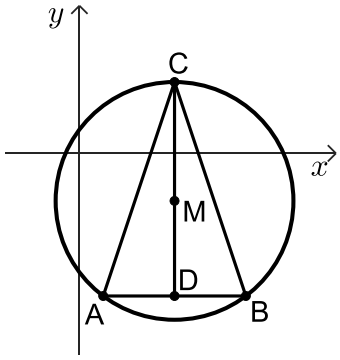
(3) מצאו את שיעורי הנקודה E.

ג. (1) חשבו את יחס הדמיון בין המשולשים AOE ו-CBE.

(2) מצאו פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש AOE.

ד. חשבו את גודל הזווית ECB.

5) משולש ABC חסום במעגל שמרכזו M.
CD הוא הגובה לצלע AB. ידוע כי CD עובר דרך מרכז המעגל.



א. הוכיחו כי: $CA = CB$.

נתונה משוואת המעגל: $(x-4)^2+(y+2)^2=25$.

משוואת הצלע AB היא: $y=-6$.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-B.

ג. (1) חשבו את גודל הזווית ACB.

(2) מצאו את גודל הזוויות של המשולש ACM.

ד. (1) חשבו את אורכי הקטעים CM ו-DM.

(2) חשבו את היחס בין השטחים של המשולשים ACM ו-ADM.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{12}{x}+3x$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) הסבירו מדוע אין לגרף הפונקציה $f(x)$ נקודות חיתוך עם הצירים.

(4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)+c$, c הוא פרמטר.

נתון שגרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x.

ב. מצאו את הערך של c (מצאו את שתי האפשרויות). נמקו.

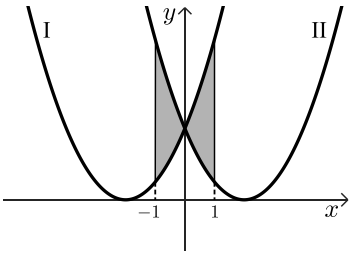
הציבו: $c=-12$.

ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x=1$.

(3) חשבו את השטח שיוצר המשיק עם הצירים.

7) לפניכם הגרפים של הפונקציות: $f(x)=(2-x)^2$, $g(x)=(2+x)^2$.



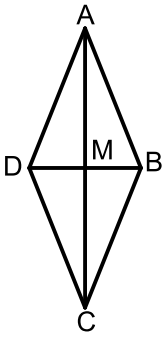
א. התאימו בין הגרפים I ו-II ובין הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$. נמקו.

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

ג. חשבו את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ והישרים $x=-1$ ו-$x=1$ (השטח המסומן בציור).

ד. קבעו אם הטענה הבאה נכונה, ונמקו את קביעתכם: $\int_{-1}^{1}\left(f(x)-g(x)\right)dx=0$.

8) רון בנה עפיפון בצורת מעוין.



הוא בנה שלד בעזרת שני מקלות מאונכים AC ו-BD (ראה ציור).

סכום האורכים של AC ו-BD הוא 100 ס"מ.

נסמן ב- $2x$ את אורך האלכסון AC.

הנקודה M היא מפגש האלכסונים.

א. הביעו באמצעות x את אורך הקטע MB.

ב. קבעו באיזה תחום ערכים יכול להיות x.

ג. הביעו באמצעות x את אורך צלע המעוין.

ד. מה צריכים להיות אורכי האלכסונים AC ו-BD כדי שהיקף המעוין יהיה מינימלי?

תשובות סופיות:

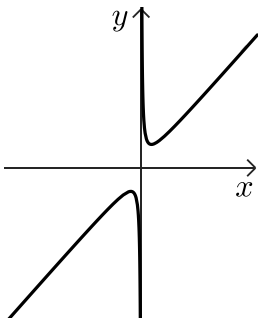
1) א. 0.726 ב. ההסתברות לעבור את בחינת הבגרות באנגלית גדולה יותר.
ג. 0.6106 ד. 0.4756.

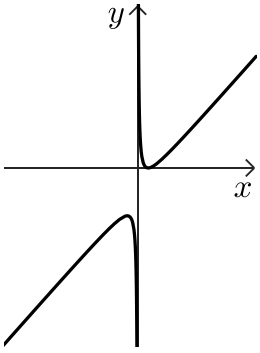
2) א. 5 כדורים ב. (1) 0.355 ב. (2) גדולה יותר ג. 0.51.

4) א. שאלת הוכחה ב. (1) $y=\frac{1}{2}x+4$ ב. (2) $y=-2x+4$ ב. (3) $E(2,0)$.
ג. (1) $2\sqrt{5}:5$ ג. (2) פי 1.25 ד. $\sphericalangle ECB=26.565°$.

5) א. שאלת הוכחה ב. $A(1,-6)$, $B(7,-6)$ ג. (1) $\sphericalangle ACB=36.87°$.
ג. (2) $\sphericalangle MAC=\sphericalangle MCA=18.435°$, $\sphericalangle CMA=143.13°$ ד. (1) $CM=5$, $DM=4$.
ד. (2) $\frac{5}{4}$.

6) א. (1) $x\neq 0$ א. (2) $\min(2,12)$, $\max(-2,12)$ א. (3) ראו סרטון
א. (4) להלן סרטוט: ב. $c=12$, $c=-12$ ג. (1) להלן סרטוט:
ג. (2) $y=-x+12$
ג. (3) 8 יח"ר.





7) א. I: $f(x)$, II: $g(x)$ ב. $(0,4)$ ג. 8 יח"ר ד. הטענה נכונה.

8) א. $MB=50-x$ ב. $0<x<50$ ג. $\sqrt{2x^2-100x+2500}$ ד. 50 ס"מ.

בגרות קיץ 2021 מועד מיוחד:

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) בשקית א' יש 4 סוכריות טופי ו-2 סוכריות מנטה.
בשקית ב' יש 3 סוכריות טופי ו-3 סוכריות מנטה.
בוחרים באקראי שקית, ומוציאים ממנה באקראי סוכריה אחת.

א. מהי ההסתברות להוציא סוכריית מנטה?

ב. ידוע שהוצאה סוכריית מנטה. מהי ההסתברות שהסוכריה הוצאה משקית א'?

משקית א', שיש בה 4 סוכריות טופי ו-2 סוכריות מנטה, מוציאים באקראי ללא החזרה שתי סוכריות.

ג. חשבו את ההסתברות שאחרי הוצאת שתי הסוכריות לא יישארו בשקית א' סוכריות מנטה.

2) אורך החיים הממוצע של מקרר הוא 10 שנים וסטיית התקן היא 3 שנים.
אורך החיים של מקרר מתפלג נורמלית.

א. מהי ההסתברות שאורך החיים של מקרר יהיה בין 11 שנים ל-14 שנים?

ב. מהו אורך החיים של מקרר שרק 10% מהמקררים גבוה ממנו?

ג. היצרן נותן אחריות להחלפת המקרר אם הוא מתקלקל במהלך השנה הראשונה שלאחר הרכישה.

(1) מהו אחוז המקררים שאורך החיים שלהם הוא עד שנה?

(2) בשנה מסוימת היצרן מכר 50,000 מקררים.
כמה מקררים שנמכרו בשנה זאת היצרן צפוי להחליף במסגרת האחריות?

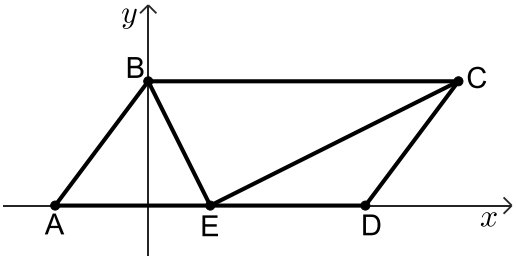
ד. לפניכם הטענות הבאות. קבעו אילו נכונות. נמקו.

(1) אורך החיים החציוני של מקרר הוא 11 שנים.

(2) אחוז המקררים שאורך החיים שלהם מעל 13 שנים שווה לאחוז המקררים שאורך החיים שלהם מתחת ל-7 שנים.

3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

פרק שני - גאומטריה



4) במקבילית ABCD הצלע AD נמצאת על ציר ה- x.
הנקודה E נמצאת על הצלע AD, וידוע כי: $AB = AE$.

א. הוכיחו: BE חוצה את $\sphericalangle ABC$.

נתון: $A(-3,0)$, $B(0,4)$, $\sphericalangle BEC = 90°$.

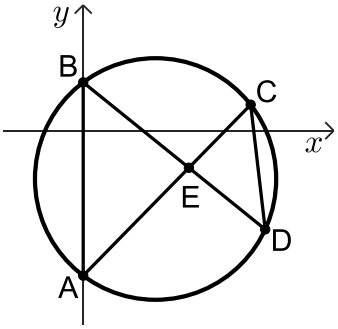
ב. (1) חשבו את שיעורי הנקודה E.

(2) מצאו את משוואת הישר EC.

(3) מצאו את שיעורי הנקודה C.

ג. (1) חשבו את גודל הזווית BCE.

(2) חשבו את הגודל של זוויות הטרפז BCEA.



5) במעגל המיתרים AC ו-BD נפגשים בנקודה E, כמתואר באיור.

א. הוכיחו כי המשולשים ABE ו-DCE דומים.

משוואת המעגל הנתון היא: $(x-3)^2+(y+2)^2=25$.

הנקודות A ו-B נמצאות על ציר ה- y.

ב. חשבו את שיעורי הנקודות A ו-B.

העבירו מיתר AD. נתון: $\sphericalangle CAD = 30°$.

ג. (1) חשבו את אורך המיתר CD.

(2) חשבו את היחס בין שטח המשולש ABE ובין שטח המשולש DCE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2}{-x^2+4x-3}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

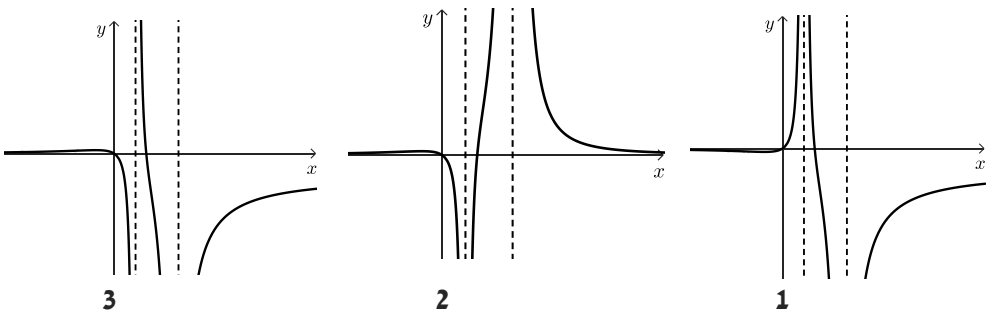
ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

לפניכם גרפים 1-3.

ד. (1) איזה מן הגרפים 1-3 הוא גרף הנגזרת $f'(x)$? נמקו.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x=-2$.



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=ax^3+6x^2-9x$, a הוא פרמטר.

א. ידוע כי לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=1$.
חשבו את הערך של a.

הציבו את הערך של a שמצאתם וענו על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

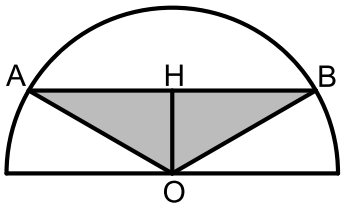
נתונה הפונקציה: $g(x)=\frac{1}{2}\cdot f(x)$.

ג. (1) רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) באותה מערכת צירים שבה שרטטתם סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$,
הוסיפו בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

8) בחצי מעגל שרדיוסו 10 ס"מ חסום משולש שווה שוקיים ABO כך שקודקוד הראש שלו במרכז המעגל O, ובסיסו AB מקביל לקוטר (ראו ציור).



נסמן ב- x את גובה המשולש OH.

א. הביעו באמצעות x את בסיס המשולש AB.

ב. מצאו את הערך של x עבורו שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.

ג. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש ABO.

תשובות סופיות:

1) א. $\frac{5}{12}$ ב. $\frac{2}{5}$ ג. $\frac{1}{5}$.

2) א. 0.279 ב. 13.84 שנים ג. (1) 0.13% ג. (2) 65 מקררים.

ד. (1) הטענה אינה נכונה ד. (2) הטענה נכונה.

4) א. שאלה הוכחה ב. (1) $E(2,0)$ ב. (2) $y=\frac{1}{2}x-1$ ב. (3) $C(10,4)$.

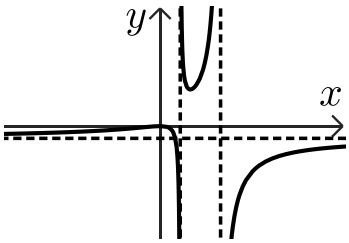
ג. (1) $\sphericalangle BCE=26.565°$.

ג. (2) $\sphericalangle C=26.565°$, $\sphericalangle E=153.435°$, $\sphericalangle B=126.87°$, $\sphericalangle A=53.13°$.

5) א. שאלת הוכחה ב. $A(0,-6)$, $B(0,2)$ ג. (1) 5 ג. (2) $\frac{64}{25}$.

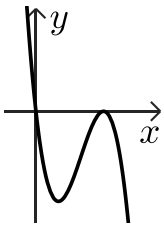
6) א. (1) $x\neq 3$, $x\neq 1$ א. (2) $y=-1$, $x=3$, $x=1$ ב. $\min(1.5,3)$, $\max(0,0)$.

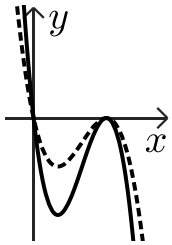
ג. להלן סרטוט: ד. (1) גרף 2 ד. (2) $\frac{4}{15}$.



7) א. $a=-1$ ב. (1) $(3,0)$, $(0,0)$ ב. (2) $\max(3,0)$, $\min(1,-4)$.

ב. (3) להלן סרטוט: ג. (1) $\max(3,0)$, $\min(1,-2)$ ג. (2) להלן סרטוט:





ד. 3.375 יח"ר.

8) א. $2\sqrt{100-x^2}$ ב. $x=5\sqrt{2}$ ג. 50 יח"ר.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 39

פתרון בוידאו של בחינות שנת 2020

קיץ מועד א 98
קיץ מועד ב 103

בגרות קיץ 2020 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) לפניכם טבלה המייצגת התפלגות השכר ב-₪ ליום עבודה של עובדי מפעל א'.

שכר ביום ב-₪	300	220	180
מספר עובדים	7	13	20

א. חשבו את המדדים הבאים של מפעל א':

(1) השכר השכיח ליום והשכר החציוני ליום.

(2) השכר הממוצע ליום.

(3) הטווח וסטיית התקן של השכר ליום.

ב. במפעל ב' שבו אותו מספר עובדים כמו במפעל א' המדדים הם:

השכר הממוצע ליום זהה למפעל א'.

השכר השכיח ליום הוא 200 ₪.

השכר החציוני ליום הוא 218 ₪.

סטיית התקן היא 15.7 ₪.

(1) באיזה מפעל יש הבדלי שכר גדולים יותר בין העובדים? נמקו.

(2) האם במפעל ב' השכר הנמוך ביותר ביום הוא 210 ₪? נמקו.

(3) האם במפעל ב' רוב (יותר ממחצית) העובדים מקבלים שכר גדול או שווה ל-200 ₪ ביום? נמקו.

2) ידוע כי ביישוב מסוים 20% מהתושבים חולים בנגיף הקורונה.

בית החולים ערך בדיקות לכל התושבים.

לפי הבדיקות שנערכו, 90% מהחולים אובחנו כחולים ו-10% מהבריאים אובחנו כחולים.

א. מהי ההסתברות שתושב היישוב הוא חולה בנגיף הקורונה וגם אובחן כחולה?

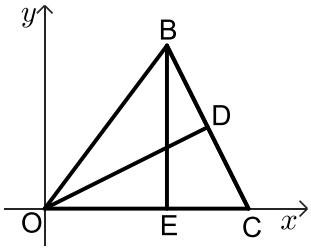
ב. חשבו את אחוז התושבים שאובחנו כחולים בנגיף.

ג. מהו אחוז התושבים ביישוב שלגביהם בית החולים ביצע אבחנה שגויה?
(אבחנה שגויה היא תוצאת בדיקה שלא תואמת את המצב הרפואי).

3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

פרק שני - גאומטריה

4) במשולש OBC העבירו גבהים OD ו-BE לצלעות BC ו-OC בהתאמה.



הנקודה O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x.

משוואת הישר BC היא: $y=-2x+20$.

א. מצאו את אורך הצלע OC.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר OD.

(2) חשבו את גודל הזוויות החדות של המשולש ODC.

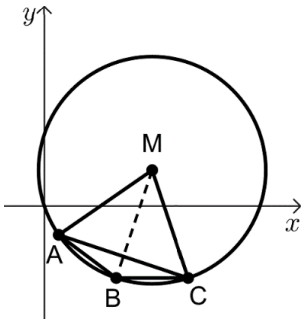
ג. הוכיחו כי המשולשים BEC ו-ODC דומים.

ד. נתון: $\frac{S_{BEC}}{S_{ODC}}=0.8$.

(1) חשבו את אורך הצלע BC.

(2) חשבו את שטח המשולש OBC.

5) במעגל שמרכזו M המיתרים AB ו-BC שווים (ראו סרטוט).



א. הוכיחו: MB חוצה זווית AMC.

משוואת המעגל היא: $(x-3)^2+(y-1)^2=10$.

נתון: $C(4,-2)$, הישר BC מקביל לציר ה- x.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר BC.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה B, ואת אורך המיתר BC.

ג. (1) חשבו את גודל הזווית BAC במשולש ABC החסום במעגל.

(2) חשבו פי כמה גדול שטח המשולש AMC משטח המשולש ABC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=x\sqrt{x+2}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצאו את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ג. מצאו את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=x\sqrt{x+2}+k$, k הוא פרמטר.

(1) כתבו דוגמה לערך הפרמטר k, עבורו $g(x)$ לא חותכת את ציר ה- x.

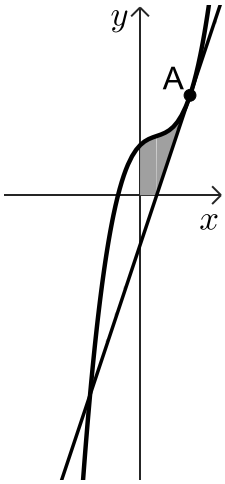
(2) עבור ערך ה- k שכתבתם בסעיף הקודם, רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=2x^3-2x^2+x+b$, b הוא פרמטר.

א. הראו כי לפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון.

מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה A הנמצאת ברביע הראשון (ראו סרטוט).

ידוע כי שיפוע המשיק הוא 3, ושיעור ה- y של נקודה A שווה ל-2.



ב. (1) מצאו את שיעור ה- x של נקודה A.

(2) מצאו את משוואת המשיק.

(3) מצאו את b.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק והצירים (השטח המסומן בסרטוט).

ד. נתונה הפונקציה: $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

(1) רשמו את האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $g(x)$.

(2) קבעו אם לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה המאונכת לציר ה-x. נמקו.

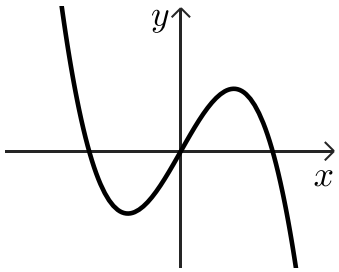
8) הפונקציה: $f(x)$, מוגדרת לכל x.

בציור שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

המוגדרת גם היא לכל x.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x

בנקודות $(2,0)$, $(-2,0)$ ובראשית הצירים.



א. רשמו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו.

ב. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. נמקו.

ג. ידוע כי הפונקציה $f(x)$ זוגית ועוברת בנקודות: $(-3,0)$, $(2,6)$, $(0,2)$.

(1) רשמו את הערך של $f(-2)$. נמקו.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

ציר ה- x והישרים: $x=2$, $x=-2$.

תשובות סופיות:

1) א. (1) השכר השכיח: 180 ש"ח, השכר החציוני: 200 ש"ח א. (2) 214 ש"ח.

א. (3) הטווח: 120 ש"ח, סטיית התקן: 43.41 ש"ח ב. (1) במפעל א'.

ב. (2) לא ב. (3) שכר גדול או שווה.

2) א. 0.18 ב. 26% ג. 10%.

4) א. 10 ב. (1) $y=\frac{1}{2}x$ ב. (2) $\sphericalangle DCO=63.435°$, $\sphericalangle DOC=26.565°$.

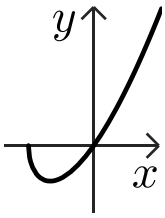
ג. שאלת הוכחה ד. (1) $4\sqrt{5}$ ד. (2) 40.

5) א. שאלת הוכחה ב. (1) $y=-2$ ב. (2) $BC=2$, $B(2,-2)$.

ג. (1) $\sphericalangle BAC=18.43°$ ג. (2) פי 4.

6) א. $x\geq -2$ ב. $(0,0)$, $(-2,0)$ ג. $\max(-2,0)$, $\min\left(-\frac{4}{3},-1.089\right)$.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) $k=2$ ה. (2) $\max(-2,2)$, $\min\left(-\frac{4}{3},0.911\right)$.



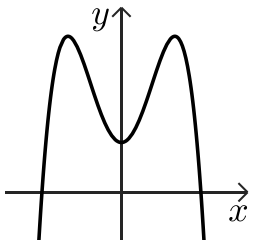
7) א. ראו סרטון ב. (1) $x_A=1$ ב. (2) $y=3x-1$ ב. (3) $b=1$.

ג. $\frac{2}{3}$ ד. (1) $y=0$ ד. (2) קיימת אסימפטוטה.

8) א. מינימום: $x=2$, $x=0$, מקסימום: $x=-2$

ב. עליה: $0<x<2$, $x<-2$, ירידה: $x>2$, $-2<x<0$ ג. (1) $f(-2)=6$.

ג. (2) להלן סרטוט: ד. 8.



בגרות קיץ 2020 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1– 8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) בבית ספר מסוים נערכה בחינת מתכונת במתמטיקה שתוצאותיה מתפלגות נורמלית.
- לבחינת המתכונת ניגשו 300 תלמידים.
- 20% מהציונים נמוכים מהציון 60.
- הציון הממוצע בבחינה הוא 75.

א. חשבו את סטיית התקן של הציונים של בחינת המתכונת.

בבית ספר החליטו שכל התלמדים שהציון שלהם בבחינה נמוך מ-55 יקבלו שיעורי עזר.

ב. כמה תלמידים (בערך) יקבלו את שיעורי העזר?

במסגרת התנדבות בבית הספר הציעו ל-38 התלמידים המצטיינים, בעלי הציונים הגבוהים ביותר, לעזור לתלמידים מתקשים.

ג. מהו הציון המינימלי הנדרש להצטיינות?

2) בכיתה יש 30 תלמידים, מתוכם 12 בנים והשאר בנות.

ל-9 בנים בכיתה יש רישיון נהיגה, ול-12 בנות בכיתה יש רישיון נהיגה.

בוחרים באקראי תלמיד (בן/בת) מהכיתה.

א. (1) מהי ההסתברות שנבחר תלמיד (בן/בת) ללא רישיון נהיגה?

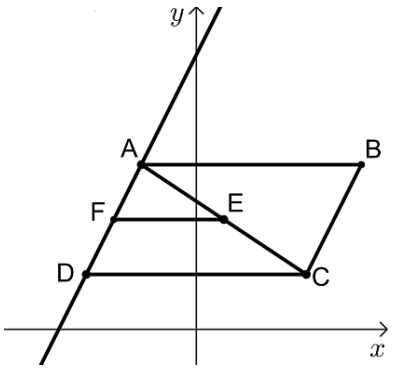
(2) ידוע שנבחר תלמיד (בן/בת) ללא רישיון נהיגה. מהי ההסתברות שנבחרה בת?

ב. מוציאים מהכיתה באופן אקראי תלמיד (בן/בת) ואחרי זה הוא חוזר לכיתה.
באופן זה מוציאים תלמיד נוסף.
מהי ההסתברות שבשתי ההוצאות יצא תלמיד (בן/בת) עם רישיון נהיגה?

ג. בהמשך נוספו ל-30 התלמידים בכיתה עוד 5 תלמידים (בנים/בנות).
לאחר בדיקה התברר שההסתברות לבחור בן באופן אקראי לא השתנתה.
כמה בנים וכמה בנות יש בכיתה לאחר השינוי?

3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

4) במקבילית ABCD נקודה F היא אמצע הצלע AD.
אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה E.



א. (1) הוכיחו כי: $FE \parallel DC$.

(2) הוכיחו כי המשולשים AEF ו-ACD דומים,
וחשבו את יחס שטחיהם.

נתון: $D(-4,2)$, $E(1,4)$, $C(4,2)$.

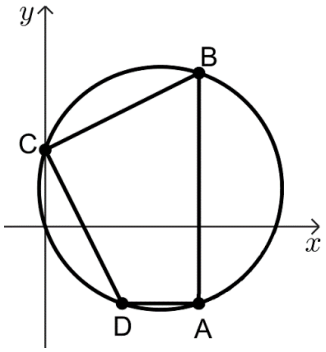
ב. (1) מצאו את משוואות הישרים AD ו-DC.

(2) חשבו את גודל הזווית ADC.

ג. (1) חשבו את שטחי המשולשים AEF ו-ACD.

(2) מצאו פי כמה גדול שטח המקבילית ABCD משטח הטרפז DFEC.

5) מרובע ABCD חסום במעגל.



נתון: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle BCD$.

א. הוכיחו: BD הוא קוטר במעגל.

נתון: $A(4,-2)$, $C(0,2)$, $D(2,-2)$.

ב. (1) הסבירו מדוע AB מקביל לציר ה- y.

(2) מצאו את משוואת הישר BC.

(3) חשבו את שיעורי הנקודה B.

(4) מצאו את משוואת המעגל.

העבירו את האלכסון AC במרובע ABCD.

ג. חשבו את גודל הזווית ACB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

(4) הראו כי הפונקציה היא זוגית.

(5) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבעו את סוגן.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-k$, k הוא פרמטר.

ג. מהו הערך של k שבעבורו הישר $y=-4$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$?

7) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{a}{x^3}+2$, a הוא פרמטר.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x=2$ הוא $-\frac{3}{2}$.

א. חשבו את a.

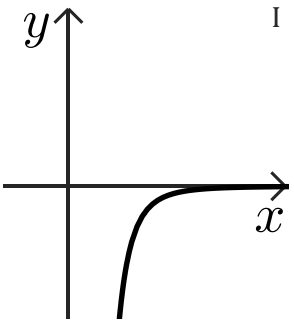
ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה ואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

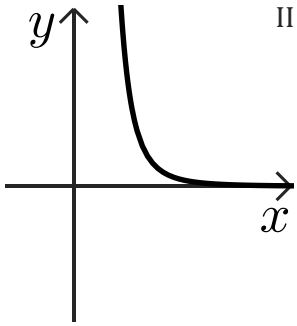
(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $x>0$.

ג. איזה מבין הגרפים I, II, III הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x>0$? נמקו.

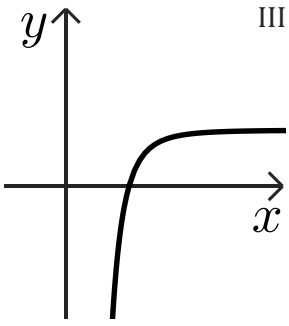
I



II

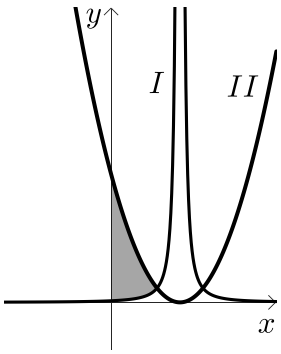


III



ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה-x והישרים $x=2$, $x=5$.

8) נתונות הפונקציות: $f(x)=(x-3)^2$, $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות.

בציור מוצגים הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

ב. (1) התאימו לכל פונקציה את הגרף שלה (I או II). נמקו.

(2) לאחת משתי הפונקציות הנתונות יש אסימפטוטות המאונכות לצירים. מצאו אותן.

(3) הראו כי הגרפים של הפונקציות נפגשים בנקודה בה: $x=2$.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ וציר ה- y (השטח המקווקו בציור).

תשובות סופיות:

1) א. 17.86 ב. 39 תלמידים ג. 95.36.

2) א. (1) 0.3 (2) $\frac{2}{3}$ ב. 0.49 ג. 14 בנים ו-21 בנות.

4) א. (1) שאלת הוכחה (2) שאלת הוכחה.

ב. (1) $DC: y=2$, $AD: y=2x+10$ (2) $\sphericalangle ADC=63.43°$.

ג. (1) $S_{\Delta ACD}=16$, $S_{\Delta AEF}=4$ (2) $\frac{8}{3}$.

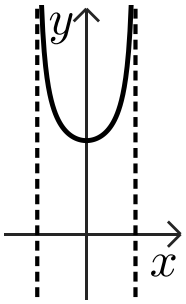
5) א. שאלת הוכחה ב. (1) שאלת הוכחה ב. (2) $y=\frac{1}{2}x+2$.

ב. (3) $B(4,4)$ ב. (4) $(x-3)^2+(y-1)^2=10$ ג. $\sphericalangle ACB=71.56°$.

6) א. (1) $-1<x<1$ א. (2) $x=1$, $x=-1$ א. (3) $(0,3)$.

א. (4) ראו סרטון א. (5) $\min(0,3)$

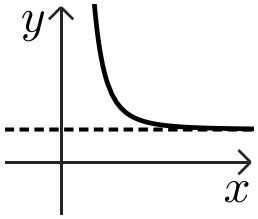
ב. להלן סרטוט: ג. $k=7$.



7) א. $a=8$ ב. (1) תחום הגדרה: $x\neq 0$, אסימפטוטות: $x=0$, $y=2$.

ב. (2) ירידה: $x>0$, $x<0$, עליה: אף x ב. (3) להלן סרטוט:

ג. גרף I ד. 0.936.



8) א. (1) $f(x)$: כל x, $g(x)$: $x\neq 3$.

א. (2) $f(x)$: עליה: $x>3$, ירידה: $x<3$, $g(x)$: עליה: $x<3$, ירידה: $x>3$.

ב. (1) גרף I: $g(x)$, גרף II: $f(x)$ ב. (2) ל-$g(x)$: $x=3$, $y=0$.

ב. (3) ראו סרטון ג. 8.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 40

פתרון בוידאו של בחינות 2024

מועד חורף 108
קיץ מועד א 113
קיץ מועד ב 118

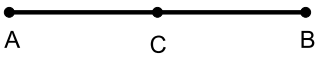
בגרות חורף 2024:

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק
(לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) היישובים A ו-B נמצאים במרחק 12 ק"מ זה מזה.
היישוב C נמצא באמצע הדרך ביניהם (ראו סרטוט).



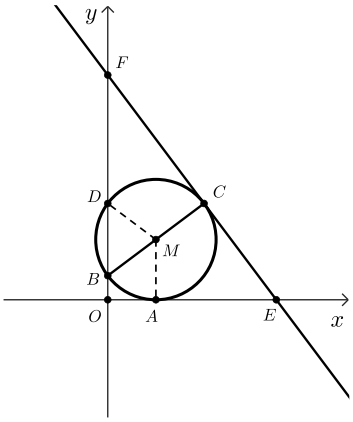
איתמר וניר יצאו להליכה בשעה 8:00.
איתמר הלך במהירות קבועה מיישוב A ליישוב B.
ניר הלך מיישוב A ליישוב B, ומיד כשהגיע ליישוב B חזר ליישוב C.
המהירות של ניר בדרך ליישוב B הייתה גדולה ב-2 קמ"ש מן המהירות של איתמר.
המהירות של ניר בדרך חזרה מן היישוב B (עד ליישוב C) הייתה שווה למהירות של איתמר.
איתמר הגיע אל היישוב B חצי שעה לפני שהגיע ניר אל היישוב C.

א. מצאו את מהירות ההליכה של איתמר, אם נתון כי המהירות שלו קטנה מ-5 קמ"ש.

ב. מצאו באיזו שעה הגיע ניר ליישוב B.
כאשר היה ניר בדרכו חזרה ליישוב C הוא פגש את איתמר.

ג. מצאו באיזו שעה נפגשו ניר ואיתמר.

2) מעגל שמרכזו M משיק לציר ה-x בנקודה A. הנקודה O היא ראשית הצירים.
המעגל חותך את ציר ה-y בנקודות B ו-D, כמתואר בסרטוט.



נתון: $A(4,0)$, $D(0,8)$.

א. (1) מצאו את שיעורי הנקודה M.
(2) מצאו את משוואת המעגל.
(3) מצאו את שיעורי הנקודה B.

הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש-BC הוא קוטר.
דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל,
החותך את ציר ה-x בנקודה E,
ואת ציר ה-y בנקודה F.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

ג. האם הנקודה C היא מרכז המעגל החוסם את המשולש EFO?
נמקו את תשובתכם.

3) חנן משחק במשחק קליעה למטרה. במשחק זה יש שתי תוצאות אפשריות בלבד: קליעה או החטאה.

ההסתברות שחנן יקלע בניסיון הראשון היא $\frac{3}{5}$.

ההסתברות שחנן יקלע בניסיון השני תלויה בתוצאה של הניסיון הראשון:

אם חנן קולע בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{2}{3}$.

אם חנן מחטיא בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{7}{16}$.

לחנן יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

א. מהי ההסתברות שחנן החטיא בניסיון הראשון וקלע בניסיון השני?

ב. (1) מהי ההסתברות שחנן קלע פעם אחת לפחות?

(2) ידוע שחנן קלע פעם אחת לפחות. מהי ההסתברות שהוא קלע פעם אחת בדיוק?

גם לדני יש שני ניסיונות קליעה למטרה.

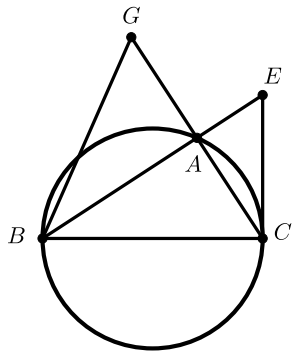
ההסתברות שדני יקלע כל אחד מן הניסיונות היא p.

נתון כי ההסתברות שדני יקלע פעם אחת בדיוק שווה להסתברות שחנן יקלע פעם אחת בדיוק.

ג. מצאו את p (את שתי האפשרויות).

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) משולש ABC חסום במעגל. הצלע BC היא קוטר במעגל.
הנקודה G נמצאת על המשך הצלע CA, כמתואר בסרטוט.
דרך הנקודה C העבירו משיק למעגל,
החותך את המשך הצלע BA בנקודה E.



נתון: $AC = AG$.

א. הוכיחו: $BG = BC$.

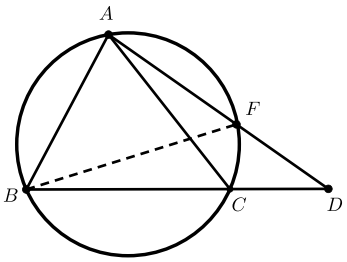
ב. הוכיחו: $\sphericalangle ECA = \sphericalangle ABG$

ג. הוכיחו: $\Delta ACE \sim \Delta ABG$.

נתון: $AE \cdot AB = 20.25$.

ד. מצאו את אורך הקטע AC.

5) משולש ABC הוא משולש שווה צלעות החסום במעגל שרדיוסו 19.
הנקודה D נמצאת על המשך הצלע BC, כמתואר בסרטוט.



א. מצאו את אורך הצלע AC.

נתון: $CD=18$.

ב. מצאו את אורך הקטע AD.

ג. מצאו את גודל הזווית CAD.

ד. מצאו את אורך המיתר BF.

הנקודה F היא נקודת החיתוך של הקטע AD עם המעגל.

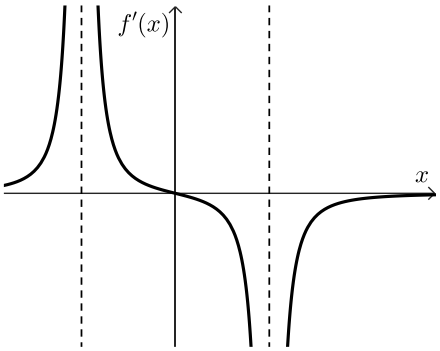
ה. (1) מהו גודל הזווית FBC?

(2) מצאו את שטח המשולש FBD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום: $x\neq\pm4$.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
המוגדרת באותו התחום.



גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה-x
רק בנקודה $(0,0)$.

א. מצאו את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של
הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא: $y=2$.

אחד מן הביטויים I-III שלפניכם מייצג את הפונקציה $f(x)$.

I. $\frac{x^2}{x^2+16}+1$ II. $\frac{x^2}{x^2-16}+2$ III. $\frac{x^2}{x^2-16}+1$

ג. קבעו איזה מן הביטויים I-III מייצג את הפונקציה $f(x)$.
נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר
ה-x ועל ידי הישר: $x=2$.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2\cdot\sqrt{-2x+10}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

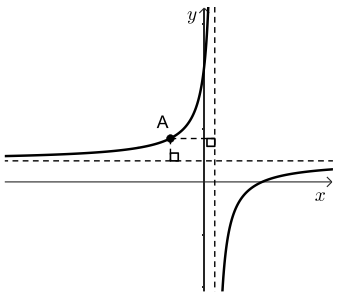
נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)-c$, c הוא פרמטר חיובי.

הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר: $y=20$.

ה. מצאו את הערך של c.

8) לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה: $f(x)=\frac{9}{1-x}+2$, המוגדרת לכל $x\neq 1$.



א. מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע השני, העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ כך שהאסימפטוטות והאנכים יוצרים מלבן.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשבו את שטח המלבן בעבור שיעורי הנקודה A שמצאתם בסעיף ב.

תשובות סופיות:

1) א. 4 קמ"ש. ב. בשעה 10:00. ג. בשעה 10:30.

2) א. **(1)** $M(4,5)$ **(2)** $(x-4)^2+(y-5)^2=25$

(3) $B(0,2)$ ב. $y=-\frac{4}{3}x+18\frac{2}{3}$ ג. לא.

3) א. $\frac{7}{40}$ ב. **(1)** $\frac{31}{40}$ **(2)** $\frac{15}{31}$

ג. $p=\frac{3}{4}$ או $p=\frac{1}{4}$

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

ד. $AC=4.5$

5) א. $AC=19\sqrt{3}$ ב. $AD=44.71$ ג. $\sphericalangle CAD=20.4°$

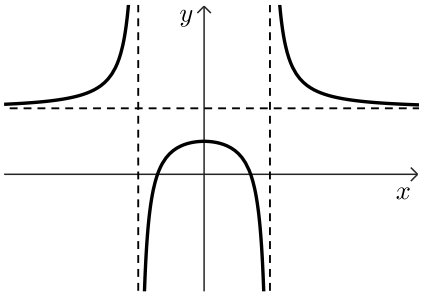
ד. $BF=37.467$ ה. **(1)** $\sphericalangle FBC=20.4°$

(2) $S_{\Delta BFD}=332.5$

6) א. $x=0$, מקסימום. ב. תחומי עלייה: $-4<x<0$ או $x<-4$,

תחומי ירידה: $x>4$ או $0<x<4$. ג. ביטוי III.

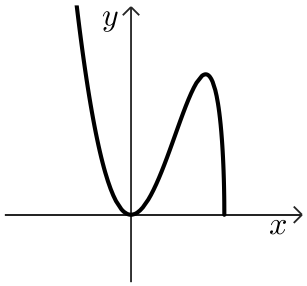
ד. $(0,1)$, $(\sqrt{8},0)$, $(-\sqrt{8},0)$ ה. להלן שרטוט:



ו. $S=\frac{1}{3}$

7) א. $x\le 5$ ב. $(0,0)$, $(5,0)$ ג. $\min(0,0)$, $\max(4,16\sqrt{2})$, $\min(5,0)$

ד. להלן שרטוט: ה. $c=2.62$



8) א. $x=1$, $y=2$ ב. $A(-2,5)$ ג. $S=9$

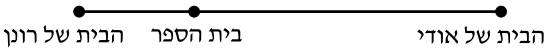
בגרות קיץ 2024 מועד א':

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק
(לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) בית הספר שבו אודי ורונן לומדים נמצא בין שני הבתים שלהם, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
המרחק בין הבית של אודי ובין בית הספר הוא 4.5 ק"מ, והמרחק בין הבית של רונן ובין בית הספר הוא 1.5 ק"מ.

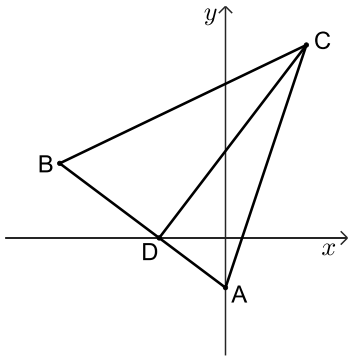


בוקר אחד יצאו אודי ורונן כל אחד מביתו לבית הספר ברכיבה על אופניים.
הם יצאו באותה השעה, וכל אחד מהם רכב במהירות קבועה.
מהירות הרכיבה של אודי הייתה גדולה ב-4 קמ"ש ממהירות הרכיבה של רונן.
אודי הגיע לבית הספר 12 דקות אחרי שהגיע רונן לבית הספר.

א. מצאו את מהירות הרכיבה של רונן, אם נתון כי מהירותו נמוכה מ-6 קמ"ש.
באותו הבוקר יצאו אודי ורונן מביתם בשעה 7:45.
רונן הגיע לבית הספר 2 דקות לפני שהתחיל יום הלימודים.

ב. מצאו באיזו שעה התחיל יום הלימודים.

2) במשולש ABC הקודקוד A נמצא על ציר ה- y.
הצלע AB חותכת את החלק השלילי של ציר ה- x בנקודה D (ראו סרטוט).
נתון כי משוואת הישר AC היא: $y=3x-3$,
ומשוואת הישר BC היא: $y=\frac{1}{2}x+9\frac{1}{2}$.



א. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-C.
נתון כי אורך הקטע CD הוא 15.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה D.

ג. הוכיחו כי המשולש ADC הוא ישר זווית.
הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ADC.

ד. האם הצלע BC משיקה למעגל זה? נמקו את תשובתכם.
ידוע כי הקטע BM מקביל לציר ה- x.

ה. חשבו את שטח המשולש BMC.

3) במתחם דירות יש שני סוגי דירות – דירות הפונות לכיוון הפארק ודירות הפונות לכיוון הכביש.

ההסתברות שדירה במתחם פונה לכיוון הפארק היא $\frac{3}{4}$.

חלק מן הדירות במתחם משופצות, והשאר אינן משופצות.

מספר הדירות המשופצות גדול פי 4 ממספר הדירות שאינן משופצות.

32% מן הדירות הפונות לכיוון הכביש הן דירות משופצות.

א. בוחרים באקראי דירה מבין כל הדירות במתחם.

(1) מהי ההסתברות לבחור דירה משופצת?

(2) מהי ההסתברות לבחור דירה שגם פונה לכיוון הכביש וגם משופצת?

ב. בוחרים באקראי דירה מבין הדירות שאינן משופצות.

מהי ההסתברות שדירה זו פונה לכיוון הכביש?

48 דירות במתחם גם פונות לכיוון הכביש וגם משופצות.

ג. מצאו כמה דירות במתחם גם פונות לכיוון הפארק וגם משופצות.

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

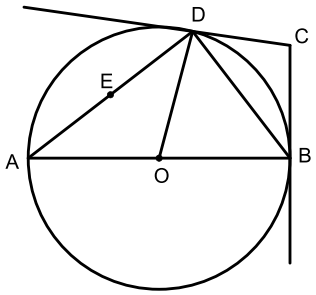
4) משולש ABD חסום במעגל שמרכזו O.

AB הוא קוטר במעגל.

הקטע CB משיק למעגל בנקודה B,

והקטע CD משיק למעגל בנקודה D.

הנקודה E היא אמצע הצלע AD.



א. הוכיחו כי: $\Delta AOD \sim \Delta BCD$.

ב. הוכיחו כי: $DB = 2EO$.

נתון: שטח המשולש AOD גדול פי $\frac{16}{9}$ משטח המשולש BCD.

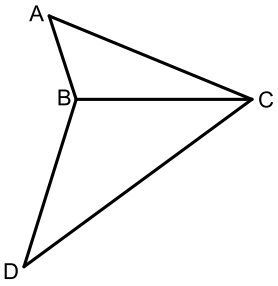
ג. מצאו את היחס $\frac{AD}{EO}$.

נתון: $EO = 3$.

ד. (1) חשבו את שטח המשולש AOD.

(2) חשבו את שטח המרובע ABCD.

5) בסרטוט שלפניכם מתוארים שני משולשים בעלי צלע משותפת:
משולש שווה שוקיים BCD, שבו $BD=BC$, ומשולש ABC.
נתון: הצלע BC גדולה פי 2 מן הצלע AB, $\sphericalangle BAC=49°$.



א. מצאו את גודל הזווית ACB.
נתון: שטח המשולש ABC הוא 18.
ב. מצאו את אורך הצלע CB.
נתון: $DC=15$.
ג. מצאו את גודל הזווית DBC.
הנקודה E היא אמצע הצלע BC.
ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את משולש DBE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2x^2}{x^2-9}+4$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

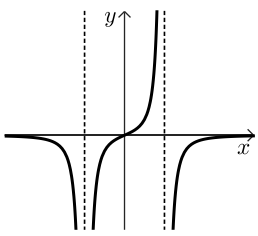
ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

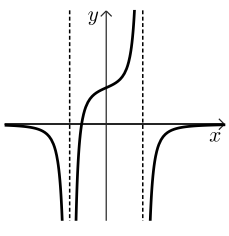
ה. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
נמקו את תשובתכם.

ו. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים (1)-(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון.
נמקו את קביעותיכם.
(1) בכל נקודה בתחום $x>3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.
(2) בכל נקודה בתחום $x<-3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.

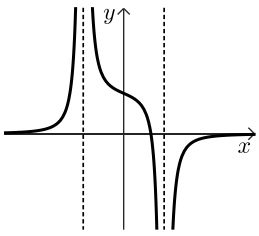
I



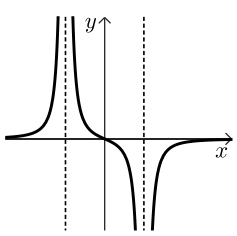
II



III



IV



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\sqrt{21-2x}+bx$, $b>0$ הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה $(-14,0)$.

א. מצאו את הערך של b.

הציבו: $b=\frac{1}{2}$ בפונקציה $f(x)$ וענו על סעיפים ב-ו.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y.

ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה פונקציה $g(x)$, המקיימת: $g'(x)=-f(x)$. הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ מוגדרות באותו התחום.

ו. מצאו את שיעור ה-x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.

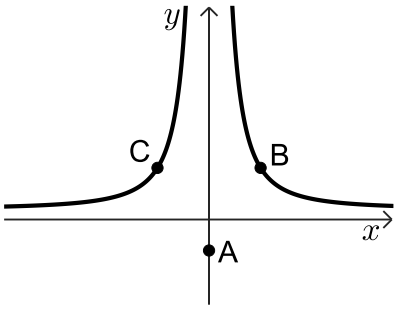
8) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{100}{x^2}+1$.

נתונה הנקודה A, ששיעוריה הם $(0,-3)$.

הנקודות B ו-C נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$, כמתואר בסרטוט.

הישר BC מקביל לציר ה-x.

נסמן את שיעור ה-x של הנקודה B ב-t, $t>0$.



א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו-C.

ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

ג. בעבור הערך של t שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC.

תשובות סופיות:

1) א. 5 קמ"ש. ב. בשעה 08:05.

2) א. $A(0,-3)$, $C(5,12)$ ב. $D(-4,0)$ ג. הוכחה. ד. לא.

ה. $S_{\Delta BMC}=46.875$

3) א. **(1)** $p=0.8$ **(2)** $p=0.08$ ב. $p=0.85$ ג. 432 דירות.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $\frac{8}{3}$

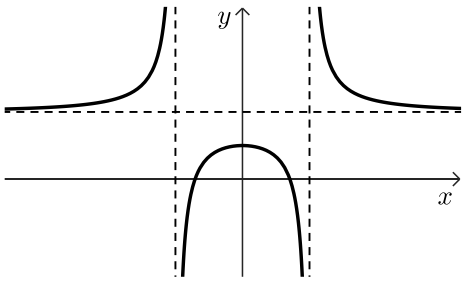
ד. **(1)** $S_{\Delta AOD}=12$ **(2)** $S_{\Delta ABCD}=30\frac{3}{4}$

5) א. $\sphericalangle ACB=22.15°$ ב. $CB=8.722$ ג. $\sphericalangle DBC=118.61°$ ד. $R=6.535$

6) א. **(1)** $x\neq 3$, $x\neq -3$ **(2)** $x=3$, $x=-3$, $y=6$ ב. $\max(0,4)$

ג. $(0,4)$, $\left(-\sqrt{6},0\right)$, $\left(\sqrt{6},0\right)$

ד. להלן סרטוט:



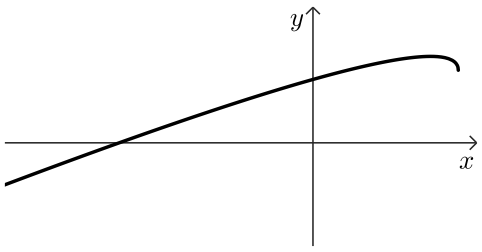
ה. גרף IV.

ו. **(1)** לא נכון. **(2)** נכון.

7) א. $b=\frac{1}{2}$ ב. $x\leq 10.5$ ג. $\left(0,\sqrt{21}\right)$

ד. $\min(10.5,5.25)$, $\max(8.5,6.25)$

ה. להלן שרטוט:



ו. $x_{max}=-14$

8) א. $B\left(t,\frac{100}{t^2}+1\right)$, $C\left(-t,\frac{100}{t^2}+1\right)$ ב. $t=5$ ג. 28.87

בגרות קיץ 2024 מועד ב':

ענו על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק
(לכל שאלה – 25 נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

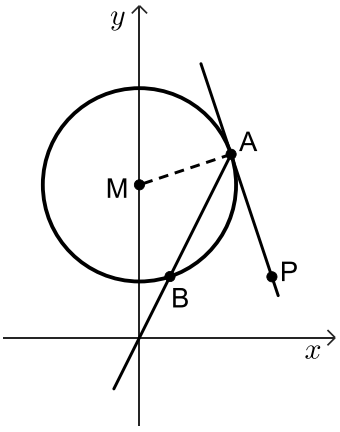
1) המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 600 ק"מ.
רכבת נוסעת כל יום מעיר א' לעיר ב' במהירות קבועה.
יום אחד הייתה תקלה ברכבת ולכן היא יצאה מעיר א' 6 דקות אחרי שעת היציאה הרגילה שלה.
באותו היום הייתה מהירות הרכבת גדולה ב-10 קמ"ש מן המהירות הרגילה שלה.
ביום זה הגיעה הרכבת לעיר ב' בשעת ההגעה הרגילה שלה.

א. (1) מצאו את המהירות הרגילה של הרכבת.
(2) מצאו את זמן הנסיעה של הרכבת מעיר א' לעיר ב' ביום רגיל.

ביום אחר, לאחר שנסעה הרכבת במשך זמן מסוים במהירות הרגילה שלה, היא נאלצה להקטין את מהירותה ב-60 קמ"ש, ולכן הגיעה לעיר ב' 45 דקות אחרי שעת ההגעה הרגילה שלה.

ב. מצאו כמה זמן נסעה הרכבת ביום זה במהירות הרגילה שלה.

2) נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו: $x^2+(y-15)^2=90$.
הישר: $y=2x$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B,
כמתואר בסרטוט שלפניכם.



א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.
דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.
ב. מצאו את משוואת המשיק.
הנקודה P נמצאת על המשיק כך שהישר PB מקביל לציר ה-x.
הנקודה G היא מרכז המעגל החוסם את המשולש PAM.
ג. מצאו את משוואת המעגל החוסם את המשולש PAM.
ד. קבעו אם הנקודה G נמצאת על המעגל שמרכזו M, בתוכו או מחוצה לו.
נמקו את קביעתכם.

3) גלית ורועי משחקים משחק. כל סיבוב במשחק יכול להסתיים באחת משלוש האפשרויות האלה: ניצחון של גלית, ניצחון של רועי או תיקו.
ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו גדולה פי 3 מן ההסתברות שרועי ינצח בסיבוב כלשהו.
ההסתברות שסיבוב יסתיים בתיקו היא 0.32.

א. מצאו את ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו במשחק.

במשחק שגלית ורועי משחקים יש שני סיבובים. התוצאות של הסיבובים אינן תלויות זו בזו.

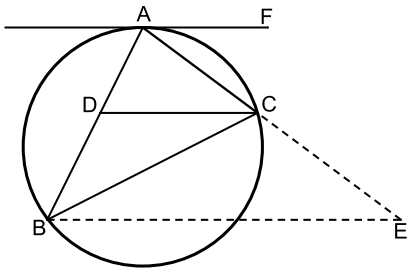
ב. מהי ההסתברות ששום סיבוב לא יסתיים בתיקו?

ג. מהי ההסתברות שגלית תנצח לפחות באחד מן הסיבובים?

ד. ידוע שגלית ניצחה לפחות באחד מן הסיבובים.
מהי ההסתברות שאחד מן הסיבובים הסתיים בתיקו?

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) משולש ABC חסום במעגל. הישר FA משיק למעגל בנקודה A.
הנקודה D נמצאת על הצלע AB כך ש-DC מקביל למשיק (ראו סרטוט).



א. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta ACD$.

נתון: $AB = 4.5 \ , \ AD = 2$.

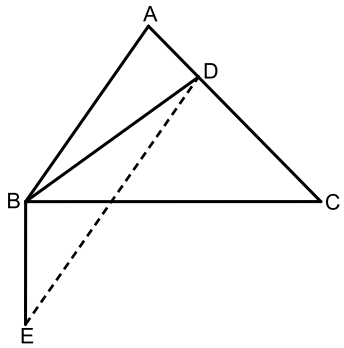
ב. מצאו את אורך הצלע AC.

ג. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש BCD משטח המשולש ACD.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AC כך ש-BE מקביל ל-DC.

ד. מצאו את אורך הקטע CE.

5) בסרטוט שלפניכם משולש חד זוויות ABC.



נתון: אורך הרדיוס של המעגל החוסם את משולש ABC הוא 6.1, $BC=12$.

א. מצאו את גודל הזווית BAC.

הנקודה D נמצאת על הצלע AC.

נתון: $AB=3AD$, שטח המשולש ABD שווה ל-11.

ב. (1) מצאו את האורך של AD.

(2) מצאו את גודל הזווית ABD.

ג. מצאו את גודל הזווית ACB.

הקטע BE מאונך לצלע BC, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

נתון: $BE=5$.

ד. מצאו את שטח המשולש DBE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x+8}{10x-x^2}-b$. b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות b, אם יש צורך).

נתון כי הישר: $y=-0.5$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

ג. מצאו את b.

הציבו: $b=1$ בפונקציה $f(x)$ וענו על סעיפים ד-ה.

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, שפונקציית הנגזרת שלה מקיימת: $g'(x)=f(x)+0.5$.

תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ה. קבעו אם לפונקציה $g(x)$ יש נקודות קיצון. נמקו את קביעתכם.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2\cdot\sqrt{-\frac{1}{2}x+5}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

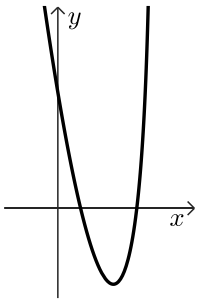
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

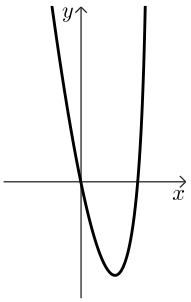
נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי גרף הפונקציה $a\cdot f'(x)$, שווה ל-224. a הוא פרמטר שלילי.

ו. מצאו את הערך של a.

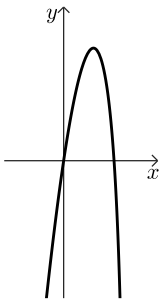
I



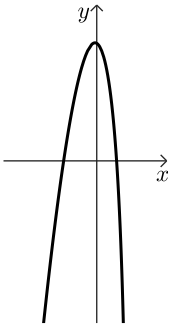
II



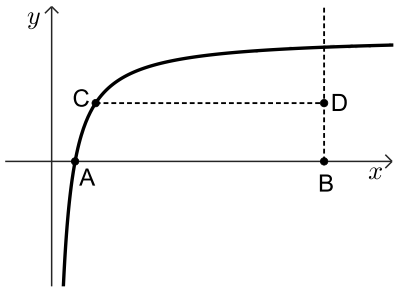
III



IV



8) בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה: $f(x)=4-\frac{3}{x}$, בתחום: $x>0$.



גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה A.

מן הנקודה $B(12,0)$, העבירו אנך לציר ה-x.

C היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה C, $0.75<t<12$.
מן הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה-x
וחותך את האנך בנקודה D.

א. מצאו את שיעורי הנקודות: A, C ו-D.
הביעו את תשובותיכם באמצעות t, אם יש צורך.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C שבעבורה שטח המשולש ACD הוא מקסימלי.

ג. קבעו אם ייתכן ששטח המשולש ACD שווה ל-5. נמקו את קביעתכם.

תשובות סופיות:

1) א. 240 קמ"ש. ב. 2.5 שעות. ג. רבע שעה.

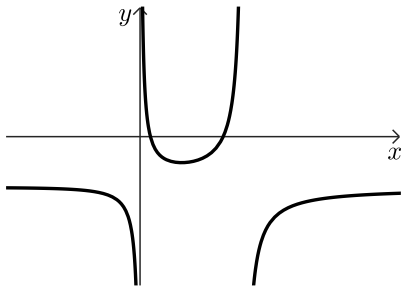
2) א. $A(9,18)$, $B(3,6)$ ב. $y=-3x+45$ ג. $(x-6.5)^2+(y-10.5)^2=62.5$
ד. בתוך המעגל.

3) א. 0.51 ב. 0.4624 ג. 0.7599 ד. $\frac{64}{149}$

4) א. הוכחה. ב. 3 ג. פי $\frac{5}{4}$ ד. 3.75

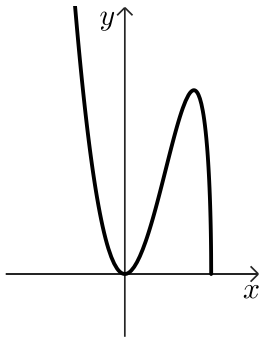
5) א. $79.61°$ ב. (1). 2.73 (2). $19.23°$ ג. $42.168°$
ד. 15.836

6) א. $x\neq 0$, $x\neq 10$ ב. $\min\left(4,\frac{1}{2}-b\right)$, $\max\left(-20,\frac{1}{50}-b\right)$
ג. $b=1$ ד. (1). $x=0$, $x=10$, $y=-1$ (2). $(1,0)$, $(8,0)$
(3). להלן שרטוט:



ה. אין קיצון.

7) א. $x\leq 10$ ב. $(0,0)$, $(10,0)$ ג. $\min(0,0)$, $\max(8,64)$, $\min(10,0)$
ד. להלן שרטוט: ה. גרף III. ו. $a=-2.5$



8) א. $A\left(\frac{3}{4},0\right)$, $C\left(t,4-\frac{3}{t}\right)$, $D\left(12,4-\frac{3}{t}\right)$ ב. $C(3,3)$ ג. כן.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 41

פתרון בוידאו של בחינות 2023

מועד חורף 123
קיץ מועד א 128
קיץ מועד ב 133
קיץ מועד מיוחד 138

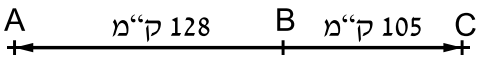
בגרות חורף 2023:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) היישובים A, B ו-C ממוקמים על כביש ישר, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

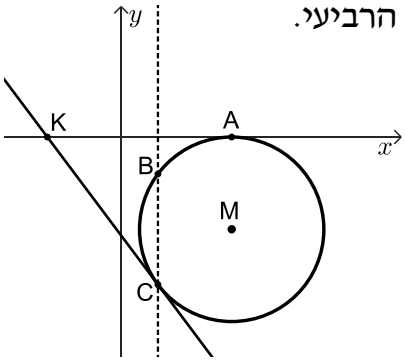


המרחק בין יישוב B ליישוב C הוא 105 ק"מ, והמרחק בין יישוב B ליישוב A הוא 128 ק"מ. משאית ומכונית יצאו באותו הזמן מהיישוב B. המכונית נסעה במהירות קבועה לכיוון היישוב C, והמשאית נסעה במהירות קבועה לכיוון היישוב A. מהירות המכונית הייתה גבוהה ב-20 קמ"ש ממהירות המשאית. המכונית הגיעה ליישוב C, התעכבה ביישוב רבע שעה, ואז נסעה בחזרה ליישוב B, באותה המהירות שבה נסעה קודם. כאשר המשאית הגיעה ליישוב A, המכונית הייתה בדרכה חזרה ליישוב B ובמרחק 42 ק"מ מיישוב C.

א. מצאו את מהירות המכונית והמשאית.

ב. באיזה מרחק מהיישוב A הייתה המשאית, כאשר המכונית הגיעה ליישוב C?

2) בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל שמרכזו M, נמצא ברביע הרביעי.



המעגל משיק לציר ה-x בנקודה $A(12,0)$.

נתון: רדיוס המעגל הוא 10.

א. (1) מצאו את שיעור מרכז המעגל M.

(2) רשמו את משוואת המעגל.

המעגל חותך את הישר $x=4$ בנקודות B ו-C, כמתואר בסרטוט.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.

הישר המשיק למעגל בנקודה C חותך את ציר ה-x בנקודה K (ראו סרטוט).

ג. מצאו את שיעורי הנקודה K.

ד. מצאו את משוואת המעגל, שמרכזו בנקודה K והוא משיק לישר $x=4$.

ה. (1) מצאו את אורך KM.

(2) האם המעגל, שאת משוואתו מצאנו בסעיף ד, משיק למעגל המתואר בסרטוט (שמרכזו M)? נמקו את תשובתכם.

3) בקופה יש 36 מטבעות: 18 מטבעות של שני שקלים,
12 מטבעות של חמישה שקלים,
ו-6 מטבעות של עשרה שקלים.
הוציאו מהקופה באקראי שני מטבעות ללא החזרה.

א. מהי ההסתברות ששני המטבעות שהוציאו היו זהים?

ב. ידוע ששני המטבעות שהוציאו היו זהים.
מהי ההסתברות שסכום שני המטבעות שהוציאו היה גבוה מ-5 שקלים?

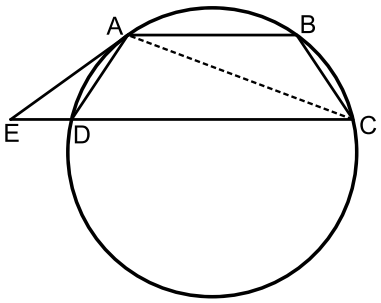
החזירו את כל המטבעות לקופה והוסיפו x מטבעות של עשרה שקלים לקופה.
נתון: לאחר ההוספה, ההסתברות להוציא מהקופה באקראי, ללא החזרה,
שני מטבעות של חמישה שקלים היא $\frac{1}{15}$.

ג. מצאו את x.

ד. האם ההסתברות להוציא מהקופה באקראי (ללא החזרה) שני מטבעות זהים גדלה לאחר ההוספה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) המרובע ABCD הוא טרפז החסום במעגל, כאשר $AB \parallel DC$.
המשיק למעגל בנקודה A חותך את המשך הצלע CD בנקודה E (ראו סרטוט).



א. הוכיחו: ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.

ב. הוכיחו: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle ADE$.

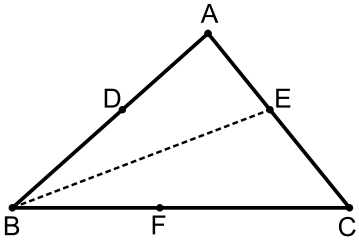
ג. הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta ADE$.

נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 4 משטח המשולש ADE, וכן $BC + ED = 15$.

ד. (1) מצאו את אורך הצלע ED.

(2) מצאו את אורך הצלע AB.

5) בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC.



נתון: $\sphericalangle ACB = 51°, BC = 1.5AC$,
שטח המשולש ABC הוא 21.

א. מצאו את אורך הצלע AC.

ב. מצאו את גודל הזווית ABC.

נתון: הנקודה E נמצאת על הצלע AC, כך ש-BE חוצה את הזווית ABC.

ג. מצאו את אורך BE.

נתון: הנקודות D ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-BC, בהתאמה, כך שהמרובע BDEF הוא מעוין.

ד. מצאו את אורך צלע המעוין BDEF.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4x}{x^2+4}+a$, כאשר a פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן (הביעו באמצעות a, אם צריך).

נתון כי נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על ציר ה-x.

ג. מצאו את a.

הציבו בפונקציה $f(x)$ את a שנמצא בסעיף ג, וענו על סעיפים ד-ו.

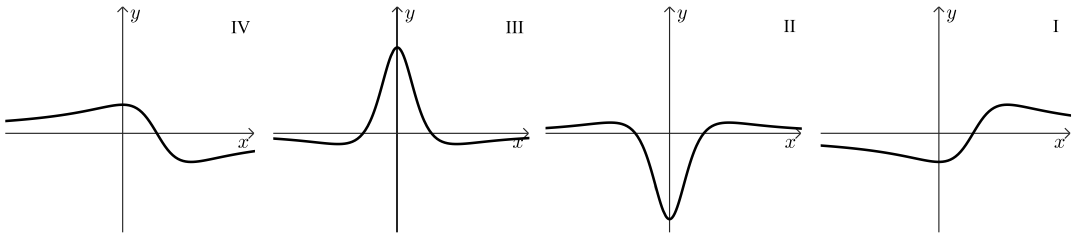
ד. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=3\cdot f(x)$.

ו. (1) אחד מהגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
קבעו איזה מהם ונמקו את קביעתכם.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $g'(x)$, הישר $x=1$ ועל ידי הצירים.



7) נתונה הפונקציה $f(x)=x^2\cdot\sqrt{4x+20}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+c$, כאשר c פרמטר.

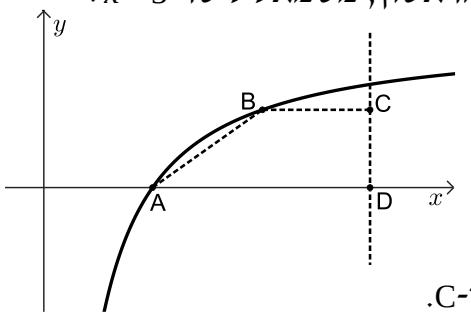
נתון כי הישר $y=12$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$.

ה. מצאו את c (ציינו את שתי האפשרויות).

8) בסרטוט שלפניכם מתואר חלק מגרף הפונקציה $f(x)=1-\frac{2}{x}$, בתחום $x>0$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה A.

נקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, משמאל לישר $x=5$.



מהנקודה B מעבירים ישר המקביל לציר ה-x וחותך את הישר $x=5$ בנקודה C.

נתון: $D(5,0)$.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

נסמן את שיעור ה-x של הנקודה B ב-t .

ב. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו-C.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה B שעבורה שטח הטרפז ABCD הוא מקסימלי.

ד. הראו כי השטח המקסימלי של הטרפז ABCD הוא 1.

תשובות סופיות:

1) א. מהירות המכונית: 84 קמ"ש, מהירות המשאית: 64 קמ"ש.
ב. 48 ק"מ.

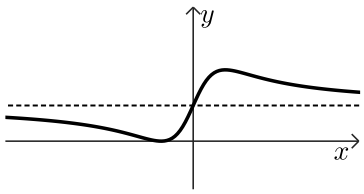
2) א. **(1)** $M(12,-10)$ א. **(2)** $(x-12)^2+(y+10)^2=100$
ב. $B(4,-4)$, $C(4,-16)$ ג. $K(-8,0)$ ד. $(x+8)^2+y^2=144$
ה. **(1)** $KM=\sqrt{500}\approx 22.36$ ה. **(2)** לא.

3) א. $\frac{13}{55}\approx 0.3714$ ב. $\frac{9}{26}\approx 0.3462$ ג. 9 ד. קטנה, כי: $0.32727>0.3714$.

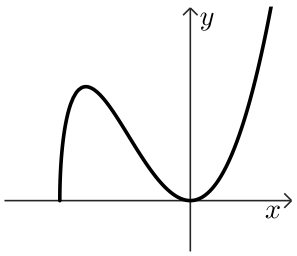
4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
ד. **(1)** 5 ס"מ ד. **(2)** 20 ס"מ.

5) א. 6 ס"מ ב. $41.768°$ ג. 7.359 ס"מ ד. 3.938 ס"מ.

6) א. כל x ב. $\max(2,a+1)$, $\min(-2,a-1)$ ג. $a=1$
ד. $y=1$ ה. להלן סקיצה:
ו. **(1)** 2.4 ו. **(2)** III.



7) א. $x\geq -5$ ב. $(0,0)$, $(-5,0)$
ג. $\min(0,0)$, $\max(-4,32)$, $\min(-5,0)$
ד. להלן סקיצה:



ה. $c=12$, $c=-20$.

8) א. $(2,0)$
ב. $B\left(t,1-\frac{2}{t}\right)$, $C\left(5,1-\frac{2}{t}\right)$
ג. $B\left(4,\frac{1}{2}\right)$ ד. הוכחה.

בגרות קיץ 2023 מועד א':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) ביום ראשון יצאו דני ואריאל כל אחד מביתו והתחילו לצעוד זה לקראת זה.
דני צעד במהירות קבועה של 6 קמ"ש, ואריאל צעד במהירות קבועה של 8 קמ"ש.
דני יצא מביתו בשעה 8:00 בבוקר, ואריאל יצא מביתו בשעה 8:30 בבוקר.
הם נפגשו באמצע הדרך שבין הבתים שלהם.

א. מצאו את המרחק בין הבית של דני ובין הבית של אריאל.

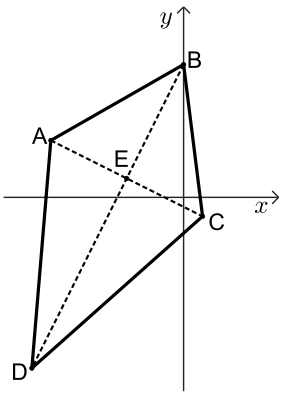
ב. מצאו באיזו שעה נפגשו דני ואריאל.

ביום שני יצאו דני ואריאל כל אחד מביתו באותו הזמן והתחילו לצעוד זה לקראת זה.
דני צעד במהירות קבועה, השונה מן המהירות שבה צעד ביום ראשון,
ואריאל צעד באותה מהירות קבועה שבה צעד ביום ראשון.
דני הגיע לבית של אריאל 20 דקות אחרי שאריאל הגיע לבית של דני.

ג. מצאו את המהירות שבה צעד דני ביום שני.

ד. כמה זמן עבר מן הרגע שבו דני ואריאל יצאו לדרך ביום שני ועד שהמרחק ביניהם היה 5 ק"מ (לפני שנפגשו)?

2) המרובע ABCD שבסרטוט שלפניכם הוא דלתון.
$BA = BC \ , \ DA = DC$.
אלכסוני הדלתון נפגשים בנקודה E.
נתון: $C(1,-1) \ , \ A(-7,3)$,
הקודקוד B נמצא על ציר ה-y,
והקודקוד D נמצא ברביע השלישי.



א. (1) מצאו את משוואת האלכסון BD.
(2) מצאו את שיעורי הקודקוד B.

נתון: שטח הדלתון ABCD הוא 80.

ב. מצאו את האורך של האלכסון BD. השאירו שורש בתשובתכם.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

ד. מצאו את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה A והישר BD משיק לו.
הסבירו.

3) חלק מן התושבים בכפר מסוים בסין הם צמחונים וכל השאר טבעונים.
ההסתברות שתושב בכפר הוא צמחוני גדולה ב-0.2 מן ההסתברות שתושב הוא טבעוני. 80% מתושבי הכפר אוכלים באמצעות מקלות אכילה בלבד, והשאר אוכלים רק באמצעות סכין ומזלג. 25% מתושבי הכפר שאוכלים באמצעות סכין ומזלג הם צמחונים. בוחרים באקראי תושב מן הכפר.

א. מהי ההסתברות שהתושב שנבחר הוא צמחוני שאוכל באמצעות מקלות אכילה?

ב. (1) מהי ההסתברות שהתושב שנבחר הוא צמחוני או שהוא אוכל באמצעות מקלות אכילה?

(2) ידוע שהתושב שנבחר הוא צמחוני או שהוא אוכל באמצעות מקלות אכילה.
מהי ההסתברות שהתושב הוא צמחוני שאוכל באמצעות מקלות אכילה?

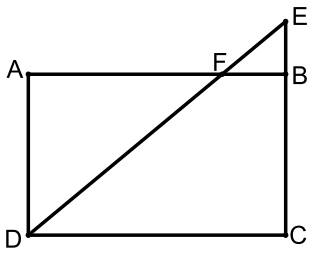
נתון שבכפר חיים 60 תושבים סך הכול.

ג. בוחרים באקראי, בזה אחר זה (ללא החזרה), שני תושבים שחיים בכפר.
מהי ההסתברות ששני התושבים שנבחרו הם צמחונים שאוכלים באמצעות מקלות אכילה?

בתשובתכם דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית או רשמו כשבר פשוט.

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) המרובע ABCD הוא מלבן.
הנקודה E נמצאת על המשך הצלע CB, כמתואר בסרטוט שלפניכם.
הקטע DE חותך את הצלע AB בנקודה F.



א. הוכיחו: $\Delta AFD \sim \Delta BFE$.

נתון כי שטח המשולש AFD גדול פי 9 משטח המשולש BFE.

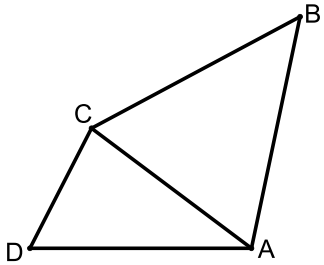
ב. מצאו את היחס $\frac{AF}{FB}$.

נתון: $EB = 4$, שטח המלבן ABCD הוא 192.

ג. (1) מצאו את אורך הצלע CB.

(2) מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש DCE.

5) בסרטוט שלפניכם מתוארים שני משולשים:
משולש ADC שכל זוויותיו חדות, ומשולש שווה שוקיים ABC שבו $BC = BA$.
נתון: שטח המשולש ABC הוא 113, $\sphericalangle ABC = 50°$.



א. מצאו את אורך הצלע AB.

ב. מצאו את אורך הצלע AC.

נתון: רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADC הוא 8.

ג. מצאו את גודל הזווית ADC.

נתון: $AD = 15$.

ד. מצאו את גודל הזווית CAD.

ה. מצאו את אורך BD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=x+\frac{4}{x^2}$.

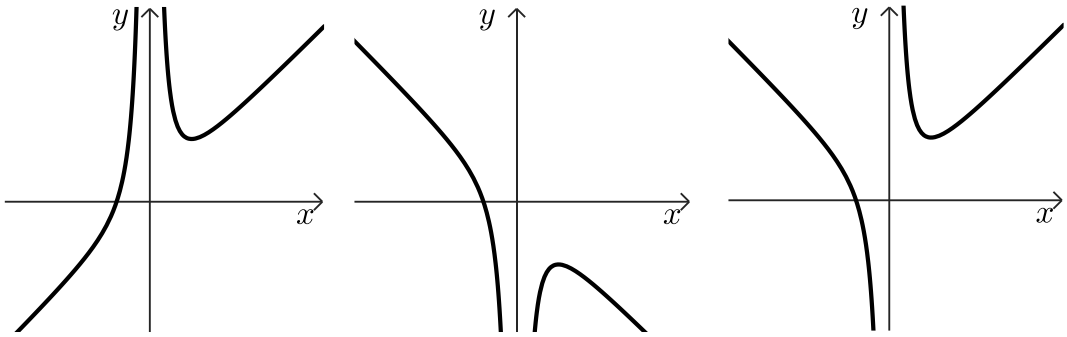
א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.
בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. אחד מן הגרפים I-III בסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x=1$,
על ידי הישר $x=2$ ועל ידי ציר ה-x.



III II I

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=1+\frac{1}{2}x-\sqrt{2x+b}$, b הוא פרמטר.

ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה $(8,0)$ בלבד.

א. מצאו את b.

הציבו: $b=9$ וענו על הסעיפים ב-ד.

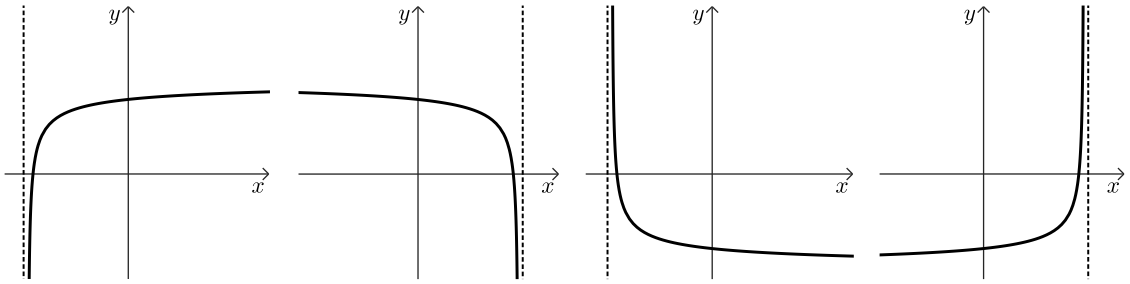
ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y.

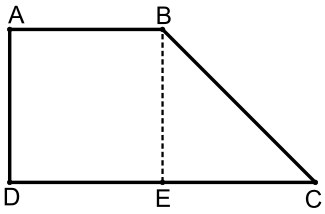
(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. אחד מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



I II III IV

8) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית, $AB \| DC$ (ראו סרטוט).
גובה הטרפז BE חוצה את הבסיס DC.
שטח הטרפז הוא: $12\sqrt{2}$.
נסמן ב-x את אורך הצלע AB.



א. הביעו באמצעות x את אורך גובה הטרפז.

ב. מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז $\left(AD^2+BC^2\right)$ הוא מינימלי.

ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 30? נמקו.

תשובות סופיות:

1) א. 24 ק"מ. ב. בשעה 10:00. ג. 7.2 קמ"ש. ד. 1.25 שעות.

2) א. (1). $y=2x+7$ (2). א. $B(0,7)$ ב. $BD=8\sqrt{5}$

ג. $D(-8,-9)$ ד. $(x+7)^2+(y-3)^2=20$

3) א. 0.55 ב. (1). 0.85 (2). ב. $\frac{11}{17}$ ג. $\frac{88}{295}=0.298$

4) א. הוכחה. ב. $\frac{AE}{FB}=\frac{3}{1}$ ג. (1). $CB=12$ (2). ג. $8\sqrt{2}$

5) א. $AB=17.18$ ב. $AC=14.52$ ג. $\sphericalangle ADC=65.14°$

ד. $\sphericalangle CAD=45.21°$ ה. $BD=26.42$

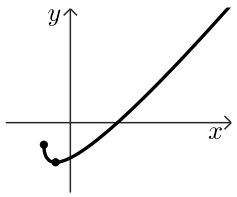
6) א. $x\neq 0$ ב. $(-1.59,0)$ ג. $\min(2,3)$ ד. גרף III.

ה. 3.5

7) א. $b=9$ ב. $x\geq -4.5$

ג. (1). $\min(-2.5,-2.25)$, $\max(-4.5,-1.25)$ (2). ג. $(0,-2)$

ג. (3). סרטוט: ד. גרף IV.



8) א. $\frac{8\sqrt{2}}{x}$ ב. 4 ג. לא, הסכום המינימלי הוא 32.

בגרות קיץ 2023 מועד ב':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

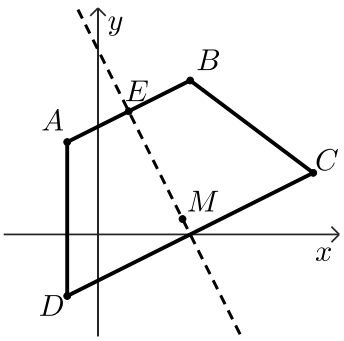
1) רותי יצאה מביתה בשעה 7:00 והתחילה ללכת במהירות קבועה אל הבית של דודתה. אם הייתה רותי ממשיכה ללכת באותה המהירות, היא הייתה מגיעה לבית של דודתה בדיוק בשעה 9:00.
אבל, אחרי שעברה רבע מן הדרך, היא עצרה לנוח למשך חצי שעה. אחר כך היא המשיכה ללכת במהירות קבועה הגדולה ממהירותה ההתחלתית ב-0.8 קמ"ש.
רותי הגיעה לבית של דודתה בשעה 9:18.

א. מה הייתה המהירות שבה התחילה רותי ללכת כשיצאה מביתה?

ב. מהו המרחק בין הבית של רותי ובין הבית של דודתה?

ג. באיזו שעה הגיעה רותי לאמצע הדרך?

2) המרובע ABCD שבסרטוט שלפניכם הוא טרפז שווה שוקיים,
$AB \parallel DC\ ,\ AD = BC$.



הנקודה E היא אמצע הצלע AB.

נתון: $B(3,5)$, משוואת האנך לצלע AB

העובר דרך הנקודה E היא: $y = -2x + 6$.

א. (1) מצאו את משוואת AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

נתון: $C(7,2)$.

השוק AD מקבילה לציר ה-y.

ב. (1) מצאו את אורך השוק BC.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד D.

הנקודה M נמצאת על האנך הנתון ומתקיים: $AM = DM$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודה M.

ד. מצאו את שטח המשולש ADM.

3) בקלמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים:
15 עפרונות כחולים, 4 עפרונות אדומים, 6 עפרונות צהובים.
דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום, היא מחזירה את העיפרון לקלמר.
אם העיפרון הוא צהוב, היא משאירה אותו מחוץ לקלמר.
לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר.

א. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים?

ב. (1) מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות באותו הצבע?
(2) ידוע ששני העפרונות שהוציאה דנה הם באותו הצבע.
מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים או שני עפרונות צהובים?

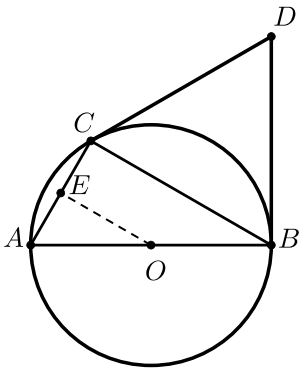
דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה לאחיה מן הקלמר x עפרונות כחולים, 2 עפרונות אדומים ו-2 עפרונות צהובים.
לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר ללא החזרה.

נתון: ההסתברות שדנה הוציאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא: $\frac{1}{30}$.

ג. מצאו את x.

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) משולש ABC חסום במעגל שמרכזו O.
AB הוא קוטר במעגל.
הנקודה E היא אמצע הצלע AC (ראו סרטוט).



א. (1) הוכיחו: $OE \perp AC$.
(2) הוכיחו: $\Delta ABC \sim \Delta AOE$.

ב. פי כמה גדול שטח המרובע BCEO משטח המשולש AOE? נמקו.

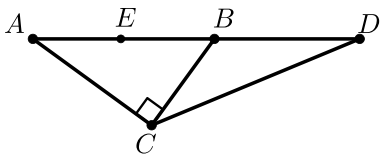
נתון: AC שווה לרדיוס המעגל.
המשיקים למעגל בנקודות B ו־C נפגשים בנקודה D.

ג. הוכיחו: משולש BDC הוא שווה צלעות.

נתון: רדיוס המעגל הוא 6.

ד. מצאו את שטח המשולש OCD.

5) המשולש ABC הוא ישר זווית, $\sphericalangle ACB = 90°$.
הנקודה D נמצאת על המשך הצלע AB , כמתואר בסרטוט שלפניכם.



נתון: $BC = 0.75 \cdot AC$.

א. מצאו את גודל הזווית CBD.

נתון: $BD = 12$, $AB = 15$.

ב. מצאו את אורך DC.

הנקודה E נמצאת על הקטע AB ומתקיים: $DC = DE$.

ג. מצאו את שטח המשולש EDC.

ד. מצאו את רדיוס המעגל החוסם את המשולש EBC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{16 - 9x^2}{1 - x^2}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

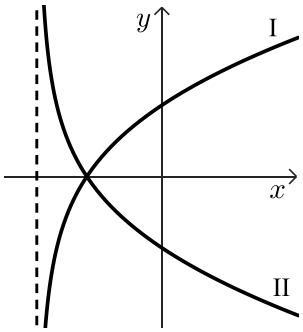
ג. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g'(x) = f(x)$.

לפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

מצאו את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

נמקו את תשובתכם.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x-1)\cdot\sqrt{2x+10}$.



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

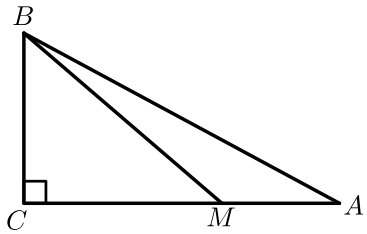
בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, I–II.

אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, והגרף האחר מתאר את הפונקציה: $g(x)=-f'(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים I–II מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=3$ ועל ידי ציר ה-x.

8) ABC הוא משולש ישר זווית, $\sphericalangle ACB=90°$. שטח המשולש ABC הוא 18.
M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים: $MC=2MA$ (ראו סרטוט).
נסמן את אורך הקטע MA ב-x.



א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BC.

ב. (1) מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי מרחקי הנקודה M משלושת קודקודי המשולש $\left(MA^2+MB^2+MC^2\right)$ הוא מינימלי.

(2) האם ייתכן שהסכום: $MA^2+MB^2+MC^2$ הוא 75? נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

1) א. 5.2 קמ"ש. ב. 10.4 ק"מ. ג. בשעה 8:26.

2) א. (1). $y=\frac{1}{2}x+3.5$ (2). $A(-1,3)$ ב. (1). 5 (2). $D(-1,-2)$

ג. $M(2.75,0.5)$ ד. 9.375

3) א. $\frac{1}{20}$ ב. (1). $\frac{1089}{2500}=0.4356$ (2). $\frac{21}{121}=0.1735$

ג. $x=5$

4) א. (1). הוכחה. (2). הוכחה. ב. פי 3. ג. הוכחה.

ד. $18\sqrt{3}$

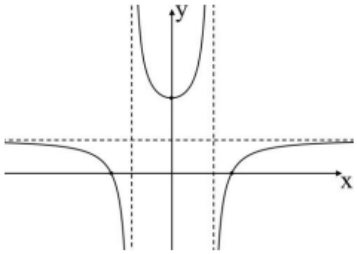
5) א. $126.87°$ ב. 18.83 ג. 67.78 ד. 4.59

6) א. (1). $x\neq 1$, $x\neq -1$ (2). $x=1$, $x=-1$, $y=9$

(3). $\left(\frac{4}{3},0\right)$, $\left(-\frac{4}{3},0\right)$, $(0,16)$ 4. $(0,16)$ מינימום

(5). תחומי עליה: $x>1$ או $0<x<1$, תחומי ירידה: $-1<x<0$ או $x<-1$.

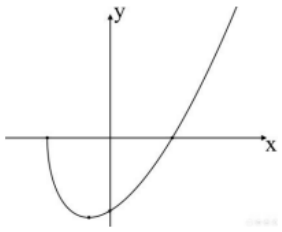
ב. סרטוט: ג. $x=\frac{4}{3}$ מינימום, $x=-\frac{4}{3}$ מקסימום.



7) א. $x\geq -5$ ב. $(-5,0)$, $(1,0)$, $\left(0,-\sqrt{10}\right)$

ג. $(-3,-8)$ מינימום, $(-5,0)$ מקסימום.

ד. סרטוט: ה. גרף I. ו. 16



8) א. $\frac{12}{x}$ ב. (1). 2

(2). כן, כי הסכום המינימלי הוא 72.

בגרות קיץ 2023 מועד מיוחד:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

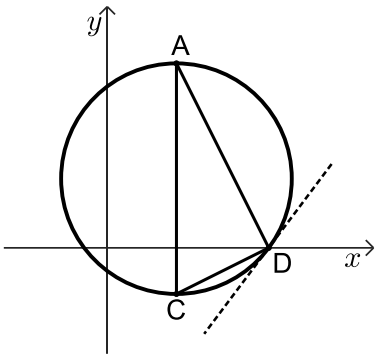
1) המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 50 ק"מ.
דני יצא בשעה 8:00 מיישוב A ורכב על אופניים במהירות קבועה לכיוון יישוב B.
יוסי יצא בשעה 9:00 מיישוב A ורכב על אופניים במהירות קבועה לכיוון יישוב B.
מהירות הרכיבה של דני הייתה גדולה ב-4 קמ"ש ממהירות הרכיבה של יוסי.
כאשר הגיע דני ליישוב B, היה יוסי במרחק של 24 ק"מ מיישוב A.
ידוע שדני הגיע ליישוב B לפני השעה 11:00.

א. מצאו את המהירות שבה רכב יוסי ואת המהירות שבה רכב דני.

ברגע שהגיע דני ליישוב B, הקטין יוסי את מהירות הרכיבה שלו ב-3 קמ"ש והמשיך לרכוב במהירות זו עד שהגיע ליישוב B.

ב. באיזו שעה הגיע יוסי ליישוב B?

2) המשולש ACD חסום במעגל.
הנקודה D נמצאת על ציר ה-x.
הצלע AC מאונכת לציר ה-x (ראו סרטוט).
נתון: משוואת הישר AD היא: $y=-2x+14$,
שיעור ה-y של הנקודה A הוא 8.



א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-D.

נתון: $CD=\sqrt{20}$, הנקודה C נמצאת ברביע הרביעי.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C.

AC הוא קוטר במעגל.

ג. מצאו את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

העבירו משיק נוסף למעגל בנקודה A.
המשיק למעגל בנקודה A והמשיק למעגל בנקודה D נחתכים בנקודה P.

ד. מצאו את שטח המרובע APDC.

3) בקופסה יש 4 כפתורים אדומים ו-3 כפתורים כחולים.
דנה משחקת בכפתורים:
היא מוציאה באקראי כפתור אחד מן הקופסה.
אם יצא כפתור כחול, היא מחזירה אותו לקופסה, ואם יצא כפתור אדום, היא לא מחזירה אותו לקופסה. לאחר מכן, היא מוציאה באקראי כפתור שני מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שדנה הוציאה שני כפתורים בצבעים השונים זה מזה?

ב. מהי ההסתברות שדנה הוציאה לכל היותר כפתור אחד אדום?

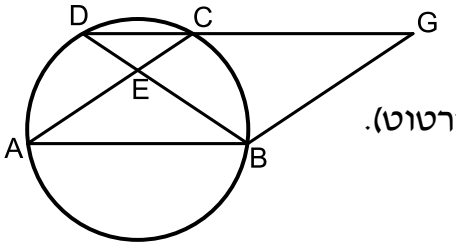
רותי ודנה משחקות יחד בכפתורים:
הן מטילות מטבע מאוזן שעל צד אחד שלו כתובה האות A ועל הצד האחר כתובה האות B. אם מתקבלת האות A, דנה מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה באופן המתואר בפתיח. אם מתקבלת האות B, רותי מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה <u>עם החזרה</u>.

ג. מהי ההסתברות ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה?

ד. ידוע ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה. מהי ההסתברות שהכפתור הראשון שיצא היה אדום?

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) נתונה מקבילית ABGC.
הקודקודים A, B ו-C נמצאים על מעגל.
המשך הצלע GC חותך את המעגל בנקודה D (ראו סרטוט).



א. הוכיחו כי המשולש DBG הוא שווה שוקיים.

ב. הוכיחו: $\Delta AEB \sim \Delta DBG$.

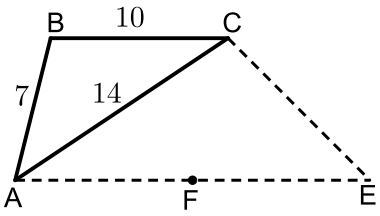
נתון שטח המשולש DBG גדול פי 2.25 משטח המשולש AEB.

ג. מצאו את היחס $\frac{DC}{AB}$.

נתון: שטח המשולש DEC הוא 6.

ד. מצאו את שטח המרובע BECG. נמקו את תשובתכם.

5) נתון משולש ABC (ראו סרטוט).
נתון: $AB=7\ ,\ AC=14\ ,\ BC=10$.



א. מצאו את גודל הזווית BCA.
הנקודה E נמצאת מחוץ למשולש כך
שהמרובע ABCE הוא טרפז, ומתקיים $BC \parallel AE$.
נתון: שטח המשולש ACE הוא 59.
ב. מצאו את אורך הצלע AE.
CF הוא תיכון לצלע AE במשולש ACE.
ג. מצאו את רדיוס המעגל החוסם את משולש CFA.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{16}{x^2}+x^2$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

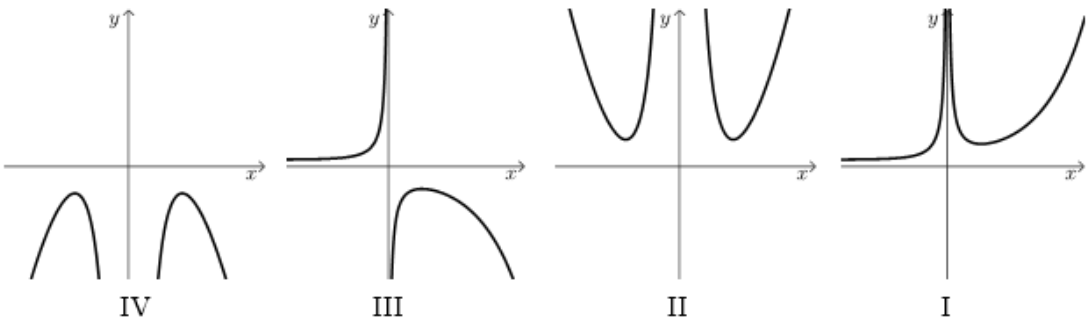
ב. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.

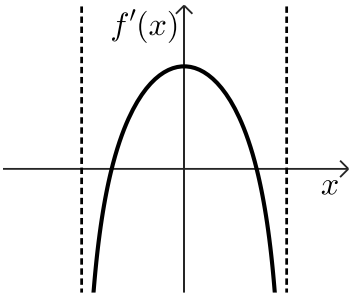
ד. מצאו את תחומי העלייה של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ו. נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)-c$, c הוא פרמטר.
הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ מוגדרות באותו תחום.
נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה-x.
(1) מצאו את הערך של c.
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$,
על ידי הישר: $x=5$ ועל ידי ציר ה-x.



7) $f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.



בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום: $-a<x<a$, a הוא פרמטר.

א. קבעו על פי הגרף כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציה $f(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x)=2x\cdot\sqrt{-x^2+32}$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

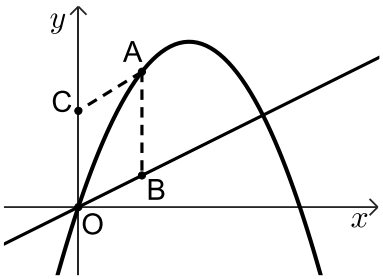
ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x, על ידי ציר ה-y ועל ידי הישר: $x=5$.

8) נתונים הפונקציה: $f(x)=-x^2+18x$ והישר: $y=3x$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהנקודה A נמצאת מעליה, כמתואר בסרטוט.

O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על החלק החיובי של ציר ה-y כך שהמרובע ABOC הוא מקבילית.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את אורך הצלע AB ואת אורך הגובה לצלע AB במקבילית.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המקבילית ABOC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. דני: 20 קמ"ש, יוסי: 16 קמ"ש. ב. 12:30

2) א. $A(3,8)$, $D(7,0)$ ב. $C(3,-2)$ ג. $y=\frac{4}{3}x-\frac{28}{3}$ ד. 60

3) א. $\frac{26}{49}$ ב. $\frac{5}{7}$ ג. $\frac{25}{49}$ ד. $\frac{13}{25}$

4) א. הוכחה $(BG=BD)$ ב. הוכחה. ג. $\frac{1}{2}$ ד. 48

5) א. $28.1°$ ב. $AE=17.9$ ג. $R=7.88$

6) א. $x\neq 0$ ב. $x=0$ ג. $(2,8)$ מינימום, $(-2,8)$ מינימום

ד. תחומי עלייה: $x>2$ או $-2<x<0$ ה. גרף II. ו. **(1)**. $c=8$

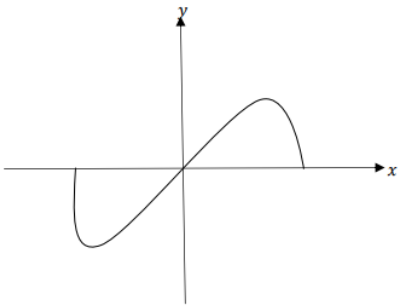
ו. **(2)**. 19.8

7) א. שתי נקודות קיצון. ב. $-5.65\le x\le 5.65$

ג. $(-4,-32)$ מינימום, $(4,32)$ מקסימום, $(5.65,0)$ מינימום,

$(-5.65,0)$ מקסימום. ד. $(5.65,0)$, $(0,0)$, $(-5.65,0)$

ה. סרטוט: ו. 37.54



8) א. $AB=-t^2+18t-3t$, $h=t$ ב. $t=10$

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 42

פתרון בוידאו של בחינות 2022

חורף 143
מועד נבצרים 148
קיץ מועד א 153
קיץ מועד ב 158

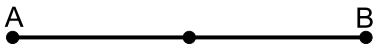
בגרות חורף 2022:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

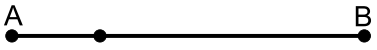
1) אורי ודוד רצו לאורך מסלול ישר AB.
כל אחד מהם רץ במהירות קבועה.
ביום ראשון הם התחילו לרוץ יחד מאמצע המסלול AB:



אורי רץ מאמצע המסלול לנקודה B, ואילו דוד רץ מאמצע המסלול לנקודה A.
אורי הגיע לנקודה B אחרי 40 דקות, ודוד הגיע לנקודה A אחרי שעה.
נסמן ב-x את המהירות של דוד (בקמ"ש).

א. הבע את המהירות של אורי באמצעות x.

ביום שני הם התחילו לרוץ יחד מנקודה C הנמצאת על המסלול AB:



אורי רץ מן הנקודה C לנקודה B, ואילו דוד רץ מן הנקודה C לנקודה A.
אורך AC הוא 4.5 ק"מ.
אורי הגיע לנקודה B חצי שעה אחרי שדוד הגיע לנקודה A.
כל אחד מהם רץ באותה המהירות שבה הוא רץ ביום ראשון.

ב. מצא את אורך המסלול AB.

2) הנקודה M היא מרכז המעגל שמשוואתו: $(x-4)^2+(y-3)^2=10$.
הישר $y=2x$ חותך את המעגל בנקודות A ו-B, כמתואר בסרטוט שלפניך.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

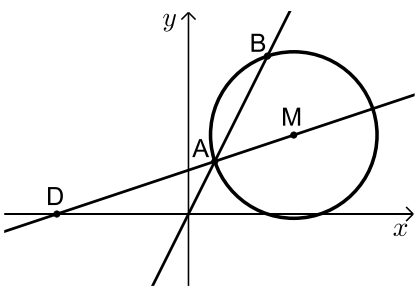
הישר AM חותך את ציר ה-x בנקודה D (ראה סרטוט).

ב. מצא את שיעורי הנקודה D.

ג. הוכח כי BM מאונך ל-DM.

ד. האם הישר DB משיק למעגל? נמק.

ה. חשב את שטח המשולש ABD.



3) במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס.
אפשר להשתתף בחוג אחד בלבד מבין שני החוגים האלה.
סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם. 80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל.
מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל. בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).

א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?

ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן?

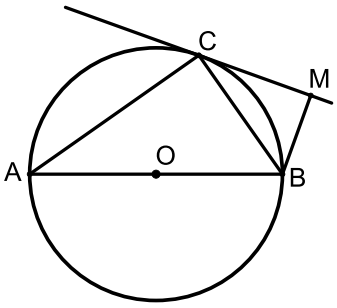
ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכל.

ג. (1) כמה משתתפים סך הכל (בנים ובנות) יש בחוג טניס?

(2) מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה).
מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס?
דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) בסרטוט שלפניך מתואר מעגל שמרכזו בנקודה O. AB הוא קוטר במעגל.
דרך הנקודה C שעל המעגל, העבירו משיק למעגל.
מן הנקודה B העבירו אנך למשיק, החותך אותו בנקודה M, כמתואר בסרטוט.



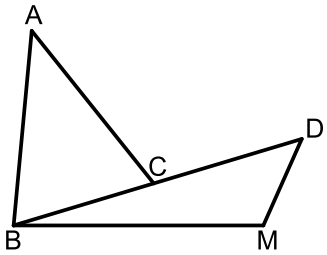
א. הוכח: $\sphericalangle MBC = \sphericalangle CBA$.

ב. הוכח: $BC^2 = AB \cdot BM$.

דרך מרכז המעגל, O, העבירו ישר מקביל ל-BC.
ישר זה חותך את AC בנקודה E.
נתון: שטח המשולש ABC גדול פי 3.24 משטח המשולש CBM, $OE = 5$.

ג. מצא את AB.

5) בסרטוט שלפניך מתוארים משולש BDM ומשולש ABC.
הנקודה C היא אמצע הצלע BD.



נתון: שטח המשולש ABC הוא 27.8,
$AB = 10$, $\sphericalangle BAC = 44°$.

א. מצא את אורך הצלע AC.

ב. מצא את אורך הצלע BC.

נתון: $BM = 11.4$, $\sphericalangle BDM = 50°$, $\sphericalangle BMD > 90°$.

ג. מצא את גודל הזווית BMD.

מן הנקודה A העבירו חוצה זווית BAC החותך את הצלע BM בנקודה F.

ד. מצא את גודל זוויות המשולש AFB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4}{4x^2-1}+b$, b הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה (אם צריך, הבע באמצעות b).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הישר $y=-2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצא את b.

הצב את b שמצאת בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ד-ו.

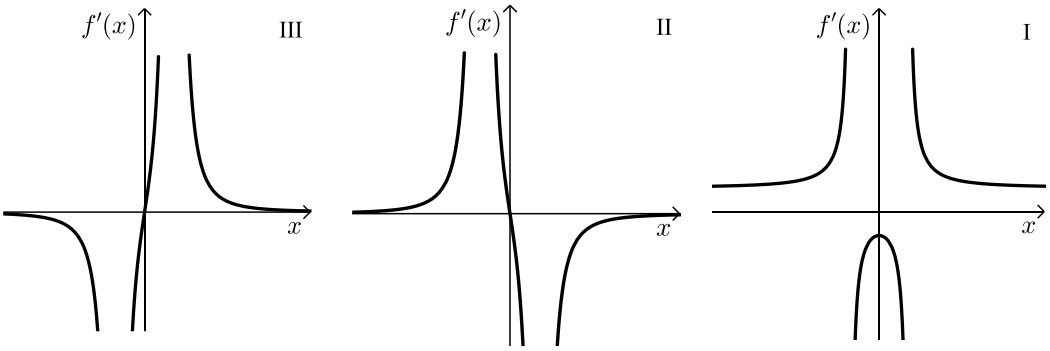
ד. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים I-III שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=\frac{1}{3}$, ועל ידי ציר ה-x.



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x\cdot\sqrt{x+18}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

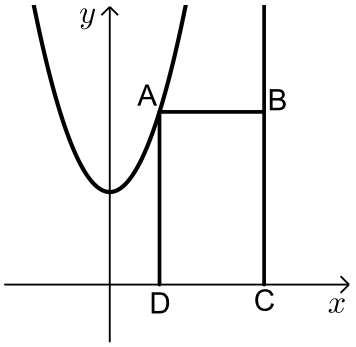
ה. נתונה הפונקציה: $g(x)=-2\cdot f(x)$.

(1) מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגן.

(2) נסמן ב-A ו-B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$ בהתאמה. הנקודה O היא ראשית הצירים.
חשב את שטח המשולש ABO.

8) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2+3$ ונתון הישר $x=5$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר.
מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה-x
וחותך את הישר הנתון בנקודה B.
הנקודות C ו-D נמצאות על ציר ה-x
כך שהמרובע ABCD הוא מלבן (ראה סרטוט).
נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.



א. מצא את הערך של t שבעבורו
שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.

ב. האם ייתכן מלבן ABCD שנבנה
באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמק.

תשובות סופיות:

1) א. המהירות של אורי: $1.5x$. ב. אורך מסלול AB: 18 ק"מ.

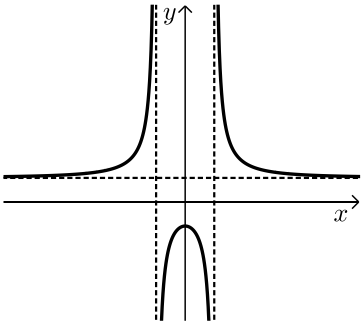
2) א. $A(1,2)$, $B(3,6)$. ב. $D(-5,0)$. ג. הוכחה. ד. לא.
ה. 10 יח"ר $= S_{\Delta ABD}$.

3) א. 0.4. ב. $\frac{4}{19}$. ג. (1). 95 משתתפים. (2). 0.224.

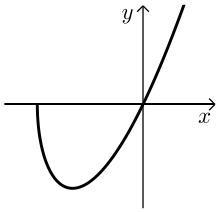
4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $AB=18$.

5) א. $AC=8$. ב. $BC=6.99$. ג. $\sphericalangle BMD=110.12°$.
ד. $\sphericalangle ABF=72.54°$, $\sphericalangle BAF=22°$, $\sphericalangle AFB=85.46°$.

6) א. $x\neq\frac{1}{2}$, $x\neq-\frac{1}{2}$. ב. (1). $(0,-4+b)$ נקודת מקסימום.
ב. (2). תחומי עלייה: $-\frac{1}{2}<x<0$ או $x<-\frac{1}{2}$, תחומי ירידה: $0<x<\frac{1}{2}$ או $x>\frac{1}{2}$.
ג. $b=2$. ד. (1). $x=\frac{1}{2}$, $x=-\frac{1}{2}$, $y=2$.
ד. (2). להלן סקיצה: ה. גרף II. ו. 3.2 יח"ר $=S$.



7) א. $x\geq-18$. ב. $(0,0)$, $(-18,0)$. ג. $\max(-18,0)$, $\min\left(-12,-12\sqrt{6}\right)$.
ד. להלן סקיצה: ה. (1). $\min(-18,0)$, $\max\left(-12,24\sqrt{6}\right)$.
ה. (2). $216\sqrt{6}$ יח"ר $=S_{\Delta ABO}$.



8) א. $t=3$. ב. לא, כי השטח המקסימאלי הוא 24.

בגרות חורף נבצרים 2022:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

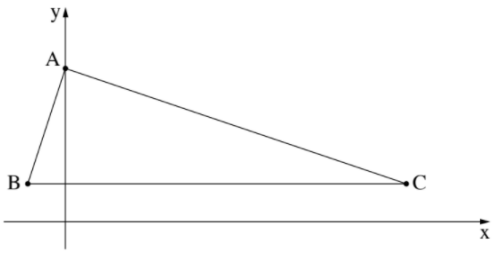
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) המרחק בין יישוב א' ליישוב ב' הוא 36 ק"מ.
יוסי יצא מיישוב א' לכיוון יישוב ב' בשעה 8:00.
הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של שעה, ולאחר מכן המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב-25% ממהירותו הקודמת.
נועה יצאה מיישוב ב' לכיוון יישוב א' בשעה 11:00 באותו היום.
היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה צעד יוסי אחרי המנוחה.
יוסי ונועה נפגשו באמצע הדרך בין שני היישובים.

א. מה הייתה מהירותו של יוסי לפני המנוחה?

ב. באיזו שעה נפגשו יוסי ונועה?

2) לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).



נתון: הנקודה A נמצאת על ציר ה- y.
הנקודות B ו-C נמצאות על הישר: $y=2$.
משוואת הישר AB היא: $y=3x+8$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.

נתון: אורך הצלע AC הוא $\sqrt{360}$.
הנקודה C נמצאת ברביע הראשון.

ב. מצא את שיעורי הנקודה C.

ג. הוכח כי הצלע AB מאונכת לצלע AC.

הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.
דרך הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה- y. הישר חותך את הצלע AC בנקודה E.

ד. חשב את שטח המרובע ABME.

3) מועמדים לבית ספר מסוים נדרשו להיבחן בשתי בחינות: בחינה במתמטיקה ובחינה באנגלית.
80% מן המועמדים עברו את הבחינה במתמטיקה.
60% מן המועמדים עברו את הבחינה באנגלית.
40% מן המועמדים עברו רק אחת משתי הבחינות.
בוחרים באקראי מועמד אחד מבין המועמדים שנבחנו.
נסמן ב-p את ההסתברות שהמועמד שנבחר עבר את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית.

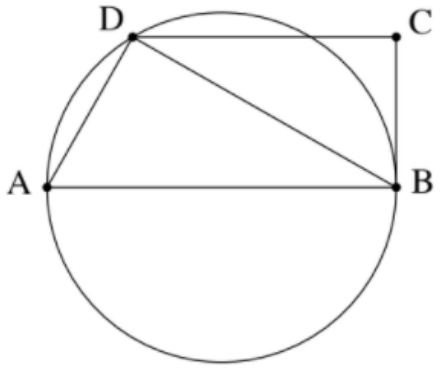
א. מצא את p.

ב. אם ידוע שהמועמד הזה עבר רק בחינה אחת, מהי ההסתברות שהוא עבר רק את הבחינה במתמטיקה ולא עבר את הבחינה באנגלית?
ידוע שהיו 200 מועמדים סך הכול.

ג. (1) כמה מבין המועמדים עברו את שתי הבחינות?
(2) מבין כל המועמדים בחרו באקראי בזה אחר זה שני מועמדים (ללא החזרה).
מהי ההסתברות ששניהם עברו את שתי הבחינות?
בתשובתך דייק 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) המשולש ADB חסום במעגל (ראה סרטוט).
הנקודה C נמצאת מחוץ למעגל כך ש-BC משיק למעגל בנקודה B.
נתון: $DC \parallel AB$.

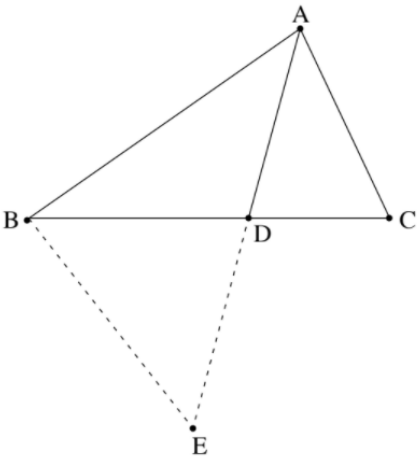


א. הוכח: $\Delta ADB \sim \Delta BCD$.
נתון: $\sphericalangle DAB + \sphericalangle CDB = 90°$.

ב. הוכח כי AB הוא קוטר במעגל.
נתון: רדיוס המעגל הוא 4 ס"מ.
היחס בין שטח המשולש ADB לבין שטח המשולש BCD הוא $\frac{4}{3}$.

ג. (1) מצא את אורך הצלע DB.
(2) מצא את אורך הצלע DC.

5) לפניך משולש ABC (ראה סרטוט).
הנקודה D נמצאת על הצלע BC.
נתון: $AC=1.5\cdot CD$, AD חוצה את הזווית $\sphericalangle BAC$,
$\sphericalangle ADC=75°$.



א. מצא את גודל הזווית $\sphericalangle BAC$.
נתון: $AC=6$.
ב. מצא את אורך הקטע DB.
הנקודה E נמצאת על המשך הקטע AD,
כמתואר בסרטוט.
שטח המשולש BDE הוא 19.
ג. מצא את אורך הצלע BE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\dfrac{2x^2-3x-9}{x^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
ב. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x)=f(x)$.
($g'(x)$ ו-$g(x)$ מוגדרות באותו התחום).
העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה-x.
מה הם שיעורי ה-x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=2x\cdot\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

הנקודה $(4,20)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את a.

הצב $a=2.25$ בפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ג-ה.

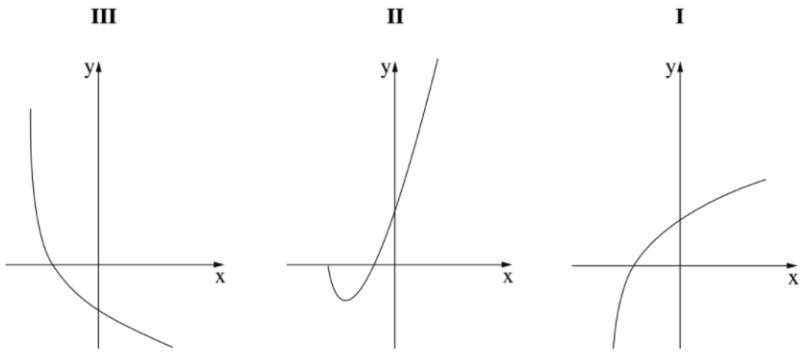
ג. (1). מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2). מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

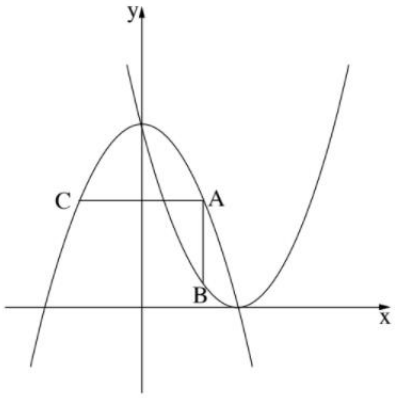
(3). סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. אחד מן הגרפים I-III שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הצירים.



8) בסרטוט שלפניך מוצגים הגרפים של
הפונקציות: $f(x)=-x^2+16$ ו- $g(x)=(x-4)^2$.
נקודה A נמצאת ברביע הראשון על
גרף הפונקציה $f(x)$.
מן הנקודה A העבירו שני ישרים:
ישר אחד, המקביל לציר ה- y וחותך את
גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B,
וישא אחר, המקביל לציר ה- x
וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$
בנקודה C (ראה סרטוט).
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t.



א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A, B ו-C.

ב. מצא את הערך של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. 3.6 קמ"ש. ב. 13:24

2) א. $A(0,8)$, $B(-2,2)$ ב. $C(18,2)$ ג. הוכחה. ד. $43\frac{1}{3}$ יח"ר.

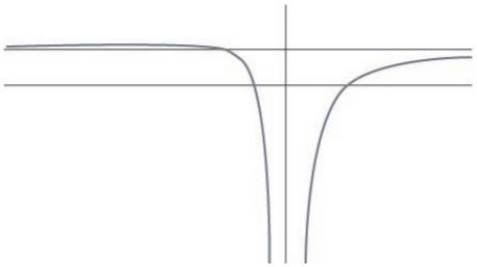
3) א. 0.3 ב. $\frac{3}{4}$ ג. (1). 100 (2). 0.249

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1). $4\sqrt{3}$ (2). 6

5) א. $80.174°$ ב. 6.328 ג. 7.63

6) א. $x\neq 0$ ב. $x=0$, $y=2$ ג. $(3,0)$, $(-1.5,0)$ ד. $\max(-6,2.25)$

ה. להלן סרטוט:

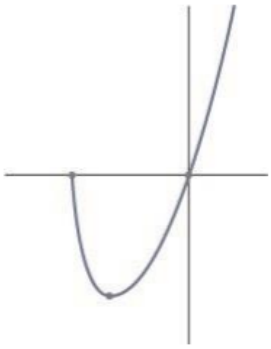


ו. $x=3$, $x=-1.5$

7) א. $x\geq -a$ ב. $a=2.25$ ג. (1). $(0,0)$, $(-2.25,0)$

(2). $\max(-2.5,0)$, $\min(-1.5,-2.598)$ (3). להלן סרטוט:

ד. גרף I. ה. 2.598 יח"ר.



8) א. $A\left(t,-t^2+16\right)$, $B\left(t,(t-4)^2\right)$, $C\left(-t,-t^2+16\right)$ ב. $2\frac{2}{3}$

בגרות קיץ 2022 מועד א':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

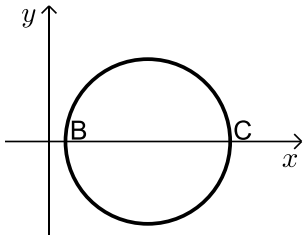
1) המרחק בין עיר A לעיר B הוא 75 ק"מ.
רוכב אופנוע יצא מעיר A לכיוון עיר B.
באותו הזמן יצא רוכב אופניים מעיר B לכיוון עיר A.
שני הרוכבים רכבו באותו המסלול.
רוכב האופנוע רכב במהירות קבועה של 80 קמ"ש.
רוכב האופניים רכב במהירות קבועה של 20 קמ"ש.

א. כעבור כמה זמן מרגע יציאתם לדרך, נפגשו רוכב האופנוע ורוכב האופניים?
רוכב האופנוע הגיע לעיר B ומייד התחיל לרכוב חזרה לעיר A.
בדרכו חזרה לעיר A, פגש רוכב האופנוע בשנית את רוכב האופניים.
כל אחד מן הרוכבים המשיך לרכוב באותה המהירות בה רכב קודם.

ב. כמה זמן עבר מן הפגישה הראשונה בין שני הרוכבים ועד הפגישה השנייה ביניהם?

ג. מהו המרחק שעבר רוכב האופניים מתחילת רכיבתו עד שנפגש עם רוכב האופנוע בפעם השנייה?

2) בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל שמשוואתו היא: $(x-8)^2+y^2=25$.



הנקודות B ו-C נמצאות על ציר ה-x, כמתואר בסרטוט.

א. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.

הנקודה A נמצאת על המעגל ברביע הרביעי.
נתון: שטח המשולש ABC הוא 20.

ב. (1) מצאו את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC.
(2) מצאו את שיעורי הנקודה A (שתי אפשרויות).

נתון: שיפוע הישר המשיק למעגל בנקודה A הוא חיובי.

ג. מצאו את משוואת הישר המשיק למעגל בנקודה A.

ד. מצאו את שטח המרובע המוגבל על ידי הישרים המשיקים למעגל בנקודות A, B ו-C, ועל ידי ציר ה-x.

3) חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה.
כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון.
מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני,
ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי.
שלבי המיון היו:
שלב ראשון: מבחן התאמה.
שלב שני: ריאיון אישי.
שלב שלישי: סדנה קבוצתית.
כל המועמדים שעברו בהצלחה את כל שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.
נתון:
75% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.
50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.
40% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי,
עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

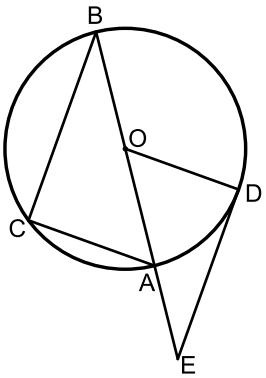
א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?

ב. נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן התקבלה לעבודה בחברה?

ג. גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי, אם ידוע שהיא לא התקבלה לעבודה בחברה?

ד. ידוע כי 170 מועמדים מבין כל המועמדים לא התקבלו לעבודה בחברה.
כמה מועמדים התקבלו לעבודה בחברה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור



4) BA הוא קוטר במעגל שמרכזו O (ראו סרטוט).
C ו-D הן נקודות על המעגל כך שמתקיים: $\sphericalangle BOC = 2\cdot\sphericalangle AOD$.

א. הוכיחו: $\sphericalangle CAB = \sphericalangle AOD$.

הנקודה E נמצאת על המשך הקוטר BA, כמתואר בסרטוט.
נתון כי ED משיק למעגל בנקודה D.

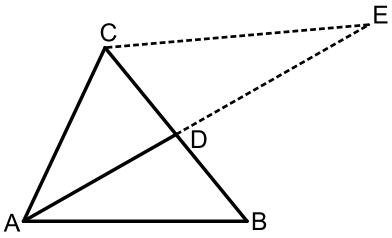
ב. הוכיחו: $CB \| ED$.

ג. הוכיחו: $BA\cdot OD = OE\cdot AC$.

נתון כי שטח המשולש CAB גדול פי 1.44 משטח המשולש DOE.
נסמן ב-R את רדיוס המעגל.

ד. הביעו באמצעות R את אורך הקטע AE.

5) בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC שאורכי הצלעות שלו הם:
$BC=8$, $AB=7$, $AC=6$.



AD הוא התיכון לצלע BC במשולש ABC.

א. (1) מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle ABC$.

(2) מצאו את אורך התיכון AD.

(3) מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle BAD$.

הנקודה E נמצאת על המשך AD, כמתואר בסרטוט.

נתון: שטח המשולש CDE הוא 16.

ב. מצאו את אורך DE.

מן הנקודה C הורידו אנך לתיכון AD, החותך אותו בנקודה F.

ג. מצאו את היחס בין שטח המשולש CDF ובין שטח המשולש CDE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4x^2-1}{x^2-1}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)+k$, k הוא פרמטר.

נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$ היא: $y=1$.

ד. (1) מצאו את k.

(2) מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגה?

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x-2\cdot\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה $(6,0)$.

א. הראו כי: $a=3$.

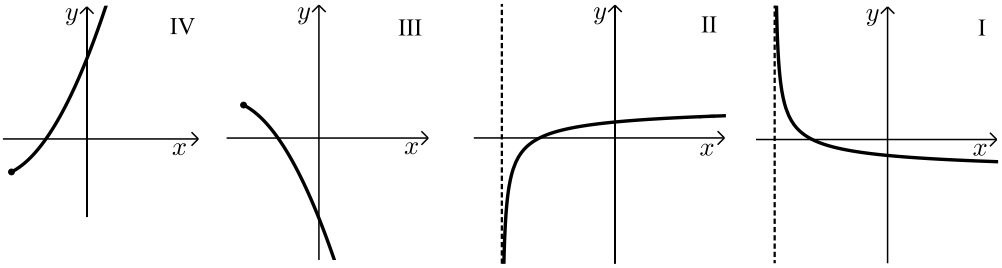
ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

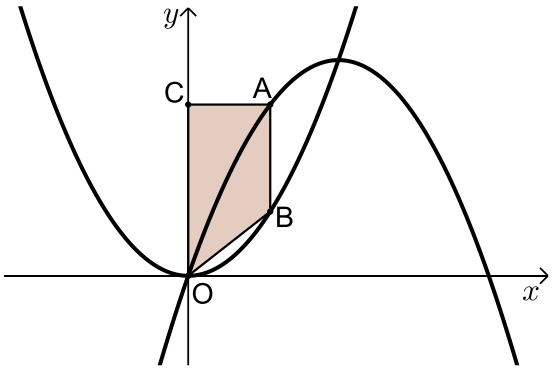
ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, הישר: $x=1$, וציר ה-x.



8) נתונות הפונקציות: $f(x)=-x^2+9x$, $g(x)=x^2$.

נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון מעל לגרף הפונקציה $g(x)$.



מן הנקודה A מעבירים שני ישרים:
ישר המאונך לציר ה-y וחותך אותו בנקודה C,
וישר המקביל לציר ה-y
וחותך את גרף הפונקציה $g(x)$
בנקודה B (ראו סרטוט).
הנקודה O היא ראשית הצירים.
נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את אורכי
הקטעים: AC, CO ו-AB.

ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח הטרפז ABOC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. 45 דקות. ב. 30 דקות. ג. 25 ק"מ.

2) א. $B(3,0)$, $C(13,0)$ ב. (1) 4. ב. (2) $A(11,-4)$ או $A(5,-4)$

ג. $y=0.75x-12.25$ ד. 62.5.

3) א. $p=\frac{3}{20}=0.15$ ב. $p=\frac{391}{400}=0.9775$ ג. $p=\frac{9}{34}$ ד. 30 מועמדים.

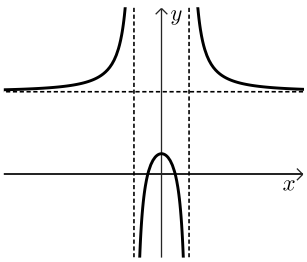
4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. $AE=\frac{2}{3}R$.

5) א. (1) $\sphericalangle ABC=46.57°$ א. (2) $AD=5.148$ א. (3) $\sphericalangle BAD=34.35°$

ב. $DE=8.1$. ג. $\frac{S_{\Delta CDF}}{S_{\Delta CDE}}=0.078$.

6) א. (1) $x\neq\pm1$ א. (2) $x=\pm1$, $y=-4$ א. (3) $(0,1)$, $\left(-\frac{1}{2},0\right)$, $\left(\frac{1}{2},0\right)$

ב. $\max(0,1)$ ג. להלן סקיצה:



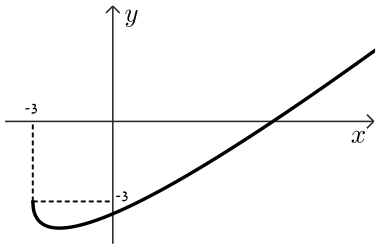
ד. (1) $k=5$

ד. (2) $\min(0,4)$.

7) א. הוכחה. ב. $x\geq-3$

ג. $\min(-2,-4)$, $\max(-3,-3)$ קצה.

ד. להלן סקיצה:



ה. גרף II

ו. 1.

8) א. $AC=t$, $CO=-t^2+9t$, $AB=-2t^2+9t$

ב. $t=4$.

בגרות קיץ 2022 מועד ב':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

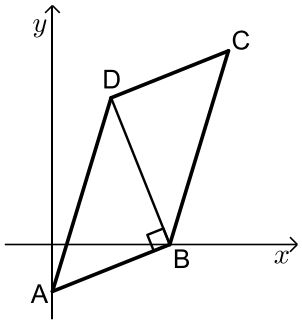
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 96 ק"מ.
ביום ראשון יצא רונן מיישוב A ורכב על קטנוע במהירות קבועה לכיוון יישוב B.
באותו יום ובאותה שעה יצא דני מיישוב B ורכב על אופניים לכיוון יישוב A במהירות קבועה.
באותו יום חלפו רונן ודני זה על פני זה שעה אחרי שיצאו לדרך.
ביום שני יצא דני מיישוב B לכיוון יישוב A.
שעה לאחר מכן יצא רונן מיישוב A לכיוון יישוב B.
שניהם רכבו באותו המסלול ובאותה המהירות שבה רכבו ביום ראשון.
בדיוק כאשר עבר דני מרחק של 42 ק"מ, חלפו רונן ודני זה על פני זה.

א. מצאו את מהירות הרכיבה של רונן ואת מהירות הרכיבה של דני.

ב. מה היה המרחק של דני מיישוב A כאשר הגיע רונן ליישוב B ביום שני?

2) נתונה מקבילית ABCD.
הקודקוד B נמצא על ציר ה-x.
האלכסון DB מאונך לצלע AB (ראו ציור).
נתון: $A(0,-10)$, משוואת DC היא: $y=\frac{2}{5}x+19$.



א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.

ב. מצאו את משוואת DB.

חוסמים את המשולש ABD במעגל.

ג. מצאו את משוואת המעגל.

ד. האם הישר BC משיק למעגל בנקודה B? נמקו.

3) בבית מחסה לבעלי חיים מטפלים בכלבים ובחתולים בלבד.
40% מבעלי החיים בבית המחסה הם חתולים, והשאר הם כלבים.
מחצית מבעלי החיים בבית המחסה הם בוגרים, והשאר הם צעירים.
מספר הכלבים הצעירים בבית המחסה גדול פי 2 ממספר הכלבים הבוגרים שם.

א. בוחרים באקראי בעל חיים מבין כל בעלי החיים בבית המחסה.
מהי ההסתברות שייבחר כלב בוגר?

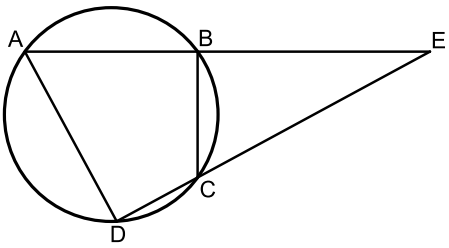
ב. בוחרים באקראי חתול מבין כל החתולים בבית המחסה.
מהי ההסתברות שייבחר חתול בוגר?
נתון כי בבית המחסה יש 16 כלבים בוגרים.

ג. כמה חתולים יש בבית המחסה?
משפחת לוי החליטה לאמץ שני חתולים מבית המחסה.
היא בחרה באקראי, זה אחר זה (ללא החזרה), בשני חתולים מבין כל החתולים שבבית המחסה.

ד. מהי ההסתברות ששני החתולים שבחרה משפחת לוי הם בוגרים?
בתשובתכם דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) מרובע ABCD חסום במעגל.
המשכי הצלעות AB ו-DC נחתכים בנקודה E (ראו ציור).



א. הוכיחו: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle BCE$.

ב. הוכיחו: $\Delta DEA \sim \Delta BEC$.

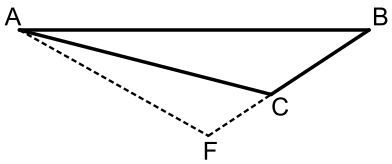
נתון: $AB = 5$, $CE = 6$, $\frac{AD}{BC} = \frac{5}{3}$.

ג. מצאו את אורך הצלע BE.

נתון: $\sphericalangle BDC = \sphericalangle BEC$.

ד. (1) הוכיחו כי המשולש ACE הוא שווה שוקיים.
(2) הוכיחו כי AC הוא קוטר במעגל.

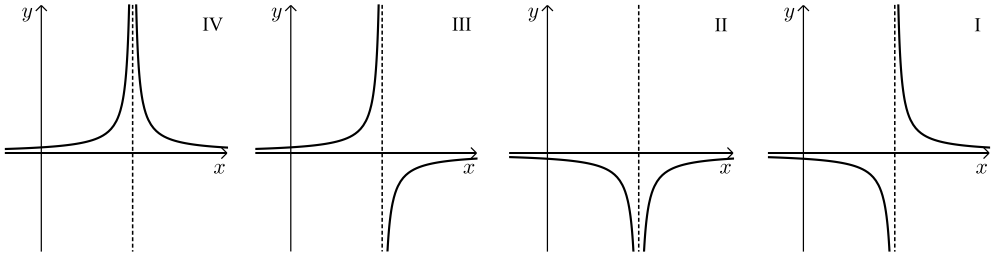
5) נתון משולש ABC (ראו ציור).
הצלע AB גדולה פי 3 מן הצלע BC.
נתון: $\sphericalangle ACB=130°$.



א. מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle BAC$.
נתון כי שטח המשולש ABC הוא 14.
ב. מצאו את אורך הצלע BC.
האריכו את BC עד לנקודה F, כמתואר בציור, כך ש-$FC=3$.
ג. חשבו את אורך AF.
הנקודה M נמצאת על AF, כך ש-CM חוצה את הזווית ACF.
ד. (1) מצאו את גודל הזווית $\sphericalangle CAF$.
(2) חשבו את אורך חוצה הזווית, CM.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{2x-b}{x-4}+1$, b הוא פרמטר.
א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-y בנקודה $(0,2.5)$.
ב. מצאו את b.
הציבו את הערך של b שמצאתם בסעיף ב בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ז.
ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
ד. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.
ה. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ז. (1) אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
על ידי הישר $x=1$, על ידי ציר ה-x ועל ידי ציר ה-y.



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x-3)\cdot\sqrt{2x}$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

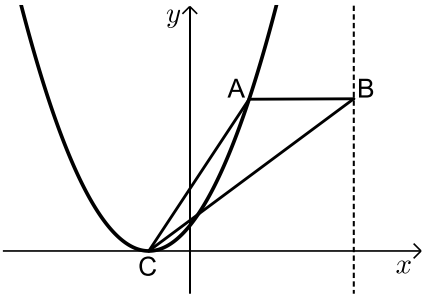
נתונה הפונקציה: $g(x)=-f(x)$.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה $f(x)$.

נסמן ב-S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה-x.

ו. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$. נמקו.

8) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x+1)^2$.



נקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר $x=7$, מימין לנקודה A, כך ש-AB מקביל לציר ה-x (ראו ציור).

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות A ו-B.

הנקודה C היא נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ב. הביעו באמצעות t את שטח המשולש ABC.

ג. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. רונן: 72 קמ"ש. דני: 24 קמ"ש. ב. 40 ק"מ.

2) א. $B(25,0)$ ב. $y=-2.5x+62.5$ ג. $(x-7.5)^2+(y-7.5)^2=362.5$

ד. כן.

3) א. 0.2 ב. 0.75 ג. 32 חתולים. ד. $\frac{69}{124}\approx 0.556$.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $BE=5$ ד. הוכחה.

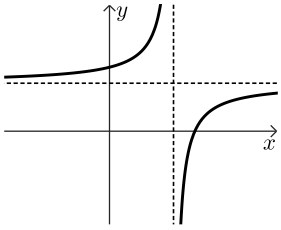
5) א. $14.79°$ ב. 4.024 ס"מ ג. 7.516 ס"מ

ד. (1) $17.8°$ (2) 4.088 ס"מ.

6) א. $x\neq 4$ ב. $b=6$ ג. $y=3\ ,\ x=4$

ד. $\left(3\frac{1}{3},0\right)$ ה. עלייה: אף x, ירידה: $x>4$ או $x<4$.

ו. להלן סקיצה:

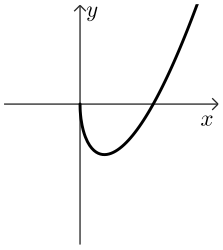


ז. (1) גרף II ז. (2) $\frac{1}{6}$.

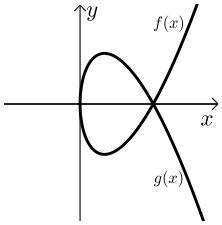
7) א. $x\geq 0$ ב. $(3,0)\ ,\ (0,0)$

ג. $\min\left(1,-2\sqrt{2}\right)$, $\max(0,0)$ קצה.

ד. להלן סקיצה:



ה. להלן סקיצה:



ו. $2S$.

8) א. $A\left(t,(t+1)^2\right)\ ,\ B\left(7,(t+1)^2\right)$

ב. $S_{ABC}=\frac{(7-t)(t+1)^2}{2}$ ג. $t=4\frac{1}{3}$.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 43

פתרון בוידאו של בחינות 2021

חורף מועד א 163
מועד נבצרים 168
חורף מועד ב 173
קיץ מועד א 177
קיץ מועד ב 182
קיץ מועד מיוחד 187

בגרות חורף 2021 מועד חורף א':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

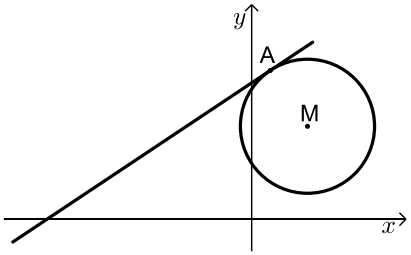
פרק ראשון - אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) המרחק בין עיר א לעיר ב הוא 54 ק"מ.
שתי רוכבות אופניים, דנה והילה, יצאו זו לקראת זו באותו הזמן.
דנה יצאה מעיר א ורכבה לכיוון עיר ב, והילה יצאה מעיר ב ורכבה לכיוון עיר א.
כל אחת מהן רכבה במהירות קבועה.
שעה לאחר שדנה והילה יצאו לדרך, הן נפגשו.
לאחר הפגישה המשיכה הילה ברכיבתה לכיוון עיר א באותה המהירות שבה רכבה קודם, ודנה עצרה למשך שעה וחצי ואז המשיכה ברכיבתה לכיוון עיר ב באותה המהירות שבה רכבה קודם.
דנה הגיעה לעיר ב בדיוק באותו הזמן שהילה הגיעה לעיר א.

א. מצא את מהירות הרכיבה של דנה ואת מהירות הרכיבה של הילה.

ב. מהו היחס בין המרחק שעברה דנה מרגע הפגישה ועד שהגיעה לעיר ב ובין המרחק שעברה הילה מרגע הפגישה ועד שהגיעה לעיר א?

2) הנקודה $A(1,8)$ נמצאת על מעגל שמרכזו $M(3,5)$.



א. מצא את משוואת המעגל.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל (ראה ציור).

ב. מצא את משוואת המשיק.

הנקודה B נמצאת על המעגל.
שיעור ה-y שלה הוא 2 ושיעור ה-x שלה גדול מ-3.

ג. (1) מצא את שיעור ה-x של הנקודה B.

(2) האם AB הוא קוטר במעגל? נמק.

מן הנקודה B העבירו ישר המקביל לציר ה-x וחותך את המשיק בנקודה C.
הנקודה E היא מרכז המעגל החוסם את המשולש CAB.

ד. חשב את שטח המשולש EAC.

3) מנחם ניגש למבחן נהיגה כדי לקבל רישיון נהיגה.
ההסתברות שמנחם לא יעבור מבחן נהיגה אחד היא קבועה, וגדולה פי 4 מן ההסתברות שהוא יעבור אותו.

א. מהי ההסתברות שמנחם יעבור מבחן נהיגה אחד?

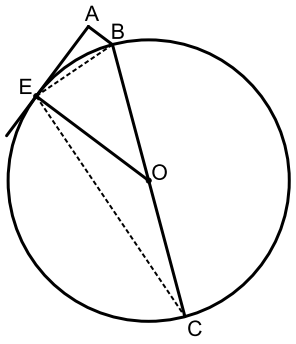
בכל פעם שמנחם לא עובר את המבחן, הוא ניגש למבחן נוסף, עד שהוא מצליח לעבור את מבחן הנהיגה.
ידוע שמנחם קיבל רישיון נהיגה.

ב. (1) מהי ההסתברות שמנחם ניגש לשני מבחנים לכל היותר?

(2) מהי ההסתברות שמנחם ניגש למבחן השני, אם ידוע שהוא ניגש לשני מבחנים לכל היותר?

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
דרך הנקודה E, הנמצאת על המעגל, העבירו משיק למעגל.
הנקודה A היא נקודה על המשיק כך ש- $AB \parallel EO$.



א. הוכח: $\sphericalangle EAB = 90°$.

ב. הוכח: $\Delta EAB \sim \Delta CEB$.

ג. הוכח: $EB^2 = AB \cdot CB$.

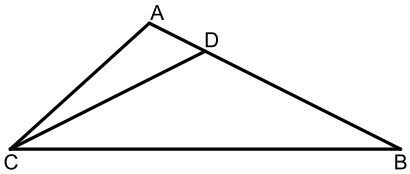
נתון: $\frac{CB}{EB} = 3$.

ד. חשב את היחס בין שטח המשולש EBO

ובין שטח המשולש EAB $\left(\frac{S_{\Delta EBO}}{S_{\Delta EAB}}\right)$.

5) הנקודה D נמצאת על הצלע AB במשולש ABC

כך ש- $AD = \frac{1}{3}AC$ (ראה ציור).



נתון: $\sphericalangle ACD = 15°$, הזווית ADC היא זווית חדה.

א. חשב את גודל הזווית ADC.

נתון כי CDB הוא משולש שווה שוקיים (CD = DB) ושטחו שווה ל-40.

ב. חשב את אורך הקטע AD.

הנקודה P היא אמצע הקטע CD.

ג. חשב את אורך הקטע PB.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{bx^2}{x^2-4x+3}$. b הוא פרמטר.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא: $y=2$.

א. (1) מצא את תחום הגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מהו ערכו של הפרמטר b?

הצב את הערך של b שמצאת, וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. (1) מצא את משוואות האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$.

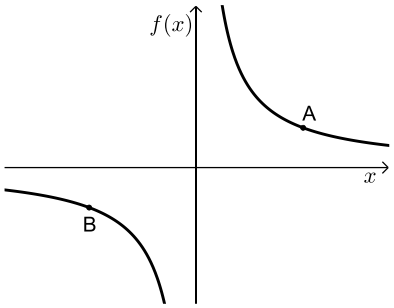
(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

7) בסרטוט שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x)=\frac{6}{x}$,

המוגדרת לכל $x\neq 0$. הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$, כמתואר בציור שלפניך.



$x_A=t$ ו- $x_B=-t$.

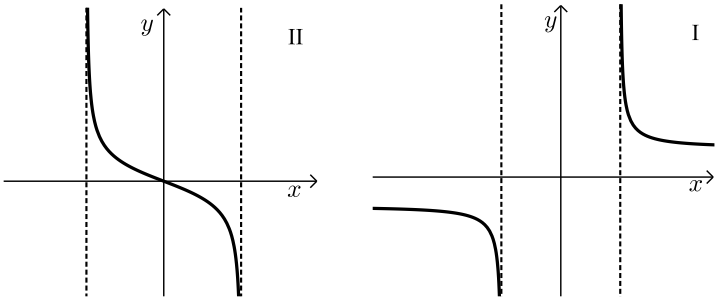
א. הבע באמצעות t את AB^2.

ב. (1) בעבור איזה ערך של t הגודל AB^2 הוא מינימלי?

(2) הסתמך על תת-סעיף ב(1) וקבע בעבור איזה ערך של t אורך הקטע AB הוא מינימלי. נמק.

8) לפניך סרטוטים של שני גרפים I, ו-II. כל אחד מן הגרפים מתאר גרף נגזרת של פונקציה אחרת. גרף I אינו חותך את הצירים כלל, נקודת החיתוך של גרף II עם הצירים היא הנקודה $(0,0)$.

לכל אחד משני הגרפים יש אסימפטוטות אנכיות שמשוואותיהן הן $x=\pm 2$.



א. הסתמך על הגרפים I ו-II ובעבור כל אחד מהם מצא מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה שאת הנגזרת שלה הוא מתאר.

נתונות שתי פונקציות: $f(x)=\sqrt{4-x^2}$, $g(x)=\sqrt{x^2-4}$.

כל אחד מן הגרפים I ו-II מתאר את פונקציית הנגזרת של אחת מן הפונקציות האלה.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

(2) התאם בין פונקציות הנגזרת $f'(x)$ ו-$g'(x)$ ובין הגרפים I ו-II. נמק.

ענה על סעיף ג בעבור כל אחת מן הפונקציות $f(x)$ ו-$g(x)$.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובות סופיות:

1) א. הילה: 18 קמ"ש. דנה: 36 קמ"ש. ב. $\frac{1}{2}$.

2) א. $(x-3)^2+(y-5)^2=13$. ב. $y=\frac{2}{3}x+7\frac{1}{3}$. ג. **(1)**. $x_B=5$.

ג. **(2)**. כן. ד. 19.5.

3) א. 0.2. ב. **(1)**. 0.36. ב. **(2)**. $\frac{4}{9}$.

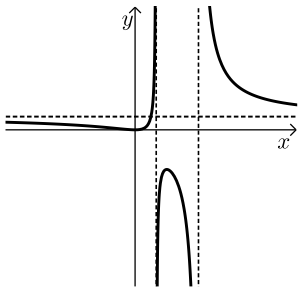
4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. 4.5.

5) א. $50.937°$. ב. 2.877. ג. 13.92.

6) א. **(1)**. $x\neq 3$, $x\neq 1$. א. **(2)**. $b=2$. ב. **(1)**. $x=3$, $x=1$.

ב. **(2)**. $(0,0)$. ב. **(3)**. $(0,0)$ מינימום, $(1.5,-6)$ מקסימום.

ג. להלן סרטוט:



7) א. $AB^2=4t^2+\frac{144}{t^2}$. ב. **(1)**. $\sqrt{6}=2.449$. ב. **(2)**. $\sqrt{6}=2.449$.

8) א. גרף I: עלייה: $x>2$, ירידה: $x<-2$.

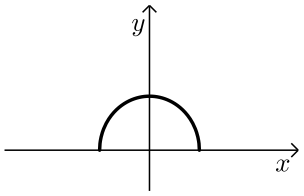
גרף II: עלייה: $-2<x<0$, ירידה: $0<x<2$.

ב. **(1)**. $f(x)$: $-2\le x\le 2$, $g(x)$: $x\ge 2$ או $x\le -2$.

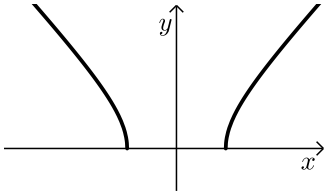
ב. **(2)**. $f'(x)$ - גרף II, $g'(x)$ - גרף I.

ג. **(1)**. $f(x)$: $(2,0)$, $(-2,0)$, $(0,2)$. $g(x)$: $(2,0)$, $(-2,0)$.

ג. **(2)**. $f(x)$: שרטוט:



$g(x)$: שרטוט:



בגרות חורף 2021 מועד חורף נבצרים:

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון - אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

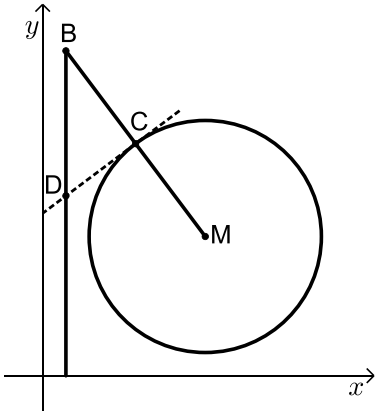
1) המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 30 ק"מ.
רוכב אופניים יצא מיישוב A, ורכב במהירות קבועה ליישוב B.
הרוכב הגיע ליישוב B, וחזר מייד ליישוב A.
מהירות הרוכב בדרכו חזרה ליישוב A הייתה קטנה ב-5 קמ"ש מן המהירות שלו בדרכו ליישוב B.
זמן הרכיבה בחזרה ליישוב A היה ארוך בחצי שעה מזמן הרכיבה ליישוב B.

א. מצא את המהירות של רוכב האופניים בדרכו ליישוב B.

ב. רוכב האופניים יצא מיישוב A בשעה 9:00.

ג. באיזו שעה הגיע הרוכב לאמצע הדרך כאשר רכב מ-A ל-B, ובאיזו שעה הגיע הרוכב לאמצע הדרך כאשר רכב מ-B ל-A?

2) נתון מעגל שמרכזו $M(7,6)$. הישר MB חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור). נתון: $B(1,14)$, $MC = CB$.



א. מצא את משוואת המעגל.

העבירו משיק למעגל בנקודה C.

ב. מצא את משוואת המשיק.

מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה-x.
המשיק והאנך נחתכים בנקודה D.

ג. חשב את שטח המשולש BCD.

הנקודה E נמצאת על האנך שהורידו מנקודה B לציר ה-x. נתון: $ME \parallel CD$.

ד. מצא את שיעורי הנקודה E.

ה. הראה כי הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BME.

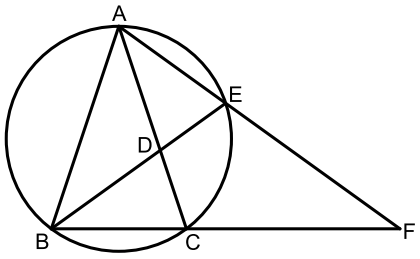
3) בסקר ארצי שנערך בקרב תלמידי כיתה י"א וכיתה י"ב, בדקו כמה תלמידים רוצים ללמוד מדעי המחשב. על פי ממצאי הסקר, 40% מן המשתתפים רוצים ללמוד מדעי המחשב, והשאר אינם רוצים. מספר התלמידים מכיתה י"א שהשתתפו בסקר היה גדול פי 3 ממספר התלמידים מכיתה י"ב שהשתתפו בסקר. ידוע כי 60% מתלמידים כיתה י"ב שהשתתפו בסקר רוצים ללמוד מדעי המחשב.

א. בוחרים באקראי תלמיד שהשתתף בסקר.
(1) מהי ההסתברות שנבחר תלמיד כיתה י"א שרוצה ללמוד מדעי המחשב?
(2) ידוע שנבחר תלמיד מכיתה י"א.
מהי ההסתברות שהוא רוצה ללמוד מדעי המחשב?

ב. בוחרים באקראי 4 תלמידים שהשתתפו בסקר.
מהי ההסתברות שבדיוק 2 מן התלמידים שנבחרו הם תלמידי כיתה י"א שרוצים ללמוד מדעי המחשב?

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) משולש ABC חסום במעגל.
המיתר BE חותך את הצלע AC בנקודה D.
המשכי המיתרים AE ו-BC נפגשים בנקודה F, כמתואר בציור.
נתון: $\sphericalangle AFB = \sphericalangle EBC = \sphericalangle ABE$, $EF = 16$, $AF = 25$.

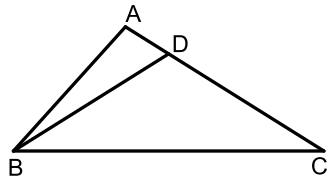


א. (1) הוכח כי: $\Delta BAE \sim \Delta FAB$.
(2) מצא את האורך של AB.
(3) מצא את האורך של BF.

ב. הוכח כי: $\Delta AEC \sim \Delta BEF$.

ג. מצא את האורך של CF.

5) במשולש ABC נתון: $AB = 5$, $AC = 7$, $\sphericalangle BAC = 100°$.
הנקודה D נמצאת על הצלע AC כך ש- $BD = DC$ (ראה ציור).



א. חשב את גודל הזווית BCA.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD לרדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{-x^2-2x+8}{x^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

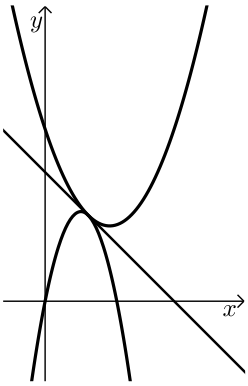
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x)=f(x)$. $g(x)$ ו-$f(x)$ מוגדרות באותו תחום.

העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה-x.

מה הם שיעורי ה-x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

7) נתונות שתי פונקציות: $f(x)=-3x^2+5x$, $g(x)=x^2-3x+c$. c הוא פרמטר.
ישר משיק לגרפים של שתי הפונקציות בנקודה המשותפת לשניהם (ראה ציור).



א. (1) מצא את שיערי נקודת ההשקה של שני הגרפים.
(2) מצא את הערך של c.

ב. מצא את משוואת המשיק המשותף לשני הגרפים.

ג. S_1 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק המשותף ועל ידי ציר ה-y.
S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי המשיק המשותף ועל ידי ציר ה-y.
מצא את היחס: $\frac{S_1}{S_2}$.

8) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x-3}}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא על גרף הפונקציה $f(x)$ נקודה שהמכפלה של שיעור ה-x שלה בשיעור ה-y שלה היא מינימלית, וכתוב את שיעוריה.

ג. נתונה הפונקציה: $g(x)=\frac{4x}{\sqrt{x-3}}$.

היעזר בתשובותיך על סעיף א ועל סעיף ב, וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

תשובות סופיות:

1) א. 20 קמ"ש. ב. בדרך הלוך: 9:45, בדרך חזור: 11:30.

2) א. $(x-7)^2+(y-6)^2=25$. ב. $y=\frac{3}{4}x+7$. ג. 9.375.

ד. $E(1,1.5)$. ה. הוכחה.

3) א. (1) 0.25. (2) $\frac{1}{3}$. ב. $\frac{27}{128}$.

4) א. (1) הוכחה. (2) 15. א. (3) $26\frac{2}{3}$. ב. הוכחה.

ג. 15.

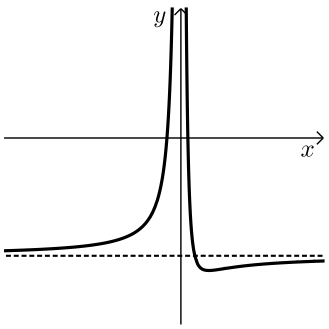
5) א. $32.04°$. ב. 0.539.

6) א. $x\neq 0$. ב. $x\neq 0$, $y=-1$. ג. $(2,0)$, $(-4,0)$.

ד. $(8,-1.125)$ מינימום.

ה. להלן סרטוט:

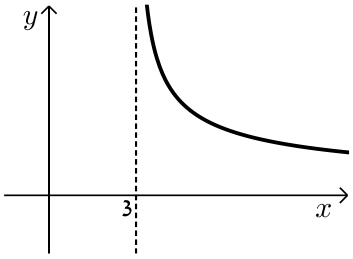
ו. $x=2$, $x=-4$.



7) א. (1) $(1,2)$. (2) $c=4$. ב. $y=-x+3$. ג. 3.

8) א. $x>3$. ב. $(6,2\sqrt{2})$.

ג. להלן סרטוט:



בגרות חורף 2021 מועד חורף ב':

ענה על חמש מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון - אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

1) אורי ודני יצאו באותו הזמן משתי נקודות שונות, והלכו זה לקראת זה לאורך אותו מסלול ישר. מהירות ההליכה של אורי הייתה גדולה ב-40% ממהירות ההליכה של דני.
אורי ודני נפגשו שעה ורבע אחרי שיצאו לדרך.
נסמן ב- x את מהירות ההליכה של דני.

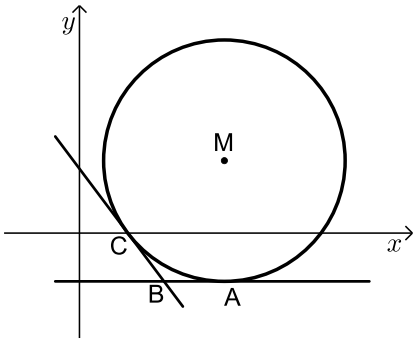
א. הבע באמצעות x את אורך המסלול.

40 דקות אחרי שיצאו לדרך, היה המרחק בין אורי לדני 4.9 ק"מ.

ב. מצא את מהירות ההליכה של דני ואת מהירות ההליכה של אורי.

ג. מה היה המרחק בין אורי לדני שעה אחרי שיצאו לדרך?

2) הישר $y=-2$ משיק למעגל שמרכזו M בנקודה A (ראה סרטוט).
מרכז המעגל נמצא ברביע הראשון.
רדיוס המעגל הוא 5.



א. מצא את שיעור ה- y של מרכז המעגל.

נתון כי המעגל עובר דרך נקודה $C(2,0)$.

ב. מצא את משוואת המעגל.

המשיק למעגל בנקודה C חותך את הישר $y=-2$ בנקודה B (ראה סרטוט).

ג. מצא את שטח המרובע MABC.

D היא נקודה על המעגל כך ש-AD הוא קוטר במעגל.

ד. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

3) במדינת עוץ מספר התושבים בעלי רישיון נהיגה גדול פי 3 ממספר התושבים שאין להם רישיון נהיגה.

א. מהי ההסתברות שתושב ממדינת עוץ הוא בעל רישיון נהיגה?
נתון: 60% מן התושבים במדינת עוץ הם מבוגרים, והשאר הם צעירים.
מבין התושבים המבוגרים במדינת עוץ, 80% הם בעלי רישיון נהיגה.

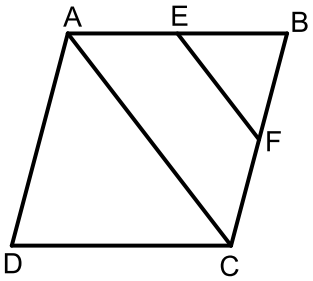
ב. מהי ההסתברות שתושב ממדינת עוץ הוא צעיר שאין לו רישיון נהיגה?

ג. בחרו באקראי תושב ממדינת עוץ, וידוע שהתושב הוא צעיר.
מהי ההסתברות שיש לו רישיון נהיגה?

ד. בחרו באקראי 4 תושבים ממדינת עוץ.
מהי ההסתברות שבדיוק 2 מהם הם צעירים שיש להם רישיון נהיגה?

פרק שני - גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) בסרטוט שלפניך מתואר מעוין ABCD.
הנקודות E ,F הן אמצעי הצלעות BC ,AB בהתאמה.



א. הוכח כי: $EF \parallel AC$.

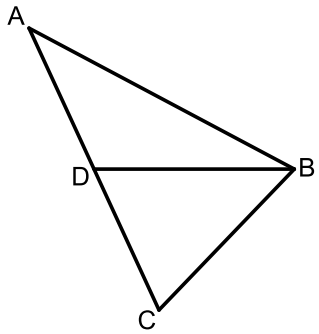
ב. (1) הוכח: $\Delta EBF \sim \Delta ABC$.
(2) מצא את היחס בין שטח המשולש EBF
ובין שטח המעוין ABCD.

ג. הוכח כי: $BD \perp EF$.

נתון: היקף המעוין הוא 32, $EF = 2\sqrt{7}$.
M היא נקודת החיתוך של BD ו-EF.

ד. (1) מצא את BM.
(2) מצא את MD.

5) בסרטוט שלפניך מתואר משולש חד-זוויות ABC.
BD הוא התיכון לצלע AC.



נתון: $DB = a$, $AB = 1.5a$, $\sphericalangle ABD = 28°$.

א. הבע באמצעות a את אורך הקטע AD.

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD הוא 5.

ב. מצא את a.

ג. חשב את שטח המשולש ABC.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{16}{x^2}-x^2$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה-x והאנך $x=1$.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=ax\cdot\sqrt{12-x}$. $a>0$ הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן (אם צריך, הבע באמצעות a).

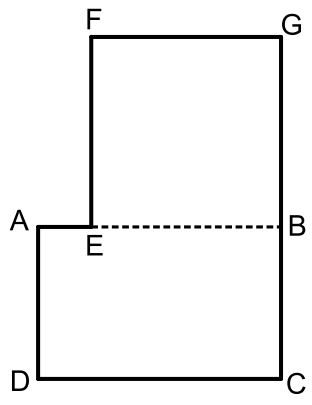
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הפונקציה: $g(x)=f(x)-32$ משיקה לציר ה-x.

ה. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) מצא את a.

8) בסרטוט שלפניך ABCD הוא מלבן ששטחו 25.
הנקודה E נמצאת על הצלע AB,
והנקודה G נמצאת על המשך הצלע CB,
כמתואר בסרטוט.
המרובע EFGB הוא ריבוע.
נתון: $AD<DC$.
צלע הריבוע גדולה ב-25% מ-AD.
נסמן: $AD=x$.



א. הבע באמצעות x את DC ואת AE.

ב. מצא את הערך של x שעבורו היקף המצולע AEFGCD שנוצר הוא מינימלי.

תשובות סופיות:

1) א. $3x$. ב. דני: 3.5 קמ"ש, אורי: 4.9 קמ"ש. ג. 2.1 ק"מ.

2) א. $y_M = 3$. ב. $(x-6)^2+(y-3)^2=25$. ג. 12.5 יח"ר ד. $y=8$.

3) א. 0.75. ב. 0.13. ג. 0.675. ד. 0.233.

4) א. הוכחה. ב. (1). הוכחה. ב. (2). $\frac{1}{8}$. ג. הוכחה.

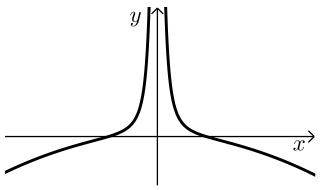
ד. (1). $BM = 3$ יחידות. ד. (2). $MD = 9$ יחידות.

5) א. $0.775a$ יחידות אורך. ב. $a = 6.058$. ג. 25.85 יחידות שטח.

6) א. (1). $x \neq 0$. א. (2). אנכית: $x=0$, אופקית: אין.

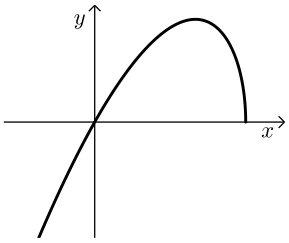
ב. עליה: $x<0$, ירידה: $x>0$. ג. $(2,0)$, $(-2,0)$.

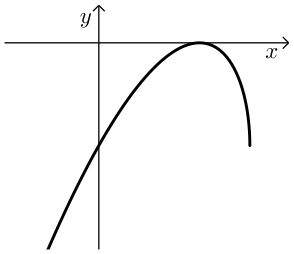
ד. להלן סרטוט: ה. $5\frac{2}{3}$.



7) א. $x \leq 12$. ב. $(12,0)$, $(0,0)$. ג. $\min(12,0)$ קצה, $\max(8,16a)$.

ד. להלן סרטוט: ה. (1). להלן סרטוט: ה. (2). $a=2$.





8) א. $DC = \frac{25}{x}$, $AE = \frac{25}{x} - 1.25x$. ב. $x = 3\frac{1}{3}$.

בגרות קיץ 2021 מועד א':

ענה על <u>ארבע</u> מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 25 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

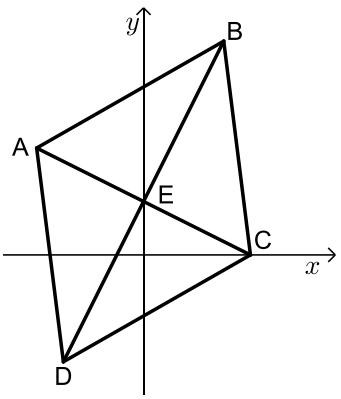
1) הדרך בין ביתו של ארז ובין ביתה של קרן היא מסלול ישר שאורכו 36 ק"מ.
ביום א' בשעה 7:00 יצא כל אחד מהם מביתו ורכב על אופניים במהירות קבועה לכיוון ביתו של האחר.
הם נפגשו בשעה 8:20.
ביום ב' שוב יצאו ארז וקרן מביתם ורכבו על אופניים זה לכיוונו של זה.
ארז יצא מביתו בשעה 7:00 ואילו קרן יצאה מביתה בשעה 7:45.
כל אחד מהם רכב באותה מהירות שבה רכב ביום א'.
בזמן שנפגשו היה ארז במרחק 21 ק"מ מביתו.

א. מצא את מהירות הרכיבה של ארז ואת מהירות הרכיבה של קרן.

ב. באיזו שעה הם נפגשו ביום ב'? נמק.

ג. באיזו שעה ביום ב' היה המרחק בין ארז לבין קרן 13.5 ק"מ לפני שהם נפגשו? נמק

2) המרובע ABCD המתואר בציור שלפניך הוא מעוין.
הנקודה B נמצאת ברביע הראשון.
אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה E הנמצאת על ציר ה- y.



נתון: $C(4,0)$, שיפוע הישר BD הוא 2.

א. (1) מצא את שיעורי הנקודה E.
(2) מצא את משוואת הישר BD.

נתון: שטח המשולש BEC הוא 15.

ב. (1) מצא את אורך הקטע BE.
(2) מצא את שיעורי הנקודה B.

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש AEB.

3) בקופסה יש 20 כדורים בשלושה צבעים בלבד: אדום, לבן ושחור.
נתון: 40% מן הכדורים שבקופסה אדומים.
מספר הכדורים השחורים בקופסה גדול פי 3 ממספר הכדורים הלבנים בקופסה.

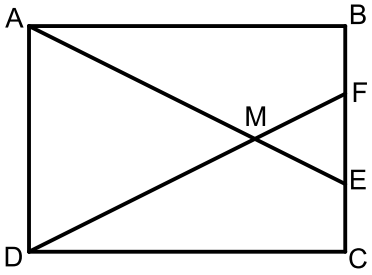
א. מהי ההסתברות להוציא מן הקופסה באקראי כדור לבן?

ב. הוציאו באקראי כדור מן הקופסה, החזירו אותו והוציאו שוב באקראי כדור מן הקופסה.
מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו הם באותו צבע?

ג. מתוך הקופסה שבה 20 הכדורים הוציאו באקראי בזה אחר זה שני כדורים <u>ללא החזרה</u>.
(1) מהי ההסתברות ששני הכדורים שהוציאו הם באותו צבע?
(2) אם ידוע ששני הכדורים שהוציאו הם בצבעים <u>שונים</u>,
מהי ההסתברות שהכדור הראשון שהוציאו הוא לבן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) המרובע ABCD הוא מלבן.
הנקודות E ו-F נמצאות על הצלע BC כמתואר בציור.
הקטעים AE ו-DF נחתכים בנקודה M.

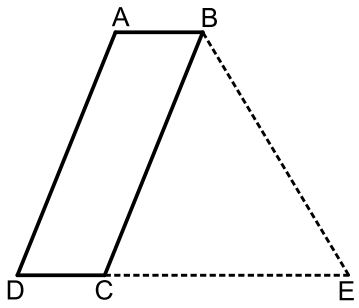


א. הוכח: $\Delta AMD \sim \Delta EMF$.
נתון: $AE = DF$.

ב. הוכח: $BF = EC$.
נתון: $FB = 3$, $AD = 10$.

ג. חשב את היחס: $\frac{DF}{DM}$.

5) נתונה מקבילית ABCD, כמתואר בציור.
נתון: $\sphericalangle ABC = 68°$, $AB = a$, $AD = 3a$, $BD = 28$.



א. מצא את a.

ב. חשב את זוויות המשולש DBC.
הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור.
נתון: שטח המשולש BED הוא 356.

ג. מצא את אורך הקטע CE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{-1}{x+2}+\frac{k}{x+6}$, k הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=-3$.

א. מצא את k.

הצב $k=9$ בפונקציה $f(x)$ וענה על הסעיפים ב'-ג'.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

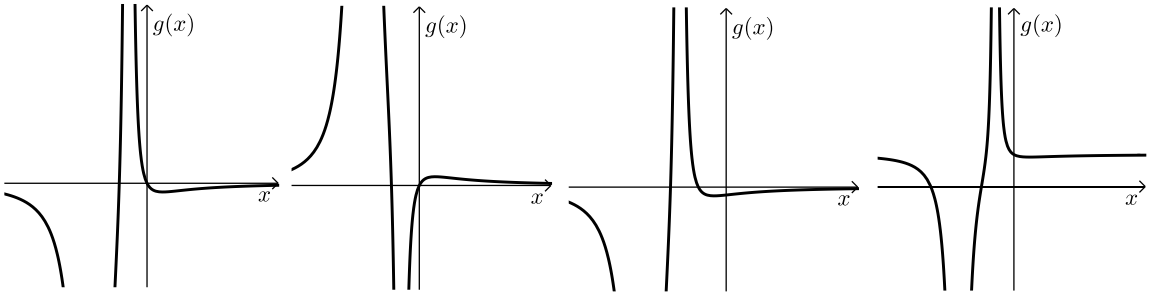
(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=f'(x)$.

ג. אחד מן הגרפים I-IV שלפניך מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$.

קבע איזה ונמק את קביעתך.



IV III II I

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=(x^2+2x+1)\cdot(2x-1)$ המוגדרת לכל x.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

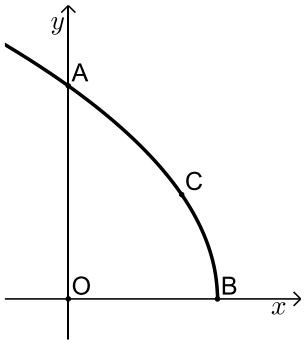
ד. חשב את השטח הנמצא ברביע השלישי ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי ציר ה-y.

נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)-4$.

נסמן ב-S את השטח הנמצא ברביע השלישי ומוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה-x, על ידי ציר ה-y ועל ידי האנך לציר ה-x העובר דרך נקודת המקסימום של הפונקציה.

ה. בכמה גדול השטח S מן השטח שחישבת בסעיף ד'? נמק.

8) נתונה הפונקציה: $f(x)=2\sqrt{9-3x}$.



א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-y בנקודה A ואת ציר ה-x בנקודה B.

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון (ראה ציור).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

נסמן ב-t את שיעור ה-x של הנקודה C.

ב. הבע באמצעות t את שטח המשולש AOC ואת שטח המשולש BOC.

ג. (1) מצא בעבור איזה ערך של t סכום שטחי המשולשים הוא מקסימלי.

(2) מצא את הסכום המקסימלי של שטחי המשולשים.

תשובות סופיות:

1) א. ארז – 12 קמ"ש, קרן – 15 קמ"ש. ב. 8:45. ג. 8:15.

2) א. (1) $E(0,2)$. (2) $y=2x+2$. ב. (1) $\frac{30}{\sqrt{20}}=3\sqrt{5}$.

(2) $B(3,8)$. ג. $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+(y-6)^2=16.25$.

3) א. $\frac{3}{20}$. ב. $\frac{77}{200}=0.385$. ג. (1) $\frac{67}{190}$. (2) $\frac{17}{82}$.

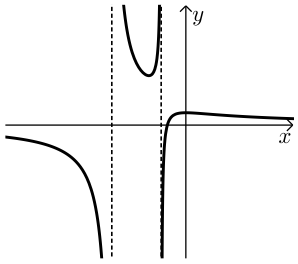
4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $\frac{7}{5}$.

5) א. $a=8$. ב. $112°$, $15.36°$, $52.64°$. ג. 24.

6) א. $k=9$. ב. (1) $x\neq -2$, $x\neq -6$.

(2) $x=-2$, $x=-6$, $y=0$.

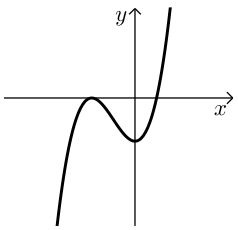
(3) $(-3,4)$ מינימום, $(0,1)$ מקסימום. (4) סרטוט:



ג. IV.

7) א. $\left(\frac{1}{2},0\right)$, $(-1,0)$, $(0,-1)$. ב. $(0,-1)$ מינימום, $(-1,0)$ מקסימום.

ג. סרטוט:



ד. $\frac{1}{2}$. ה. 4.

8) א. $x\leq 3$. ב. $S_{\Delta AOC}=3t$, $S_{\Delta BOC}=3\sqrt{9-3t}$. ג. (1) 2.25.

ג. (2) 11.25.

בגרות קיץ 2021 מועד ב':

ענה על <u>ארבע</u> מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 25 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

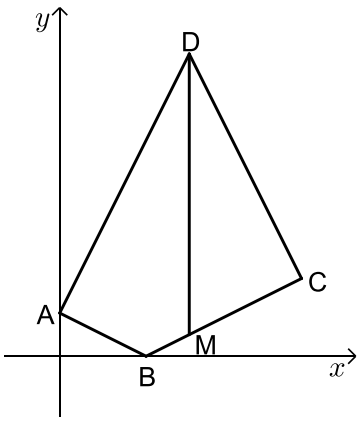
1) ביום רגיל רכבת נוסעת במסלול באורך 300 ק"מ במהירות קבועה.
יום אחד הרכבת נסעה לאורך המסלול כולו במהירות הגדולה ב-25% ממהירותה ביום רגיל, ולכן זמן הנסיעה שלה התקצר בחצי שעה בהשוואה לזמן נסיעתה ביום רגיל.

א. מצא את מהירות הרכבת ביום רגיל ואת זמן הנסיעה שלה ביום רגיל.

ביום אחר, לאחר שהרכבת נסעה במשך t דקות במהירות שלה ביום רגיל, היא נאלצה להוריד את מהירותה ב-10 קמ"ש, והמשיכה לנסוע במהירות הנמוכה עד שהגיעה לסוף המסלול.
ביום זה זמן הנסיעה של הרכבת התארך ב-10 דקות בהשוואה לזמן נסיעתה ביום רגיל.

ב. מצא את t.

2) נתון מרובע ABCD.
הקודקוד A מונח על החלק החיובי של ציר ה-y
והקודקוד B מונח על ציר ה-x.
הנקודה M נמצאת על הצלע BC כך שהישר DM מקביל לציר ה-y (ראה סרטוט).



נתון: שיעור ה-x של הנקודה M הוא 6.
משוואת הצלע BC היא: $y=\frac{1}{2}x-2$.

א. מצא את שיעורי הנקודות B ו-M.
נתון: $AB=2\cdot BM$.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.
נתון כי AD מאונך ל-AB.

ג. מצא את שיעורי הנקודה D.
נתון כי BC מאונך ל-CD.

ד. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש MDC.

3) בעיר מסוימת נערך סקר כדי לבדוק את מספר התושבים בעיר שרוכבים על אופניים.
המשתתפים בסקר חולקו לשתי קבוצות: מבוגרים וצעירים.
נסמן ב- x את ההסתברות לבחור באקראי צעיר מבין משתתפי הסקר.
בסקר נמצא:
80% מן הצעירים רוכבים על אופניים.
מספר הצעירים הרוכבים על אופניים גדול פי 4 ממספר המבוגרים שאינם רוכבים על אופניים.
נתון כי ההסתברות לבחור באקראי משתתף בסקר שאיננו רוכב על אופניים היא 0.1.

א. מצא את x.

בחרו באקראי משתתף בסקר.

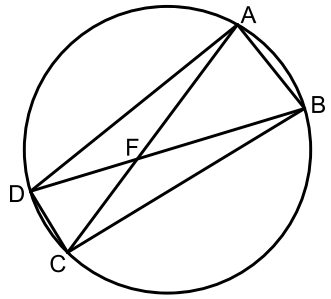
ב. אם ידוע שנבחר מבוגר, מהי ההסתברות שהוא רוכב על אופניים?

ג. מהי ההסתברות שהמשתתף שנבחר הוא צעיר או שהוא רוכב על אופניים?

ד. נתון כי בסקר השתתפו 3,850 מבוגרים שרוכבים על אופניים.
כמה אנשים סך הכול השתתפו בסקר?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) נתון מעגל. המיתרים AC ו-BD נחתכים בנקודה F (ראה סרטוט).



א. הוכח: $\Delta AFB \sim \Delta DFC$.

נתון: $\sphericalangle DAB = \sphericalangle DCB$.

ב. הוכח: BD הוא קוטר במעגל.

נתון: $FC = \sqrt{18}$, $AF = \sqrt{32}$, $DF < BF$.

רדיוס המעגל שווה ל-5.

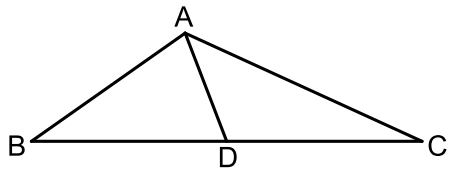
ג. מצא את אורך הקטע BF.

נתון: נקודה E היא אמצע הקטע AF, ונקודה G היא אמצע הקטע FB.

$DC = \sqrt{10}$.

ד. מצא את אורך הקטע EG.

5) נתון משולש ABC (ראה סרטוט).



נתון: $\frac{AC}{BC}=\frac{2}{3}$, $\sphericalangle BAC=120°$.

א. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle ABC$.

נתון: $BC=12$.

AD הוא התיכון לצלע BC במשולש.

ב. חשב את אורך הקטע AD.

הנקודה F נמצאת באמצע הקטע AD והנקודה G נמצאת על הצלע AB.

נתון: שטח המשולש GAF שווה ל-2.

ג. חשב את אורך הקטע AG.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{a}{6x^2-x^3}$, $a>0$ הוא פרמטר.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) רשום את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון: שיעור ה-y של נקודת הקיצון של הפונקציה הוא $\frac{1}{4}$.

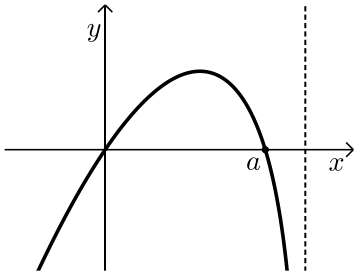
ד. מצא את a .

ה. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ו. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר: $x=2$.

7) $f(x)$ היא פונקציה שגרף פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מתואר בסרטוט שלפניך.



הגרף חותך את ציר ה-x בראשית הצירים ובנקודה שבה $x=a$ בלבד. a הוא פרמטר חיובי.

א. מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן על פי הגרף (אם יש צורך, הבע באמצעות a). נמק את תשובתך.

נתון: $f(x)=x^2\cdot\sqrt{5-x}$.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את a.

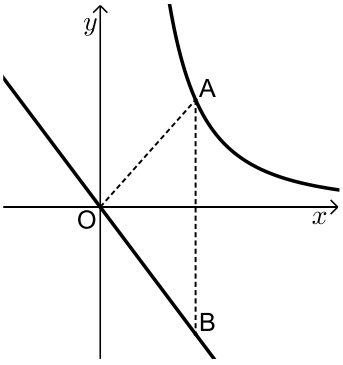
ד. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=-3f(x)$.

ו. מצא את המשוואות של המשיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ שהשיפוע שלהם הוא 0.

8) בסרטוט שלפניך מתוארים גרף הפונקציה: $f(x)=\frac{9}{x^2}$



המוגדרת לכל $x>0$, והישר: $y=-\frac{4}{3}x$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

מן הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-y, והוא חותך את הישר: $y=-\frac{4}{3}x$ בנקודה B.

א. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש AOB הוא מינימלי (O – ראשית הצירים).

ב. האם קיימת נקודה A שבעבורה שטח המשולש AOB הוא 4? נמק את תשובתך.

תשובות סופיות:

1) א. מהירות ביום רגיל: 120 קמ"ש, זמן ביום רגיל: שעתיים וחצי.
ב. 40 דקות $t=$.

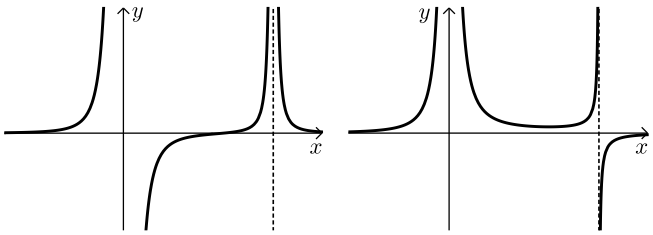
2) א. $M(6,1)$, $B(4,0)$. ב. $A(0,2)$. ג. $D(6,14)$.
ד. $(x-6)^2+(y-7.5)^2=42.25$.

3) א. $\frac{1}{4}$. ב. $\frac{14}{15}$. ג. 0.95. ד. 5,500 אנשים.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. 6. ד. $\sqrt{5}$.

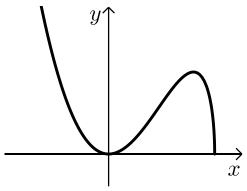
5) א. $35.26°$. ב. 3.579. ג. 2.31.

6) א. (1). $x\neq 6$, $x\neq 0$. (2). $y=0$, $x=0$, $x=6$. ב. $x=4$ מינימום.
ג. עליה: $x>6$ או $4<x<6$, ירידה: $x<0$ או $0<x<4$. ד. $a=8$.
ה. (1). סרטוט: (2). סרטוט:



ו. $\frac{1}{4}$.

7) א. $x=a$ מקסימום, $x=0$ מינימום. ב. $x\leq 5$. ג. $a=4$.
ד. $(0,0)$, $(5,0)$. ה. סרטוט: ו. $y=0$, $y=-48$.



8) א. $(1.5,4)$. ב. לא.

בגרות קיץ 2021 מועד מיוחד:

ענה על ארבע מן השאלות 1-8 (לכל שאלה – 25 נקודות).

שים לב: אם תענה על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתך.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות

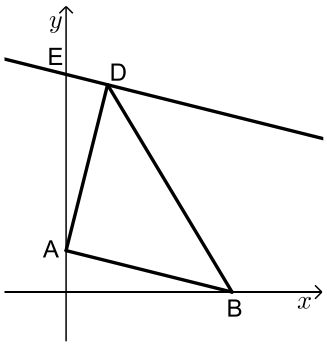
1) ביום ראשון יצאו שתי רכבות מאותו מקום, בשעה 14:00 ונסעו באותו המסלול.
רכבת א' נסעה ללא עצירות במהירות קבועה של 80 קמ"ש.
רכבת ב' נסעה במהירות קבועה של 120 קמ"ש ועצרה בדרכה בתחנה אחת למשך 12 דקות. זמן-מה לאחר שיצאה רכבת ב' מן התחנה שעצרה בה בדרכה, היא חלפה על פני רכבת א'.

א. באיזו שעה חלפה רכבת ב' על פני רכבת א'?

גם ביום שני יצאו שתי הרכבות מאותו המקום ובאותה השעה. ביום זה, רכבת א' הגבירה את מהירותה ב-x קמ"ש לעומת יום ראשון ונסעה ללא עצירות, ואילו רכבת ב' הפחיתה את מהירותה ב-$2x$ קמ"ש לעומת יום ראשון. ביום שני, רכבת ב' עצרה בדרכה בתחנה אחת למשך 6 דקות, וזמן מה לאחר שהמשיכה בדרכה חלפה על פני רכבת א', במרחק של 90 ק"מ ממקום היציאה של שתי הרכבות.

ב. מצא את x.

2) בסרטוט שלפניך מתואר משולש ABD.
נתון: הקודקוד A נמצא על ציר ה-y והקודקוד B נמצא על ציר ה-x.



משוואת הצלע AB היא: $y=-\frac{1}{4}x+2$.

א. מצא את אורך הצלע AB.

נתון: AB = AD.
הקודקוד D נמצא ברביע הראשון, ושיעור ה-x שלו הוא 2.

ב. (1) מצא את שיעור ה-y של הקודקוד D.

(2) הוכח כי AD מאונך ל-AB.

דרך נקודה D העבירו ישר המקביל לצלע AB.
הישר חותך את ציר ה-y בנקודה E.

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש AED.

הנקודה F נמצאת על המעגל שאת משוואתו מצאת בסעיף ג'.
נתון כי DF הוא קוטר במעגל.

ד. מצא את שיעורי הנקודה F.

3) בשקית סוכריות יש 2 סוכריות בטעם לימון, וכל שאר הסוכריות בשקית הן בטעם תות.
הוציאו באקראי מן השקית שתי סוכריות בזו אחר זו <u>ללא החזרה</u>.
ההסתברות ששתי הסוכריות שהוציאו מן השקית הן בטעם לימון היא $\frac{1}{153}$.

א. כמה סוכריות יש בשקית סך בהכול?

ב. מהי ההסתברות ששתי הסוכריות שהוציאו מן השקית הן בטעמים שונים?

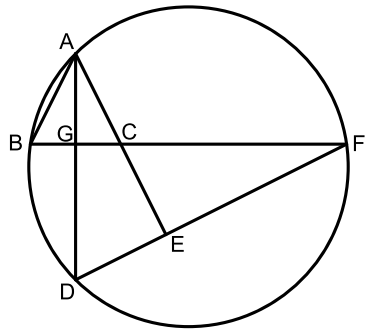
ג. (1) מהי ההסתברות שהוציאו לפחות סוכרייה אחת בטעם תות?
(2) אם ידוע שהוציאו לפחות סוכרייה אחת בטעם תות, מהי ההסתברות ששתי הסוכריות הן בטעמים שונים?

החזירו את כל הסוכריות לשקית והוציאו מן השקית באקראי שלוש סוכריות בזו אחר זו <u>ללא החזרה</u>.

ד. מהי ההסתברות שכל שלוש הסוכריות שהוציאו הן באותו הטעם?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור

4) בציור שלפניך מתואר מעגל. הנקודות F, D, B, A נמצאות על המעגל.
הנקודה E נמצאת על המיתר DF.
הקטעים AE ו-BF נחתכים בנקודה C.
הקטעים AD ו-BF נחתכים בנקודה G.
נתון: $AB = AC$.



א. הוכח: $\sphericalangle ABG = \sphericalangle ECF$.

ב. הוכח: $\Delta AGB \sim \Delta FEC$.

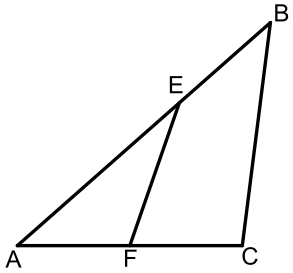
נתון: AG הוא חוצה זווית $\sphericalangle BAC$.

ג. הוכח: $\sphericalangle CEF = 90°$.

נתון: $BG = 5, CE = 6, EF = 8$.

ד. מצא את אורך הקטע AC.

5) המשולש ABC בציור שלפניך הוא שווה שוקיים.
נתון: $AB = 12 , CA = CB = 8$.



א. מצא את גודל הזווית $\sphericalangle BAC$.

הנקודה F היא אמצע הצלע AC.
דרך הנקודה F העבירו ישר החותך את הצלע AB בנקודה E.
נתון: שטח המשולש EAF שווה ל-10.

ב. מצא את אורך הצלע AE.

ג. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle ECB$.

ד. חשב את שטח המרובע EBCF.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{3x^2}{x^2-4x+3}+a$, a הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה שך הפונקציה $f(x)$.

נתון: האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$ נמצאת מתחת לציר ה-x.

ה. בחר ערך מסוים של a שמתאים לנתון. נמק את בחירתך.

הצב בפונקציה $f(x)$ את a שבחרת וענה על סעיפים ו'-ז'.

ו. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. מצא את משוואת ישר המקביל לציר ה-x וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת בלבד (מצא את 3 האפשרויות).

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=-5+\sqrt{x^2-10x+16}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

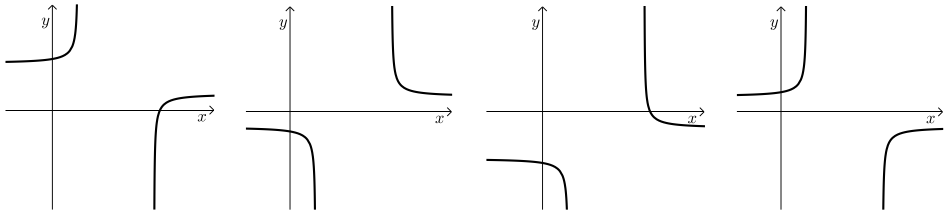
ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים. (בתשובתך תוכל להשאיר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

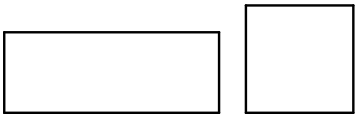
ה. אחד מבין הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע איזה מהם, ונמק את קביעתך.

ו. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף פונקצית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר: $x=-4$ ועל ידי הצירים. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.



I II III IV

8) בציור שלפניך ריבוע ומלבן.



נתון: אורך המלבן גדול פי 3 מרוחב המלבן.
סכום ההיקפים של הריבוע והמלבן הוא a.
נסמן את רוחב המלבן ב-x.

א. הבע באמצעות a ו-x את אורך צלע הריבוע.

ב. מצא את הערך של x שבעבורו סכום השטחים של הריבוע והמלבן הוא מינימלי (הבע באמצעות a).

ג. נתון כי סכום השטחים של הריבוע והמלבן הוא מינימלי כאשר אורך צלע הריבוע הוא 3.
מצא את a.

תשובות סופיות:

1) א. 14:36. ב. 10 קמ"ש.

2) א. $\sqrt{68}$. ב. (1). 10. (2). הוכחה.

ג. $x^2+(y-6.25)^2=\frac{289}{16}$. ד. $F(-2,2.5)$.

3) א. 18 סוכריות. ב. $\frac{32}{153}$. ג. (1). $\frac{152}{153}$. (2). $\frac{4}{19}$.

ד. $\frac{35}{51}$.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. $8\frac{1}{3}$.

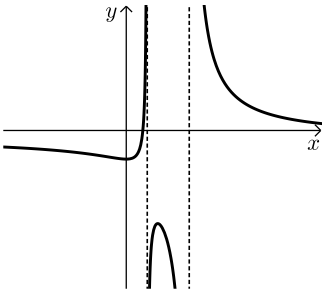
5) א. $41.41°$. ב. 7.56. ג. $32.17°$. ד. 21.75.

6) א. $x\neq 3$, $x\neq 1$. ב. $x=3$, $x=1$, $y=3+a$.

ג. $(1.5,a-9)$ מקסימום, $(0,a)$ מינימום.

ד. עליה: $1.5<x<1$ או $0<x<1$, ירידה: $3<x$ או $1.5<x<3$ או $x<0$.

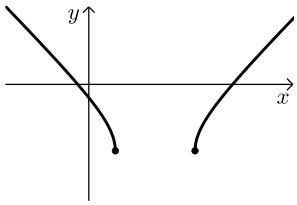
ה. למשל: $a=-4$ או עבור כל: $a<-3$. ו. סרטוט:



ז. $y=-13$, $y=-4$, $y=-1$.

7) א. $x\leq 8$ או $x\leq 2$. ב. עליה: $x>8$, ירידה: $x<2$.

ג. $(0,-1)$, $(10.831,0)$, $(-0.831,0)$. ד. סרטוט:



ה. גרף III.

ו. 4.485.

8) א. $\frac{a}{4}-2x$. ב. $\frac{a}{14}$. ג. 28.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 44

פתרון בוידאו של בחינות 2020

מועד חורף 192
קיץ מועד א 197
קיץ מועד ב 202

בגרות חורף 2020:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

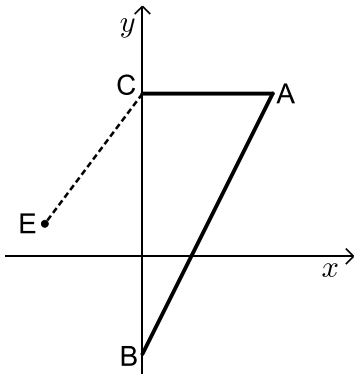
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) המחיר של כרטיס כניסה של מבוגר למוזאון הוא x שקלים.
מחיר כרטיס של מבוגר גדול פי 2 ממחיר כרטיס של ילד.
מחיר כרטיס של סטודנט נמוך ב-25% ממחיר כרטיס של מבוגר.

א. הבע באמצעות x את מחיר הכרטיס של ילד ואת מחיר הכרטיס של סטודנט.
ביום ראשון ביקרו במוזיאון מבוגרים בלבד.
סך כל ההכנסות של המוזאון ממכירת כרטיסים ביום ראשון היה 1,560 שקלים.
ביום שני ביקרו במוזאון רק ילדים וסטודנטים.
מספר הילדים שביקרו במוזאון ביום שני היה גדול ב-16 ממספר המבוגרים שביקרו בו ביום ראשון.
מספר הסטודנטים שביקרו במוזאון ביום שני היה קטן ב-2 ממספר הילדים שביקרו בו באותו יום.
סך כל ההכנסות של המוזאון ממכירת כרטיסים ביום שני היה 2,912 שקלים.

ב. (1) מצא את מחיר הכרטיס של מבוגר למוזאון.
(2) בכמה אחוזים גדול מספר המבקרים ביום שני ממספר המבקרים ביום ראשון?

2) במשולש ABC קודקודי המשולש B ו-C מונחים על ציר ה-y, כמתואר בציור.
משוואת הישר CA היא: $y=5$, ומשוואת הישר BA היא: $y=2x-3$.



א. מצא את שיעורי הנקודות C, B ו-A.
נתון כי הנקודה E נמצאת ברביע השני וכי שיעור ה-y שלה הוא 1. אורך הקטע CE הוא 5.

ב. מצא את שיעור ה-x של הנקודה E.
הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.

ד. האם הנקודה E נמצאת על המעגל החוסם את המשולש ABC, בתוך המעגל החוסם או מחוצה לו?
נמק ופרט את חישוביך.

3) 80% מתלמידי שכבה י"א בבית ספר גדול יצאו לטיול.
בשכבה י"א יש בנים ובנות.
ידוע כי 0.75 מן הבנים בשכבה ו-$\frac{5}{6}$ מן הבנות בשכבה יצאו לטיול.
בחרו באקראי תלמיד משכבה י"א (בן או בת).

א. (1) מהי ההסתברות שנבחרה בת?
(2) מהי ההסתברות שנבחרה בת שיצאה לטיול?

ב. ידוע כי נבחר תלמיד שיצא לטיול (בו או בת). מהי ההסתברות שנבחרה בת?

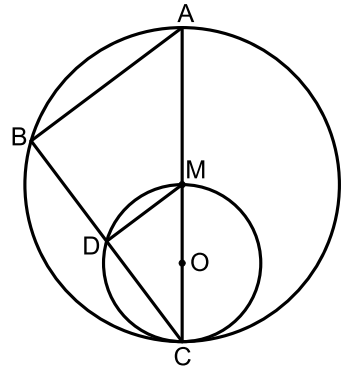
ג. בחרו באקראי 5 תלמידים מן הבנים והבנות של שכבה י"א.
מהי ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם בנים שיצאו לטיול?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) בציור שלפניך שני מעגלים: מעגל גדול שמרכזו M ומעגל קטן שמרכזו O.
המעגל הקטן משיק מבפנים למעגל הגדול בנקודה C, ועובר דרך הנקודה M (ראה ציור). הקטע CM עובר דרך הנקודה O, והמשכו חותך את המעגל הגדול בנקודה A. דרך הנקודה C העבירו ישר נוסף, החותך את המעגלים בנקודות D ו-B, כמתואר בציור.

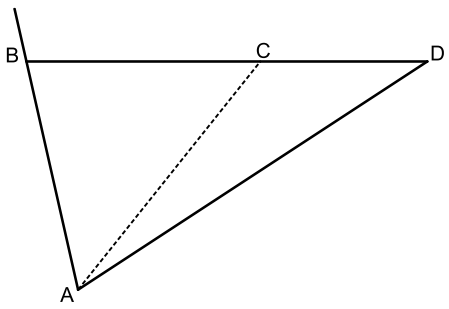


א. (1) הוכח: $\sphericalangle ABC = \sphericalangle MDC$.
(2) הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta MDC$.

ב. (1) הוכח כי DM הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
(2) מהו היחס בין שטח המשולש ABC
ובין שטח המשולש MDC? נמק.

ג. נתון: $CO = 2 \ , \ DM = 2.4$.
חשב את אורך הקטע BC.

5) במשולש ABD הנקודה C נמצאת על הצלע BD (ראה ציור).
נתון: $AC = 7 \ , \ CD = 4 \ , \ AD = 10$.



א. חשב את גודל הזווית ACD.
נתון: $AB = BC$.
ב. חשב את שטח המשולש ABD.
הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB כך ששטח המשולש EBD קטן פי 4 משטח המשולש ABD.
ג. מהו אורך הצלע EB? נמק.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{3}{x^2}-6x$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

(3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.
בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)+c$. c הוא פרמטר.

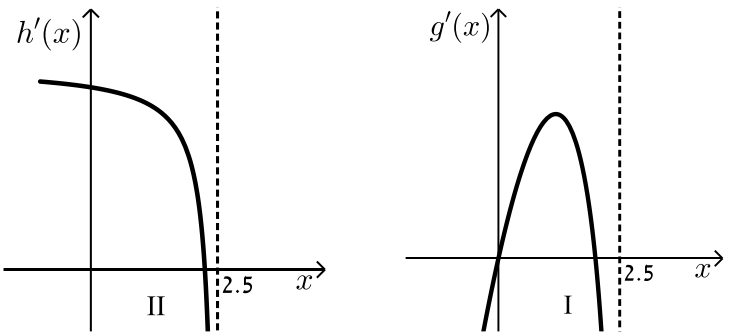
נתון כי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על ציר ה-x.

ב. (1) מצא את c.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x=-3$ ועל ידי ציר ה-x.

7) לפניך הגרפים של הפונקציות $g'(x)$ ו-$h'(x)$, שהן פונקציות הנגזרות של הפונקציות $g(x)$ ו-$h(x)$ בהתאמה. פונקציות הנגזרת $g'(x)$ ו-$h'(x)$ מוגדרות בתחום: $x<2.5$.



א. קבע על פי הגרפים כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציות $g(x)$ ו-$h(x)$ בתחום: $x<2.5$. נמק את תשובתך.
(התייחס בתשובתך לחלק של הגרף המתואר בציור).
הפונקציה: $f(x)=3+x^2\cdot\sqrt{5-2x}$ מוגדרת בתחום $x\le 2.5$.

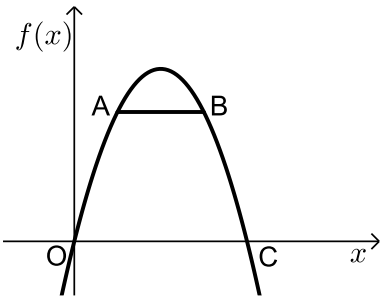
ב. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. אחד מן הגרפים הנתונים בתחילת השאלה (I-II) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע מי מהם הוא הגרף של $f'(x)$. נמק.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה-x בריבוע הראשון.

8) גרף הפונקציה: $f(x)=-x^2+4x$ עובר בראשית הצירים, O,
וחותך את ציר ה-x בנקודה נוספת, C (ראה ציור).



א. מצא את שיעורי הנקודה C.
הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$
בריבוע הראשון, כמתואר בציור.
נסמן את שיעור ה-x של הנקודה A ב-x.
נתון כי שיעור ה-x של הנקודה B שווה ל-$(4-x)$.

ב. הסבר מדוע הישר AB מקביל לציר ה-x.

ג. מצא את שיעור ה-x של הנקודה A שבעבורו שטח הטרפז OABC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. מחיר כניסה לילד $0.5x$, מחיר כניסה לסטודנט $0.75x$.
ב. (1) 52.1 ₪ ב. (2) 200%.

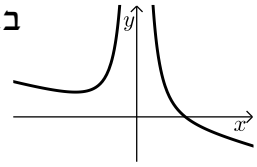
2) א. $A(4,5)$, $B(0,-3)$, $C(0,5)$ ב. $x_E=-3$
ג. $(x-2)^2+(y-1)^2=20$ ד. מחוץ למעגל.

3) א. (1) 0.6 א. (2) 0.5 ב. $\frac{5}{8}$ ג. 0.1323.

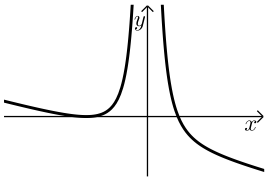
4) א. (1) הוכחה א. (2) הוכחה ב. (1) הוכחה ב. (2) 1:4 ב. (3) 6.4 ס"מ.

5) א. $128.68°$ ב. 26.23 סמ"ר
ג. 1.4 ס"מ.

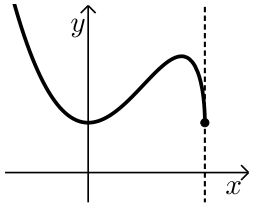
6) א. (1) $x\neq 0$ א. (2) $\min(-1,9)$ א. (3) $(0.79,0)$
א. (4) להלן סרטוט:



ב. (1) 9-.
ג. 8 יח"ר.
ב. (2) להלן סרטוט:



7) א. לפונקציה $g(x)$ - 2 נקודות קיצון פנימיות.
לפונקציה $h(x)$ - נקודת קיצון פנימית אחת.
ב. $\min(2.5,3)$, $\max(2,7)$, $\min(0,3)$
ג. להלן סקיצה:



ד. גרף I.
ה. 4 יח"ר.

8) א. $(4,0)$
ב. הוכחה. ג. $\frac{4}{3}$.

בגרות קיץ 2020 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

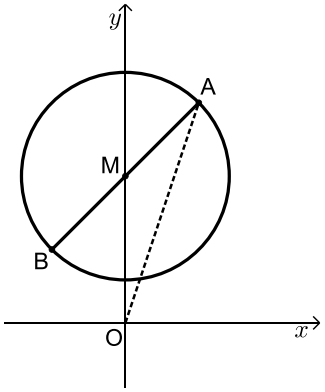
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) קבוצת ספורטאים צועדת בכל יום 40 ק"מ במסלול קבוע.
ביום ראשון יצאה הקבוצה לצעידה. אחרי 3 שעות של צעידה במהירות קבועה, עצרה הקבוצה למנוחה של 15 דקות, ולאחר מכן המשיכה לצעוד עד סוף המסלול במהירות הגדולה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה החלה לצעוד.
ביום שני צעדה הקבוצה בלי לעצור. היא צעדה במהירות קבועה הגדולה ב-60% מן המהירות שבה החלה לצעוד ביום ראשון.
בשני הימים יצאה הקבוצה לצעידה באותה השעה, אך ביום שני היא הגיעה לסוף המסלול שעה אחת מוקדם יותר מן השעה שבה היא הגיעה ביום ראשון.

א. מצא את המהירות שבה החלה לצעוד קבוצת הספורטאים ביום ראשון.

ב. מצא כמה זמן צעדה קבוצת הספורטאים במסלול כולו ביום שני.

2) הנקודה M נמצאת על ציר ה- y כמתואר בציור שלפניך.
הנקודה A נמצאת על מעגל שמרכזו בנקודה M.
נתון: משוואת הישר AO היא $y=3x$ (הנקודה O היא ראשית הצירים).
משוואת הישר AM היא $y=x+2a$. $a>0$ הוא פרמטר.



א. הבע באמצעות a את שיעורי הנקודות M ו-A.

נתון: רדיוס המעגל הוא $\sqrt{32}$.

ב. מצא את a.

הצב את a שמצאת, וענה על הסעיפים ג-ד.
הנקודה B נמצאת על המעגל כך ש-AB הוא קוטר במעגל.

ג. מצא את שיעורי הנקודה B.

העבירו משיק למעגל בנקודה A. המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה C.

ד. (1) חשב את שטח המשולש ABC.
(2) חשב את שטח המרובע ABOC.

3) בבית ספר תיכון גדול לחלק מן התלמידים יש מחשבים ניידים, ולשאר התלמידים אין מחשבים ניידים. אם בוחרים באקראי 3 תלמידים מבית הספר, ההסתברות שלשלושתם יהיה מחשב נייד היא 0.512.

א. מהי ההסתברות שלתלמיד אחד (בן או בת) מבית הספר יהיה מחשב נייד?

נתון: מספר הבנות בבית הספר גדול פי $1\frac{1}{2}$ ממספר הבנים.
מחצית מן התלמידים שאין להם מחשב נייד הם בנים.
נבחר באקראי תלמיד מבית הספר (בן או בת).

ב. מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר הוא בן שיש לו מחשב נייד?

ג. ידוע שנבחרה בת. מהי ההסתברות שיש לה מחשב נייד?

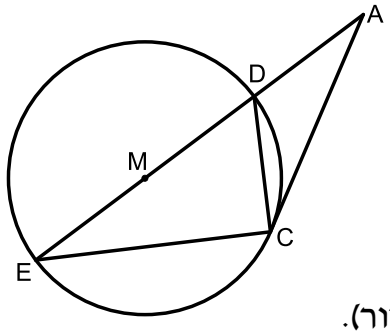
ד. נבחרו באקראי 2 תלמידים מבית הספר (מהבנים ומהבנות).
מהי ההסתברות שלפחות לאחד מהם (בן או בת) יש מחשב נייד?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתון מעגל שמרכזו M.
מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה C, וישר נוסף העובר דרך הנקודה M וחותך את המעגל בנקודות D ו-E, כמתואר בציור.



א. הוכח: $\Delta ADC \sim \Delta ACE$.

ב. הוכח: $\sphericalangle ACD = \sphericalangle MCE$.

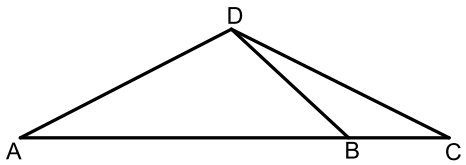
ג. הוכח: $\sphericalangle MCA = \sphericalangle ECD$.

ד. נתון: $MD = DA$.
הוכח כי המשולש MCD הוא שווה צלעות.

5) במשולש ADC הנקודה B נמצאת על הצלע AC (ראה ציור).
נתון: $AD = 4$, $\sphericalangle ADB = 110°$, שטח המשולש ADB הוא 5.

א. חשב את אורך הקטע BD.

ב. מצא את גודל הזווית DBA.



נתון: האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC הוא 3.

ג. חשב את אורך הצלע DC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x-1}{x^2-4x-a}$. a הוא פרמטר.

נתון כי אחת מן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה $f(x)$ היא $x=-1$.

א. מצא את a.

הצב $a=5$ וענה על הסעיפים ב-ה.

ב. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) כתוב את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

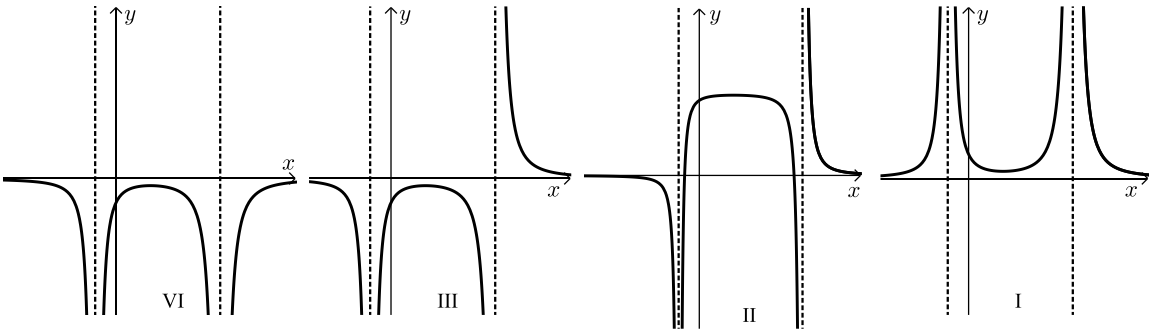
(4) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את משוואות האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכות לצירים.

ד. קבע איזה מארבעת הגרפים הנתונים בסוף השאלה (I-IV) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישרים $x=0$ ו-$x=4$.



7) נתונה הפונקציה: $f(x)=\sqrt{-2x^4+16x^2+18}$ שתחום הגדרתה הוא $-3\le x\le 3$.

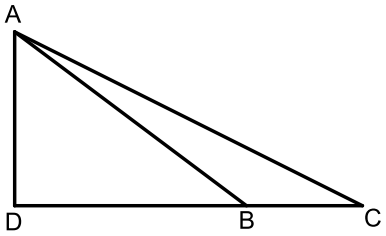
א. (1) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.
(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. כמה נקודות חיתוך יש לישר $y=5$ עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

8) נתון משולש ישר זווית ADC ($\sphericalangle ADC=90°$).
מן הנקודה A העבירו ישר החותך את הצלע DC בנקודה B כך ש-$DB=2BC$.
נתון: שטח המשולש ABC הוא 9.
נסמן: $BC=x$.



א. הבע באמצעות x את אורך הגובה לצלע BC במשולש ABC.

ב. מצא את הערך של x שעבורו AB^2 הוא מינימלי. נמק.

תשובות סופיות:

1) א. 4 קמ"ש. ב. 6.25 שעות (6 שעות ו-15 דקות).

2) א. $A(a,3a)$, $M(0,2a)$ ב. $a=4$ ג. $B(-4,4)$

ד. (1) 96 יח"ר $S_{ABC}=$ (2) 128 יח"ר $S_{ABOC}=$.

3) א. 0.8 ב. 0.3 ג. $\frac{5}{6}$ ד. 0.96.

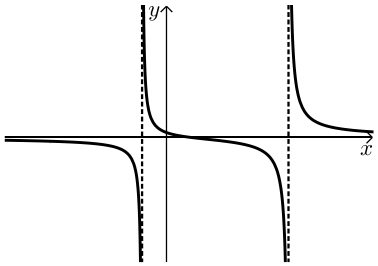
4) שאלת הוכחה.

5) א. $BD=2.66$ ב. $\sphericalangle DBA=43.02°$ ג. $DC=4.09$.

6) א. $a=5$ ב. (1) $x\neq -1,5$ ב. (2) $y=0$, $x=5$, $x=-1$

ב. (3) יורדת בכל תחום הגדרתה. ב. (4) $\left(0,\frac{1}{5}\right)$, $(1,0)$.

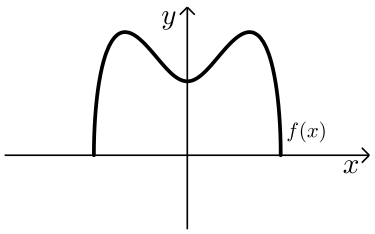
ב. (5) להלן סקיצה: ג. $y=0$, $x=5$, $x=-1$ ד. IV ג. 0.8.

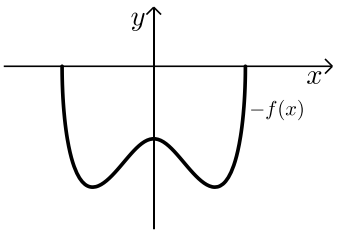


7) א. (1) $\min(3,0)$ קצה, $\max\left(2,5\sqrt{2}\right)$, $\min\left(0,3\sqrt{2}\right)$, $\max\left(-2,5\sqrt{2}\right)$, $\min(-3,0)$ קצה

א. (2) עולה: $0<x<2$, $-3<x<-2$, יורדת: $2<x<3$, $-2<x<0$.

ב. להלן סקיצה: ג. 4 נקודות חיתוך. ד. להלן סקיצה:





8) א. $h=\frac{18}{x}$ ב. $x=3$.

בגרות קיץ 2020 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

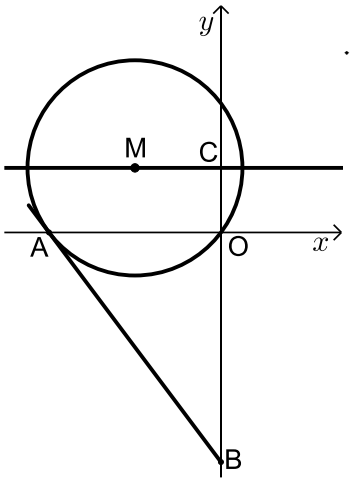
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) יעל ואלון השתתפו במרוץ שליחים במסלול שאורכו 15 קילומטרים סך הכול.
בתחילת המרוץ עמדה יעל בנקודת ההתחלה של המסלול ואילו אלון עמד על המסלול, במרחק של 5 קילומטרים ממנה.
יעל רצה במהירות קבועה של V קמ"ש עד שהיא הגיעה לאלון.
מייד אחרי שהגיעה יעל לאלון, אלון התחיל לרוץ עד שהגיע לסוף המסלול ויעל חזרה לנקודת ההתחלה.
אלון רץ במהירות קבועה הגדולה ב-2 קמ"ש מן המהירות ההתחלתית של יעל.
יעל חזרה לנקודת ההתחלה במהירות קבועה של $\frac{5}{6}$V קמ"ש.
אלון הגיע לסוף המסלול 15 דקות אחרי שיעל הגיעה בחזרה לנקודת ההתחלה.

א. (1) הבע באמצעות V את זמן הריצה של יעל מנקודת ההתחלה ועד שהיא הגיעה לאלון.
(2) הבע באמצעות V את הזמן שנדרש ליעל כדי לחזור (הזמן שעבר מן הרגע שהיא פגשה את אלון ועד שחזרה לנקודת ההתחלה).
(3) מצא את V (מצא את שתי האפשרויות).
ידוע שהמרוץ כולו (מן הרגע שיעל החלה לרוץ ועד שאלון הגיע לסוף המסלול) נמשך פחות משעתיים.

ב. איזו משתי האפשרויות שמצאת בתת-סעיף א (3) היא V? נמק.

2) בציור שלפניך מתואר מעגל שמרכזו M, נמצא ברביע השני.
המעגל עובר בראשית הצירים, O, ורדיוסו הוא 5.
נתון: מרכז המעגל, M, נמצא על הישר $y=3$.



א. מצא את משוואת המעגל.
המעגל חותך את ציר ה-x בנקודה נוספת, A.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.
דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.
המשיק הזה חותך את ציר ה-y בנקודה B.

ג. מצא את שיעורי הנקודה B.
הישר $y=3$ חותך את ציר ה-y בנקודה C.
מן הנקודה M העבירו ישר המקביל לציר ה-y וחותך את הישר AB בנקודה D.

ד. חשב את שטח הטרפז MCBD.

3) בשדה פרחים גדול יש פרחים בשלושה צבעים.

$\frac{1}{3}$ מן הפרחים לבנים, $\frac{1}{4}$ מן הפרחים צהובים וכל שאר הפרחים סגולים.

יוסי וורד קטפו פרחים מן השדה. יוסי קטף שני פרחים באקראי.

א. מהי ההסתברות ששני הפרחים שקטף יוסי היו באותו הצבע?

ב. ידוע שיוסי קטף שני פרחים באותו הצבע.
מהי ההסתברות ששני הפרחים צהובים?

ורד מכינה זרים מפרחים שהיא קוטפת באקראי מן השדה. בכל זר יש 5 פרחים בדיוק.

ג. (1) מהי ההסתברות שבזר אחד שורד מכינה יהיה לפחות פרח אחד סגול?
(2) ורד מכינה 3 זרים. מהי ההסתברות שבכל אחד מן הזרים שהכינה יש לפחות פרח אחד סגול?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

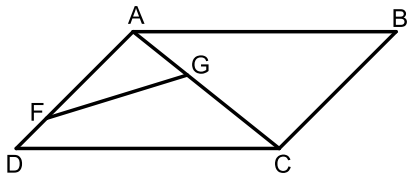
ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) בציור שלפניך מתוארת המקבילית ABCD.

G היא נקודה על האלכסון AC במקבילית ו-F היא נקודה על הצלע AD.

נתון: $\sphericalangle FGA = \sphericalangle ABC$.



א. (1) הוכח: $\Delta FGA \sim \Delta ABC$.

(2) הוכח: $AF \cdot DC = FG \cdot AC$.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא 20,
וכי שטח המשולש FGA הוא 5.

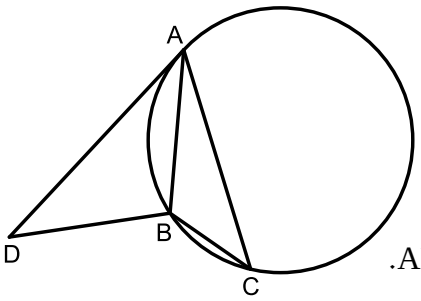
ב. חשב את היחס $\frac{AF}{AC}$.

נתון: $FG \parallel DB$, אלכסוני המקבילית נחתכים בנקודה H.

ג. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta BHC$.

5) המשולש ABC חסום במעגל (ראה ציור).

נתון: $AC = 7$, $BC = 3$, $AB = 5$.



א. (1) מצא את גודל הזווית ACB.

(2) מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.

בנקודה A העבירו משיק למעגל.

הנקודה D נמצאת על המשיק כך ששטח המשולש DBA הוא 12.

ב. מצא את אורך הצלע AD.

ג. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש DBA
ובין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{3x}{x^2-1}+2$.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

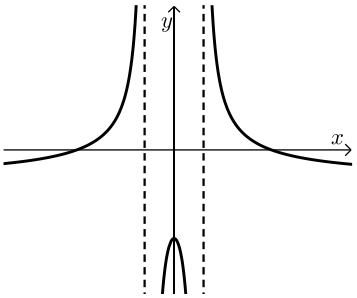
בסוף השאלה מסורטטים ארבעה גרפים (I-IV).

אחד מהם הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

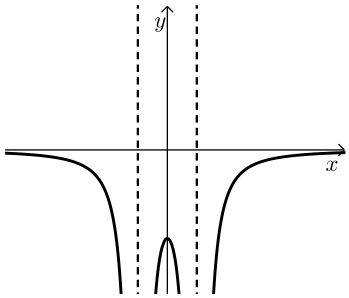
ב. איזה מן הגרפים I-IV הוא גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$? נמק.

ג. $a>3$ הוא פרמטר.

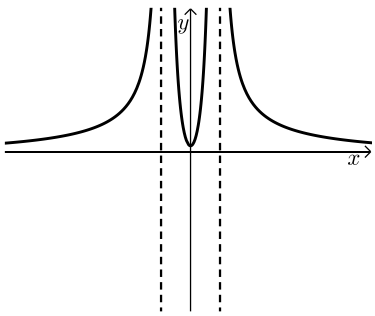
השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישרים $x=3$ ו-$x=a$ ועל ידי ציר ה-x שווה ל-0.5. מצא את a.



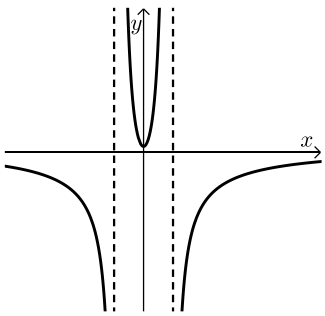
II



I



IV



III

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=-2x\cdot\sqrt{-x^2+8}$.

א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y.

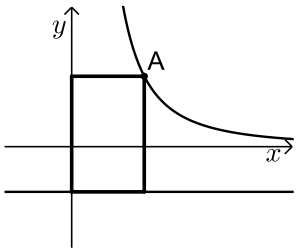
(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. עבור אילו ערכי k הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בדיוק בשתי נקודות?

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

8) לפניך גרף הפונקציה $f(x)=\frac{4}{x^2}$, המוגדרת לכל $x>0$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

מן הנקודה A הורידו אנכים לציר ה-y ולישר $y=-1$

כך שנוצר מלבן עם ציר ה-y ועם הישר $y=-1$,

כמתואר בציור.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא מינימלי?

ב. האם קיימת נקודה A שבעבורה שטח המלבן הוא 3? נמק.

תשובות סופיות:

1) א. (1) $t=\frac{5}{V}$ (בשעות) א. (2) $t=\frac{6}{V}$ (בשעות)

א. (3) 8 קמ"ש או 6 קמ"ש. ב. האפשרות 8 קמ"ש.

2) א. $(x+4)^2+(y-3)^2=25$ ב. $A(-8,0)$

ג. $B\left(0,-10\frac{2}{3}\right)$ ד. 44 יח"ש $S_{MCBD}=$.

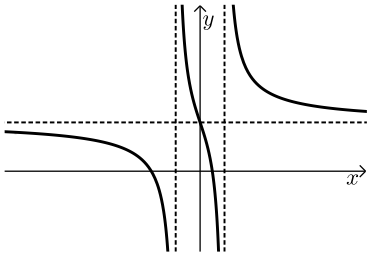
3) א. $\frac{25}{72}$ ב. $\frac{9}{50}$ ג. (1) 0.9324. ג. (2) 0.8106.

4) א. הוכחה. ב. $\frac{AF}{AC}=\frac{1}{2}$ ג. הוכחה.

5) א. (1) $\sphericalangle ACB=38.21°$ א. (2) $R=4.041$ ב. $AD=7.76$ ג. $\frac{r}{R}=0.985$.

6) א. (1) $x\neq\pm1$ א. (2) $x=-1$, $x=1$, $y=2$ א. (3) $(-2,0)$, $\left(\frac{1}{2},0\right)$, $(0,2)$

א. (4) יורדת בכל תחום הגדרתה. א. (5) להלן סקיצה:

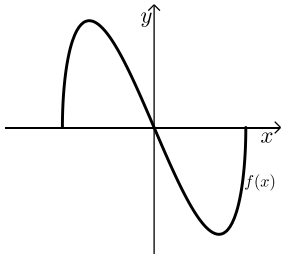


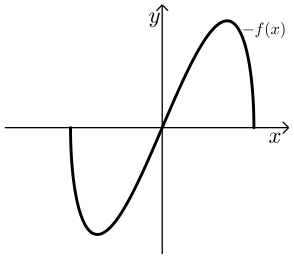
ב. I. ג. $a=5$.

7) א. (1) $-\sqrt{8}\le x\le\sqrt{8}$ א. (2) $(0,0)$

א. (3) $\min\left(-\sqrt{8},0\right)$ קצה, $\max(-2,8)$, $\min(2,-8)$, $\max\left(\sqrt{8},0\right)$ קצה.

ב. להלן סקיצה: ג. $-8<k<0$, $0<k<8$ ד. להלן סקיצה:





8) א. $A(2,1)$ ב. לא.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 45

פתרון בוידאו של בחינות 2019

מועד חורף 207
קיץ מועד א 211
קיץ מועד ב 216

בגרות חורף 2019:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

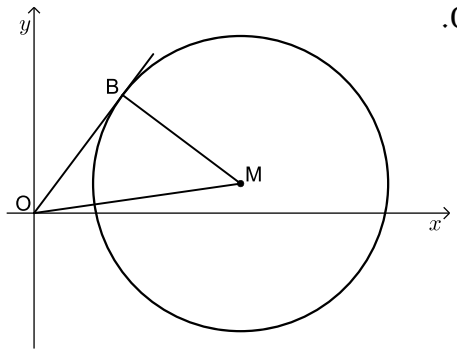
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) בפיצרייה "נפולי" המחיר של פיצה משפחתית גבוה פי 3 מן המחיר של פיצה אישית. בפיצרייה הכריזו על מבצע:
10% הנחה על קניית פיצה אישית,
20% הנחה על קניית פיצה משפחתית.
תלמידי שכבה י"א קנו 63 פיצות במבצע, חלקן אישיות וחלקן משפחתיות.
נתון כי מספר הפיצות המשפחתיות היה גדול פי 2.5 ממספר הפיצות האישיות.
תלמידי שכבה י"א שילמו על הפיצות 3477.6 שקלים סך הכול.

א. חשב את המחיר המקורי של פיצה אישית, ואת המחיר המקורי של פיצה משפחתית (המחירים שלפני ההנחה).

ב. לאחר שבוע הכריזו על מבצע אחר:
מי שישלם את המחיר המקורי בעבור שתי פיצות אישיות, יקבל פיצה אישית שלישית חינם. כמה פיצות אישיות אפשר לקנות במבצע הזה תמורת 1232 שקלים (כולל הפיצות שהתקבלו בחינם)?

2) בציור שלפניך נתון מעגל שמרכזו M.
ישר העובר בראשית הצירים משיק למעגל בנקודה $B(3,4)$.
חיברו את מרכז המעגל, M, עם ראשית הצירים, O.
נתון: משוואת הישר OM היא: $y=\frac{1}{7}x$.



א. מצא את משוואת הישר BM.

ב. מצא את משוואת המעגל.

המשך הקטע BM חותך את המעגל בנקודה C.

ג. מצא את שטח המשולש OBC.

העבירו מעגל נוסף כך ש-OM הוא קוטר שלו.

ד. האם המרכז של המעגל הנוסף נמצא בתוך המעגל שמרכזו M, עליו או מחוצה לו? נמק ופרט את חישוביך.

3) ל-8% בדיוק מחברי מועדון ג'ודו ארצי יש חגורה שחורה.

א. בוחרים באקראי 6 מן החברים במועדון.

(1) מהי ההסתברות שבדיוק ל-2 מהם יש חגורה שחורה?

(2) מהי ההסתברות שאין חגורה שחורה לאף אחד מן ה-6 שנבחרו?

$\frac{1}{5}$ מן החברים במועדון הם מדריכים, והשאר חניכים.

75% מחברי המועדון שיש להם חגורה שחורה הם מדריכים.

ב. בחרו באקראי חבר מועדון.

מהי ההסתברות שהחבר שנבחר הוא חניך שיש לו חגורה שחורה?

ג. בחרו באקראי חניך חבר מועדון.

מהי ההסתברות שיש לו חגורה שחורה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

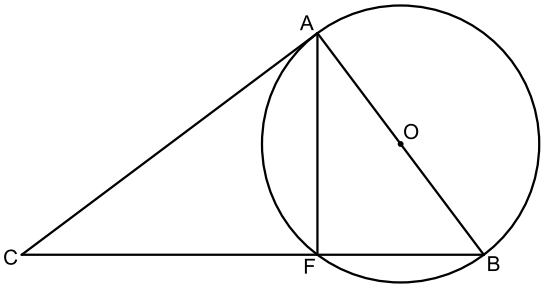
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתון מעגל שמרכזו O.

C היא נקודה מחוץ למעגל, כך שהישר CA משיק למעגל בנקודה A.

מן הנקודה C העבירו ישר החותך את המעגל בנקודות F ו-B,

כמתואר בציור, כך ש-AB הוא קוטר במעגל.



א. הוכח: $\Delta AFB \sim \Delta CAB$.

נתון: $FB = 9$, $FC = 16$.

ב. חשב את קוטר המעגל, AB.

ג. חשב את שטח המשולש CFA.

ד. האם $\Delta CFA \sim \Delta CAB$?

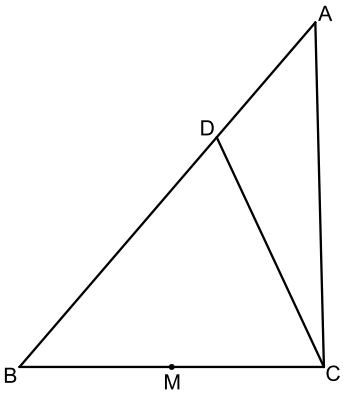
הוכח את תשובתך.

5) נתון משולש ABC.

הנקודה D נמצאת על הצלע AB כך ש-BD = 2DA

(ראה ציור).

נתון: $\sphericalangle DCB = 65°$, $DC = 10$, $BC = 12$.



א. חשב את אורך הקטע BD.

ב. חשב את שטח המשולש ADC.

הנקודה M היא אמצע הקטע BC.

ג. האם הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BDC? נמק.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=-2+\sqrt{-x^2+5x}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x ?

ג. מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ד. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

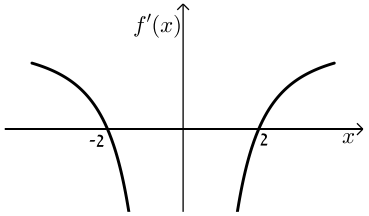
נתונה הפונקציה: $g(x)=f(x)+c$, שתחום הגדרתה הוא תחום ההגדרה של $f(x)$. c הוא פרמטר.

ו. מה הם כל ערכי c שבעבורם הפונקציה $g(x)$ חיובית בכל תחום הגדרתה?

7) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל $x\neq 0$.

בציור שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת גם היא לכל $x\neq 0$, וחותכת את ציר ה-x בנקודות $(2,0)$, $(-2,0)$.

א. מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן על פי הגרף.



נתון: $f'(x)=-\frac{1}{x^2}+a$ לכל $x\neq 0$. $a>0$ הוא פרמטר.

ב. מצא את a .

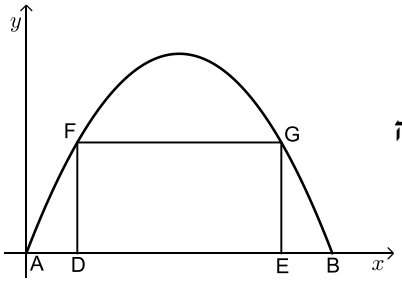
ענה על סעיף ג בעבור $x>0$.

שיעור ה-y של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ הוא 10.

ג. (1) כתוב ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $x>0$.

8) המלבן DFGE חסום בין גרף הפרבולה $y=-x^2+6x$ ובין ציר ה-x, כמתואר בציור.
הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה-x, כמתואר בציור.
k הוא פרמטר. נתון: $0<k<3$.
נתון: $AD=EB=k$.



א. הבע באמצעות k את אורכי הצלעות של המלבן DFGE.

ב. מצא את k שבעבורו שטח המלבן DFGE הוא מקסימלי.
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

תשובות סופיות:

1) א. מחיר פיצה אישית: 28 ₪, מחיר פיצה משפחתית: 84 ₪. ב. 66 פיצות.

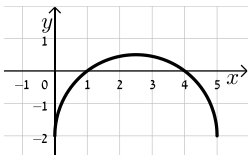
2) א. $y=-\frac{3}{4}x+6\frac{1}{4}$ ב. $(x-7)^2+(y-1)^2=25$ ג. 25 יח"ר $=S_{OBC}$
ד. בתוך המעגל.

3) א. (1) 0.0688 (2) 0.6064 ב. 0.02 ג. $\frac{1}{40}$.

4) א. הוכחה. ב. 15 יח"א $=AB$ ג. 96 יח"ש $=S_{CFA}$ ד. כן.

5) א. 11.94 יח"א $=BD$ ב. 27.193 יח"ש $=S_{ADC}$ ג. לא.

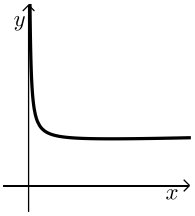
6) א. $0\le x\le 5$ ב. $(4,0)$, $(1,0)$
ג. $\min(0,-2)$, $\max(2.5,0.5)$, $\min(5,-2)$
ד. עולה: $0<x<2.5$, יורדת: $2.5<x<5$
ה. סקיצה:



ו. $c>2$.

7) א. $x_{max}=-2$, $x_{min}=2$ ב. $a=\frac{1}{4}$

ג. (1) $f(x)=\frac{1}{x}+\frac{x}{4}+9$ (2) להלן סקיצה:



8) א. $DE=6-2k$, $GE=-k^2+6k$ ב. $k=3-\sqrt{3}=1.27$.

בגרות קיץ 2019 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

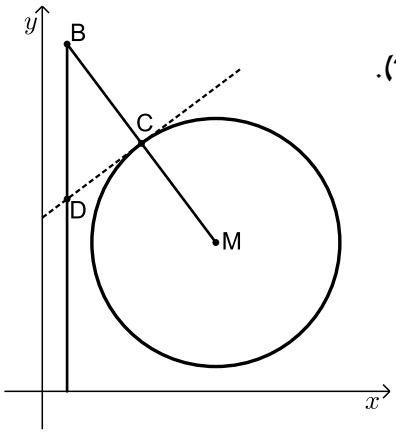
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 120 ק"מ.
מכונית נסעה בבוקר מעיר א' לעיר ב' במהירות קבועה.
בערב חזרה המכונית מעיר ב' לעיר א' באותה הדרך.
המכונית נסעה במשך שעה באותה המהירות שבה נסעה בבוקר.
היא עצרה בצד הדרך למשך 2 דקות, ולאחר מכן המשיכה בנסיעתה עד עיר א' במהירות הגבוהה ב-10 קמ"ש ממהירות נסיעתה בבוקר.
זמן הנסיעה של המכונית בערב (כולל משך זמן העצירה) היה שווה לזמן הנסיעה שלה בבוקר.

א. מצא את מהירות המכונית בבוקר.

ב. השעה שבה יצאה המכונית מעיר ב' בדרכה חזרה לעיר א' הייתה שמונה בערב.
מה היה המרחק שלה מעיר א' בשעה תשע ו-8 דקות בערב?

2) נתון מעגל שמרכזו $M(7,6)$.
הישר MB חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור).
נתון: $B(1,14)$, $MC = CB$.



א. מצא את משוואת המעגל.
העבירו משיק למעגל בנקודה C.

ב. מצא את משוואת המשיק.
מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה-x.
המשיק והאנך נחתכים בנקודה D.

ג. חשב את שטח המשולש BCD.
הנקודה E נמצאת על האנך שהורידו מנקודה B לציר ה-x.
נתון: $ME \parallel CD$.

ד. מצא את שיעורי הנקודה E.

ה. הראה כי הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BME.

3) במשחק יש שני סיבובים. בכל סיבוב יש שתי אפשרויות בלבד: לזכות או להפסיד.
משתתף שזוכה בשני הסיבובים מנצח במשחק כולו.
ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון גדולה פי 3 מן ההסתברות להפסיד בו.

א. מהי ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון? נמק.

אם משתתף במשחק זכה בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.8.
אם משתתף הפסיד בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.6.

ב. (1) מהי ההסתברות לזכות בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים?
(2) ידוע שמשתתף זכה בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים.
מהי ההסתברות שהוא זכה בסיבוב הראשון?

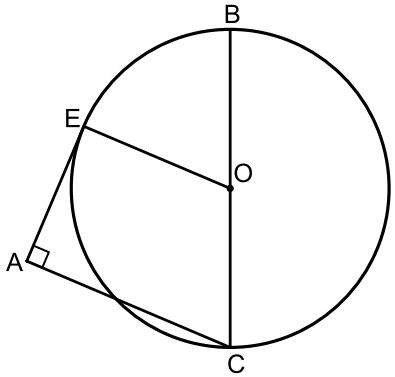
ג. (1) מהי ההסתברות לנצח במשחק כולו?
(2) 4 משתתפים משחקים במשחק.
מהי ההסתברות שכל המשתתפים ינצחו במשחק כולו?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתון מעגל שמרכזו O.
BC הוא קוטר במעגל. מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו שני ישרים:
האחד משיק למעגל בנקודה E והאחר חותך את המעגל בנקודה C,
כמתואר בציור שלפניך.



נתון כי $\sphericalangle EAC = 90°$.

א. הוכח: $EO \parallel AC$.

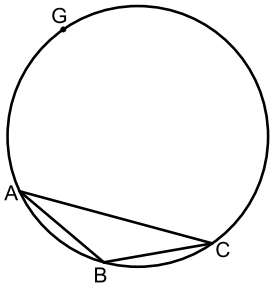
ב. הוכח: $\sphericalangle OCE = \sphericalangle ACE$.

ג. הוכח: $\Delta EBC \sim \Delta AEC$.

נתון: $BC \cdot AC = 64$.

ד. (1) חשב את EC.
(2) נתון: $EB = 6$.
חשב את EO.

5) במעגל שהרדיוס שלו הוא 10, חסום משולש שווה שוקיים ABC (AB = BC), כמתואר בציור שלפניך.
נתון כי: $\sphericalangle ABC = 130°$.



א. חשב את אורך הצלע AC.

ב. חשב את שטח המשולש ABC.

G היא נקודה על המעגל כך ש-GC הוא קוטר במעגל.
הישר GB חותך את הצלע AC בנקודה E.

ג. חשב את אורך הקטע EB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{3x^2}{x^2+x-2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

(5) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$?
אם הוא חותך את האסימפטוטה, מצא את שיעורי נקודת החיתוך.

ד. נתון: לפונקציה $g(x)=f(x)+c$ (c הוא פרמטר)
יש אסימפטוטה אופקית $y=5$.
מצא את c. נמק.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=-\frac{1}{3}x^3+9x+a$ המוגדרת לכל x. a הוא פרמטר.

א. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש צורך, הבע באמצעות a), וקבע את סוגן.

ג. מצא את הערך של a שבעבורו נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על ציר ה-x. נמק.

הצב $a=18$ במשוואת הפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ד-ו.

ד. רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה.

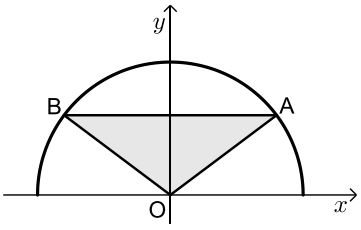
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ו. (1) חשב את השטח ברביע השני המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה-x וציר ה-y.

(2) A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y, ו-B היא נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.

הראה שגרף הפונקציה $f(x)$ מחלק את המשולש ABO לשני שטחים שהיחס ביניהם הוא 1:3 (O – ראשית הצירים).

8) בציור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)=\sqrt{25-x^2}$ המוגדרת בתחום $-5\le x\le 5$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x.

הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה B שברביע השני.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

נסמן את שיעור ה-x של הנקודה A ב-t.

א. (1) הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B.

(2) הבע באמצעות t את שטח המשולש ABO.

ב. מצא את t שבעבורו שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

תשובות סופיות:

1) א. 90 קמ"ש. ב. 20 ק"מ.

2) א. $(x-7)^2+(y-6)^2=25$ ב. $y=\frac{3}{4}x+7$ ג. 9.37 יח"ר.

ד. $E(1,1.5)$ ה. הסבר.

3) א. 0.75 ב. (1) 0.3 ב. (2) 0.5 ג. (1) 0.6 ג. (2) 0.1296

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. (1) 8 ד. (2) 5

5) א. 15.32 יחידות. ב. 27.36 יחידות שטח. ג. 3.94

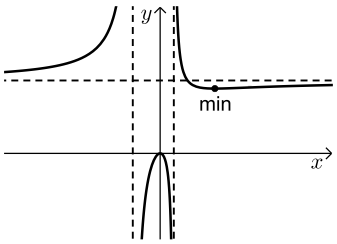
6) א. (1) $x\neq 1,-2$ א. (2) $x=1\ ,\ x=-2\ ,\ y=3$ א. (3) $(0,0)$

א. (4) $\min(4,2.67)\ ,\ \max(0,0)$

א. (5) עלייה: $x>4\ ,\ -2<x<0$

ירידה: $0<x<1\ ,\ 1<x<4$

ב. סקיצה:

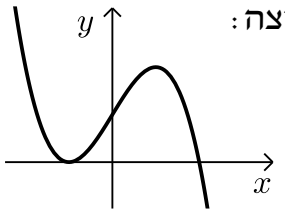


ג. כן $(2,3)$ ד. 2

7) א. $(0,a)$ ב. $\max(3,a+18)\ ,\ \min(-3,a-18)$ ג. 18

ד. $\min(-3,0)\ ,\ \max(3,36)$

ה. סקיצה:



ו. (1) 20.25 יח"ר

ו. (2) הוכחה.

8) א. (1) $B\left(-t,\sqrt{25-t^2}\right)$

א. (2) $t\sqrt{25-t^2}$ יחידות שטח.

ב. $t=\sqrt{12.5}$.

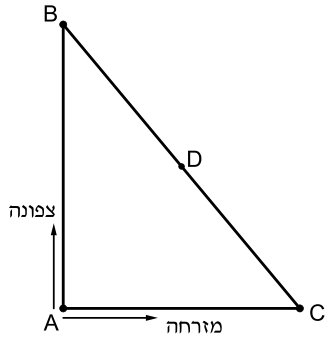
בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) שני רוכבי אופניים יצאו בשעה 8:00 מנקודה A.
רוכב א' רכב צפונה, ורוכב ב' רכב מזרחה (ראה ציור).
בשעה 9:00 הגיע רוכב א' לנקודה B, ורוכב ב' הגיע לנקודה C כך שהמרחק ביניהם, BC, היה 30 ק"מ.
מהירות הנסיעה של רוכב א' הייתה גבוהה ב-6 קמ"ש ממהירות הנסיעה של רוכב ב'.

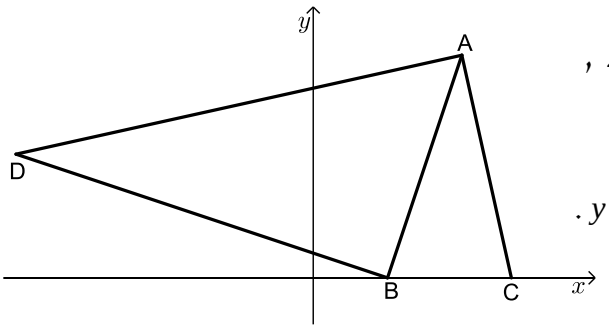


א. מצא את מהירות הנסיעה של כל אחד משני הרוכבים.

לאחר מנוחה של 10 דקות יצאו הרוכבים זה לכיוונו של זה:
רוכב א' רכב לכיוון הנקודה C באותה המהירות שבה נסע קודם,
ורוכב ב' רכב לכיוון הנקודה B במהירות הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה נסע קודם. הם נפגשו בנקודה D (ראה ציור).

ב. באיזו שעה נפגשו הרוכבים?

2) נתון משולש ABC.
הקודקודים B ו-C מונחים על ציר ה-x, כמתואר בציור שלפניך.
הקודקוד A נמצא ברביע הראשון.



משוואת הצלע AC היא: $y=-4\frac{1}{2}x+36$.
נתון כי אורך הצלע BC הוא 5.

א. מצא את שיעורי הנקודות C ו-B.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $22\frac{1}{2}$.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

D היא נקודה ברביע השני כך ש-DB מאונך ל-AB.

ג. מצא את משוואת הישר BD.

נתון כי שיעור ה-x של הנקודה D הוא 12-.

ד. (1) הוכח כי $\sphericalangle DAC=90°$.

(2) מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש DAC.

3) בשק יש 80 כדורים. מקצתם עשויים מזכוכית והשאר עשויים מפלסטיק.
20 מן הכדורים שבשק הם כחולים והשאר צהובים.
70% מן הכדורים שבשק הם כדורים צהובים מפלסטיק.
25% מן הכדורים העשויים זכוכית הם צהובים.

א. כמה כדורים מפלסטיק יש בשק?

ב. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.
(1) מהי ההסתברות שהכדור שהוציאו הוא כדור כחול מזכוכית?
(2) ידוע שהכדור שהוציאו מן השק הוא כחול.
מהי ההסתברות שהוא מזכוכית?

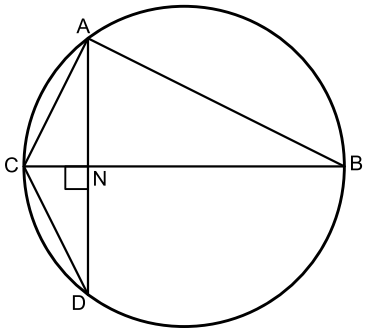
ג. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.
את הפעולה הזאת (הוצאה והחזרה) עשו 4 פעמים.
מה ההסתברות שבדיוק 3 מן הכדורים שהוציאו הם צהובים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) המשולש ABC חסום במעגל כך ש-BC הוא קוטר במעגל.
מקודקוד A העבירו אנך לצלע BC.
האנך חותך את הצלע BC בנקודה N ואת המעגל בנקודה D, כמתואר בציור שלפניך.



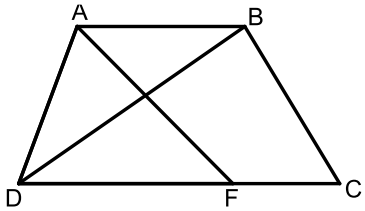
א. הוכח: $\Delta ABC \sim \Delta NDC$.

ב. הוכח: ΔACD הוא משולש שווה שוקיים.

ג. הוכח: $AC^2 = NC \cdot BC$.

ד. נתון כי: $CD = 4$, וכי רדיוס המעגל שווה ל-5.
חשב את אורך הקטע NC.

5) בטרפז $ABCD$ $(AB \| DC)$ שבציור שלפניך נתון:
$BD = 6$, $DC = 7$, $BC = 4$.



א. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle BDC$.
נתון: $AB = AD$.

ב. מצא את אורך הצלע AD.
הנקודה F נמצאת על הצלע DC.
נתון כי שטח המשולש ADF הוא 8.

ג. (1) מצא את אורך הצלע DF.
(2) מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADF.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x^2}{x^2+2x-3}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

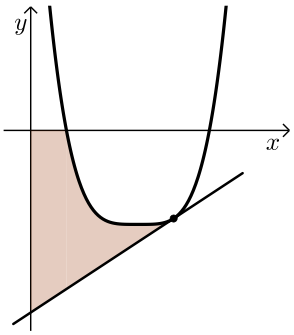
ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-3<x<1$.

(2) הסתמך על הסרטוט בתת סעיף ד (1) וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x=-2$.

7) לפניך סרטוט של גרף הפונקציה: $f(x)=(x-3)^4-16$ המוגדרת לכל x.



א. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

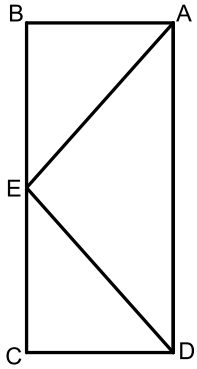
ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=4$.

ג. (1) מצא את משוואת המשיק.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי ציר ה-x ועל ידי ציר ה-y (השטח המסומן בסרטוט).

8) במלבן ABCD סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 20. בתוך המלבן בנו משולש AED כך שהקודקוד E נמצא באמצע הצלע BC (ראה ציור). נסמן ב-x את אורך הקטע BE.



א. (1) הבע באמצעות x את אורך הקטע AE.

(2) מצא את אורכי צלעות המלבן שבעבורן אורך הקטע AE הוא מינימלי.

ענה על סעיף ב עבור אורכי צלעות המלבן שמצאת בסעיף א.

ב. חשב את שטח המשולש AED.

תשובות סופיות:

1) א. מהירות רוכב א': 24 קמ"ש, מהירות רוכב ב': 18 קמ"ש.
ב. 09:50.

2) א. $B(3,0)$, $C(8,0)$ ב. $A(6,9)$ ג. $y=-\frac{1}{3}x+1$ ד. (1) הוכחה.
ד. (2) $(-2,2.5)$

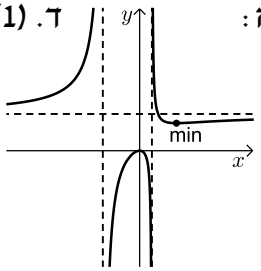
3) א. 64 כדורים. ב. (1) $\frac{3}{20}=0.15$ ב. (2) $\frac{3}{5}=0.6$ ג. $\frac{27}{64}$

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. 1.6.

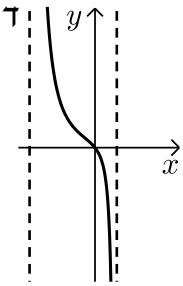
5) א. $34.77°$ ב. 3.652 ג. (1) 4.676 ג. (2) 2.754

6) א. (1) $x\neq 1$, $x\neq -3$ א. (2) $y=1$, $x=-3$, $x=1$ ב. $\max(0,0)$, $\min\left(3,\frac{3}{4}\right)$

ג. סקיצה:



ד. (1) סקיצה:



ד. (2) $\frac{4}{3}$

7) א. $\min(3,-16)$ ב. $(5,0)$, $(1,0)$ ג. (1) $y=4x-31$
ג. (2) 50.6 יח"ר.

8) א. (1) $\sqrt{5x^2-80x+400}$ א. (2) 16 ס"מ, 4 ס"מ.
ב. 32 יח"ש.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 46

פתרון בוידאו של בחינות 2018

מועד חורף 220
קיץ מועד א 225
קיץ מועד ב 229

בגרות חורף 2018:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

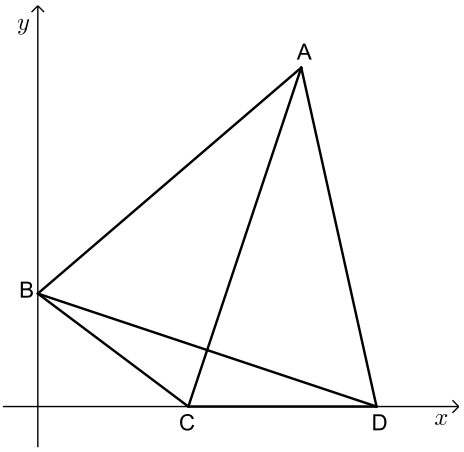
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) סוחר קנה כמה מוצרים במחיר זהה ושילם בעבורם 6,000 שקלים סך הכול.
10% מכל המוצרים שקנה הוא מכר במחיר מבצע של 40 שקלים לכל מוצר.
20 מוצרים הוא השאיר במחסן, ואת השאר הוא מכר ברווח של 60% למוצר.
הכנסתו ממכירת המוצרים האלה הייתה 7,520 שקלים.

א. כמה מוצרים קנה הסוחר?
בשלב מאוחר יותר מכר הסוחר את 20 המוצרים שהשאיר במחסן, ברווח של200% למוצר.

ב. מה הייתה הכנסתו של הסוחר ממכירת 20 המוצרים האלה?

2) נתון דלתון $ABCD$ $(AB=AD\ ,\ CB=CD)$.
הקדקוד B מונח על ציר ה- y והקדקודים C ו-D מונחים על ציר ה- x, כמתואר בציור.



משוואה הישר BD היא: $y=-\frac{1}{3}x+3$.

א. מצא את שיעורי הקדקודים B , D ו-C.
שיעורי הקדקוד A הם $(7,9)$.

ב. חשב את שטח הדלתון ABCD.
הישר $y=5.4$ חותך את הישרים AB ו-AD בנקודות E ו-F בהתאמה.
אורך הקטע EF הוא 5.

ג. (1) חשב את שטח המשולש AEF.
(2) חשב את שטח המחומש EFDCB.

3) שירה משחקת בקוביית משחק הוגנת ובמטבע מאוזן.
שירה משחקת על פי הכללים האלה: היא זורקת את הקובייה פעם אחת ומטילה את המטבע פעמיים. אם המספר שיתקבל על הקובייה יהיה גדול מ-2 ובשתי ההטלות ייפול המטבע על "פלי", תזכה שירה בפרס.

א. (1) מהי ההסתברות ששירה תזכה בפרס?
(2) שירה משחקת במשחק שלה 4 פעמים.
מהי ההסתברות שתזכה ב-2 פרסים בדיוק?

אביגיל משחקת גם היא בקובייה הוגנת ובמטבע מאוזן.
אביגיל משחקת לפי כללים אחרים:
היא זורקת את הקובייה פעמיים ואת מטילה את המטבע פעם אחת.
אם סכום המספרים שיתקבל על הקובייה בשתי הזריקות יהיה קטן מ-10 והמטבע ייפול על "עץ", תזכה אביגיל בפרס.

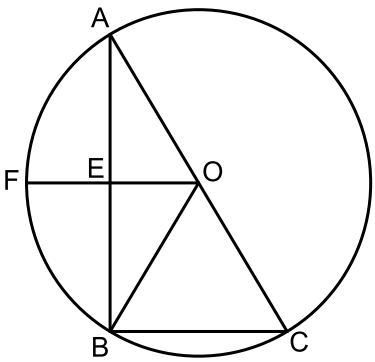
ב. (1) מהי ההסתברות שבזריקת הקובייה פעמיים סכום המספרים שיתקבל יהיה קטן מ-10?
(2) אביגיל משחקת במשחק שלה פעם אחת.
מהי ההסתברות שאביגיל תזכה בפרס?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 5-4.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) משולש ABC חסום במעגל. מרכז המעגל O נמצא על הצלע AC.
הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש-$OE \perp AB$ (ראה ציור).

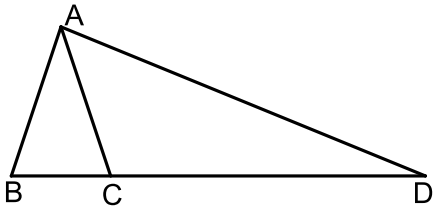


א. הוכח ש-OE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
המשך הקטע OE חותך את המעגל בנקודה F, כמתואר בציור.

ב. הוכח שהמשולש AFB הוא משולש שווה-שוקיים.
נתון: $\sphericalangle ACB = 60°$.

ג. הוכח שהמרובע FOCB הוא מעוין.

5) ABC הוא משולש חד-זווית ושווה-שוקיים $(AB=AC)$.
אורכו של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא R.
נתון: $BC=1.2R$.



א. (1) חשב את זוויות המשולש ABC.
(2) הבע את אורך הצלע AB באמצעות R.
המשיכו את הצלע BC עד הנקודה D,
כמתואר בציור, כך ש-$CD=3.8R$.
ב. הבע את אורך הקטע AD באמצעות R.
ג. AE הוא גובה במשולש ACD.
אורך הגובה AE הוא 9.
חשב את R.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4x}{(x-1)^2}+a$, a הוא פרמטר.
ענה על סעיף א. הבע באמצעות a במידת הצורך.
א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
(2) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים?
(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?
נתון: לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y=-3$.
ב. מהו ערך הפרמטר a?
הצב את הערך של a שמצאת וענה על סעיפים ג-ד.
ג. (1) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-y.
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ד. עבור אילו ערכים של k הישר $y=k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת בדיוק?

7) נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{49-x^2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

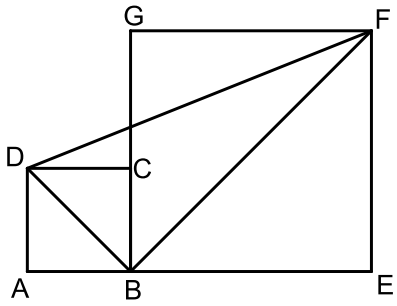
ב. (1) מצא את משוואת האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכת לציר ה-x .

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(3) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.
תוכל להיעזר בסעיפים הקודמים.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי החלק השלילי של ציר ה-x ועל ידי הישר $x=-6$.
בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

8) ABCD ו-BEFG הם שני ריבועים.
הצלע BC מונחת על הצלע BG.
נתון: $DB+BF=a$. $0<a$ הוא פרמטר.



א. מצא את אורך האלכסון DB שעבורו אורך הקטע DF הוא מינימלי.
הבא באמצעות a .

ב. עבור אורך DB שמצאת שבסעיף א,
מהו היחס: $\frac{AB}{BE}$?

תשובות סופיות:

1) א. הסוחר קנה 120 מוצרים. ב. 3000 ₪.

2) א. $B(0,3)\ ,\ C(4,0)\ ,\ D(9,0)$ ב. 45 יח"ר $=S$

ג. (1) 9 יח"ר $=S$ (2) 36 יח"ר $=S$.

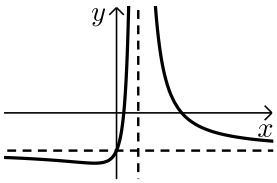
3) א. (1) $\frac{1}{6}$. (2) $\frac{25}{216}$. ב.(1) $\frac{5}{6}$. (2) $\frac{5}{12}$.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

5) א. (1) $71.565°\ ,\ 71.565°\ ,\ 36.869°$. (2) $1.897R$. ב. $4.753R$ ג. 5.

6) א. (1) $x\neq 1$ (2) $x=1\ ,\ y=a$. (3) מינימום: $(-1,a-1)$.

(4) עלייה: $-1<x<1$, ירידה: $x<-1\ ,\ 1<x$ ב. $a=-3$.



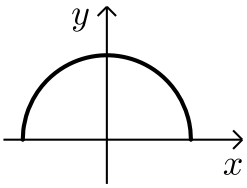
ג. (1) $(0,-3)$. (2) סרטוט בצד.

ד. $k=-4\ ,\ k=-3$.

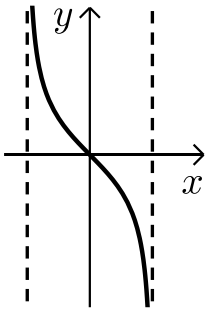
7) א. (1) $-7\le x\le 7$ (2) מקסימום: $(0,7)$, מינימום: $(-7,0)\ ,\ (7,0)$.

(3) סרטוט בצד. ב. (1) $x=7\ ,\ x=-7$.

(2) חיובי: $-7<x<0$, שלילי: $0<x<7$. (3) להלן סקיצה:



ג. $7-\sqrt{13}\approx 3.39$ יח"ר.



8) א. $\frac{a}{2}$. ב. $\frac{AB}{BE}=1$.

בגרות קיץ 2018 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

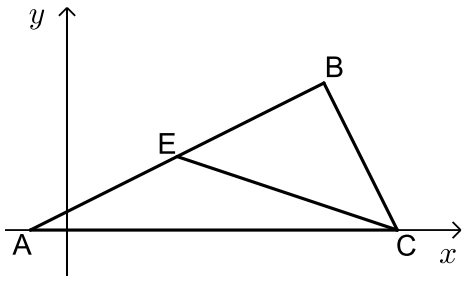
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) המרחק בין עיר א ובין עיר ב הוא 126 ק"מ.
בשעה 8:00 יצאה מכונית מעיר א לעיר ב.
בשעה 8:30 יצא רוכב אופניים מעיר ב לעיר א.
המכונית ורוכב האופניים נפגשו בשעה 9:30 והמשיכו בדרכם.
15 דקות לאחר הפגישה הגיעה המכונית לעיר ב.
המכונית ורוכב האופניים לא שינו את מהירויותיהם בזמן הנסיעה.

א. מצא את מהירות הנסיעה של המכונית ואת מהירות הנסיעה של רוכב האופניים.
יום לאחר מכן, יצאו המכונית ורוכב האופניים זה לקראת זה באותו הזמן.
המכונית יצאה מעיר ב לעיר א, ואילו רוכב האופניים יצא מעיר א לעיר ב.
המכונה נסעה במהירות קבועה הגדולה ב-a קמ"ש מן המהירות שבה נסעה ביום שלפני כן, ואילו רוכב האופניים נסע במהירות קבועה הקטנה ב-a קמ"ש מן המהירות שבה נסע ביום שלפני כן.
המכונית ורוכב האופניים נפגשו לאחר t שעות.

ב. מצא את t.

2) CE הוא תיכון במשולש ABC.
נתון: $A(-1,0)$, $B(7,4)$,
הקדקוד C נמצא על ציר ה-x (ראה ציור).



א. מצא את שיעורי הנקודה E.
נתון: $EB=BC$, שיעור ה-x של הקדקוד C גדול משיעור ה-x של הקדקוד B.

ב. מצא את שיעורי הקדקוד C.
מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה-x.
האנך שהורידו חותך את הקטע CE בנקודה K ואת ציר ה-x בנקודה F.

ג. (1) מצא את שיעורי הנקודה K ואת אורך הקטע KF.
(2) חשב את שטח המשולש EKF.

3) בסל יש 2 תפוחים ומספר מסוים של אפרסקים.
טל הוציאה באקראי מן הסל שני פירות זה אחר זה ללא החזרה.
ההסתברות שהיא הוציאה שני תפוחים היא $\frac{1}{36}$.

א. מצא כמה אפרסקים היו בסל לפני שטל הוציאה ממנו פירות.

ב. מהי ההסתברות שהפרי השני שהוציאה טל היה תפוח?

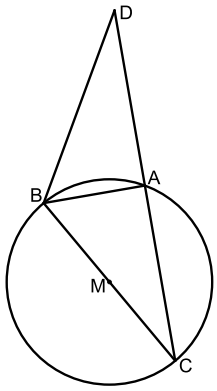
ג. (1) חשב את ההסתברות שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג.
(2) ידוע שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג.
מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני אפרסקים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 5-4.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) בציור שלפניך מתואר מעגל שמרכזו M ורדיוסו R.
BC הוא קוטר במעגל. הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל.
הקטע DC חותך את המעגל בנקודה A.



נתון: $\sphericalangle ABD = \frac{1}{2}\sphericalangle AMC$.

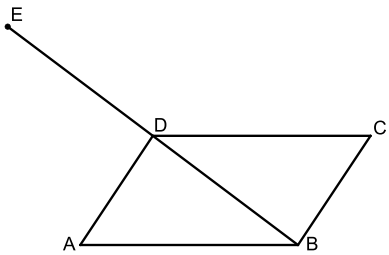
א. הוכח ש-BA הוא חוצה זווית במשולש DBC.

ב. הוכח: $\Delta CBD \sim \Delta CMA$.

ג. הוכח כי MA הוא קטע אמצעים במשולש DBC.

ד. נתון: המשולש ABM הוא משולש שווה צלעות.
הבע את שטח המשולש CBD באמצעות רדיוס המעגל.

5) ABCD היא מקבילית.
נתון: $AB = 15, BC = 10$.
נסמן: $\sphericalangle DAB = \alpha$, $(\alpha < 90°)$.



א. הבע באמצעות α את שטח המשולש BAD.

נתון: שטח המקבילית הוא $75\sqrt{3}$.

ב. חשב את גודל הזווית α.

ג. חשב את אורך האלכסון BD.

הנקודה E נמצאת על המשך האלכסון BD, כמתואר בציור, כך ש-$ED = DB$.

ד. (1) מצא את גודל הזווית ABE.
(2) מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{1}{(x-3)^2}+4$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, המאונכות לצירים.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה-x, ועל ידי הישרים $x=4$ ו-$x=5$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-4$.

ג. מהו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה-x, ועל ידי הישרים $x=4$ ו-$x=5$? נמק.

7) נתונה הפונקציה $f(x)=x^3\cdot\sqrt{x+a}$. a הוא פרמטר.

א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

הנקודה $(2,24)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את a.

הצב $a=7$ וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

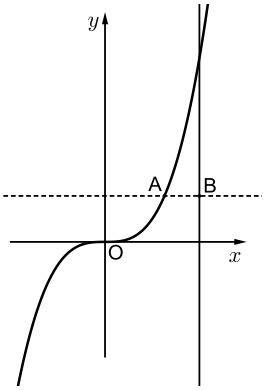
(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(4) מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)+c$. c הוא פרמטר.

ד. מהו הערך של c, שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה-x? נמק.

8) בציור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)=x^3$ והישר $x=2$.



הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $0<x_A<2$ (x_A הוא שיעור ה-x של הנקודה A).

מהנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה-x (הישר המקווקו בציור).

הישר שהעבירו חותך את הישר $x=2$ בנקודה B (ראה ציור).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABO הוא מקסימלי? נמק.

ב. חשב את שטח המשולש ABO בעבור הנקודה A שמצאת בסעיף א.

תשובות סופיות:

1) א. מכונית: 72 קמ"ש, אופניים: 18 קמ"ש. ב. $t=1.4$

2) א. $E(3,2)$ ב. $C(9,0)$ ג. (1) $K\left(7,\frac{2}{3}\right)$, $KF=\left(\frac{2}{3}\right)$ (2) $\frac{4}{3}$ יח"ש.

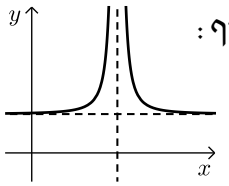
3) א. 7 ב. $\frac{2}{9}$ ג. (1) $\frac{11}{18}$ (2) $\frac{21}{22}$

4) א+ב+ג. הוכחה. ד. $\sqrt{3}R^2$.

5) א. $75\sin\alpha$ ב. $60°$ ג. $5\sqrt{7}$ יח"א ד. (1) $40.893°$ (2) 13.769 יח"א.

6) א. (1) $x\neq 3$ (2) $x=3$, $y=4$ (3) עלייה: $x<3$, ירידה: $x>3$.

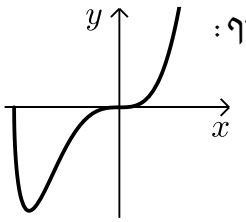
(4) גרף:



ב. 4.5 יח"ש ג. $\frac{1}{2}$ יח"ש.

7) א. $x\geq -a$ ב. $a=7$ ג. (1) $(0,0)$, $(-7,0)$

(2) $(-6,-216)$ מינימום, $(-7,0)$ מקסימום. (3) גרף:



(4) חיובית: $x>0$, שלילית: $-7<x<0$.

ד. $c=216$

8) א. $(1.5,3.375)$ ב. $\frac{27}{32}$ יח"ש.

בגרות קיץ 2018 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

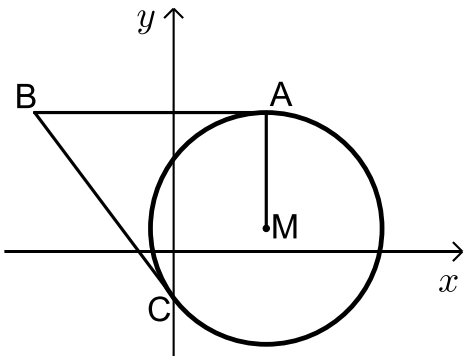
1) בשיעור אומנות קיבל תלמיד חוט ברזל שאורכו $52a$ ס"מ והכין ממנו שתי מסגרות לתמונות: מסגרת אחת בצורת ריבוע ומסגרת אחת בצורת מלבן.
צלע אחת של המלבן שווה באורכה לצלע הריבוע
והצלע האחרת של המלבן גדולה פי $\frac{4}{3}$ מצלע הריבוע.
החוט הספיק בדיוק להכנת שתי המסגרות.

א. הבע באמצעות a את אורכי המלבן.

ב. מחוט ברזל נוסף (באורך אחר) הכין התלמיד עוד שתי מסגרות: מסגרת מלבנית זהה למסגרת המלבנית הראשונה, ומסגרת בצורת ריבוע שצלעו ארוכה ב-65% מצלע הריבוע הראשון.
מצא בכמה אחוזים החוט הנוסף ארוך מן החוט הראשון.

ג. האורך של אלכסון המלבן הוא 45 ס"מ.
חשב את אורכי צלעות המלבן.

2) מעגל שמרכזו בנקודה $M(4,1)$ חותך את ציר ה-y בנקודה C, כמתואר בציור.
מן הנקודה B, הנמצאת ברביע השני, העבירו שני ישרים המשיקים למעגל בנקודות A ו-C.
משוואת הישר AB היא $y=6$.



א. מהי משוואת המעגל?

ב. מצא את משוואת הישר BC.

ג. חשב את שטח המרובע ABCM.

ד. חשב את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש BCM.
בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

3) בבית ספר מסוים יש תלמידים שגרים בעיר ויש תלמידים שגרים מחוץ לעיר.
מספר הבנות הלומדות בבית הספר גדול פי 1.25 ממספר הבנים הלומדים בבית הספר.
75% מן הבנים גרים בעיר ו-40% מן הבנות גרות מחוץ לעיר.
בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר (בן או בת).

א. מהי ההסתברות שבחרו בבן שגר בעיר?

ב. ידוע שהתלמיד שנבחר (בן או בת) גר בעיר. מהי הסתברות שנבחרה בת?

ג. בבית הספר יש 900 תלמידים (בנים ובנות). כמה תלמידים (בנים ובנות) גרים בעיר?

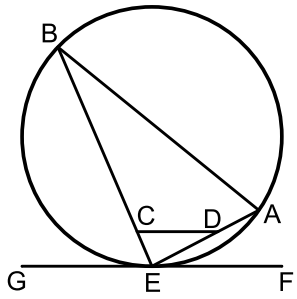
ד. בכל יום בוחרים באקראי תלמיד מבית הספר שיהיה תורן ניקיון (אותו התלמיד יכול להיבחר ברצף יום אחר יום). מהי ההסתברות שבמשך 3 ימים רצופים נבחרו לפחות 2 תורנים שגרים מחוץ לעיר? (תורן יכול להיות בן או בת).

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) המשולש AEB חסום במעגל. הקטע GF משיק למעגל בנקודה E. הנקודות C ו-D נמצאות על הצלעות BE ו-AE, בהתאמה, כך שהקטע CD מקביל למשיק.



א. הוכח: $\sphericalangle ABE = \sphericalangle CDE$.

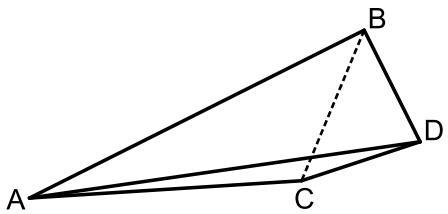
ב. הוכח: $\Delta ABE \sim \Delta CDE$.

ג. הוכח כי אפשר לחסום את המרובע ABCD במעגל.

ד. נתון 4 ס"מ $= CD$, 12 ס"מ $= BE$, $ED = \frac{1}{3}AB$.

חשב את אורך הקטע ED.

5) ABD הוא משולש ישר-זווית ($\sphericalangle ABD = 90°$).



נסמן: $BD = a$. נתון: $AB = 3a$.

א. חשב את גודל הזווית ADB.

ב. נתון: $\sphericalangle ADC = 10°$, $CD = BD$.

ג. הבע באמצעות a את אורך הקטע BC.

ד. הבע באמצעות a את אורך הקטע AC.

ה. נתון: שטח המשולש BDC הוא 30 סמ"ר.
חשב את שטח המרובע ABDC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=x^2(x-4)^2$, המוגדרת לכל x.
ענה על הסעיפים א-ג. פתח סוגריים אם יש צורך.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה-x.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

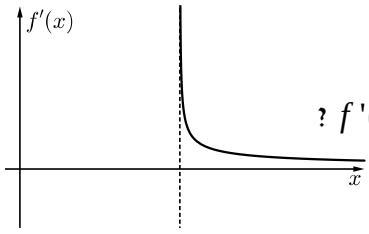
7) נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{2x-13}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) הראה כי הפונקציה $f(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



לפניך גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(2) מהי משוואת האסימפטוטה האנכית של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

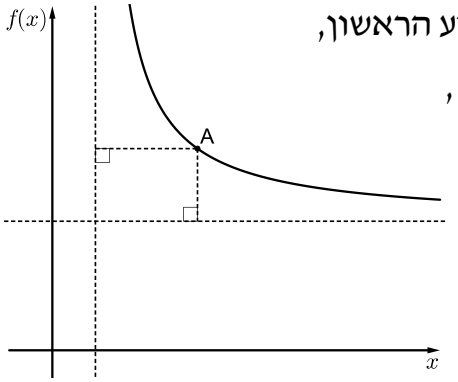
הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו-$f'(x)$ חותכים זה את זה בנקודה A.

ג. חשב את שיעורי הנקודה A.

מן הנקודה A הורידו אנך לציר ה-x.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה הנגזרת $f'(x)$, על ידי האנך, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x=11$.

8) לפניך ציור של גרף הפונקציה $f(x)=\frac{4}{x-1}+3$ ברביע הראשון.



מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון,
העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$,
כך שנוצר מלבן.

א. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשב את שטח המלבן שהיקפו מינימלי.

תשובות סופיות:

1) א. $6a$, $8a$. ב. 30% ג. 36 ס"מ, 27 ס"מ.

2) א. $(x-4)^2+(y-1)^2=25$ ב. $y=-\frac{4}{3}x-2$ ג. $S_{ABCM}=50$ ד. $\frac{\sqrt{125}}{2}=5.59$

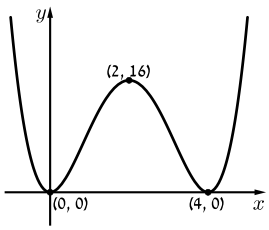
3) א. $\frac{1}{3}$ ב. $\frac{1}{2}$ ג. 600 ד. $\frac{7}{27}$

4) א-ג. הוכחה. ד. 4 ס"מ.

5) א. $71.565°$ ב. $1.306a$ ג. $2.185a$ ד. 107.55 ס"מ $=S_{ABDC}$.

6) א. (1) $(0,0)$, $(4,0)$ (2) $(0,0)$ מינימום, $(4,0)$ מינימום, $(2,16)$ מקסימום.

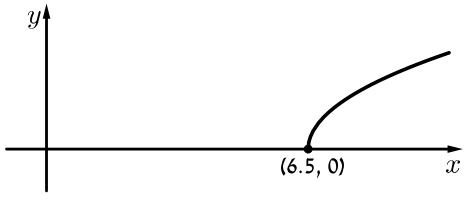
(3)



(4) חיוביות: $0<x<4$, $4<x$. שליליות: $x<0$. אין.

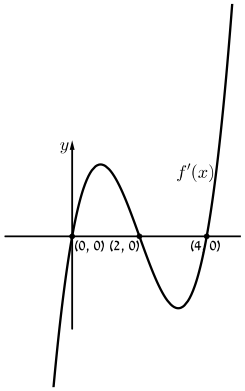
7) א. (1) $6.5\le x$ (2) $(6.5,0)$ (3) הוכחה.

(4)



ב. (1) $6.5<x$ (2) $6.5=x$ ג. $A(7,1)$ ד. 2

ב. $\frac{512}{15}$ ג.



8) א. $x=1$, $y=3$ ב. $A(3,5)$ ג. 4

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 47

פתרון בוידאו של בחינות 2017

מועד חורף 233
קיץ מועד א 237
קיץ מועד ב 242

בגרות חורף 2017:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

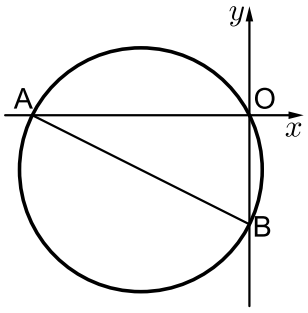
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) המרחק בין תל אביב לאשקלון הוא 70 ק"מ.
אהוד יצא מתל אביב לכיוון אשקלון בשעה 7:00.
הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של חצי שעה,
ואחריה המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב-20% ממהירותו הקודמת.
תמר יצאה מאשקלון לכיוון תל אביב בשעה 9:30.
היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שצעד אהוד לפני המנוחה. תמר ואהוד נפגשו בנקודה המרוחקת 30 ק"מ מתל אביב.

א. מה הייתה המהירות של אהוד כשיצא מתל אביב (לפני המנוחה)?

ב. באיזו שעה נפגשו אהוד ותמר?

2) מעגל שמרכזו M עובר דרך ראשית הצירים O.
המעגל חותך את ציר ה-x בנקודה נוספת $A(-8,0)$,
ואת ציר ה-y בנקודה נוספת $B(0,-4)$ (ראה ציור).



א. האם AB הוא קוטר במעגל? נמק את תשובתך.

ב. מצא את משוואת המעגל.

ג. נקודה C נמצאת על המעגל ברביע השלישי
(אך לא על הצירים), כך ששטח משולש BOC הוא 16.

(1) מצא את שיעור ה-x של נקודה C.

(2) מצא את שיעור ה-y של נקודה C.

ד. חשב את שטח המשולש BMC.

3) בבית ספר גדול הממוקם בעיר, חלק מן התלמידים הם תושבי העיר, והשאר גרים מחוץ לעיר. בוחרים באקראי 3 תלמידים מבית הספר הזה. ההסתברות שכל השלושה הם תושבי עיר זו היא 0.512.

א. בוחרים באקראי תלמיד אחד מבין תלמידי הבית ספר. מהי ההסתברות שהוא תושב העיר?

ב. בוחרים באקראי 4 תלמידים מבין תלמידי בית הספר. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם תושבי העיר?

ג. ידוע של-0.18 מתלמידי בית הספר אין טלפון נייד.

ל-$\frac{1}{8}$ מן התלמידים תושבי העיר אין טלפון נייד.

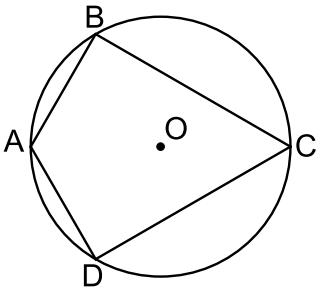
בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר, והתברר שאין לו טלפון נייד. מהי ההסתברות שהוא תושב העיר?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתון דלתון $ABCD$ $(BC=DC\ ,\ AB=AD)$ החסום במעגל שמרכזו O, כמתואר בציור.



נתון: $\sphericalangle BCD=60°$.

א. (1) הוכח: $\sphericalangle ABC=\sphericalangle ADC=90°$.

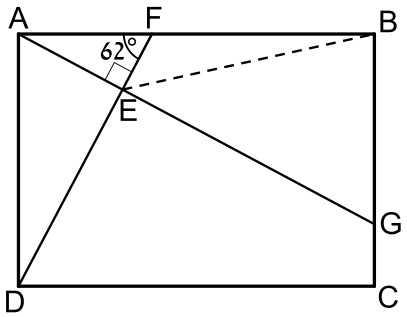
(2) הוכח: ΔABO הוא משולש שווה צלעות.

ב. הוכח: המרובע $ABOD$ הוא מעוין.

ג. נתון: 5 ס"מ $= AB$. מצא את BC.

ד. הראה ש-$\Delta ABO \sim \Delta BCD$.

5) נתון מלבן $ABCD$. הנקודה F נמצאת על הצלע AB כך ש- $FB=a\ ,\ AF=0.6a$.
הנקודה G נמצאת על הצלע BC כך ש-AG מאונך ל-DF. AG ו-DF נחתכים בנקודה E (ראה ציור). נתון: $\sphericalangle AFE=62°$.



א. (1) הבע את אורך הקטע EF באמצעות a.

(2) הבע את אורך הקטע BE באמצעות a.

נתון: 5 ס"מ $= a$.

ב. (1) מצא את הזווית EBA.

(2) חשב את שטח המשולש EBG.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{x-2}{2x+4}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

(3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

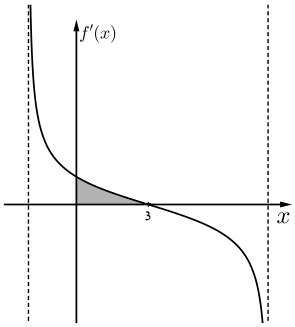
(4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), ואת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה). נמק.

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x מעבירים משיק לגרף הפונקציה. בנקודה נוספת, P, שעל גרף הפונקציה, גם מעבירים משיק. שני המשיקים מקבילים זה לזה.
מצא את שיעורי הנקודה P.

ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x)=f(x)+C$.
האסימפטוטה האופקית של $g(x)$ מתלכדת עם ציר ה-x.
מצא את C. הסבר את תשובתך.

7) בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)=\sqrt{-x^2+bx+16}$. b פרמטר.



ענה על הסעיפים שלפניך (אפשר להיעזר בגרף הנגזרת במידת הצורך):

א. (1) מהו שיעור ה-x של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$? נמק.

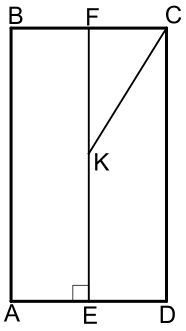
(2) מצא את b.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את שיעורי הנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-y ועל ידי ציר ה-x (השטח האפור).



8) נתון מלבן ABCD.
הנקודה F היא אמצע הצלע BC.
E היא נקודה על הצלע AD, כך ש-EF מאונך ל-AD.
הנקודה K נמצאת על EF כך ש-10 ס"מ = KC = EK.
(ראה ציור). $FC = x$.

א. הבע את FK באמצעות x.

ב. חשב את אורך צלע המלבן BC שעבורו היקף המלבן ABCD יהיה מקסימלי (תוכל להשאיר שורש בתשובתך).

תשובות סופיות:

1) א. 3 קמ"ש. ב. 10:16.

2) א. כן. ב. $(x+4)^2+(y+2)^2=20$. ג. (1) $x_C=-8$ (2) $y_C=-4$ (3) 8 יח"ר.

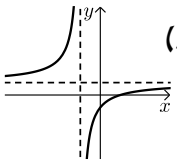
3) א. 0.8 ב. 0.4096 ג. $\frac{5}{9}$.

4) א. (1) הוכחה. א. (2) הוכחה. ב. הוכחה. ג. $\sqrt{75}=8.66$ ס"מ.

5) א. (1) $0.2817a$ א. (2) $1.159a$ ב. $12.4°$ (2) 12.04 סמ"ר.

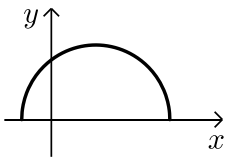
6) א. (1) $x\neq -2$ א. (2) $\left(0,-\frac{1}{2}\right)$, $(2,0)$ א. (3) $y=\frac{1}{2}$, $x\neq -2$

א. (4) אין נקודות קיצון. עלייה: $x<-2,\ x>-2$; ירידה: אין.

א. (5) 

ב. $(-6,1)$ ג. $c=-\frac{1}{2}$.

7) א. (1) $x=3$ א. (2) $b=6$ ב. $-2\le x\le 8$.

ג. $\max(3,5)$, $\min(-2,0)$, $\min(8,0)$ ד. 

ה. 1 יח"ר.

8) א. $\sqrt{100-x^2}$ ב. $2\sqrt{80}=17.89$ ס"מ.

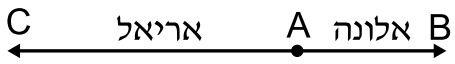
בגרות קיץ 2017 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

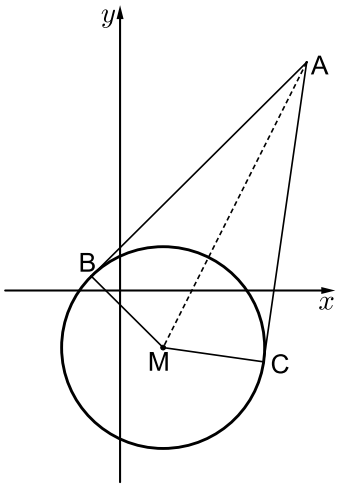
1) אלונה ואריאל יצאו, כל אחד במכוניתו, מעיר A באותה השעה.
אלונה נסעה מעיר A לעיר B, ואילו אריאל נסע מעיר A לעיר C
המרחק בין עיר A לעיר B הוא 60 ק"מ.
מהירות הנסיעה של אלונה הייתה גבוהה פי 1.5 ממהירות הנסיעה של אריאל.
שניהם נסעו כל הדרך במהירות קבועה. כאשר הגיעה אלונה לעיר B, עבר אריאל 40% מן המרחק בין עיר A לעיר C.



א. מהו המרחק בין עיר A לעיר C?

ב. אריאל הגיע לעיר C שעה לאחר שהגיעה אלונה לעיר B.
מה הייתה מהירות הנסיעה של אריאל?

2) הנקודות $B(-2,1)$ ו-$C(10,-5)$ נמצאות על מעגל שמרכזו $M(3,-4)$.
מן הנקודה A, שמחוץ למעגל, יוצאים שני קטעים המשיקים למעגל בנקודות B ו-C, כמתואר בציור.



א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את משוואת הישרים AB ו-AC.

(2) מצא את שיעורי הנקודה A.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את אורך הקטע AM.

(2) מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABM.

(3) האם הנקודה C נמצאת על המעגל שאת משוואתו מצאת? נמק את קביעתך.

3) במשחק מזל כל משתתף מטיל קובייה פעמיים.
הקובייה היא קובייה משחק הוגנת.
בכל אחת מן ההטלות, אם המספר שעל הקובייה הוא 3,
המשתתף מקבל 5 נקודות, אם המספר גדול מ-3 המשתתף מקבל 10 נקודות,
ואם המספר קטן מ-3 המשתתף אינו מקבל נקודות.

א. מהי ההסתברות שמשתתף במשחק יצבור 15 נקודות לפחות?

ב. ידוע שאחד מהמשתתפים צבר 15 נקודות לפחות.
מהי ההסתברות שבשתי ההטלות שלו היה המספר על הקובייה גדול מ-3?

ג. ארבעה משתתפים משחקים במשחק.
מהי ההסתברות שבדיוק שניים מהם יצברו כל אחד 15 נקודות לפחות?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

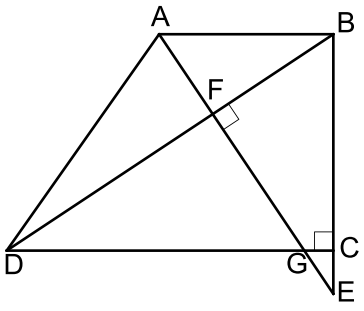
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) ABCD הוא טרפז ישר זווית $\left(\sphericalangle BCD=90^\circ\ ,\ AB\parallel DC\right)$.
E היא נקודה על המשך הצלע BC כך שהקטע AE מאונך לאלכסון BD וחותך אותו בנקודה F.
AE חותך את הקטע DC בנקודה G, כמתואר בציור.

א. הוכח: $\sphericalangle AEB=\sphericalangle BDC$.

ב. נתון כי $DC=BE$.
הוכח: $\Delta DCB\cong\Delta EBA$
נתון כי $CB=4CE$.

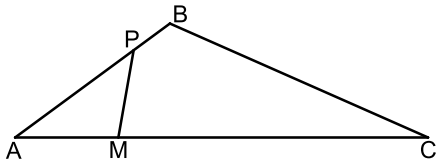
ג. ענה על הסעיפים הבאים:
(1) הוכח: $\Delta GCE\sim\Delta ABE$.
(2) מצא את היחס $\frac{GC}{AB}$.



5) במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AB, והנקודה M נמצאת על צלע AC (ראה ציור). נסמן: $AP=x$.

נתון כי: $PM=0.6x$, $\sphericalangle AMP=100°$, $\sphericalangle ABC=120°$,

$AM=4$ ס"מ , $MC=12$ ס"מ.



א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) חשב את הזווית PAM.

(2) חשב את אורך צלע BC.

ב. חשב את אורך הקטע BM.

ג. מצא את יחס שטחי המשולשים $\frac{S_{\Delta AMB}}{S_{\Delta BMC}}$. נמק את תשובתך.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2x^2+4}{x^2-a}$. $0<a$ הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית $x=1$.

ב. מצא את a.

הצב את a שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים 1-3.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) האם הפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית נוספת?
אם כן – מהי? אם לא – נמק.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. עבור אילו ערכים של k אין פתרון למשוואה $f(x)=k$? נמק.

7) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{4}{\sqrt{x+16}}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

(5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x\le 0$.

נתונה הפונקציה $g(x)=f(x)-2$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $x\le 0$.

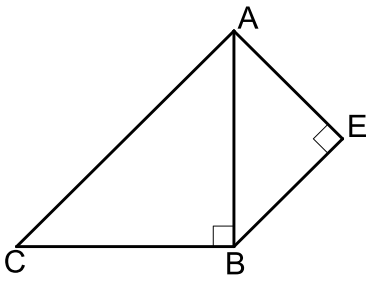
ג. מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$ בין הצירים.

8) ABC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים $(\sphericalangle ABC=90°)$.

על הצלע AB בנו משולש ישר זווית AEB כך ש- AB הוא היתר של המשולש AEB, כמתואר בציור.

נתון כי סכום אורכי הניצבים של המשולש AEB הוא 6 ס"מ.

נסמן את אורך הצלע AE ב- x.



א. הבע באמצעות x את שטח המשולש ABC.

ב. עבור איזה ערך של x שטח AEBC הוא מינימלי?

תשובות סופיות:

1) א. 100 ק"מ. ב. 60 קמ"ש.

2) א. (1) $AC: y=7x-75$, $AB: y=x+3$ (2) $A(13,16)$.

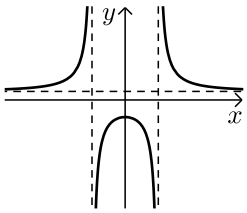
ב. (1) $10\sqrt{5}$ (2) $(x-8)^2+(y-6)^2=125$ (3). כן.

3) א. $\frac{5}{12}$ ב. $\frac{3}{5}$ ג. $\frac{1225}{3456}=0.3545$.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1) הוכחה. (2) $\frac{1}{5}$.

5) א. (1) $36.22°$ (2) 10.917 ס"מ ב. 4.84 ב"מ ג. $\frac{1}{3}$.

6) א. (1) $x\neq\pm\sqrt{a}$ (2) $\left(0,-\frac{4}{a}\right)$ (3) $y=2$.

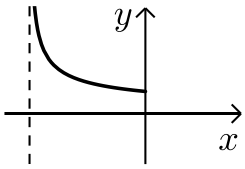


ב. $a=1$ ג. (1) $x=-1$ (2) $\max(0,-4)$

(3) עלייה: $-1<x<0$, $x<-1$ ירידה: $0<x<1$, $x>1$.

ד. סקיצה בצד. ה. $-4<k\leq 2$.

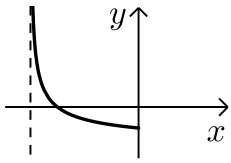
7) א. (1) $x>-16$ (2) $(0,1)$



(3) $x=-16$ (4) עלייה: אין. ירידה: $x>-16$.

(5) סקיצה בצד.

ב. (1) $(-12,0)$, $(0,-1)$



(2) להלן סקיצה.

ג. 8 יח"ר.

8) א. $x^2-6x+18$ ב. 3.

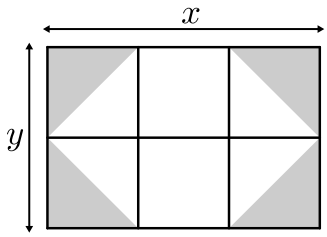
בגרות קיץ 2017 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) משפחת דותן החליטה לרצף את הגינה שלה, שצורתה מלבנית.
אורכי צלעות הגינה הם x ו- y מטרים. את הגינה חילקו ל-6 מלבנים זהים.
בתוך כל אחד מן המלבנים הפינתיים חסמו משולש ישר זווית, שניצביו הם צלעות המלבן. שטח כל משולש רוצף באבן אפורה, כמתואר בציור.
את שטח הגינה ריצפו באבן לבנה.

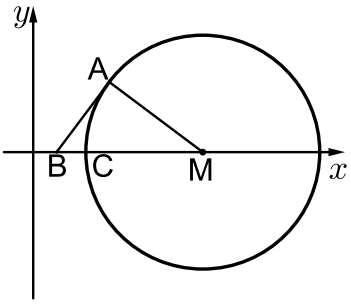


א. (1) הבע באמצעות x ו- y את שטח הגינה שרוצף באבן אפורה.
(2) הבע באמצעות x ו- y את שטח הגינה שרוצף באבן לבנה.

המחיר למ"ר ריצוף באבן האפורה הוא 75 שקלים.
המחיר לריצוף באבן הלבנה הוא 60 שקלים.
נתון שצלע אחת של הגינה ארוכה ב-3 מטרים מן הצלע האחרת שלה.
עלות הריצוף לכל הגינה היא 1170 שקלים.

ב. מצא את אורכי צלעות הגינה.

2) בציור שלפניך מתואר מעגל.
נתון: רדיוס המעגל הוא 20.
מרכז המעגל, M, נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x.
הנקודה $A(13,12)$ נמצאת על המעגל.



א. מצא את שיעורי הנקודה M.
דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל, החותך את ציר ה- x בנקודה B.

ב. מצא את שיעורי הנקודה B.

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש BAM.

C היא נקודת החיתוך של המעגל עם ציר ה- x, כמתואר בציור.

ד. (1) מצא את שיעור ה- x של הנקודה C.
(2) מצא לאילו ערכים של k הישר $x=k$ חותך את שני המעגלים (ואינו משיק אף לא לאחד מהם).

3) בעיר מסוימת ערכו סקר הבודק אם נערים ונערות עוסקים בפעילות גופנית.
מספר הנערים שהשתתפו בסקר היה גדול פי 2 ממספר הנערות שהשתתפו בסקר.

מן הסקר עולה כי $\frac{3}{4}$ מן הנערות שהשתתפו בסקר עוסקות בפעילות גופנית

וכי $\frac{4}{5}$ מן הנערים שהשתתפו בסקר עוסקים בפעילות גופנית.

א. בחרו באקראי משתתף מבין כל משתתפי הסקר (נערים ונערות).
מהי ההסתברות שהמשתתף שנבחר עוסק בפעילות גופנית?

ב. בחרו באקראי משתתף מבין משתתפי הסקר והתברר שהוא עוסק בפעילות גופנית. מהי ההסתברות שנבחרה נערה?

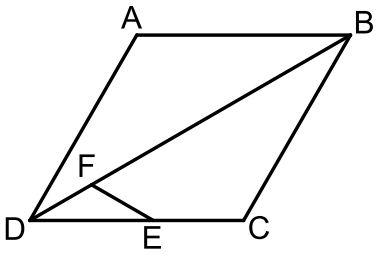
ג. נבחרו באקראי 4 מן המשתתפים בסקר.
מהי ההסתברות שלפחות 2 מן המשתתפים שנבחרו יהיו נערות שעוסקות בפעילות גופנית?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) ABCD הוא מעוין. הנקודה E נמצאת על הצלע DC
והנקודה F נמצאת על האלכסון DB (ראה ציור).
נתון כי המרובע BCEF הוא בר-חסימה במעגל.



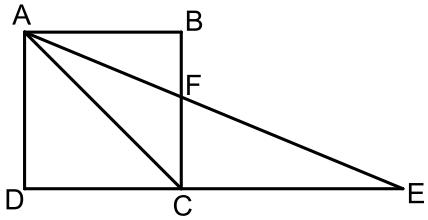
א. (1) הוכח: $\sphericalangle FED = \sphericalangle CBD$.

(2) הוכח שהמשולש DFE הוא שווה שוקיים.

ב. הוכח: $\Delta DFE \sim \Delta DCB$.

ג. נתון: $DB = 3DE$, שטח המשולש DFE הוא 2 סמ"ר.
חשב את שטח המעוין ABCD.

5) נתון ריבוע ABCD. הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור.
המשולש ACE הוא שווה שוקיים (AC = CE).
הישר AE חותך את הצלע BC בנקודה F.



א. מצא את זוויות המשולש ACE.
שטח המשולש ACE הוא $8\sqrt{2}$ סמ"ר.

ב. חשב את אורך צלע הריבוע.

ג. חשב את אורך הקטע DF.

ד. מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש DFE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{5}{(2x-4)^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $-f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=x\sqrt{4-x^2}$.

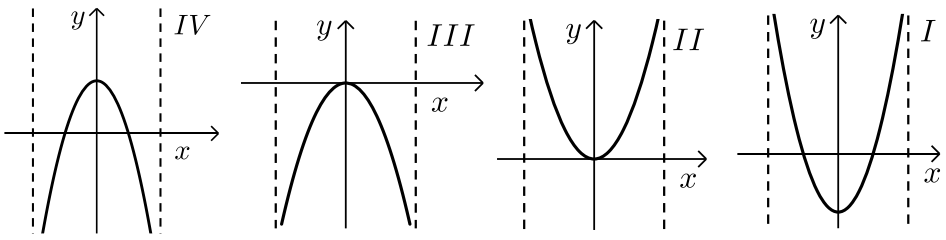
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

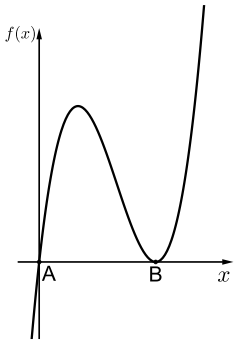
(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. איזה מן הגרפים הנתונים בסוף השאלה (I-IV) הוא הגרף של הפונקציה $f'(x)$? נמק.



ה. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $f'(x)$, על ידי ציר ה-x, על ידי ציר ה-y ועל ידי הישר $x=1$.



8) לפניך סרטוט של גרף הפונקציה: $f(x)=x^3-6x^2+9x$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B,
נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$
עם ציר ה-x.
הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.
נתון: $x_A < x_C < x_B$ (שיעור ה-x של הנקודה C נמצא בין
שיעור ה-x של הנקודה A לשיעור ה-x של הנקודה B).

ב. מצא את שיעורי הנקודה C שעבורה שטח
המשולש ABC הוא מקסימלי.

ג. האם הנקודה C היא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$? הסבר.

תשובות סופיות:

1) א. (1) $\frac{1}{3}xy$ (2) $\frac{2}{3}xy$. ב. 6 מטרים, 3 מטרים.

2) א. $M(29,0)$ ב. $B(4,0)$ ג. $(x-16.5)^2+y^2=156.25$

ד. (1) $x_C=9$ (2) $9<k<29$.

3) א. $\frac{47}{60}$ ב. $\frac{15}{47}$ ג. $\frac{67}{256}$.

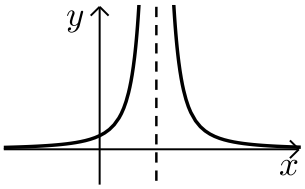
4) א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. הוכחה. ג. 36 סמ"ר.

5) א. $22.5°, 22.5°, 135°$ ב. 4 ס"מ. ג. 4.6356 ס"מ ד. 6.055 ס"מ.

6) א. $x\neq 2$ ב. $x=2$, $y=0$

ג. עלייה: $x<2$, ירידה: $x>2$.

ד. סקיצה בצד.

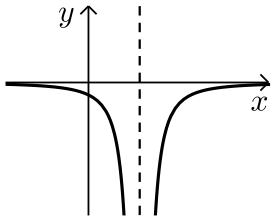


ה. (1) $x=2$, $y=0$ (2) סקיצה בצד.

7) א. $-2\le x\le 2$

ב. (1) $(-2,0)$, $(0,0)$, $(2,0)$

(2) $\min\left(-\sqrt{2},2\right)$, $\max(-2,0)$, $\min(2,0),\max\left(\sqrt{2},2\right)$

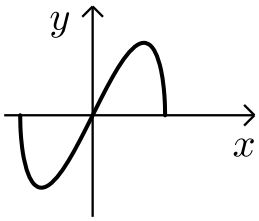


ג. סקיצה בצד.

ד. גרף IV.

ה. $\sqrt{3}$.

8) א. $(3,0)$, $(0,0)$.



ב. $(1,4)$

ג. כן.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 48

פתרון בוידאו של בחינות 2016

מועד חורף 247
קיץ מועד א 252
קיץ מועד ב 256

בגרות חורף 2016:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

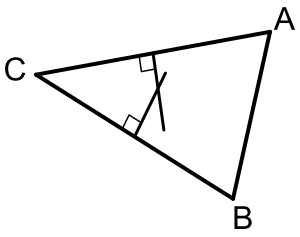
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) יוסי תכנן טיול למספר מסוים של ימים בהוצאה כוללת של 1400 שקלים.
הוא תכנן להוציא בכל יום את אותו סכום כסף.
ב-5 הימים הראשונים הייתה ההוצאה ליום כפי שתכנן,
אבל אחר כך גדלה ההוצאה ליום ב-100 שקלים, והטיול התארך ביום אחד.
לבסוף הוציא יוסי עבור הטיול 1900 שקלים סך הכול.

א. מצא לכמה ימים תוכנן הטיול, ומה הייתה ההוצאה המתוכננת ליום.

ב. בכמה אחוזים גדלה ההוצאה ליום (לאחר 5 הימים הראשונים) לעומת ההוצאה המתוכננת ליום?

2) נתון משולש ABC (ראה ציור).
שניים מקדקודי המשולש הם: $B(6,-2)$, $C(-2,2)$.



א. מצא את משוואת האנך אמצעי לצלע BC.
משוואת האנך האמצעי לצלע AC היא $y=-3x+11$.

ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את משולש ABC.

ג. (1) האם האנך האמצעי לצלע AC עובר דרך הקדקוד B? נמק.
(2) האם $BA=BC$? נמק.

3) בקופסה יש כדורים בשלושה צבעים:
2 כדורים אדומים, 2 כדורים כחולים, 1 כדור לבן.
מוציאים מהקופסה שני כדורים בלי החזרה.

א. מהי ההסתברות להוציא שני כדורים בשני צבעים שונים?

ב. ידוע שהוצאו שני כדורים בשני צבעים שונים.
מהי ההסתברות שאחד הכדורים הוא לבן והאחר הוא אדום?

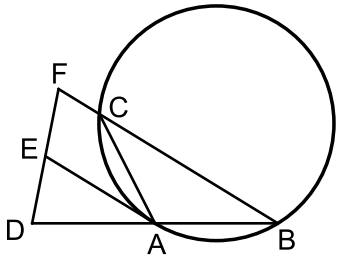
ג. מהי ההסתברות שאחרי הוצאת שני הכדורים יישארו בקופסה כדורים בשלושת הצבעים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) משולש שווה-שוקיים ABC $(AB = AC)$ חסום במעגל.

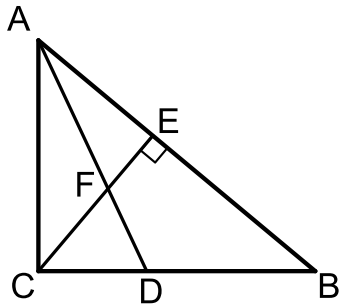


נקודה D נמצאת על המשך הצלע AB כך ש- $DA = AB$.
נקודה F נמצאת על המשך הצלע BC. דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל החותך את FD בנקודה E (ראה ציור).

א. הוכח כי AE הוא קטע אמצעים במשולש BDF.

ב. הוכח כי $(DC \perp BC)$.

5) נתון משולש ישר-זווית ABC $(\sphericalangle ACB = 90°)$.



CE הוא גובה ליתר, ו-AD הוא חוצה-זווית CAB.
CE ו-AD נפגשים בנקודה F (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle CAB = 50°$, AC = 10 ס"מ.

א. מצא את שטח המשולש CFD.

ב. (1) מצא את האורך של הקטע FB.

(2) היעזר בתת-סעיף ב (1), ומצא את האורך של רדיוס המעגל החוסם את המשולש FEB.

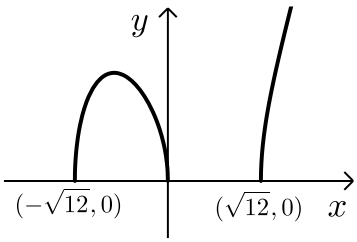
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\sqrt{ax^3-12x}$, a הוא פרמטר.

תחום ההגדרה של הפונקציה הוא: $x\ge\sqrt{12}$, $-\sqrt{12}\le x\le 0$ (ראה ציור).



א. על פי הערכים שבגרף, מצא את הערך של a.

הצב $a=1$, וענה על הסעיפים ב, ג, ד.

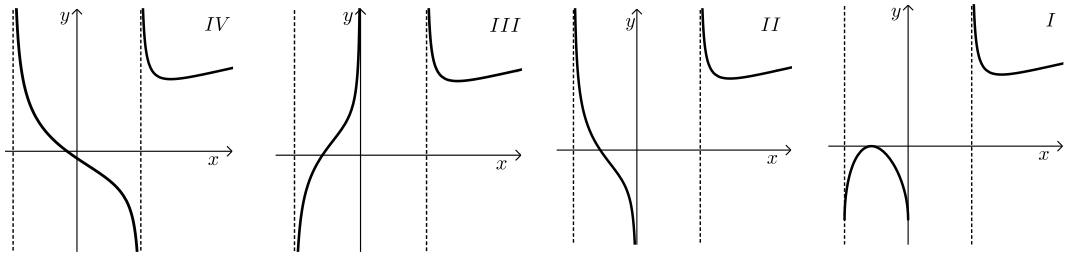
ב. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא עבור אילו ערכים של k יש רק פתרון אחד למשוואה $f(x)=k$.

ד. (1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לציר ה-x של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) איזה מן הגרפים I-IV שלפניך הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

נמק.



7) נתונות שתי פונקציות: $g(x)=-x^2-ax$, $f(x)=-x^2+16$.
a הוא פרמטר.

א. (1) ישר המקביל לציר ה-x משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.
מצא את משוואת הישר.

(2) הישר, שאת משוואתו מצאת, משיק גם לגרף הפונקציה $g(x)$
בנקודה שבה $x=-4$.

הצב $a=8$, וענה על הסעיפים ב ו-ג.

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$
ושל גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

(2) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$
וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את החלק השלילי של ציר ה-x בנקודה A.
גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את החלק השלילי של ציר ה-x בנקודה B.
מצא את השטח (ברביע השני) המוגבל על ידי הגרפים של שתי
הפונקציות ועל ידי הקטע AB.

8) נתון משולש שווה-צלעות שאורך צלעו x ס"מ, ונתון ריבוע.
סכום ההיקפים של הריבוע ושל המשולש שווה-הצלעות הוא 9 ס"מ.

א. הבע באמצעות x את האורך של צלע הריבוע.

ב. (1) הבע באמצעות x את שטח המשולש ואת שטח הריבוע.
(2) מצא מה צריך להיות הערך של x, כדי שסכום השטחים של
הריבוע ושל המשולש יהיה מינימלי.

ג. כאשר סכום השטחים הוא מינימלי, לאיזה צורה היקף גדול יותר:
לריבוע או למשולש? נמק.
בתשובותיך תוכל להשאיר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

תשובות סופיות:

1) א. 7 ימים, 200 ₪. ב. 50%.

2) א. $y=2x-4$ ב. $(x-3)^2+(y-2)^2=25$ ג. (1) לא. (2) לא.

3) א. $\frac{4}{5}$ ב. $\frac{1}{4}$ ג. $\frac{2}{5}$

4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

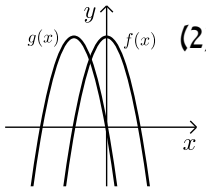
5) א. 8.329 סמ"ר. ב. (1) 9.609 סמ"ר. (2) 4.804 סמ"ר.

6) א. $a=1$ ב. $\max(-2,4)$ ג. $k>4$

ד. (1) $x=0$, $x=\sqrt{12}$, $x=-\sqrt{12}$ (2) גרף II.

7) א. (1) $y=16$ (2) $a=8$

ב. (1) עבור $f(x)$: $(4,0)$, $(-4,0)$, $(0,16)$; עבור $g(x)$: $(0,0)$, $(-8,0)$

(2) 

ג. $58\frac{2}{3}$.

8) א. $2.25-0.75x$ ב. (1) $S_{\Delta}=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=0.433x^2$; $S_{\square}=(2.25-0.75x)^2$

(2) 1.695 ס"מ. ג. למשולש היקף גדול יותר.

בגרות קיץ 2016 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) יבואן קנה מחשבים זהים במחיר של 1200 שקלים למחשב.
הוא מכר את המחשבים לחנות במחיר זהה לכל מחשב, והרוויח על כל מחשב אחוז מסוים. בחנות מכרו את כל מחשב במחיר של 1728 שקלים, והרוויחו על כל מחשב אותו אחוז שהרוויח היבואן.

א. מצא את אחוז הרווח של היבואן.

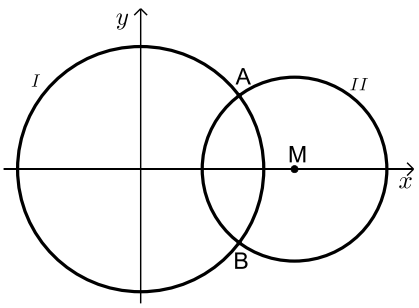
ב. יוסי קנה מחשב ישירות מן היבואן, במחיר הגדול ב-42% ממחיר הקנייה של היבואן. האם שילם יוסי עבור המחשב פחות ממי שקנה מחשב זהה בחנות? נמק.

2) נתונים שני מעגלים, I ו-II:

$x^2+y^2=36$ .I ; $(x-7.5)^2+y^2=20.25$ .II

המעגלים נחתכים בנקודות A ו-B.

A נמצאת ברביע הראשון (ראה ציור).



א. מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.

ב. דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל II .
מצא את משוואת המשיק.

ג. המשיק שמצאת בסעיף ב חותך את מעגל I בנקודה נוספת, C.
מצא את שטח המשולש ACM. (M - מרכז מעגל II).

3) כדי להתקבל למדעי המחשב באוניברסיטה צריך לעבור מבחן כניסה.
למבחן ניגשו בוגרי תיכון רבים: בוגרים שלמדו מחשבים בתיכון, ובוגרים שלא למדו מחשבים בתיכון. אחוז הנבחנים שלמדו מחשבים בתיכון היה גדול פי 3 מאחוז הנבחנים שלא למדו מחשבים.
אחוז הנבחנים שעברו את המבחן היה גדול פי 4 מאחוז הנבחנים שנכשלו בו.
אחוז הנבחנים שעברו את המבחן וגם למדו מחשבים היה 65%.

א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מבין הנבחנים בוגר תיכון שלא למד מחשבים ועבר את המבחן?

ב. ידוע כי נבחן עבר את המבחן.
מהי ההסתברות שהוא לא למד מחשבים בתיכון?

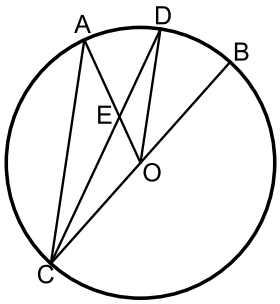
ג. בוחרים באקראי שני נבחנים.
מהי ההסתברות שלכל היותר אחד מהם עבר את המבחן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

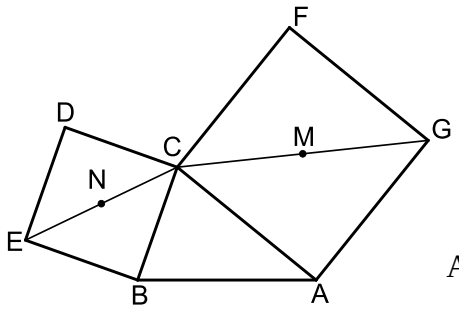
4) BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
המיתר CD חותך את הרדיוס AO בנקודה E.
הנקודה D היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).
נסמן $\alpha = \sphericalangle ACD$.



א. (1) הוכח כי $\sphericalangle AOD = \sphericalangle ACO$.
(2) הוכח כי $AC \parallel DO$.

ב. (1) הבע באמצעות α את גודל הזווית DAO.
(2) מצא מה צריך להיות הערך של α,
כדי שהמרובע ACOD יהיה מקבילית. נמק.

5) נתון משולש שווה-שוקיים ABC (AB = AC).
על השוק AC בנו ריבוע ACFG
שאלכסוניו נחתכים בנקודה M.
על הבסיס BC בנו ריבוע BCDE
שאלכסוניו נחתכים בנקודה N (ראה ציור).
נתון: AB = AC = 6 ס"מ , BC = 4 ס"מ.



א. מצא את אורך האלכסון של הריבוע ACFG
ואת אורך האלכסון של הריבוע BCDE.

ב. מצא את הגודל של זווית הבסיס במשולש ABC.

ג. הראה כי שטח המשולש BCM שווה לשטח המשולש ABN.

ד. מצא את אורך הקטע AN.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{m-4x}{(x-1)^2}$, m הוא פרמטר.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=3$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את ערך הפרמטר m.

הצב $m=8$, וענה על הסעיפים ג, ד, ו- ה.

ג. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. היעזר בגרף שסרטטת, ומצא עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x)>0$, וגם $f'(x)>0$.

7) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x)=3x^2-12x+9$.

א. (1) מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

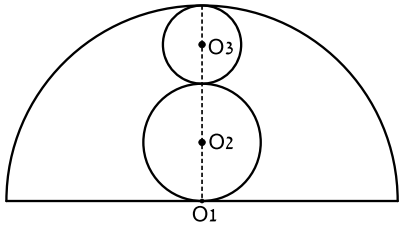
(2) הישר $y=4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום של הפונקציה. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה-x. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק $y=4$, ועל ידי ציר ה- y ועל ידי האנך.

8) בחצי מעגל שמרכזו O_1 ורדיוסו 10 ס"מ,
חסומים שני מעגלים שמרכזיהם O_2 , ו-O_3.
המעגלים משיקים זה לזה, כמתואר בציור.
(שלושת המרכזים נמצאים על ישר אחד.)



א. מצא מה צריך להיות האורך של רדיוס המעגל שמרכזו O_2 ושל רדיוס המעגל שמרכזו O_3, כדי שסכום השטחים של העיגולים O_2ו-O_3 יהיה מינימלי.

ב. כאשר סכום השטחים של העיגולים O_2 ו-O_3 הוא מינימלי, מצא את סכום ההיקפים של מעגלים אלה.

נתון: שטח העיגול $= \pi R^2$
היקף מעגל $= 2\pi R$

תשובות סופיות:

1) א. 20% ב. כן, 1728 > 1704.

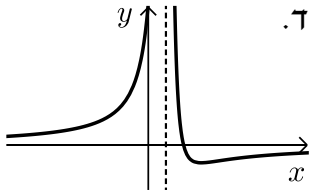
2) א. $A(4.8,3.6)$, $B(4.8,-3.6)$ ב. $y=\frac{3}{4}x$ ג. 27 יח"ר.

3) א. 0.15 ב. 0.1875 ג. 0.36.

4) א. (1) הוכחה. א. (2) הוכחה. ב. (1) $90°-\alpha$ (2) $30°$.

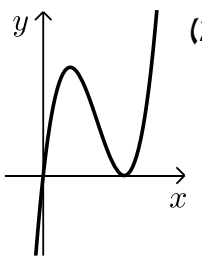
5) א. 8.49 ס"מ, 5.66 ס"מ. ב. $70.53°$
ג. 7.66 סמ"ר $= S_{\Delta ABN} = S_{\Delta BCM}$. ד. 7.66 ס"מ.

6) א. $x\neq 1$ ב. $m=8$ ג. (1) $x=1$, $y=0$ (2) $(0,8)$, $(2,0)$
ג. (3) $\min(3,-1)$.
ג. (4) עלייה: $x<1$ או $x>3$; ירידה: $1<x<3$.
ד.



ה. $x<1$.

7) א. (1) $x_{min}=3$; $x_{max}=1$. א. (2) $f(x)=x^3-6x^2+9x$
ב. (1) $(0,0)$, $(3,0)$ ב. (2)



ג. 5.25 יח"ר.

8) א. 2.5 ס"מ. ב. 10π ס"מ.

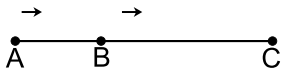
בגרות קיץ 2016 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) יואב רכב על אופניים. הוא יצא מהעיר A, עבר דרך העיר B, והגיע לעיר C. המרחק מ-B ל-C גדול ב-40 ק"מ מן המרחק מ-A ל-B.



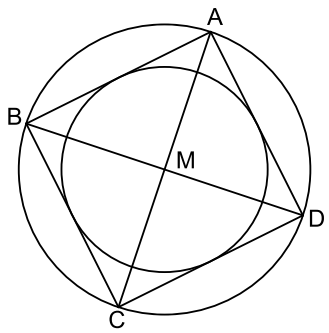
יואב רכב מ-B ל-C במהירות קבועה הגדולה ב-20% מן המהירות הקבועה שבה רכב מ-A ל-B. זמן הרכיבה של יואב מ- B ל-C ארוך פי 1.25 מזמן הרכיבה שלו מ-A ל-B. אילו רכב יואב מ-B ל-C במהירות שבה רכב מ- A ל-B, הוא היה עובר את הדרך מ-B ל-C ב-6 שעות.

א. מצא את מהירות הרכיבה של יואב בדרך מ-A ל-B.

ב. מצא את המרחק AB.

2) אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה M (ראה ציור). שיעורי הקדקוד A הם $(5,5)$.

משוואת האלכסון BD היא $y=-\frac{1}{3}x$.



א. מצא את משוואת האלכסון AC.

ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.

ג. חשב את האורך של צלע הריבוע.

ד. חשב את אורך הרדיוס של המעגל החסום בריבוע (ראה ציור).

3) שחר קנה קופסה שיש בה כדורי טניס בשני צבעים:
4 כדורים צהובים ו-6 כדורים ירוקים.
שחר הוציא מן הקופסא באקראי 3 כדורים זה אחר זה (ללא החזרה).

א. (1) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים צהובים?
(2) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים באותו הצבע?

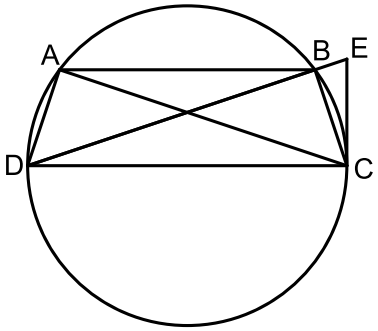
ב. דנה קנתה 3 קופסאות של כדורי טניס.
כל אחת מן הקופסאות שקנתה זהה לקופסא שקנה שחר.
דנה הוציאה באקראי כדור אחד מכל אחת מן הקופסאות.
(1) מה ההסתברות שדנה הוציאה 3 כדורים צהובים?
(2) מהי ההסתברות שדנה הוציאה לפחות כדור אחד ירוק?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) טרפז שווה-שוקיים ABCD חסום במעגל.
המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E עם המשך האלכסון DB.
CD הוא קוטר במעגל (ראה ציור).

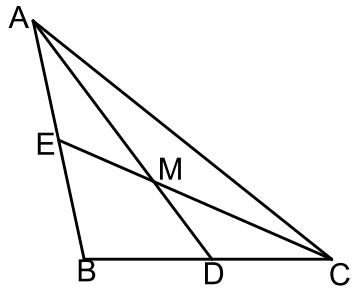


א. הוכח: $\Delta DAC \sim \Delta ECD$.

ב. נתון: $AC = 25$ ס"מ, $DE = 36$ ס"מ.
חשב את רדיוס המעגל.

ג. חשב את השטח המשולש DAC.

5) AD ו-CE הם תיכונים במשולש ABC הנפגשים בנקודה M (ראה ציור).



נתון: $AD = 12$ ס"מ, $CE = 9$ ס"מ, $\sphericalangle CMD = 40°$.

א. חשב את אורכי הקטעים: MC, MD.

ב. חשב את אורך הצלע BC.

ג. חשב את גודל הזווית $\sphericalangle MCD$.

ד. חשב את שטח המשולש ADB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{-x^2+6x+7}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

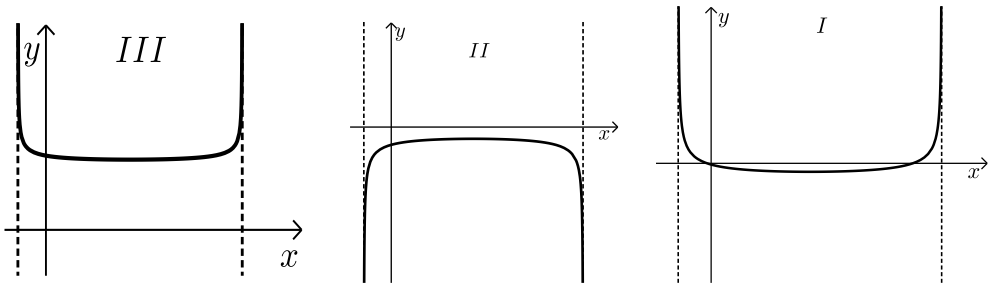
ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x)=\frac{1}{f(x)}$.

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.

(2) מבין הגרפים I , II , III שלפניך, איזה גרף מייצג סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$? נמק.



7) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2-x}{(x-1)^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

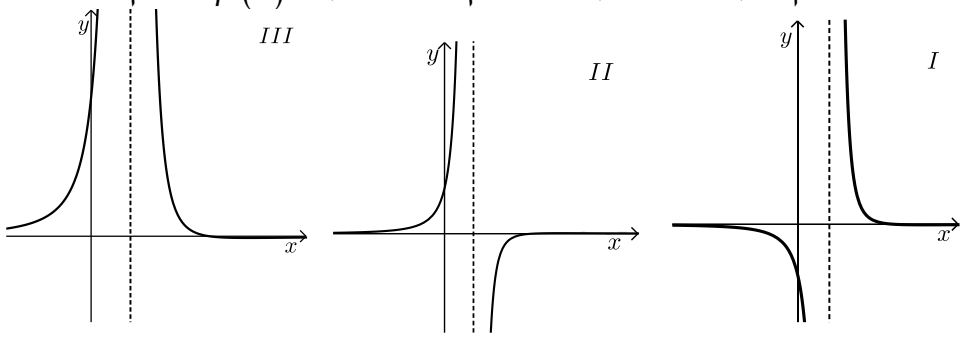
ג. מצא את האסימפטוטות של גרף הפונקציה המאונכות לצירים.

ד. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. לפניך שלושה גרפים I , II , III.

איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



8) בציור שלפניך מתוארים גרפים של שתי פונקציות:

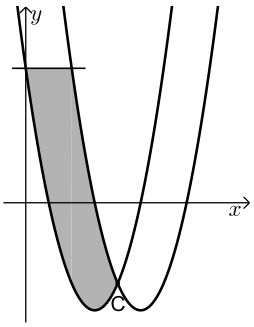
$f(x)=x^2-6x+5$

$g(x)=x^2-10x+a$

a הוא פרמטר.

הגרפים נחתכים בנקודה C (ראה ציור).

שיעור ה-x של הנקודה C שווה ל-4.



א. מצא את הערך של a.

ב. דרך נקודת החיתוך של אחד הגרפים עם ציר ה-y העבירו ישר המקביל לציר ה-x, כמתואר בציור.

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישר המקביל לציר ה-x (השטח המקווקו בציור).

תשובות סופיות:

1) א. 20 קמ"ש. ב. 80 ק"מ.

2) א. $y=3x-10$ ב. $(x-3)^2+(y+1)^2=40$ ג. $\sqrt{80}=4\sqrt{5}$

ד. $\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

3) א. (1) $\frac{1}{30}$ (2) $\frac{1}{5}$ ב. (1) $\frac{8}{125}$ (2) $\frac{117}{125}$.

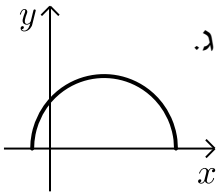
4) א. הוכחה. ב. 15 ס"מ. ג. 207.29 סמ"ר.

5) א. $MC=6$, $MD=4$. ב. 7.81 ס"מ. ג. $41.21°$

ד. 23.14 סמ"ר.

6) א. $-1\le x\le 7$ ב. $(3,4)$ מקסימום מוחלט; $(-1,0),(7,0)$ מינימום מוחלט.

ג.

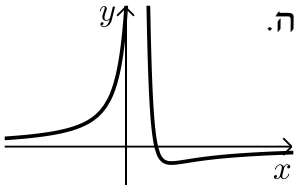


ד. (1) $-1<x<7$ (2) גרף III.

7) א. $x\neq 1$ ב. $(2,0)$, $(0,2)$ ג. $x=1$, $y=0$.

ד. עלייה: $x<1$ או $x>3$; ירידה: $1<x<3$

ה.



ו. גרף II.

8) א. $a=21$ ב. $17\frac{1}{3}$.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 49

פתרון בוידאו של בחינות 2015

מועד חורף 261
קיץ מועד א 265
קיץ מועד ב 270

בגרות חורף 2015:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

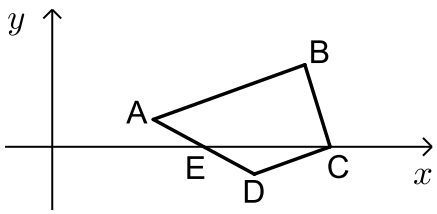
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) בתחילת השנה מחיר ספה היה גדול ב-1500 שקל ממחיר כורסה.
בסוף השנה עלה מחיר הספה ב-8%, ומחיר הכורסה ירד ב-10%.
מחיר הספה עלה באותו הסכום שהמחיר של 2 כורסאות ירד.

א. מצא את מחיר הספה, ואת מחיר הכורסה לפני שינוי המחירים.

ב. משה קנה בסוף השנה 3 כורסאות וספה אחת.
בכמה אחוזים קטן הסכום ששילם עבור הקניה שלו מהסכום שהיה משלם לפני שינוי המחירים?

2) במרובע ABCD הקדקוד C נמצא על ציר ה-x (ראה ציור).



נתון: $A(4,1)$, $B(10,3)$, $AB \parallel DC$, $\sphericalangle BCD = 90°$.

א. מצא את השיעורים של הקדקוד C.
הישר AD עובר דרך הנקודה $E(6,0)$.

ב. האם הנקודה E היא אמצע הצלע AD? נמק.

ג. האם EC הוא קוטר במעגל החוסם את המשולש EDC? נמק.

3) בשקית א' יש 7 מטפחות צהובות ו-5 מטפחות אדומות.
בשקית ב' יש 10 מטפחות: חלקן צהובות והשאר אדומות.
הוציאו באקראי מטפחת אחת משקית א' ומטפחת אחת משקית ב'.
ההסתברות ששתי המטפחות צהובות היא $\frac{7}{40}$.

א. כמה מטפחות צהובות היו בשקית ב' ?

ב. מחזירים כל מטפחת לשקית שממנה הוציאו אותה,
ומוציאים באקראי מטפחת משקית א' ומטפחת משקית ב'.
ידוע כי המטפחות שהוצאו הן בצבעים שונים.
מהי ההסתברות שהמטפחת שהוצאה משקית ב' היא צהובה?

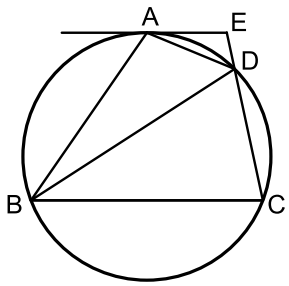
ג. מחזירים שוב כל מטפחת לשקית שממנה הוציאו אותה.
בוחרים באקראי שקית, ומוציאים ממנה באקראי בלי החזרה שתי מטפחות.
מהי ההסתברות ששתי המטפחות הן אדומות?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) המרובע ABCD חסום במעגל.
בנקודה A העבירו משיק למעגל.
המשיק נפגש עם המשך CD בנקודה E (ראה ציור).
נתון: AD חוצה-זווית EDB.



א. הוכח כי $\Delta AED \sim \Delta BAD$.

נתון גם כי שטח המשולש BAD גדול פי 4 משטח המשולש AED.

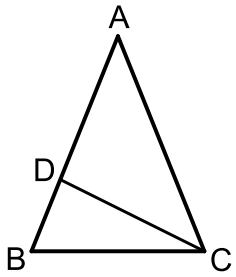
ב. חשב פי כמה גדול היקף המשולש BAD מהיקף המשולש AED.

ג. נתון גם כי $AD = a$.

(1) הבע באמצעות a את האורך של BD.

(2) מצא את היחס $\frac{BD}{DE}$.

5) במשולש שווה-שוקיים ABC (AB = AC)
נקודה D נמצאת על השוק AB (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle BAC = \alpha$, שטח המשולש ABC הוא 12.5 סמ"ר.



א. הבע באמצעות α את אורך השוק של המשולש ABC.

נתון גם: $\alpha = 44°$, BD = 2 ס"מ.

ב. מצא את האורך של DC.

ג. מצא את גודל הזווית BCD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{2}{x^2-x}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x)=f(x)-2$.
הסתמך על סעיף א, וענה על התת-סעיפים שלפניך.

(1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$?

(2) מה הם השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה)?

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

7) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{3}{\sqrt{x}}+2$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

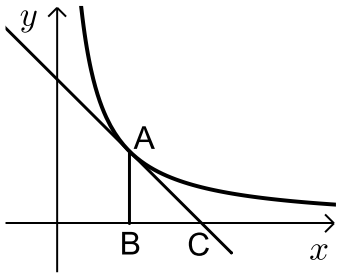
(2) האם גרף הפונקציה חותך את הצירים? נמק.

(3) על פי התת-סעיפים הקודמים סרטט סקיצה של גרף הפונקציה, אם נתון כי הפונקציה יורדת בכל תחום ההגדרה שלה.

ב. (1) הוסף לסקיצה שסרטטת את הישר $y=3x+2$, ואת הישר $x=4$.

(2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי שני הישרים שהוספת, על ידי ציר ה-x ועל ידי ציר ה-y.

8) בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה $f(x)=\frac{4}{x}$ ברביע הראשון.



דרך הנקודה A שעל גרף הפונקציה העבירו משיק לגרף הפונקציה, והעבירו אנך לציר ה-x.
המשיק חותך את ציר ה-x בנקודה C,
והאנך חותך את ציר ה-x בנקודה B (ראה ציור).
נסמן את שיעור ה-x של הנקודה A ב-t.

א. (1) הבע באמצעות t את שיפוע המשיק.
(2) הבע באמצעות t את משוואת המשיק.
(3) הבע באמצעות t את האורך של הקטע BC.

ב. מצא את הערך של t שעבורו סכום הקטעים AB + BC הוא מינימלי.

תשובות סופיות:

1) א. ספה: 2500 ₪, כורסה: 1000 ₪. ב. ב-1.818%.

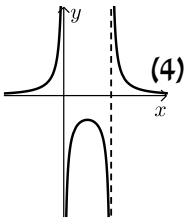
2) א. $C(11,0)$ ב. כן. ג. לא.

3) א. 3 ב. $\frac{15}{64}$ ג. $\frac{17}{55}$.

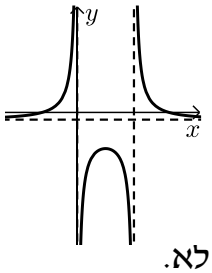
4) א. הוכחה. ב. פי 2. ג. (1) $2a$ (2) 4.

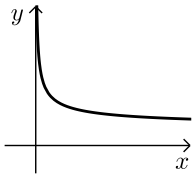
5) א. $\frac{5}{\sqrt{\sin\alpha}}$ ב. 4.18 ס"מ. ג. 26.34°.

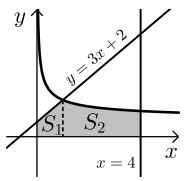
6) א. (1) $x\neq 0$, $x\neq 1$ (2) $y=0$, $x=0$, $x=1$ (3) $\max\left(\frac{1}{2},-8\right)$

(4)


ב. (1) $y=-2$, $x=0$, $x=1$ (2) $\max\left(\frac{1}{2},-10\right)$

(3)


7) א. (1) $x>0$ (2) לא. (3)


ב. (1)


(2) 15.5 יח"ר.

8) א. (1) $\frac{-4}{t^2}$ (2) $y=\frac{-4}{t^2}x+\frac{8}{t}$ (3) $BC=t$ ב. $t=2$.

בגרות קיץ 2015 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) נתון מלבן שרוחבו x ס"מ, ואורכו גדול פי 1.2 מרוחבו.
הגדילו את אורך המלבן ב-10%, והקטינו את רוחב המלבן ב-10%.
התקבל מלבן חדש.

א. (1) הבע באמצעות x את שטח המלבן החדש.
(2) בכמה אחוזים השתנה השטח של המלבן הנתון?

ב. R הוא הרדיוס של המעגל החוסם את המלבן הנתון.
נתון כי $R=\sqrt{61}$ (ס"מ). מצא את שטח המלבן החדש.

2) נתון כי מעגל, שמשוואתו $(x-3)^2+(y+k)^2=25$,
עובר דרך ראשית הצירים. k הוא פרמטר.

א. (1) מצא את שני הערכים של k.
(2) רשום את המשוואות של שני המעגלים המתאימים לערכים של k שמצאת.

ב. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחד משני המעגלים.

ג. סרטט את שני המעגלים במערכת צירים אחת.

ד. הישר $x=a$ משיק לשני המעגלים, $a>0$.
(1) מצא את a.
(2) מה הם השיעורים של נקודות ההשקה?

3) בקופסה I יש 3 כדורים אדומים ו-6 כדורים ירוקים.
בקופסה II יש 12 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים.
בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה 2 כדורים זה אחר זה (ללא החזרה).

א. מהי ההסתברות ש-2 הכדורים יהיו באותו צבע?

ב. מהי ההסתברות ש-2 הכדורים יהיו בצבעים שונים?

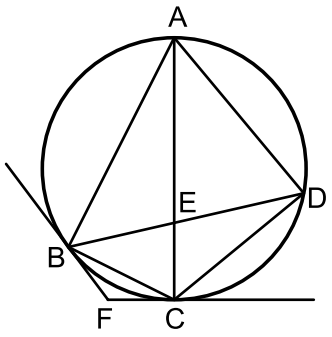
ג. ידוע כי 2 הכדורים היו באותו צבע.
מהי ההסתברות שהם הוצאו מקופסה I?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) מרובע חסום במעגל.
אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.
העבירו משיק למעגל בנקודה B
ומשיק למעגל ABCD בנקודה C.
המשיקים נפגשים בנקודה F (ראה ציור).
נתון $\sphericalangle ABC = 90°$.



א. (1) הוכח: $\sphericalangle ADB + \sphericalangle FBC = 90°$.

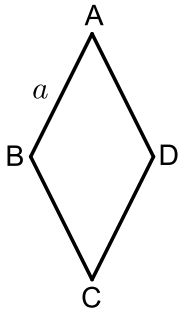
(2) הוכח: $\sphericalangle BFC = 2 \cdot \sphericalangle ADB$.

ב. (1) הוכח: $\Delta BEC \sim \Delta AED$

(2) נתון גם: $BE \cdot DE = 21$, $AE = 7$.
מצא את קוטר המעגל.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.

5) במעוין ABCD שצלעו a (ראה ציור)
נתון: $\sphericalangle BAD = 2\alpha$, $\sphericalangle BAD < 90°$.



א. (1) הבע את AC ואת BD באמצעות a ו- α.

(2) נתון גם: $AC \cdot BD = a^2$. מצא את α.

ב. נתון גם כי רדיוס המעגל החוסם את
המשולש ABD הוא 10 ס"מ.
מצא את שטח המעוין ABCD (ערך מספרי).

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x)=\frac{-x^2+2x+3}{x^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ד. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x)=f(x)$.

($g'(x)$ ו-$g(x)$ מוגדרות באותו תחום).

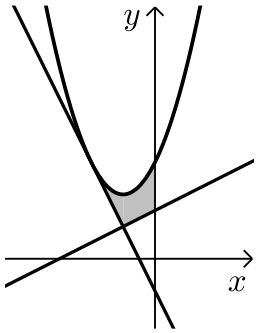
העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה-x.

מה הם שיעורי ה-x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.

7) נתונה הפונקציה $f(x)=x^2+ax+b$.

a ו-b הם פרמטרים.

הישר $y=-2x-1$ משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=-2$ (ראה ציור).

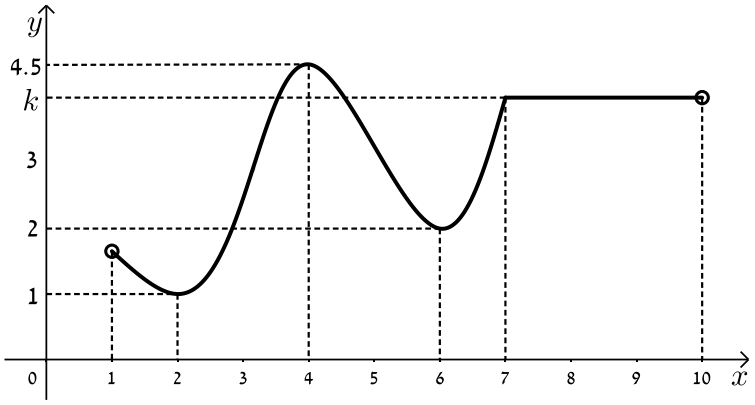


א. מצא את הערך של a ואת הערך של b.

הצב $a=2$ ו- $b=3$ וענה על סעיף ב.

ב. מצא את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק, על ידי הישר $y=\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ ועל ידי ציר ה-y (השטח המקווקו בציור).

8) בציור שלפניך מוצג גרף של הפונקציה $f(x)$ בתחום $1<x<10$:



הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים, וענה על הסעיפים א, ב, ג, ד.

א. מצא עבור אילו ערכים של x השונים מ-7 מתקיים :

(1) $f'(x)<0$. נמק.

(2) $f'(x)>0$. נמק.

(3) $f'(x)=0$. נמק.

ב. נתון : $\int_{7}^{9} k dx = 8$, k הוא הפרמטר המסומן על ציר ה- y בציור.

מצא את הערך של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x=9$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $2\le x\le 6$.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x , בתחום $2\le x\le 4$ (ערך מספרי).

תשובות סופיות:

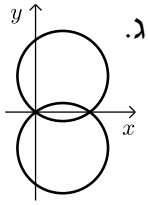
1) א. (1) $1.188x^2$ (2) 1%

ב. 118.8 סמ"ר.

2) א. (1) $k=\pm 4$ (2) $(x-3)^2+(y-4)^2=25$, $(x-3)^2+(y+4)^2=25$.

ב. $(0,0)$, $(0,8)$; $(0,0)$, $(0,-8)$, $(6,0)$

ג.



ד. (1) $a=8$ (2) $(8,4)$, $(8,-4)$

3) א. $\frac{11}{20}=0.55$ ב. $\frac{9}{20}=0.45$ ג. $\frac{5}{11}$.

4) א. (1) הוכחה. א. (2) הוכחה.

ב. (1) הוכחה.

ב. (2) 10.

5) א. (1) $AC=2a\cos\alpha$, $BD=2a\sin\alpha$

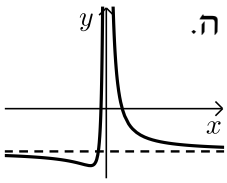
א. (2) $15°$

ב. 186.602 סמ"ר.

6) א. $x\neq 0$ ב. $x=0$, $y=-1$ ג. $(3,0)$, $(-1,0)$

ד. $\min\left(-3,-\frac{4}{3}\right)$

ה.



ו. $x=-1$, $x=3$.

7) א. $a=2$, $b=3$ ב. $1\frac{5}{12}$.

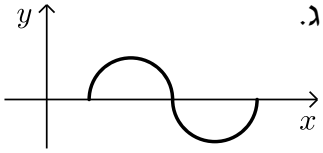
8) א. (1) $1<x<2$ או $4<x<6$.

א. (2) $2<x<4$ או $6<x<7$.

א. (3) $x=2$, $x=4$, $x=6$, $7<x<10$.

ב. 4.

ג.



ד. 3.5.

בגרות קיץ 2015 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

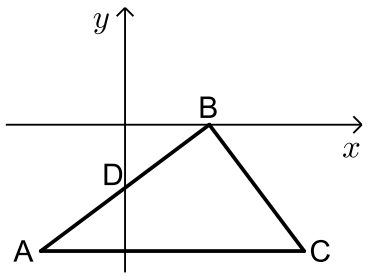
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) בסוף העונה קנתה דנה שלושה פריטי לבוש: חולצה, חצאית ומכנסיים.
לפני סוף העונה היה המחיר של החולצה x שקלים, המחיר של החצאית היה גבוה ב-40 שקל מהמחיר של החולצה, והמחיר של המכנסיים היה פי 2 ממחיר החולצה.
נתון כי המחיר של המכנסיים היה הגבוה ביותר מבין שלושת המחירים.

א. בסוף העונה קיבלה דנה הנחה של 30% עבור פריט הלבוש הזול ביותר, הנחה של 20% עבור פריט הלבוש היקר ביותר והנחה של 25% עבור פריט הלבוש השלישי. דנה שילמה עבור שלושת הפריטים 274 שקלים.
מה היה מחיר המכנסיים לפני סוף העונה?

ב. בכמה אחוזים היה המחיר הכולל של שלושת הפריטים בסוף העונה נמוך ממחירם הכולל לפני סוף העונה?

2) נתון משולש ישר-זווית שבו $\sphericalangle ABC = 90°$.
הצלע AB מונחת על הישר $3x - 4y = 12$.
הישר חותך את ציר ה-x בנקודה B
ואת ציר ה-y בנקודה D.
הצלע AC מקבילה לציר ה-x.
הנקודה D היא אמצע הצלע AB (ראה ציור).



א. מצא את משוואת הצלע AC.

ב. מצא את השיעורים של הנקודה C.

ג. נתון כי המרובע BACF הוא מקבילית $(BF \parallel AC\ ,\ AB \parallel CF)$.
מצא את השיעורים של הנקודה F.

ד. מצא את השטח של המקבילית BACF.

3) שניים מהלומדים (בנים / בנות) באוניברסיטה גדולה מועמדים לתפקיד של יושב ראש אגודת הסטודנטים באוניברסיטה. 40% מהלומדים הם בנים, והשאר בנות. $\frac{3}{4}$ מהבנים תומכים במועמד א', והשאר תומכים במועמד ב'.

$\frac{1}{3}$ מהבנות תומכות במועמד ב', והשאר תומכות במועמד א'.

א. מצא את אחוז התומכים במועמד א'.

ב. מבין הלומדים נבחר באקראי תומך במועמד א' (בן / בת).
מהי ההסתברות שנבחרה בת?

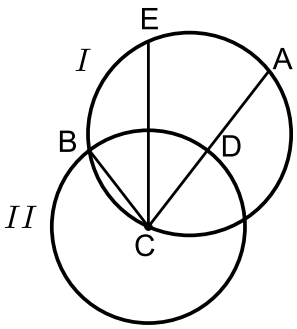
ג. בחרו באקראי 4 לומדים באוניברסיטה (בנים / בנות).
מהי ההסתברות שיותר ממחיצתם תומכים במועמד א'?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

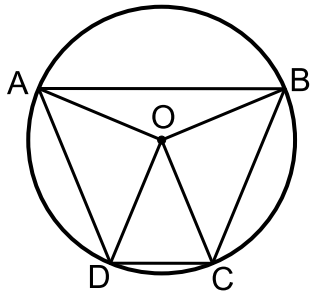
4) נקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של שני מעגלים, I ו- II. נקודה C היא מרכז המעגל II, והיא נמצאת על המעגל I.
הנקודות A ו-E נמצאות על המעגל I
כך ש- $\overset{\frown}{EB} = \overset{\frown}{EA}$. המיתר AC חותך את המעגל II בנקודה D (ראה ציור).



א. הוכח: $\Delta EBC \cong \Delta EDC$.

ב. המיתר EC חותך את המיתר AB בנקודה F.
הוכח: $\Delta EBF \sim \Delta ECD$.

5) טרפז $ABCD$ $(AB \| DC)$ חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle DOC = 45°$, $\sphericalangle AOB = 135°$.



א. (1) מצא את $\sphericalangle BOC$.
(2) מצא את $\sphericalangle BAD$.

ב. נתון כי גובה הטרפז הוא 13.065 ס"מ.
מצא את R.

ג. הראה כי שטח המשולש AOB שווה לשטח המשולש DOC.

ד. מצא את שטח הטרפז ABCD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=8(2x-1)^3$ המוגדרת לכל x.

א. (1) מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

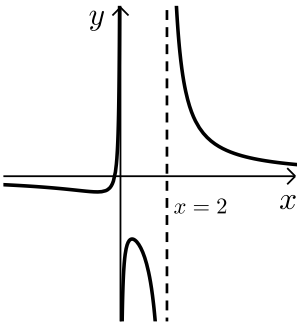
ג. הגרף של הפונקציה $g(x)$ הוא קו ישר. ישר זה עובר דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(1) מצא את משוואת הישר.

(2) מצא את הערך של $g\left(\frac{1}{4}\right)$ ואת הערך של $f(1/4)$.

(3) מצא את השטח הרביע הרביעי, המוגבל על ידי הישר ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$.

7) בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה: $f(x)=\frac{4x+1}{ax^2-2x}$



a הוא פרמטר.

א. מצא את הערך של a.

הצב $a=1$, וענה על הסעיפים ב, ג, ד.

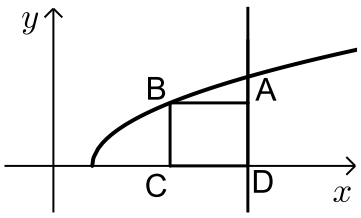
ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $0<x<2$.

8) הקדקוד B של המלבן ABCD נמצא על גרף הפונקציה $f(x)=\sqrt{2x-4}$.



הצלע AD מונחת על הישר $x=10$ והצלע DC מונחת על ציר ה-x. (ראה ציור).

א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה B כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?

ב. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה F (ראה ציור).
מצא את שטח המשולש BFC כאשר שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי. (הערה: תוכל להשאיר שורש בתשובותיך).

תשובות סופיות:

1) א. 160 ₪. ב. 23.89%.

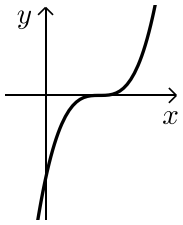
2) א. $y=-6$. ב. $(8.5,-6)$. ג. $(16.5,0)$. ד. 75 יח"ר.

3) א. 70%. ב. $\frac{4}{7}$. ג. 0.6517.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

5) א. (1) $90°$ (2) $67.5°$. ב. 10 ס"מ. ג. 170.71 סמ"ר.

6) א. (1) $\left(\frac{1}{2},0\right)$, $(0,-8)$ (2) עלייה: כל x, ירידה: אין. ב.



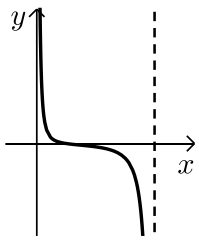
ג. (1) $y=16x-8$ (2) $f\left(\frac{1}{4}\right)=-1$, $g\left(\frac{1}{4}\right)=-4$

(3) 1 יח"ר.

7) א. $a=1$. ב. $x\neq 2$, $x\neq 0$.

ג. עלייה: $0<x<\frac{1}{2}$ או $-1<x<0$; ירידה: $x>2$ או $\frac{1}{2}<x<2$ או $x<-1$.

ד. (1) $x=2$, $x=0$, $y=0$ (2)



8) א. $\left(4\frac{2}{3},2.31\right)$. ב. 3.08 יח"ר.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 50

פתרון בוידאו של בחינות 2014

מועד חורף 274
קיץ מועד א 279
קיץ מועד ב 283
קיץ מועד ג 288

בגרות חורף 2014:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

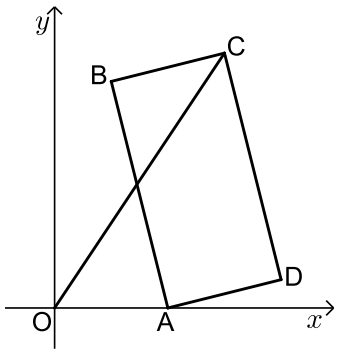
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) נתון מעגל I שרדיוסו r, ונתון מעגל II שרדיוסו R.
הרדיוס R גדול מהרדיוס r ב-30%.

א. מצא בכמה אחוזים גדול שטח העיגול II משטח העיגול I.

ב. ידוע כי שטח העיגול II גדול ב- 54.165 סמ"ר משטח העיגול I.
חשב את הרדיוס r. בחישוביך השתמש ב- $\pi = 3.14$.

2) במלבן ABCD הקדקוד A נמצא על יד ציר ה-x (ראה ציור).
שיעור ה-y של הקדקוד B הוא 8.



משוואת הצלע BC היא: $y = \frac{1}{4}x + 7\frac{1}{2}$.
משוואת הישר OC (O - ראשית הצירים)
היא: $y = 1.5x$.

א. מצא את השיעורים של קדקוד B
ושל הקדקוד C.

ב. (1) מצא את השיעורים של הקדקוד A.
(2) מצא את השיעורים של נקודות המפגש
של אלכסוני המלבן.

ג. מצא את שטח המשולש OAD.

3) ענת אבי ודוד מתמודדים על תפקיד יושב-ראש של מועצת התלמידים בבית הספר.
לפניך תוצאות של סקר שנערך לפני הבחירות בקרב תלמידי בית הספר.

המתחרה	ענת	אבי	דוד
מספר הבנים התומכים	100	200	100
מספר הבנות התומכות	200	150	50

(כל תלמיד תומך בדיוק באחד המתמודדים).

א. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר.
מהי ההסתברות שהוא תומך באבי?

ב. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר.
ידוע שהוא תומך בענת. מה ההסתברות שהתומך הוא בת?

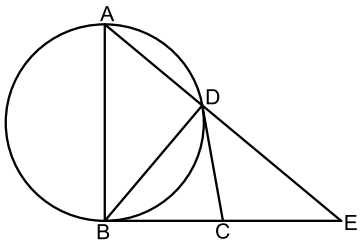
ג. (1) בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר.
ידוע שהוא אינו תומך בענת. מהי ההסתברות שהוא תומך בדוד?
(2) בוחרים באקראי 5 תלמידים (בנים/בנות) מבין אלה שאינם תומכים בענת.
מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם תומך בדוד?
(הניסיונות הם בלתי תלויים).

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4) CB ו-CD הם שני משיקים למעגל.
AB הוא קוטר במעגל זה.
המשך AD והמשך BC נפגשים בנקודה E
(ראה ציור).

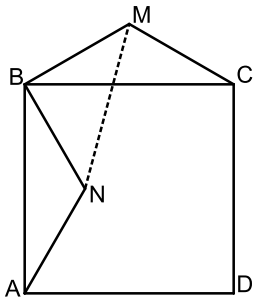


א. הוכח: $\sphericalangle DCB = 2\cdot\sphericalangle E$.

ב. הוכח: $BD^2 = AD\cdot DE$.

ג. הוכח: DC הוא תיכון במשולש BDE.

5) נתון משולש שווה שוקיים MBC ($MC = MB$) על הבסיס BC בנו ריבוע ABCD.
N היא נקודה בתוך הריבוע כך ש- $\Delta NBA \cong \Delta MBC$ בהתאמה (ראה ציור).

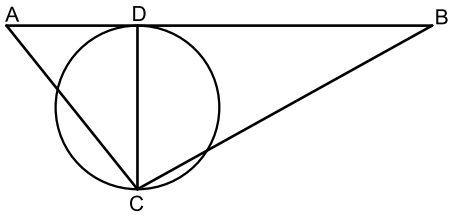


א. הוכח כי: $\sphericalangle MBN = 90°$.

ב. הוכח כי: $\sphericalangle BMN = \sphericalangle BNM$.

ג. נתון גם: $MN =$ 16 ס"מ, $\sphericalangle BMC = 120°$.
חשב את האורך של צלע הריבוע ABCD.

6) נתון משולש ABC. מעגל שקוטרו CD משיק לצלע AB בנקודה D (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle DAC = \alpha$, $\sphericalangle ABC = \beta$.
רדיוס המעגל הוא R.



א. הבע באמצעות R, α ו- β
את אורך הצלע AB.

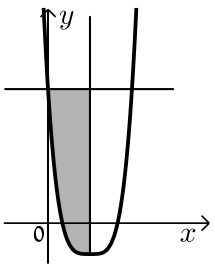
ב. מצא את $\sphericalangle ACB$, אם $\beta = \alpha$
ושטח המשולש ABC הוא $4R^2$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7) נתונה הפונקציה: $f(x) = (2x-2)^4 - 3$.
דרך נקודת המינימום של הפונקציה העבירו ישר המאונך לציר ה- x, ודרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y העבירו ישר המקביל לציר ה- x (ראה ציור).

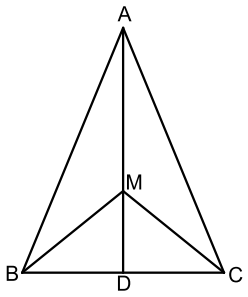


א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את משוואת האנך ואת משוואת המקביל.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי האנך ועל ידי המקביל (השטח המקווקו בציור).

8) נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB=AC$)
שבו אורך הגובה AD לבסיס BC הוא 12 ס"מ,
ואורך הבסיס BC הוא 10 ס"מ.
M היא נקודה כלשהי על הגובה AD.
נסמן: $MD=x$.



א. מצא עבור איזה ערך של x
סכום הקטעים $AM+MB+MC$ הוא מינימלי.
תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

ב. חשב את גודל הזווית BMC עבור הערך של x שמצאת בסעיף א.

9) נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x)=x-\frac{16}{x^3}$, $x\neq 0$.

א. (1) מצא את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,
וקבע את סוגן.

(2) שיעור ה-y של כל אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא 4.
מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$,
וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.
סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

תשובות סופיות:

1) א. 69% ב. 5 ס"מ $= r$.

2) א. $B(2,8)\ ,\ C(6,9)$ ב. (1) $A(4,0)$ (2) $(5,4.5)$ ג. 2 יח"ר.

3) א. $0.4375 = \frac{7}{16}$ ב. $\frac{2}{3}$ ג. (1) 0.3 (2) 0.83193.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

5) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. 19.596 ס"מ $= 8\sqrt{6}$.

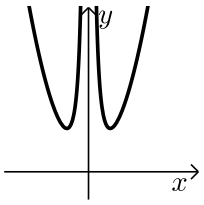
6) א. $\frac{2R}{\tan\alpha}+\frac{2R}{\tan\beta}$ ב. $90°$.

7) א. כל x ב. $x=1\ ,\ y=13$ ג. 12.8.

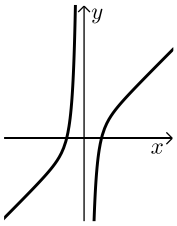
8) א. $2.887 \approx x=\frac{5\sqrt{3}}{3}=$ ב. $120°$.

9) א. (1) $x_{\min}=2\ ,\ x_{\min}=-2$ (2) $f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{8}{x^2}$

ב. (1) $x=0$



(2)



בגרות קיץ 2014 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

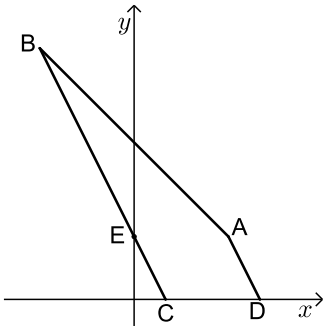
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) כל אחת משתי חברות תיירות, חברה א' וחברה ב', פרסמה באינטרנט הצעה לטיול בחו"ל. לכל הצעה יש אותו מחיר. המחיר של כל אחת מההצעות כולל את מחיר הטיסה ואת מחיר האירוח במלון.
מחיר הטיסה בחברה א' קטן ב-10% ממחיר הטיסה בחברה ב'.
מחיר האירוח במלון בחברה א' גדול ב-20% ממחיר האירוח במלון בחברה ב'.
סמן ב-x את מחיר הטיסה בחברה ב', וב-y את מחיר האירוח במלון בחברה ב'.

א. הראה כי: $x = 2y$.

ב. יוסי הזמין את הטיסה בחברה א' ואת האירוח במלון בחברה ב' ושילם סך הכול 5040 שקלים.
מצא את מחיר הטיסה בחברה ב', ואת מחיר האירוח במלון בחברה ב'.

2) $ABCD$ הוא מרובע שבו $BC \parallel AD$.
הצלע AB מונחת על הישר $x + y = 10$, והצלע CD מונחת על ציר ה-x. נתון: $C(2,0)$, $D(8,0)$,
שיעור ה-x של הנקודה A הוא 6.



א. מצא את שיעור ה-y של הנקודה A.

ב. מצא את משוואת הישר AD.

ג. מצא את שיעורי הנקודה B.

ד. הישר BC חותך את ציר ה-y בנקודה E.

(1) הראה כי הישר AE מקביל לציר ה-x.

(2) מצא את שטח המשולש AEB.

3) ערכו סקר בקרב מספר גדול של תלמידים.
הסקר בדק כמה תלמידים רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים.
על פי ממצא הסקר, 60% מהמשתתפים בסקר (בנים / בנות) רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים. מספר הבנים שהשתתפו בסקר קטן פי 3 ממספר הבנות שהשתתפו בסקר. ידוע כי 80% מן הבנים שהשתתפו בסקר רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים.

א. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) שהשתתף בסקר.
(1) מהי ההסתברות שנבחרה בת הרוצה להמשיך ללימודים אקדמיים?
(2) ידוע שנבחרה בת.
מהי ההסתברות שהיא רוצה להמשיך ללימודים אקדמיים?

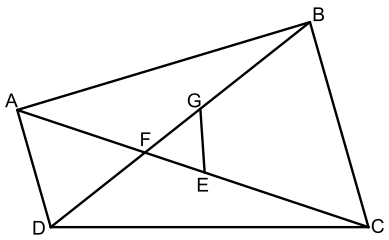
ב. בוחרים באקראי 5 תלמידים (בנים / בנות) מבין המשתתפים בסקר.
מהי ההסתברות שלפחות 4 מהם רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) F היא נקודת החיתוך של האלכסונים במרובע ABCD.
הנקודה E נמצאת על FC, והנקודה G נמצאת על FB,
באופן שהמרובע BCEG הוא בר-חסימה במעגל
(ראה ציור).

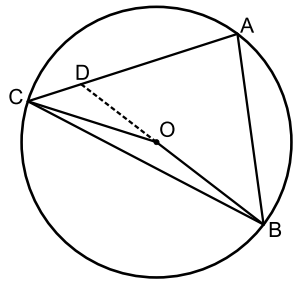


א. הוכח: $\Delta FEG \sim \Delta FBC$.

ב. נתון: $\frac{AF}{FG} = \frac{DF}{FE}$
הוכח: $\Delta FDA \sim \Delta FEG$.

ג. הוכח: $AD \parallel BC$.

5) ABC הוא משולש שווה-שוקיים $(AC = AB)$,
החסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle BAC = 80°$.



א. הבע באמצעות R את אורך הצלע AB.

ב. מצא את $\sphericalangle COB$. נמק.

ג. המשך OB חותך את השוק AC
בנקודה D (ראה ציור).
נתון: $BD =$ 5 ס"מ.
(1) מצא את $\sphericalangle ABD$.
(2) מצא את R.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=\sqrt{x^2-4x+3}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

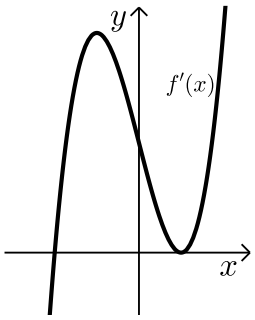
ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. האם הישר $y=x-2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

7) $f(x)$ היא פונקציה שמוגדרת לכל x.

בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עובר דרך הנקודות: $(-2,0)$, $(1,0)$.

א. (1) על פי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מהו שיעור ה-x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוג הקיצון? נמק.

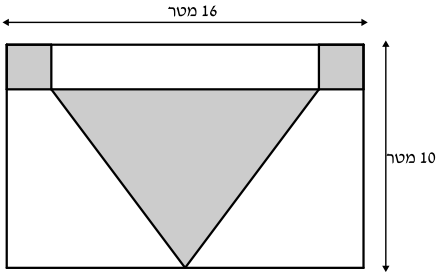
(3) נתון כי פונקציית הנגזרת היא: $f'(x)=4x^3-12x+8$.

שיעור ה-y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא 10-.

מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השיעורים של הנקודות שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא 0.

8) האורך של קיר בצורת מלבן הוא 16 מטר, והגובה של הקיר הוא 10 מטר.
רוצים לצפות בקרמיקה חלק מהקיר.
החלק שרוצים לצפות כולל:
- שני ריבועים זהים בפינות המלבן
- משולש שווה-שוקיים שבסיסו מקביל לצלע המלבן (השטחים האפורים בציור).



סמן ב-x את האורך של צלע הריבוע, וענה על הסעיפים א-ג.

א. הבע באמצעות x את הגובה לבסיס במשולש שווה-השוקיים.

ב. מה צריך להיות x, כדי שסכום השטחים שרוצים לצפות בקרמיקה יהיה מינימלי?

ג. עבור ה-x שמצאת בסעיף ב, חשב כמה אחוזים משטח הקיר מהווה החלק שרוצים לצפות בקרמיקה.

תשובות סופיות:

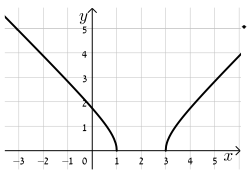
1) ב. $x=3600$, $y=1800$.

2) א. 4 ב. $y=-2x+16$ ג. $(-6,16)$
ד. (1) $y=4$ (2) 36 יח"ר.

3) א. (1) 0.4 (2) $\frac{8}{15}$ ב. 0.33696.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

5) א. $1.532R$ ב. $160°$ ג. (1) $40°$ (2) 2.87 ס"מ.

6) א. $x\geq 3$ או $x\leq 1$. ב. $(1,0)$, $(3,0)$, $(0,\sqrt{3})$
ג. עלייה: $x>3$ ירידה: $x<1$. ד.

ה. לא.

7) א. (1) עלייה: $x>-2$ ירידה: $x<-2$.
א. (2) $x_{min}=-2$ א. (3) $f(x)=x^4-6x^2+8x+14$ ב. $(1,17)$, $(-2,-10)$.

8) א. $10-x$ ב. $x=3$ ג. 33.125%.

בגרות קיץ 2014 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

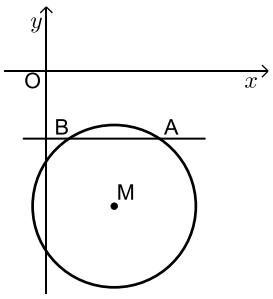
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) רוכב אופניים יצא מיישוב A, ורכב במהירות קבועה ליישוב B.
הרוכב הגיע ליישוב B, וחזר מיד ליישוב A.
המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 30 ק"מ.
מהירות הרוכב בדרכו חזרה ליישוב A הייתה קטנה ב-3 קמ"ש מהמהירות שלו בדרכו ליישוב B. זמן הרכיבה בחזרה ליישוב A היה ארוך ב-50 דקות מזמן הרכיבה ליישוב B.

א. מצא את המהירות של רוכב האופניים בדרכו ליישוב B.

ב. מצא באיזה מרחק מיישוב B היה הרוכב כעבור $3\frac{1}{2}$ שעות מרגע היציאה מיישוב A.

2) הישר $y=-3$ חותך מעגל בנקודות A ו-B (ראה ציור).
הנקודה A נמצאת גם על הישר: $y=-\frac{2}{3}x+\frac{1}{3}$.



א. מצא את השיעורים של הנקודה A.

ב. נתון כי מרכז המעגל הוא $M(3,-6)$.
מצא את משוואת המעגל.

ג. מצא את שטח המרובע OAMB
(O – ראשית הצירים).

3) בעיר גדולה ערכה מחלקת החינוך סקר שהשתתפו בו כל המורים המלמדים במוסדות החינוך בעיר. המורים נשאלו באיזו שעה הם מעדיפים להתחיל את יום הלימודים: בשעה 8:00 או בשעה 9:00.

$\frac{1}{5}$ מן המשתתפים בסקר הן נשים שמעדיפות להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

$\frac{1}{4}$ מן הנשים שהשתתפו בסקר מעדיפות להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

$\frac{1}{2}$ מן הגברים שהשתתפו בסקר מעדיפים להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

א. מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי מורה (גבר / אישה).
מהי ההסתברות שהוא מעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 8:00?

ב. מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי מורה (גבר / אישה) שמעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 9:00. מהי ההסתברות שנבחרה אישה?

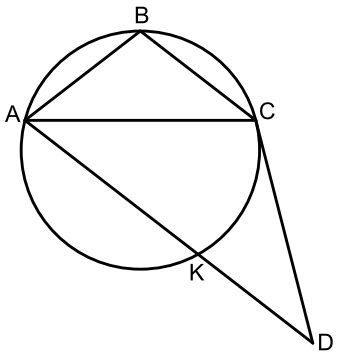
ג. מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי 5 מורים (גברים / נשים).
מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם מעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 9:00?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) משולש שווה-שוקיים (קהה-זווית) ABC $(AB=BC)$
חסום במעגל. הישר CD משיק למעגל בנקודה C.
נתון כי $AD \parallel BC$ (ראה ציור).



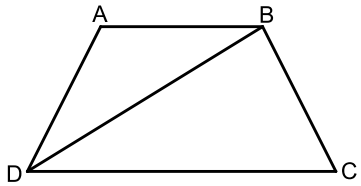
א. הוכח כי משולש ACD הוא משולש שווה-שוקיים.

AD חותך את המעגל בנקודה K. הוכח:

ב. $\sphericalangle CKD = \sphericalangle ABC$.

ג. $\Delta ABC \cong \Delta CKD$.

5) ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים $\left(AB<DC\,,\,AB\|DC\right)$ (ראה ציור).



נתון: $AD=AB=BC=m$, $\sphericalangle ABD=\alpha$.

א. נתון כי שטח המשולש DAB הוא: $\frac{m^2\sqrt{3}}{4}$.

מצא את α.

ב. נתון כי שטח הטרפז ABCD הוא: $27\sqrt{3}$.

מצא את m.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f\left(x\right)=1-\frac{1}{\left(x-5\right)^2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f\left(x\right)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f\left(x\right)$ המקבילות לצירים.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f\left(x\right)$ עם הצירים.

(4) מצא את הסימן של פונקציית הנגזרת $f'\left(x\right)$ בתחום $x<5$,

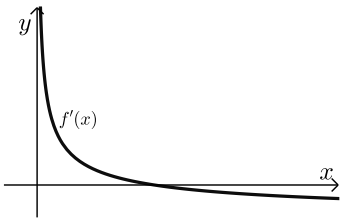
ומצא את הסימן של פונקציית הנגזרת $f'\left(x\right)$ בתחום $x>5$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f\left(x\right)$.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f\left(x\right)$ בנקודה שבה $x=4$.

מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המשיק עם האסימפטוטות של הפונקציה $f\left(x\right)$.

7) בציור שלפניך מוצג גרף של פונקצית הנגזרת: $f'(x)=\frac{4}{\sqrt{x}}-1$, $x>0$.



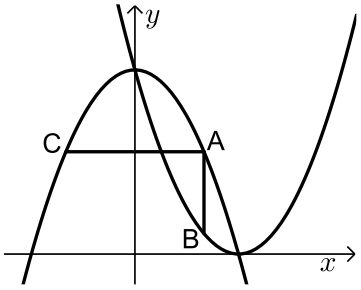
א. מצא את שיעור ה-x של נקודת החיתוך של $f'(x)$ עם ציר ה-x.

ב. מצא את שיעור ה-x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה. נמק.

ג. ידוע כי שיעור ה-y של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$ הוא 0.
מצא את $f(x)$.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x=4$, על ידי הישר $x=25$ ועל ידי ציר ה-x.

8) בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות: $f(x)=-x^2+9$ ו- $g(x)=(x-3)^2$



הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה $f(x)$.
מהנקודה A העבירו שני ישרים:
ישר אחד, המקביל לציר ה-y וחותך את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B, וישר אחר, המקביל לציר ה-x וחותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה C (ראה ציור).
נסמן את שיעור ה-x של הנקודה A ב-t.

א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A, B ו-C.

ב. מצא את הערך של t שעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

1) א. 12 קמ"ש. ב. 9 קמ"ש.

2) א. $(5,-3)$ ב. $(x-3)^2+(y+6)^2=13$ ג. 12 יח"ר.

3) א. 0.3 ב. $\frac{6}{7}$ ג. 0.02835.

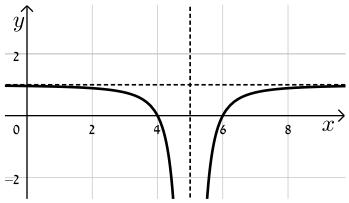
4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

5) א. $30°$ ב. 6.

6) א. (1) $x\neq 5$ (2) $y=1$, $x=5$ (3) $(6,0)$, $(4,0)$, $\left(0,\frac{24}{25}\right)$

(4) הסימן של $f'(x)$: שלילי בתחום $x<5$; חיובי בתחום $x>5$.

ב.



ג. $(5,-2)$, $(3.5,1)$.

7) א. $x=16$ ב. $x_{max}=16$ ג. $f(x)=8\sqrt{x}-x-16$

ד. 5.

8) א. $A\left(t,-t^2+9\right)$, $B\left(t,(t-3)^2\right)$, $C\left(-t,-t^2+9\right)$ ב. $t=2$.

בגרות קיץ 2014 מועד ג':

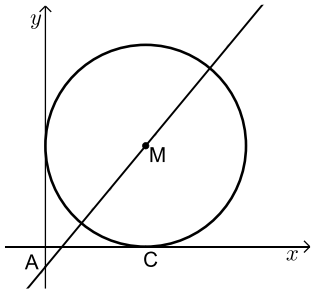
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) רמי ויוסי קנו מחברות זהות באותה החנות.
רמי קנה מספר מסוים של המחברות.
אילו רמי היה קונה מחברת אחת יותר משקנה, היה משלם סך הכול 80 שקלים.
יוסי קנה 5 מחברות יותר ממספר המחברות שקנה רמי,
וקיבל הנחה של 15% על כל מחברת.
יוסי שילם סך הכול 10 שקלים יותר מהסכום ששילם רמי עבור המחברות שקנה.
מצא את הסכום ששילם רמי עבור המחברות שקנה.

2) נתון מעגל המשיק לצירים.



נקודה C היא נקודת ההשקה עם ציר ה-x.
מרכז המעגל M מונח על ישר שמשוואתו: $y=1.2x-1$.
הישר חותך את ציר ה-y בנקודה A (ראה ציור).

א. (1) מצא את השיעורים של מרכז המעגל M.
(2) רשום את משוואת המעגל.

ב. דרך הנקודה C העבירו מקביל לישר AM.
המקביל חותך את ציר ה-y בנקודה E.
מצא את שטח המרובע AMCE.

3) יוסי ואורי מתמודדים ביניהם בתחרות שש-בש.
בתחרות 6 משחקים. מי שמנצח ביותר משחקים הוא המנצח בתחרות.
בכל משחק בודד מנצח אחד מהם. (אין תיקו במשחק בודד).
ההסתברות שיוסי ינצח במשחק בודד היא 0.5.
(בכל משחק יש ליוסי אותה הסתברות לנצח).

א. מהי ההסתברות שיוסי ינצח בתחרות?

ב. מהי ההסתברות שאחד מהם ינצח בתחרות?

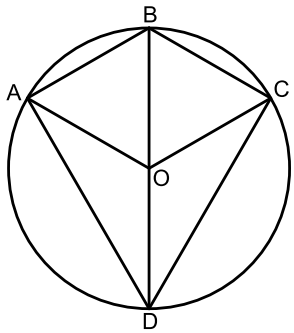
ג. מהי ההסתברות שהתחרות תסתיים בתיקו?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O.
BD הוא קוטר במעגל (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle AOB = \sphericalangle COB = \alpha$.



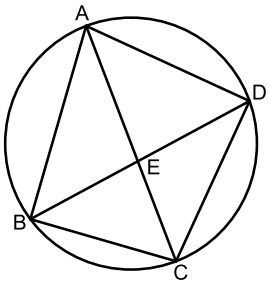
א. הוכח כי BD חוצה זווית ADC.

ב. (1) הבע באמצעות α את $\sphericalangle ABC$.

(2) האם אפשר לחסום במעגל את המרובע ABCO? נמק.

ג. נתון: $\sphericalangle AOC = 120°$.
הוכח כי המרובע ABCO הוא מעוין.

5) מרובע ABCD חסום במעגל (ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle ABC = 90°$, $AB =$ 8 ס"מ.
רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ.



א. חשב את גודל הזווית BDC.

ב. נתון גם: $DC =$ 7 ס"מ.
אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.

(1) חשב את גודל הזווית DBC.

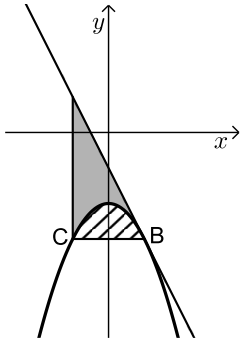
(2) חשב את AE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה $f(x)=-x^2-2$.



B ו-C הן נקודות על גרף הפונקציה כך ש- BC מקביל לציר ה-x. הנקודה B נמצאת ברביע הרביעי. דרך הנקודה B העבירו משיק לגרף הפונקציה (ראה ציור). המשיק מקביל לישר $y=-2x+1$.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. דרך הנקודה C העבירו אנך ל-BC (ראה ציור).

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$ ועל ידי הישר BC (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$, על ידי המשיק ועל ידי האנך (השטח המנוקד בציור).

מצא את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

7) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x שונה מ-1.

נתון כי פונקציית הנגזרת של $f(x)$ היא: $f'(x)=1-\frac{1}{(x-1)^2}$.

הישר $y=3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

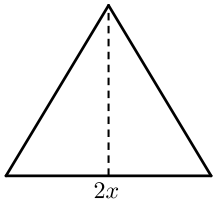
א. מצא את השיעורים של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$, ואת השיעורים של נקודת המקסימום שלה.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ המקביל למשיק $y=3$. שני המשיקים יוצרים מלבן עם ציר ה-y ועם האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$. מצא את שטח המלבן.

8) נתון משולש שווה-שוקיים שהיקפו 30 ס"מ.



א. סמן ב-$2x$ את בסיס המשולש, והבע באמצעות x את גובה המשולש לבסיס.

ב. מה צריך להיות x כדי ששטח המשולש יהיה מקסימלי?

ג. הראה כי המשולש שיש לו שטח מקסימלי הוא משולש שווה-צלעות.

תשובות סופיות:

1) 75 ₪.

2) א. (1) $M(5,5)$ (2) $(x-5)^2+(y-5)^2=25$ ב. 25 יח"ר.

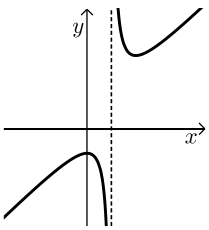
3) א. $0.34375=\frac{11}{32}$ ב. $0.6875=\frac{11}{16}$ ג. $0.3125=\frac{5}{16}$.

4) א. הוכחה. ב. (1) $180°-\alpha$ (2) לא.
ג. הוכחה.

5) א. $36.87°$ ב. (1) $44.43°$ (2) 5.763 ס"מ.

6) א. $y=-2x-1$ ב. $\frac{S_1}{S_2}=\frac{1}{2}$.

7) א. $(2,3)$ ב. $f(x)=x+\frac{1}{x-1}$, $(0,-1)$ ג.



ד. 4 יח"ר.

8) א. $\sqrt{225-30x}$ ב. $x=5$
ג. כל הצלעות שוות ל-10 ס"מ במשולש המקסימלי.

שאלון 471 לכיתות יא - ישן

פרק 51

פתרון בוידאו של בחינות 2013

מועד חורף 292
קיץ מועד א 296
קיץ מועד ב 301

בגרות חורף 2013:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) רוכב אופניים יצא מיישוב A ליישוב B, ובדיוק באותה השעה יצא הולך רגל מיישוב B ליישוב A. הולך הרגל הלך במהירות קבועה שקטנה ב- 10 קמ"ש מהמהירות של רוכב האופניים. כעבור 24 דקות המרחק בין רוכב האופניים להולך רגל היה 12 ק"מ.
כעבור 36 דקות נוספות הם נפגשו.

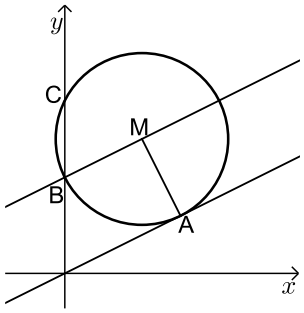
א. מצא את המהירות של רוכב האופניים.

ב. מצא באיזה מרחק מיישוב A נפגשו רוכב האופניים והולך הרגל.

2) נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על הישר $y=7$.

הישר $y=\frac{1}{2}x$ משיק למעגל בנקודה $A(6,3)$

(ראה ציור).



א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את השיעורים של מרכז M.

(2) מצא את משוואת המעגל.

ב. המעגל חותך את ציר ה- y בנקודות B ו-C.

נקודה C נמצאת מעל נקודה B (ראה ציור).

(1) הראה כי הישר BM מקביל לישר המשיק למעגל בנקודה A.

(2) מצא את שטח המשולש BMA.

3) בשלוש קופסאות A , B ו-C יש כדורים שחורים ולבנים.
בקופסה A יש 2 כדורים שחורים ו-3 כדורים לבנים.
בקופסה B יש 3 כדורים שחורים ו-2 כדורים לבנים.
בקופסה C יש 4 כדורים שחורים ו-1 כדור לבן.

א. בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה באקראי כדור אחד.

(1) מהי ההסתברות להוציא כדור לבן?

(2) ידוע שהוצא כדור לבן. מהי ההסתברות שהכדור הוצא מקופסה B?

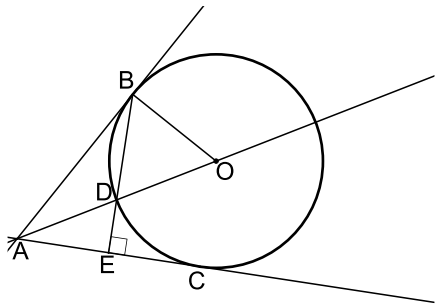
ב. מקופסה C מוציאים באקראי 2 כדורים זה אחר זה בלי החזרה.
מהי ההסתברות שאחרי הוצאת הכדורים לא נותר בקופסה C כדור לבן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4) מנקודה A יוצא ישר המשיק בנקודה B למעגל שמרכזו O.
הקטע AO חותך את המעגל בנקודה D (ראה ציור).



א. הוכח כי $\sphericalangle BOD = 2\cdot\sphericalangle ABD$.

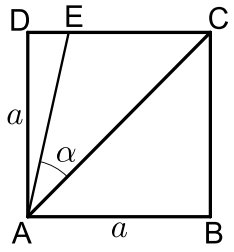
מנקודה A יוצא עוד ישר המשיק למעגל בנקודה C.
המשך המיתר BD חותך את AC בנקודה E
(ראה ציור). נתון כי $BE \perp AC$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) הוכח כי $\sphericalangle BOD = 2\cdot\sphericalangle DAE$.

(2) הוכח כי BD = AD.

5) נתון ריבוע ABCD שאורך צלעו a ס"מ.
נקודה E נמצאת על צלע DC (ראה ציור).



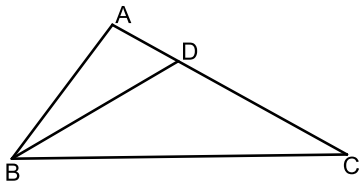
נתון: 2 ס"מ = DE , $\sphericalangle EAC = \alpha$.

א. הבע את a באמצעות α.

ב. אם נתון כי $\alpha = 30°$, חשב את שטח המשולש ACE.

ג. חשב את α במקרה שבו 2 ס"מ = DE = EC.

6) במשולש ABC נתון: 5 ס"מ = AB
8 ס"מ = AC , 10 ס"מ = BC
נקודה D נמצאת על הצלע AC
כך ש-DC = BD (ראה ציור).



א. חשב את זוויות המשולש BDC.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD
לרדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7) נתונה הפונקציה $f(x)=\frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.

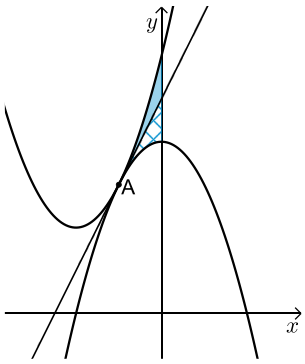
ד. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(2) היעזר בגרף שסרטטת, ומצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בשתי נקודות בדיוק.

8) בציור שלפניך מוצגות שתי פרבולות:

$f(x)=x^2+4x+6$; $g(x)=-x^2+c$



c הוא פרמטר. הפרבולות משיקות זו לזו בנקודה A.
דרך נקודה A העבירו משיק המשותף לשתי הפרבולות (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) סמן ב-t את שיעור ה-x של נקודה A, והבע באמצעות t את השיפוע של המשיק המשותף. הבע בשני אופנים.

(2) מצא את השיעורים של נקודה A.

(3) מצא את ערך הפרמטר c.

ב. המשיק המשותף מחלק את השטח, המוגבל על ידי שתי הפרבולות ועל ידי ציר ה-y, לשני שטחים (השטח האפור והשטח המקווקו בציור).
הצב את הערך של הפרמטר c שמצאת, והראה כי שני השטחים שווים זה לזה.

9) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מבין כל המלבנים ששטחם k סמ"ר, הבע באמצעות k את צלעות המלבן שהיקפו מינימלי.

ב. נתון כי קוטר המעגל החוסם את המלבן שהיקפו מינימלי, הוא 8 ס"מ. מצא את הערך של k.

תשובות סופיות:

1) א. 15 קמ"ש. ב. 15 ק"מ.

2) א. (1) $M(4,7)$ (2) $(x-4)^2+(y-7)^2=20$ (3) 10 יח"ר.

3) א. (1) $\frac{2}{5}$ (2) $\frac{1}{3}$ ב. $\frac{2}{5}$.

4) א. הוכחה. ב. (1) הוכחה. ב. (2) הוכחה.

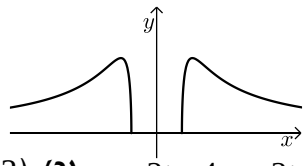
5) א. $a=\frac{2}{\tan(45°-\alpha)}$ ב. 20.36 סמ"ר. ג. $18.43°$.

6) א. $120.62°$, $29.686°$, $29.686°$ ב. $\frac{1}{2}$.

7) א. $x\geq 2$ או $x\leq -2$ ב. $(2,0)$, $(-2,0)$

ג. $(-2,0)\min$, $(2,0)\min$, $\left(\sqrt{8},\frac{1}{4}\right)\max$, $\left(-\sqrt{8},\frac{1}{4}\right)\max$

ד. (1)



ד. (2) $y=\frac{1}{4}$.

8) א. (1) $-2t$, $2t+4$ (2) $A(-1,3)$ (3) $c=4$.

9) א. $BC=\sqrt{k}$, $AB=\sqrt{k}$ ב. $k=32$.

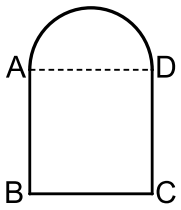
בגרות קיץ 2013 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

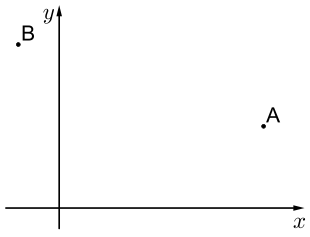
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) חלון מורכב מחצי עיגול ומריבוע ABCD.



צלע הריבוע AD היא קוטר של חצי העיגול, כמתואר בציור.
שטח הריבוע גדול ב- 0.2187 מ"ר משטח חצי העיגול.
מצא את ההיקף של המסגרת החיצונית של החלון.
בחישוביך השתמש ב- $\pi = 3.14$.

2) נתונות הנקודות $A(10,4)$ ו- $B(-2,8)$ (ראה ציור).



נקודה P נמצאת על ציר ה- x כך שמרחקה מנקודה A שווה למרחקה מנקודה B.

א. מצא את השיעורים של הנקודה P.
הנקודות A , B ו- P הן קדקודים של מרובע ADBP.
נתון: $BD \parallel PA$, $BP \parallel AD$.

ב. מצא את השיעורים של הקדקוד D.

ג. מצא את אורך הרדיוס של מעגל החוסם את המשולש BDA. נמק.

3) חקלאי מייצא פרחים לבנים ופרחים אדומים. במחסן של חקלאי:
$\frac{1}{12}$ מהפרחים הלבנים הם ורדים. $\frac{2}{3}$ מהפרחים האדומים הם ורדים.
25% מכלל הפרחים הם ורדים, והשאר הם חבצלות.

א. בוחרים באקראי פרח מבין הפרחים שבמחסן.
(1) מהי ההסתברות שהפרח הוא אדום?
(2) מהי ההסתברות שהפרח הוא אדום אם ידוע שהוא ורד?

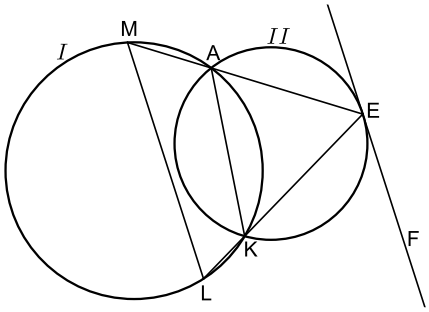
ב. נתון שמספר הוורדים האדומים במחסן הוא 300.
מהו מספר הפרחים במחסן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4) מרובע AKLM חסום במעגל I.
דרך קדקודים A ו-K העבירו מעגל II.
המשכי הצלעות MA ו- LK נפגשים בנקודה E שעל המעגל II.
הישר FE משיק למעגל II בנקודה E (ראה ציור).



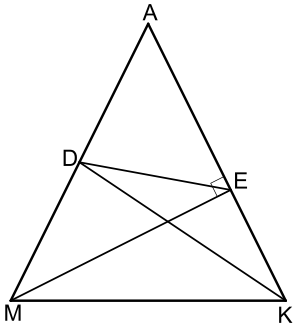
א. הוכח כי FE מקביל למיתר LM.

ב. נתון: AE = 6 ס"מ , KE = 7 ס"מ , KL = 2 ס"מ.

(1) חשב את היחס בין שטח המשולש AEK לשטח המשולש LEM.

(2) חשב את היחס בין שטח המשולש AEK לשטח המרובע AKLM.

5) במשולש שווה שוקיים AMK (AK=AM)
KD הוא תיכון לשוק AM,
ו-ME הוא גובה לשוק AK (ראה ציור).



א. הוכח כי $\sphericalangle DAE = \sphericalangle DEA$.

נתון: $\sphericalangle MAK = 2\alpha$, $AM = 2b$.

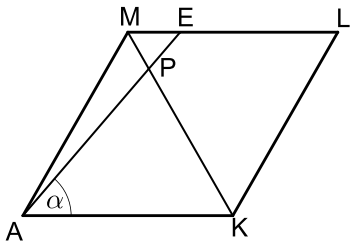
ב. הבע באמצעות b ו- α את שטח המשולש ADE.

ג. אם נתון גם כי $MK = 2 \cdot DE$:

(1) חשב את α.

(2) הוכח כי $DE \parallel MK$.

6) נתון מעוין AMLK.
נקודה E נמצאת על הצלע ML.
האלכסון KM חותך את הקטע AE בנקודה P
(ראה ציור).
נתון: $\sphericalangle AML = 120°$, $\sphericalangle EAK = \alpha$,
אורך צלע המעוין הוא a.



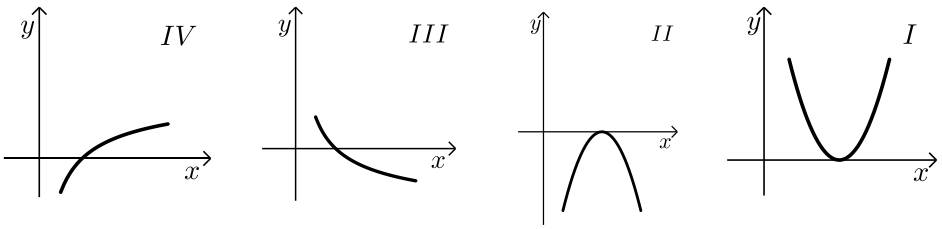
א. ענה על הסעיפים הבאים:
(1) מצא את גודל הזווית PKA. נמק.
(2) הבע באמצעות a ו- α את אורך הקטע PK.
ב. דרך הנקודה P העבירו אנך לצלע AK. האנך חותך את AK בנקודה G.
נתון גם כי $\alpha = 46°$.
הבע באמצעות a את אורך הקטע GL.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7) נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{4x} - 6x$.
א. ענה על הסעיפים הבאים:
(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
ג. איזה גרף מבין הגרפים I , II , III , IV , עשוי לתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $1 \le x \le 10$? נמק.

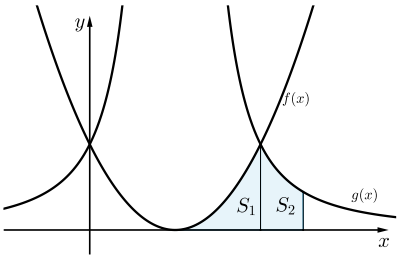


8) בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x)=(x-a)^2$$

$$g(x)=\frac{16}{(x-a)^2}$$

a הוא פרמטר גדול מ- 0.



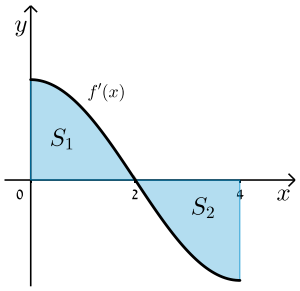
א. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $g(x)$ (הבע באמצעות a במידת הצורך).

אחת מנקודות החיתוך בין הגרפים של הפונקציות היא הנקודה שבה $x=a+2$. S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x=a+2$ (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישרים $x=a+2$ ו-$x=a+3$ (השטח האפור בציור).

ב. חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

9) בציור מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $0\le x\le 4$. הגרף של $f'(x)$ חותך את ציר ה-x בנקודה שבה $x=2$.



S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הצירים (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x ועל ידי הישר $x=4$ (השטח האפור בציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) נתון $f(0)=0$, $S_1=4$.

חשב את $f(2)$.

(2) נתון גם: $S_2=4$.

חשב את $f(4)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגה. נמק.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

תשובות סופיות:

1) 2.742 מטר.

2) א. $(2,0)$ ב. $(6,12)$ ג. 6.32 .

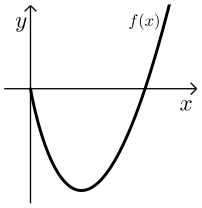
3) א. (1) $\frac{2}{7}$ (2) $\frac{16}{21}$ ג. 1575.

4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1) $\frac{4}{9}$ (2) $\frac{4}{5}$.

5) א. הוכחה. ב. $0.5b^2\sin 4\alpha$ ג. (1) $30°$

6) א. (1) $60°$ (2) $\frac{a\sin\alpha}{\sin(120°-\alpha)}$ ב. $1.23a$.

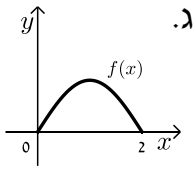
7) א. (1) $x\geq 0$ (2) $(0,0)$, $(9,0)$ (3) $\max(0,0)$, $\min(4,-8)$

ב. 

ג. גרף IV.

8) א. $x=a$, $y=0$ ב. $\frac{S_1}{S_2}=1$.

9) א. (1) 4 (2) 0 ב. $\max(2,4)$

ג. 

בגרות קיץ 2013 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

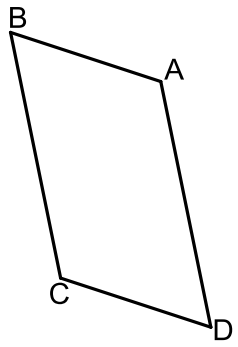
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

1) ראובן רוצה לרכוש מינוי למכון כושר. המחיר המלא של המינוי הוא 200 שקלים. אם ראובן יביא שני חברים שירכשו מינוי במחיר מלא, הוא יקבל על המינוי שלו הנחה של $x\%$ עבור החבר הראשון, ועבור החבר השני יקבל הנחה $x\%$ על המחיר שאחרי ההנחה הראשונה.
ראובן הביא שני חברים, ושילם עבור המינוי שלו רק 144.5 שקלים.

א. מצא את אחוז ההנחה שקיבל ראובן על המינוי שלו עבור החבר הראשון.

ב. מצא את אחוז ההנחה הכולל שקיבל ראובן על המינוי שלו לאחר שהביא את שני החברים.

2) נתונה מקבילית ABCD (ראה ציור).



הצלע AB מונחת על הישר $y=-\frac{1}{3}x+6$.

הצלע AD מונחת על הישר $y=-5x+20$.

אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה $(2,3)$.

א. מצא את השיעורים של קדקוד C.

ב. מצא את השיעורים של קדקוד B, ואת השיעורים של קדקוד D.

ג. האם הצלע BC משיקה בנקודה C למעגל שמרכזו A והרדיוס שלו הוא AC? נמק.

3) ידוע שההסתברות להצליח במבחן נהיגה (טסט) גדולה ב-0.2 מההסתברות להיכשל בו.

א. מהי ההסתברות להצליח במבחן הנהיגה?

ב. ראובן, שמעון, לוי ויהודה הם 4 אנשים שנבחרו באקראי מבין הנבחנים במבחן הנהיגה.

(1) מהי ההסתברות שבדיוק 2 מהם יצליחו במבחן הנהיגה?

(2) ידוע שרק 2 מהם הצליחו במבחן הנהיגה.
מהי ההסתברות שהיו אלה ראובן ושמעון?

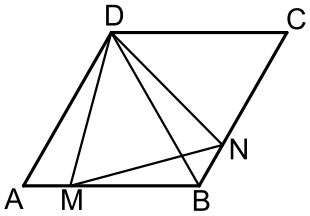
(3) האם ההסתברות שלפחות אחד מהארבעה יצליח במבחן הנהיגה גדולה מההסתברות שלפחות אחד מהארבעה ייכשל במבחן הנהיגה? נמק.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

4) במעוין ABCD הזווית החדה היא של $60°$.



נקודה M נמצאת על צלע AB

נקודה N נמצאת על צלע BC

כך ש- $AM = BN$ (ראה ציור).

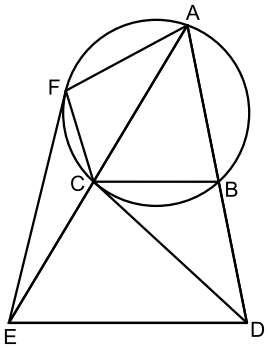
א. הוכח כי $\Delta MDB \cong \Delta NDC$.

ב. הוכח כי $\Delta ADM \cong \Delta BDN$.

ג. שטח המרובע DMBN הוא S.

הבע באמצעות S את שטח המעוין ABCD.

5) נתון משולש ADE.



דרך הקדקוד A העבירו מעגל החותך את הצלעות AD ו- AE בנקודות B ו- C בהתאמה (ראה ציור).

נתון: $BC \parallel DE$, DC משיק למעגל.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

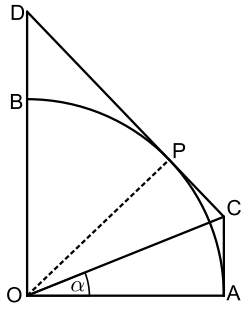
(1) הוכח כי $\sphericalangle EAD = \sphericalangle CDE$.

(2) הוכח כי $AE \cdot CE = DE^2$.

ב. דרך הקדקוד E העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה F (ראה ציור).
הוכח כי $\Delta ECF \sim \Delta EFA$.

ג. היעזר בסעיפים הקודמים והוכח כי DE=EF.

6) נתון רבע מעגל OAB שרדיוסו R.
העבירו ישר המשיק לרבע המעגל בנקודה P,
והעבירו ישר המשיק לרבע המעגל בנקודה A.
המשיקים נפגשים בנקודה C.
המשיק בנקודה P חותך את המשך OB בנקודה D
(ראה ציור). נתון: $\sphericalangle COA = \alpha$.



א. הוכח כי $AC \parallel OD$.

ב. הבע באמצעות R ו- α את שטח המרובע ACDO.

ג. נתון כי שטח המשולש OPD הוא $\frac{R^2}{2}$.

חשב את α.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{9}{(x+1)^2} - 1$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

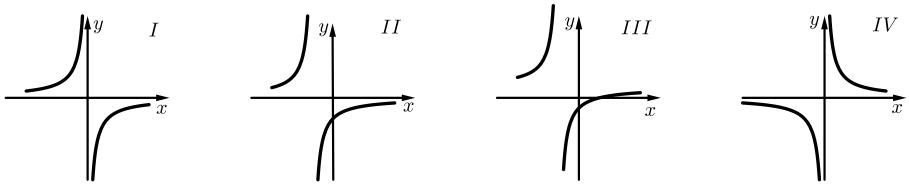
ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ג. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.

ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).

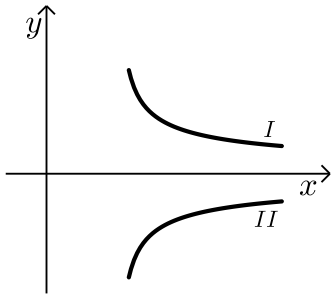
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ו. איזה מבין הגרפים I , II , III , IV שלפניך מציג סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



8) הגרפים I ו-II שבציור הם של הפונקציות:

$$f(x)=\frac{2}{\sqrt{2x-3}} \quad , \quad g(x)=-\frac{2}{\sqrt{2x-3}} \quad .$$



א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות.

(2) מהי האסימפטוטה האנכית של כל אחת מהפונקציות?

ב. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$,

ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$? נמק.

ג. הישר $y=2$ חותך את הגרף I בנקודה A.

הישר $y=-2$ חותך את הגרף II בנקודה B.

מצא את השטח המוגבל על ידי הישר AB,

על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישר $x=3$.

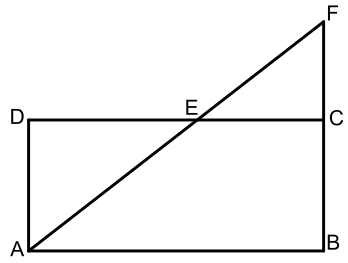
9) נתון מלבן ABCD שאורכי צלעותיו הם:

$AD=4$, $AB=9$.

הנקודה E נמצאת על הצלע CD (בין C ל- D).

ההמשך של AE חותך את המשך הצלע BC

בנקודה F (ראה ציור).



א. הוכח: $\Delta ADE \sim \Delta FCE$.

ב. סמן $DE=x$, ומצא מה צריך להיות האורך של DE כדי שסכום השטחים של המשולשים ADE ו- FCE יהיה מינימלי.

בתשובתך תוכל להשאיר שורש.

תשובות סופיות:

1) א. 15% ב. 27.75%.

2) א. $C(1,1)$ ב. $B(0,6)$, $D(4,0)$ ג. לא משיקה.

3) א. 0.6 ב. (1) 0.3456 (2) $\frac{1}{6}$ (3) כן.

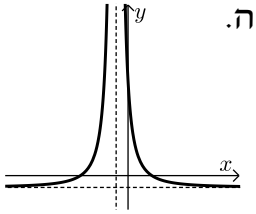
4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $2S$.

5) א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. הוכחה.

6) א. הוכחה. (2) $\frac{R^2\left(\tan\alpha+\frac{1}{\sin 2\alpha}\right)}{2}$ ג. $22.5°$.

7) א. $x\neq -1$ ב. $(-4,0)$, $(2,0)$, $(0,8)$ ג. $x=-1$, $y=-1$

ד. עליה: $x<-1$ ירידה: $x>-1$ ה.



ו. גרף II.

8) א. (1) $x>1.5$ (2) $x=1.5$ ב. $f(x):\text{I}$, $g(x):\text{II}$

ג. $4\sqrt{3}-4$.

9) א. הוכחה. ב. 6.36 .