

כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה



תוכן העניינים:

פרק 1 - מבוא לאלגברה	1
פרק 2 - משוואות אלגבריות	1
פרק 3 - אי שוויונים אלגבריים	1
פרק 4 - מיומנויות אלגבריות נוספות	1
פרק 5 - נקודות וקטעים	1
פרק 6 - הקו הישר	1
פרק 7 - חזרה על משפטים מחטיבת הביניים	1
פרק 8 - קטע האמצעים במשולש	1
פרק 9 - קטע האמצעים בטרפז	1
פרק 10 - דמיון משולשים	1
פרק 11 - קטעים מיוחדים במשולש	1
פרק 12 - טריגונומטריה במשולש ישר זווית	1
פרק 13 - שאלות מסכמות בגאומטריה משולבת (ללא מעגל)	1
פרק 14 - המעגל במערכת הצירים	1
פרק 15 - משפטים במעגל	1
פרק 16 - טריגונומטריה - משפט הסינוסים	1
פרק 17 - שאלות מסכמות בגאומטריה משולבת (כולל מעגל)	1
פרק 18 - מושגים יסודיים בפונקציות	1
פרק 19 - פונקציית החזקה עם מעריך טבעי	1
פרק 20 - זוגיות ואי-זוגיות של פונקציות	1
פרק 21 - טרנספורמציות של פונקציות	1
פרק 22 - אנליזה של פונקצית פולינום	1
פרק 23 - פונקציה מורכבת ופונקצית מכפלה	1
פרק 24 - הקשר בין גרף הפונקציה לגרף הנגזרת	1
פרק 25 - קדם אנליזה של פונקצית השורש הריבועי	1
פרק 26 - אנליזה של פונקצית שורש	1
פרק 27 - בעיות קיצון בפונקצית פולינום	1

1	פרק 28 - בעיות קיצון בפונקצית שורש
1	פרק 29 - קדם אנליזה של פונקצית מנה - הפונקציה ההופכית
1	פרק 30 - אנליזה של פונקצית מנה
1	פרק 31 - בעיות קיצון בפונקציה מנה
1	פרק 32 - האינטגרל הלא-מסוים
1	פרק 33 - האינטגרל המסוים וחישובי שטחים
1	פרק 34 - מבוא ומושגי יסוד
1	פרק 35 - מדדי מרכז
1	פרק 36 - מדדי פיזור
1	פרק 37 - מבוא להסתברות
1	פרק 38 - הסתברות עם דיאגרמת עץ
1	פרק 39 - הסתברות עם טבלה דו-מימדית
1	פרק 40 - התפלגות נורמלית
1	פרק 41 - רגרסיה ליניארית
1	פרק 42 - חוקי החזקות והשורשים
1	פרק 43 - משוואות ואי-שוויונים מעריכיים
1	פרק 44 - חוקי הלוגריתמים, משוואות ואי-שוויונים לוגריתמיים
1	פרק 45 - מבוא לסדרות
1	פרק 46 - הסדרה החשבונית
1	פרק 47 - סדרה הנדסית
1	פרק 48 - סדרה הנדסית אינסופית
1	פרק 49 - מושגי יסוד וגופים במרחב
1	פרק 50 - הוקטור הגאומטרי
1	פרק 51 - הוקטור האלגברי
1	פרק 52 - בעיות גדילה ודעיכה
1	פרק 53 - חשבון דיפרנציאלי של פונקציות מעריכיות
1	פרק 54 - חשבון דיפרנציאלי של פונקציות לוגריתמיות
1	פרק 55 - חשבון אינטגרלי של פונקציות מעריכיות
1	פרק 56 - חשבון אינטגרלי של פונקציות לוגריתמיות
1	פרק 57 - שאלון 471 - בגריות שנת 2026
8	פרק 58 - שאלון 471 - בגריות שנת 2025
26	פרק 59 - שאלון 471 - בגריות שנת 2024

44	פרק 60 - שאלון 471 - בגרויות שנת 2023
68	פרק 61 - שאלון 471 - בגרויות שנת 2022
91	פרק 62 - שאלון 471 - בגרויות שנת 2021
111	פרק 63 - שאלון 471 - בגרויות שנת 2020
121	פרק 64 - שאלון 472 - בגרויות שנת 2026
138	פרק 65 - שאלון 472 - בגרויות שנת 2025
156	פרק 66 - שאלון 472 - בגרויות שנת 2024
172	פרק 67 - שאלון 472 - בגרויות שנת 2023
189	פרק 68 - שאלון 472 - בגרויות שנת 2022

כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 57

שאלון 471 - בגריות שנת 2026

מועד חורף 1

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

(1) הציונים בבחינה הפסיכומטרית בשנה מסוימת התפלגו נורמלית, וממוצע הציונים היה 570. בשנה זו ניגשה לימור לבחינה הפסיכומטרית. הציון של לימור בבחינה היה 698, וציון התקן שלה היה 1.6. א. מצאו את סטיית התקן של הציונים בבחינה.

ציון הסף הוא הציון הנמוך ביותר שצריך להשיג בבחינה כדי להתקבל לחוג מסוים. בטבלה שלפניכם מוצג ציון הסף הנדרש כדי להתקבל לחוג לספרות וציון הסף הנדרש כדי להתקבל לחוג לפסיכולוגיה באוניברסיטה מסוימת.

החוג לפסיכולוגיה	החוג לספרות	ציון הסף
682	602	



גם יעל ניגשה לבחינה בשנה זו. נתון כי 57.9% מן הנבחנים קיבלו ציון נמוך מן הציון של יעל.
 ב. האם יעל יכולה להתקבל לחוג לספרות? נמקו את תשובתכם.
 ג. (1) מצאו את אחוז הנבחנים שיכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.
 (2) מצאו את אחוז הנבחנים שיכולים להתקבל לחוג לספרות אך אינם יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.

נתון כי 7,392 נבחנים יכולים להתקבל לחוג לספרות אך אינם יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה.

ד. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה נבחנים יכולים להתקבל לחוג לפסיכולוגיה?



- (2) תזונאי בדק את הקשר בין הטמפרטורה המקסימלית בירושלים ביום מסוים (משתנה x) ובין צריכת המים באותו היום (המשתנה y) של יוסי, תושב ירושלים. בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים שהתקבלו בבדיקה של התזונאי בעבור 6 ימים.

הטמפרטורה המקסימלית (מעלות צלזיוס) - המשתנה x	צריכת המים של יוסי (ליטרים) - המשתנה y
20	1.7
22	1.8
24	2.5
26	2.8
28	3
30	3.2

- א. (1) מצאו את הממוצע של הטמפרטורה המקסימלית ב-6 הימים שנבדקו.
 (2) מצאו את סטיית התקן של הטמפרטורה המקסימלית ב-6 הימים שנבדקו.
 התזונאי חישב ומצא כי הממוצע של צריכת המים של יוסי ב-6 הימים שנבדקו הוא 2.5 ליטר, וסטיית התקן של צריכת המים שלו היא $\frac{7\sqrt{6}}{30}$ ליטר.
 ב. מצאו את מקדם המתאם r בין שני המשתנים.
 ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .
 התזונאי הכפיל כל אחד מנתוני צריכת המים של יוסי (המשתנה y) פי 3, כדי לייצג את צריכת המים של המשפחה של יוסי.
 ד. בעבור כל אחד מן המדדים I, II שלפניכם, קבעו אם הערך שלו גדל, קטן או לא השתנה לאחר ההכפלה. נמקו את קביעותיכם.
 I. הממוצע של המשתנה y .
 II. סטיית התקן של המשתנה y .
 ה. מצאו את השיפוע של ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x לאחר ההכפלה. נמקו את תשובתכם.



(3)

ביישוב מסוים מעודדים משפחות למחזר בקבוקי זכוכית, אריזות פלסטיק ועוד.

ביישוב זה מעודדים משפחות גם להתנדב במוסדות היישוב.

בסקר שנערך בקרב כל המשפחות ביישוב, נמצא כי חלק מן המשפחות ממחזרות,

ושאר המשפחות אינן ממחזרות.

כמו כן חלק מן המשפחות ביישוב מתנדבות, והשאר אינן מתנדבות.

בוחרים באקראי משפחה מן היישוב.

ההסתברות שמשפחה זו ממחזרת גדולה ב-0.26 מן ההסתברות שמשפחה זו אינה ממחזרת.

$\frac{2}{3}$ מן המשפחות שממחזרות הן משפחות מתנדבות.

א. (1) מצאו את אחוז המשפחות ביישוב שממחזרות.

(2) מצאו את אחוז המשפחות ביישוב שממחזרות וגם מתנדבות.

מספר המשפחות ביישוב שממחזרות וגם מתנדבות גדול פי 6 ממספר המשפחות

ביישוב שאינן ממחזרות וגם אינן מתנדבות.

ב. בוחרים באקראי משפחה מן היישוב. מהי ההסתברות שמשפחה זו מתנדבת?

ג. בוחרים באקראי משפחה מן היישוב שמתנדבת.

מהי ההסתברות שמשפחה זו אינה ממחזרת?

ביישוב זה יש 600 משפחות.

ד. מצאו כמה משפחות ביישוב ממחזרות או מתנדבות.

פרק שני - גאומטריה



(4) בסרטוט שלפניכם משולש ABC החסום במעגל AC. הוא קוטר במעגל.

הקודקוד A נמצא על ציר ה-y והקודקוד B נמצא על ציר ה-x.
דרך הנקודה C העבירו אנך לציר ה-x החותך אותו בנקודה E.
הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. (1) הוכיחו כי $\angle ABO = \angle BCE$.

(2) הוכיחו כי $\triangle AOB \sim \triangle BEC$.

נתון כי יחס הדמיון בין המשולש BEC ובין המשולש AOB הוא 3,

וכי $A(0,4)$, $B(3,0)$.

ב. (1) מצאו את אורך הצלע BE.

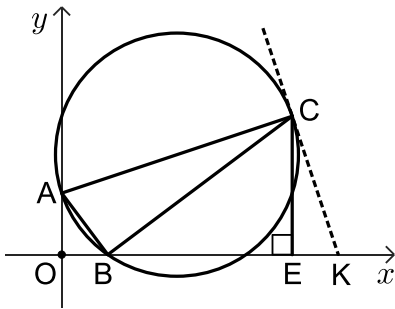
(2) מצאו את שיעורי הקודקוד C.

בנקודה C העבירו משיק למעגל.

ג. מצאו את משוואת המשיק.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-x.

ד. חשבו את שטח המרובע ABKC.



(5) בסרטוט שלפניכם דלתון ABCD $(AB = CB, AD = CD)$.

הקודקוד C נמצא ברביע השני.

הצלע BC מקבילה לציר ה-x.

נתון: $B(0,12)$, $A(-6,4)$.

א. (1) מצאו את אורך הצלע AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ב. מצאו את משוואת האלכסון DB.

נתון: משוואת הצלע AD היא $y = \frac{1}{3}x + 6$.

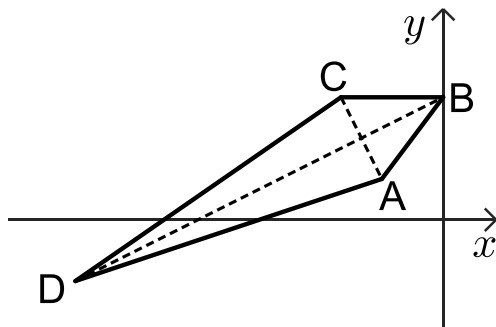
ג. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

הנקודה M היא מפגש אלכסוני הדלתון.

ד. מצאו את גודל הזווית ADM.

הנקודה E היא אמצע הצלע DC.

ה. חשבו את שטח המשולש ADE.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{(x-5)^2}$, המוגדרת בתחום $x \neq 5$.

a הוא פרמטר חיובי.

נתון כי בנקודה שבה $x = 7$, שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא -2.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 8$, וענו על הסעיפים ב-ה.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תחום ההגדרה של פונקצית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקצית הנגזרת $f'(x)$.

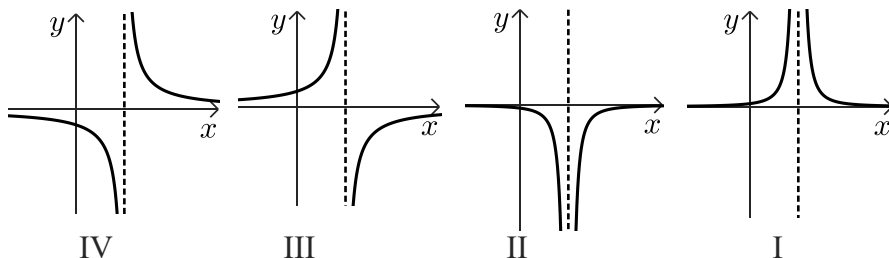
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקצית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 4$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .

נתונה הפונקציה $g(x) = f'(x) + 2$.

ה. בכמה גדול השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x = 4$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y , מן השטח שמצאתם בסעיף ד(2)? נמקו את תשובתכם.





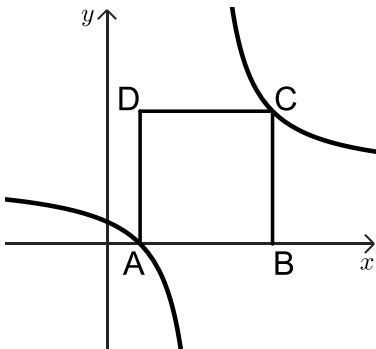
(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2\sqrt{4-x}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 (3) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 נתונה הפונקציה $g(x) = f(x+a)$, a הוא פרמטר.
 נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש נקודת מקסימום פנימית בנקודה שבה $x = 5.2$.
- ג. (1) מצאו את הערך של a . נמקו את תשובתכם.
 (2) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(8) בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4x-8}{x-6}$.



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ב. מצאו את שיעורי הנקודה A.
 הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x > 6$.
 מן הנקודה C העבירו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה B.
 הנקודה D נמצאת ברביע הראשון כך ש-ABCD הוא מלבן.
 נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C.
- ג. הביעו באמצעות t את היקף המלבן ABCD.
 ד. מצאו את הערך של t שבעבורו היקף המלבן ABCD הוא מינימלי.
 ה. האם ייתכן שהיקף המלבן ABCD הוא 36? נמקו את תשובתכם.



תשובות סופיות:

(1) א. $S = 80$ ב. לא ג. (1) 8.1% ג. (2) 26.4% ד. 2,268 נבחנים.

(2) א. (1) 25 מעלות צלזיוס א. (2) 3.416 מעלות צלזיוס ב. 0.969.

ג. $y = 0.162x - 1.55$ ד. I. גדל פי 3 ד. II. גדל פי 3 ה. $m = 0.486$.

(3) א. (1) 63% א. (2) 42% ב. 0.72 ג. $\frac{5}{12}$ ד. 558 משפחות.

(4) א. (1) שאלת הוכחה א. (2) שאלת הוכחה ב. (1) 12 יח"א.

ב. (2) $C(15, 9)$ ג. $y = -3x + 54$ ד. 105 יח"ר.

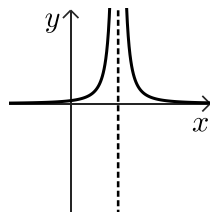
(5) א. (1) 10 יח"א א. (2) $C(-10, 12)$ ב. $y = \frac{1}{2}x + 12$ ג. $D(-36, -6)$.

ד. 8.13° ה. 70 יח"ר.

(6) א. $a = 8$ ב. (1) $(0, 0.32)$ ב. (2) $y = 0, x = 5$.

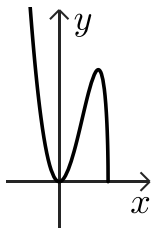
ב. (3) עליה: $x < 5$, ירידה: $x > 5$ ג. להלן סרטוט: ד. (1) גרף III.

ד. (2) 7.68 יח"ר ה. 8 יח"ר.



(7) א. (1) $x \leq 4$ א. (2) $(0, 0), (4, 0)$.

א. (3) $\min(0, 0), \max(3.2, 9.15), \min(4, 0)$ ב. להלן סרטוט:



ג. (1) $a = -2$ ג. (2) $x \leq 6$.

(8) א. (1) $x \neq 6$ א. (2) $y = 4, x = 6$ ב. (2, 0) ג. $2t - 4 + \frac{8t - 16}{t - 6}$.

ד. $t = 10$ ה. כן.

כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 58

שאלון 471 - בגריות שנת 2025

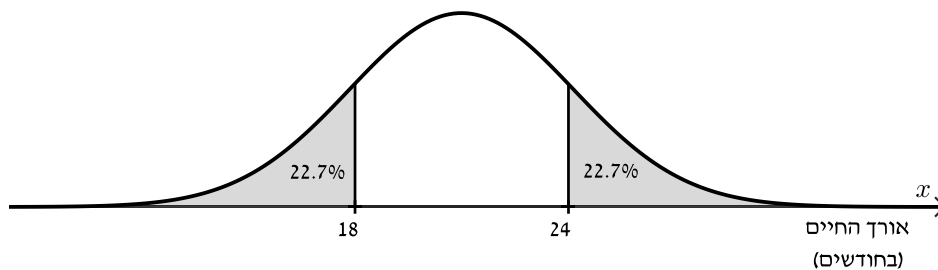
8	מועד חורף
14	קיץ מועד א
20	קיץ מועד ב

בגרות חורף 2025:

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

- (1) אורך החיים של טלפונים שמייצרים במפעל מסוים מתפלג נורמלית.
לפניכם גרף ההתפלגות הנורמלית ועליו חלק מנתוני אורך החיים (בחודשים).



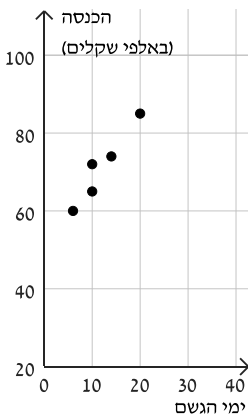
- א. מצאו את ממוצע אורך החיים של הטלפונים ואת סטיית התקן.
 - ב. מהו אורך החיים הגדול ביותר של טלפון שנחשב פגום?
בחדש מסוים ייצרו במפעל 2,000 טלפונים.
 - ג. על פי גרף ההתפלגות הנורמלית, לכמה מן הטלפונים שייצרו בחדש זה יש אורך חיים גדול מ-26 חודשים?
 - ד. מהו ממוצע אורך החיים החדש של הטלפונים ומהי סטיית התקן החדשה, לאחר ההגדלה?
- (2) מצאו את אחוז הטלפונים שאורך החיים שלהם קטן מ-18 חודשים לאחר ההגדלה.



(2) בבית מרקחת א' בעיר מסוימת בדקה המנהלת במשך 5 חודשים את הקשר בין מספר ימי הגשם בחודש (המשתנה x) ובין ההכנסה החודשית של בית המרקחת (המשתנה y) באותו החודש.
בטבלה שלפניכם מוצגים הנתונים שאספה המנהלת.

החודש	ימי הגשם (המשתנה x)	ההכנסה (באלפי שקלים) (המשתנה y)
נובמבר	6	60
דצמבר	10	72
ינואר	20	85
פברואר	14	73
מרץ	10	65

א. מצאו את ממוצע ימי הגשם בחודש ואת סטיית התקן.



לפניכם דיאגרמת פיזור המתארת את y כתלות ב- x .
ממוצע ההכנסות החודשי (באלפי שקלים) של בית מרקחת א' הוא 71, וסטיית התקן היא 8.46.

אחד מן המספרים: 0.959, 0, -0.959 הוא מקדם המתאם r .

ב. קבעו איזה מהם הוא מקדם המתאם r , נמקו את קביעתכם.

ג. (1) מצאו את שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

(2) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

ד. על פי ישר הרגרסיה, מהו ניבוי ההכנסה בחודש שבו מספר ימי הגשם יהיה 15?

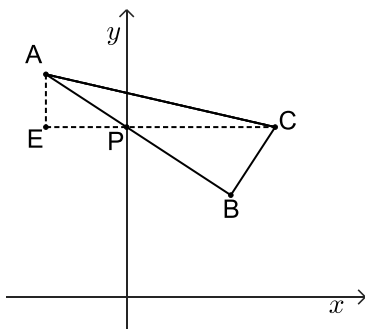
גם בבית מרקחת ב' באותה העיר בדקה המנהלת במשך אותם 5 חודשים את הקשר בין מספר ימי הגשם בחודש ובין ההכנסה החודשית של בית המרקחת.
המנהלת מצאה שבכל חודש הייתה ההכנסה של בית מרקחת ב' קטנה ב-20 אלף שקלים מן ההכנסה של בית מרקחת א'.

ה. כתבו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההכנסה החודשית (באלפי שקלים) של בית מרקחת ב' על פי מספר ימי הגשם בחודש.



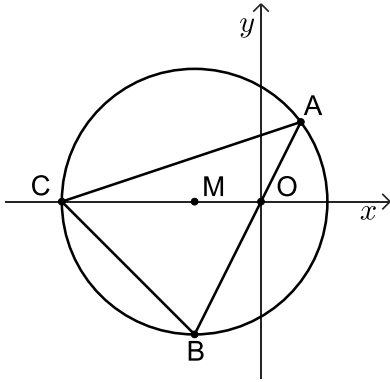
- (3) בשכבת י"א בבית ספר מסוים לומדים בנים ובנות.
לחלקם יש רישיון נהיגה ולשאר אין.
25% מתלמידי השכבה הם בנים שאין להם רישיון נהיגה.
ל- $\frac{1}{3}$ מן הבנים בשכבה יש רישיון נהיגה.
א. מצאו את אחוז הבנים בשכבה.
ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בן שיש לו רישיון נהיגה
שווה להסתברות לבחור באקראי מן השכבה בת שיש לה רישיון נהיגה.
ב. ידוע שנבחר באקראי תלמיד (בן או בת) מן השכבה שאין לו רישיון נהיגה.
מהי ההסתברות שהתלמיד שנבחר בן?
בשכבה זו יש 69 בנים.
ג. מצאו כמה תלמידים יש בשכבה סך הכול.
לשכבה הצטרפו 26 תלמידים חדשים (בנים ובנות).
בוחרים באקראי שני תלמידים מן השכבה בזה אחר זה (הוצאה ללא החזרה).
ההסתברות ששני התלמידים שנבחרו הם בנים היא $\frac{10}{77}$.
ד. מצאו כמה בנים הצטרפו לשכבה.

פרק שני - גאומטריה



- (4) ABC הוא משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).
הצלע AB חותכת את ציר ה-y בנקודה P.
נתון כי הישר CP מקביל לציר ה-x.
הנקודה E נמצאת על הישר CP כך ש- AE מקביל לציר ה-y
(ראו סרטוט).
א. הוכיחו כי $\triangle AEP \sim \triangle CBP$.
נתון: יחס הדמיון בין המשולש AEP ובין המשולש CBP
הוא $\frac{3}{5}$, $CP = 12.5$.
ב. מצאו את אורך הקטע AP.
נתון: $A(-6, 14)$, שיעור ה-y של הנקודה P קטן מ-14.
ג. מצאו את שיעורי הנקודות P ו-C.
ד. (1) מצאו את משוואת הצלע AB.
(2) מצאו את שיעורי הנקודה B.
(3) מצאו את שטח המרובע AEBC.





(5) משולש ABC חסום במעגל שמרכזו M, כמתואר בסרטוט.

נתון: $C(-15,0)$, $M(-5,0)$.

א. מצאו את משוואת המעגל.

נתון: משוואת הצלע AB היא: $y = 2x$.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-B.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

ג. מצאו את גודל הזווית ACO ואת גודל הזווית AOC.

ד. מצאו את שטח המשולש ABC.

הנקודה E נמצאת על הצלע AC כך ששטח המשולש EAB הוא 64.

ה. מצאו את אורך הקטע AE.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 + x + a}{x}$, $a \neq 0$ הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$

(אם יש כאלה).

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(2, 7.5)$.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 9$ וענו על סעיפים ג-ה.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

$g(x)$ היא פונקציה שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - 11$.

ה. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$.

(2) מצאו את שיעורי ה-x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.



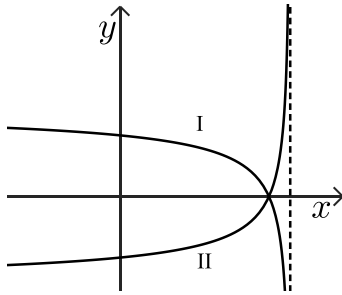


(7) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \leq 2$,

ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 2$.

לפונקציה יש נקודת קיצון פנימית אחת בלבד, מסוג מקסימום.

בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II, אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבעו איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = 4x + 2\sqrt{8-4x}$.

ב. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבעו את סוגן.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד,

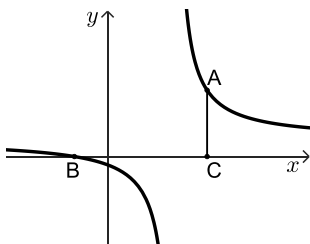
בחלקו השלילי.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = -3 \cdot f'(x)$.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .



(8) בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{x+2}{x-4}$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x כך שהקטע AC מקביל לציר ה- y .

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

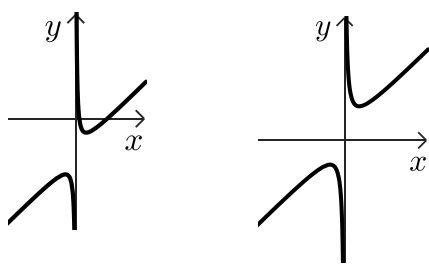
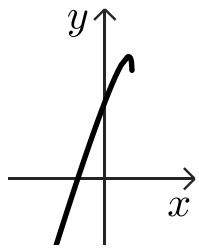
(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה שטח המשולש ABC הוא מינימלי.

(2) מצאו את השטח המינימלי של המשולש ABC.

תשובות סופיות:

- (1) א. ממוצע: 21 חודשים, סטיית תקן: 4 חודשים ב. 13.76 חודשים.
ג. 212 טלפונים ד. (1) ממוצע: 31.5 חודשים, סטיית תקן: 6 חודשים.
ד. (2) 1.22%.
- (2) א. ממוצע: 12, סטיית תקן: 4.733 ב. $r = 0.959$ ג. (1) 1.714
ג. (2) $y = 1.74x + 50.432$ ד. 76.142 שקלים ה. $y = 1.714x + 30.432$
- (3) א. 37.5% ב. $\frac{1}{3}$ ג. 184 ד. 7.
- (4) א. הוכחה ב. $AP = 7.5$ ג. $C(12.5, 9.5)$, $P(0, 9.5)$ ד. (1) $y = -0.75x + 9.5$
ד. (2) $B(8, 3.5)$ ד. (3) 97.125.
- (5) א. $(x+5)^2 + y^2 = 100$ ב. $B(-5, -10)$, $A(3, 6)$
ג. $\angle ACO = 18.435^\circ$, $\angle AOC = 116.565^\circ$ ד. 120 ה. $3.2\sqrt{10}$
- (6) א. (1) $x \neq 0$ א. (2) $x = 0$ ב. $a = 9$ ג. $\max(-3, -5)$, $\min(3, 7)$
ד. להלן סרטוט: ה. (1) להלן סרטוט:
ה. (2) $x_{\max} = 1$, $x_{\min} = 9$
- 
- (7) א. I ב. $\max(1.75, 9)$, $\min(2, 8)$ ג. $(-2, 0)$
ד. להלן סרטוט: ה. $27 - 12\sqrt{2} \approx 10.029$
- 
- (8) א. (1) $x \neq 4$ א. (2) $x = 4$, $y = 1$ ב. $B(-2, 0)$ ג. (1) $A(10, 2)$ ג. (2) 12.

בגרות קיץ 2025 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות



- 1) בבית ספר מסוים נערכה תחרות קפיצה לרוחק. התוצאות שהשיגו המשתתפים בתחרות התפלגו נורמלית. מרחק הקפיצה הממוצע היה 4.2 מטרים. 69.2% מן המשתתפים קפצו למרחק קטן מ-4.5 מטרים. א. מצאו את סטיית התקן של מרחק הקפיצה. המשתתפים שמרחק הקפיצה שלהם היה גדול מ-5.16 מטרים זכו במדליה. ב. מהו אחוז המשתתפים שזכו במדליה? נתון כי 11 משתתפים זכו במדליה. ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה משתתפים התחרו בקפיצה לרוחק? בבית הספר נערכה גם תחרות קפיצה לגובה. גם בתחרות זו התוצאות שהשיגו המשתתפים התפלגו נורמלית. גובה הקפיצה הממוצע היה 1.5 מטרים, וסטיית התקן הייתה 0.2 מטר. אלון השתתף בשתי התחרויות. התוצאה שלו בקפיצה לרוחק הייתה 4.8 מטרים ובקפיצה לגובה 1.75 מטרים. ד. באיזו מן התחרויות, קפיצה לרוחק או קפיצה לגובה, הייתה התוצאה של אלון מדורגת במקום גבוה יותר בהשוואה למשתתפים האחרים? נמקו את תשובתכם.



(2) מתווך דירות רצה לבדוק את הקשר הליניארי בין שטח הדירות שנמכרו בחודש האחרון בשכונה מסוימת (המשתנה x), לבין המחיר שבו הן נמכרו (המשתנה y). בטבלה שלפניכם מופיעים הנתונים של 5 דירות שבדק המתווך.

שטח הדירה (מ"ר)- המשתנה x	מחיר הדירה (במיליוני שקלים)- המשתנה y
82	1
90	1.8
98	2.7
112	3.4
118	4.6

- א. (1) מצאו את הממוצע של שטח הדירות.
 - (2) מצאו את סטיית התקן של שטח הדירות.
- המתווך חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של המשתנה y , ומצא כי $\bar{y} = 2.7$, $S_y = 1.249$.
- ב. מצאו את מקדם המתאם r בין שני המשתנים.
 - ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לינבוי y על פי x .
 - ד. על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למחיר של דירה שהשטח שלה הוא 95 מ"ר?
- עקב עליית המחירים במשק, גדל המחיר של כל דירה ב-0.2 מיליון שקלים.
- ה. קבעו בעבור כל אחד מן המדדים (1)-(2) שלפניכם, אם הערך שלו גדל, קטן או לא השתנה. נמקו את קביעותיכם.
- (1) סטיית התקן של המשתנה y .
 - (2) מקדם המתאם r .

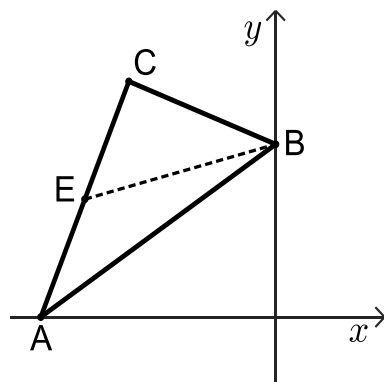


- (3) חלק מן התלמידים בשכבת י"א בבית ספר מסוים הם בנים והשאר הן בנות.
חלק מן התלמידים בשכבה מתנדבים והשאר אינם מתנדבים.
75% מתלמידי השכבה מתנדבים.
 $\frac{3}{5}$ מן התלמידים שמתנדבים הם בנות.
נתון כי מספר הבנות שמתנדבות גדול פי 3 ממספר הבנות שאינן מתנדבות.
א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מן השכבה בת שמתנדבת?
ב. מצאו את אחוז הבנים בשכבה.
בוחרים באקראי תלמיד מן השכבה.
ג. ידוע שהתלמיד שנבחר הוא בן. מהי ההסתברות שהוא מתנדב?
בכתבה שהכינה דנה לעיתון השכבה היא כתבה:
"אחוז המתנדבות מבין הבנות בשכבה גדול מאחוז המתנדבים מבין הבנים בשכבה".
ד. האם המשפט שכתבה דנה נכון? נמקו את תשובתכם.

פרק שני - גאומטריה



- (4) בסרטוט שלפניכם משולש ישר זווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$).



- הקודקוד B נמצא על ציר ה- y .
נתון כי שיעורי הקודקוד A הם $(-16, 0)$,
ומשוואת הצלע CB היא: $y = -\frac{2}{5}x + 11$.
א. מצאו את משוואת הצלע AC.
ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.
BE הוא תיכון לצלע AC.
ג. (1) מצאו את אורך הקטע EC.
(2) מצאו את גודל הזווית CEB.
הנקודה K נמצאת על הקטע EB.
נתון: שטח המשולש AEK הוא 30.
ד. מצאו את אורך הקטע EK.



5) בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו M.

המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה-x בנקודה A.

הנקודה B נמצאת על המעגל כך ש-AB הוא קוטר במעגל.

דרך הנקודה B העבירו משיק למעגל, החותך את ציר ה-x בנקודה C.

נתון כי משוואת המעגל היא $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 100$.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ב. מצאו את משוואת המשיק AB.

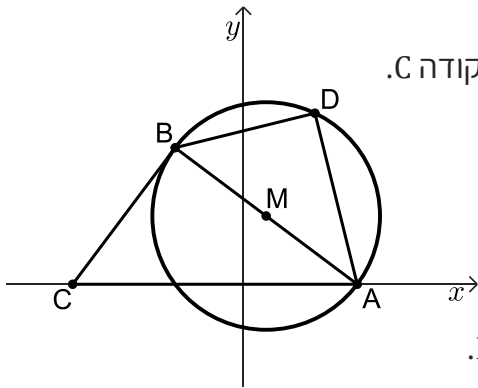
ג. מצאו את אורך הצלע AC.

הנקודה D נמצאת על המעגל כך ש-AB חוצה את הזווית DAC.

ד. (1) הסבירו מדוע $\angle ADB = 90^\circ$.

(2) הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle ADB$.

ה. מצאו פי כמה גדול שטח המשולש ABC משטח המשולש ADB.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} + 1$, המוגדרת לכל x.

א. מצאו את משוואת האסימפטוטה המקבילה לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה-x.

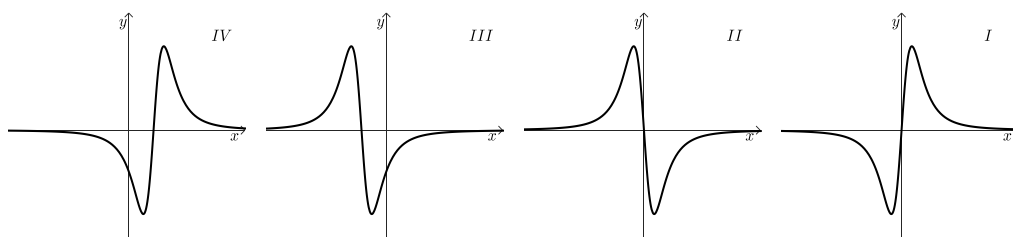
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) קבעו איזה מבין הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה-x,

ועל ידי הישרים $x = -2$, $x = 2$.

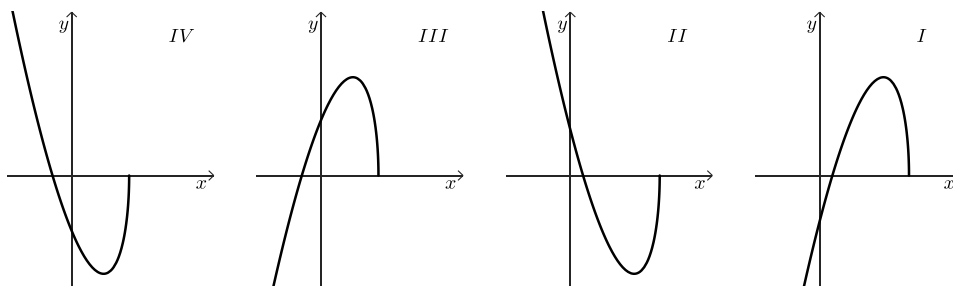




(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = (3x-6)\sqrt{14-x}$.

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x+5)$, המוגדרת בתחום $x \leq 9$.
- (1) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקציה $g(x)$.
נמקו את קביעתכם.

(2) מה הם שיעורי נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $g(x)$?



(8) בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{a}{x-4}$ המוגדרת בתחום $x \neq 4$.

a הוא פרמטר שונה מ-0.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

דרך הנקודה A העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק הוא -1.5.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 24$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ג.

ב. מצאו את משוואת המשיק.

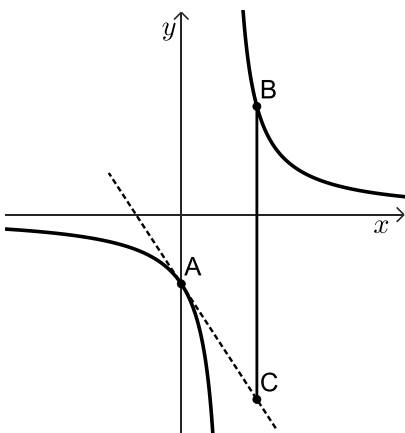
הנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$, בתחום $x > 4$.

הנקודה C נמצאת על המשיק כך שהקטע BC מקביל לציר ה- y .

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה B.

ג. (1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע BC.

(2) מצאו את הערך של t שבעבורו אורך הקטע BC הוא מינימלי.



תשובות סופיות:

(1) א. 0.6 מטרים ב. 5.5% ג. 200 משתתפים ד. קפיצה לגובה.

(2) א. (1) 100 מ"ר א. (2) 13.39 מ"ר ב. $r = 0.983$ ג. $y = 0.092x - 6.5$.

ד. 2.24 מיליון שקלים ה. (1) ללא שינוי ה. (2) ללא שינוי.

(3) א. 0.45 ב. 40% ג. 0.75 ד. לא נכון.

(4) א. $y = 2.5x + 40$ ב. $C(-10, 15)$ ג. (1) $EC = 8.077$.

ג. (2) $\angle CEB = 53.13^\circ$ ד. $EK = 9.285$.

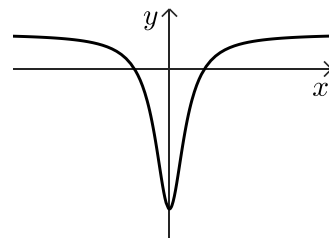
(5) א. $A(10, 0)$ ב. $y = \frac{3}{4}x + 20$ ג. $AC = 25$.

ד. (1) ראו סרטון ד. (2) שאלת הוכחה ה. $\frac{S_{ABC}}{S_{ADB}} = \frac{25}{16}$.

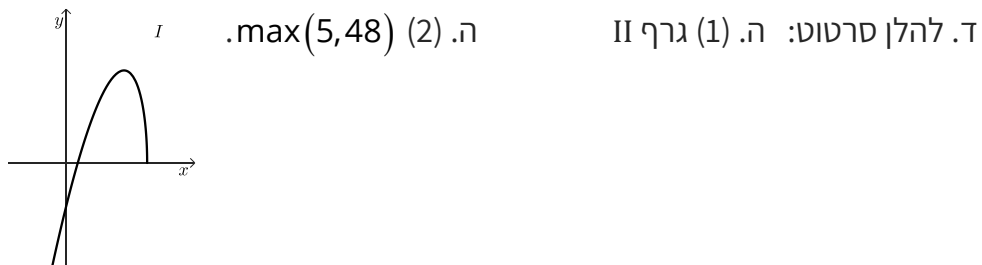
(6) א. $y = 2$ ב. (1) $\min(0, -8)$.

ב. (2) תחומי עליה: $x > 0$, תחומי ירידה: $x < 0$ ג. $(-2, 0)$, $(2, 0)$.

ד. להלן סרטוט: ה. (1) גרף I ה. (2) $S = 16$.



(7) א. $x \leq 14$ ב. $(0, -22.45)$, $(2, 0)$, $(14, 0)$ ג. $\min(14, 0)$, $\max(10, 48)$.



(8) א. $a = 24$ ב. $y = -1.5x - 6$ ג. (1) $BC = \frac{24}{t-4} + 1.5t + 6$ ג. (2) $t = 8$.

בגרות קיץ 2025 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות



- 1** ציונים במבחן כניסה לאוניברסיטה מתפלגים נורמלית וסטיית התקן היא 8.
- 93.3% מן הנבחנים קיבלו ציון נמוך מ-92.
- א. מצאו את ממוצע הציונים במבחן.
- 44% מן הנבחנים, אלה שהציונים שלהם היו הגבוהים ביותר, התקבלו לאוניברסיטה.
- ב. האם נבחן שהציון שלו 82 התקבל לאוניברסיטה? נמקו את תשובתכם.
- חלק מן הנבחנים מוגדרים מצטיינים, והשאר אינם מוגדרים מצטיינים.
- נבחנים שהציון שלהם גבוה מ-90 מוגדרים מצטיינים.
- ג. מצאו כמה אחוזים מן הנבחנים התקבלו לאוניברסיטה, והם אינם מצטיינים.
- 2,338 נבחנים התקבלו לאוניברסיטה, והם אינם מצטיינים.
- ד. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה נבחנים סך הכול ניגשו למבחן הכניסה? לנבחנים שלא התקבלו לאוניברסיטה הייתה אפשרות לגשת למבחן נוסף.
- גם הציונים במבחן הנוסף מתפלגים נורמלית והממוצע שלהם הוא 81.
- נדב ניגש לשני המבחנים והציון שלו בכל אחד מהם הוא 72.
- ציון התקן של נדב בשני המבחנים זהה.
- ה. מצאו את סטיית התקן במבחן הנוסף.



(2) יואב בדק את הקשר הליניארי בין מרחק הריצה שלו (המשתנה x) לבין מהירות הריצה שלו (המשתנה y) ב-6 מסלולים שונים א'-ו'. הנתונים מוצגים בטבלה שלפניכם.

המסלול	מרחק הריצה (ק"מ) - המשתנה x	מהירות הריצה (קמ"ש) - המשתנה y
א'	2	13
ב'	4.5	12
ג'	6	12.5
ד'	7	?
ה'	8	9.5
ו'	8.5	8

א. חשבו את מרחק הריצה הממוצע של יואב ב-6 המסלולים.

ב. הראו כי סטיית התקן של מרחק הריצה של יואב ב-6 המסלולים היא $S_x = \sqrt{\frac{59}{12}}$.

יואב מצא כי ממוצע מהירות הריצה שלו ב-6 המסלולים שווה למהירות הריצה שלו במסלול ד'.

ג. חשבו את מהירות הריצה של יואב במסלול ד'.

נתונים המספרים: 0.95, 0.24, -1, -0.86 אחד מהם הוא מקדם המתאם r .

ד. קבעו איזה מן המספרים הוא מקדם המתאם r , נמקו את קביעתכם.

יואב חישב את סטיית התקן של מהירות הריצה שלו ב-6 המסלולים ומצא כי $S_y = \sqrt{\frac{37}{12}}$.

ה. (1) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

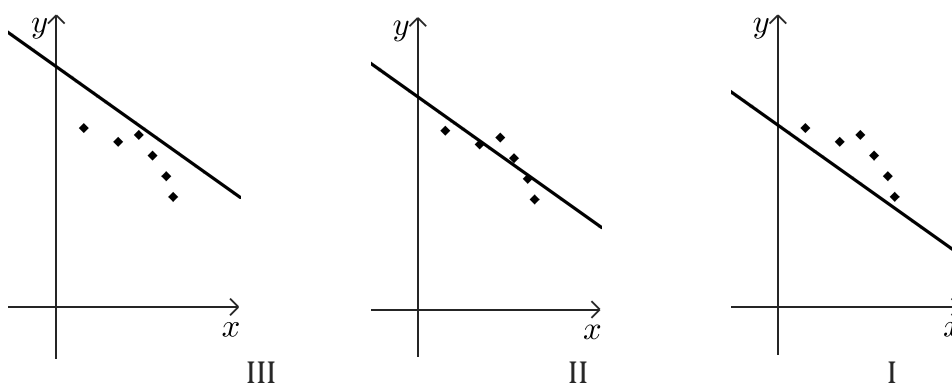
(2) על פי ישר הרגרסיה, מהו הניבוי למהירות הריצה של יואב למרחק של 4 ק"מ?

לפניכם שלוש דיאגרמות פיזור III-I.

הנקודות בכל אחת מן הדיאגרמות מתארות את נתוני הריצה של יואב ב-6 המסלולים.

ו. קבעו באיזו מן הדיאגרמות III-I מסורטט ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ה'.

נמקו את קביעתכם.



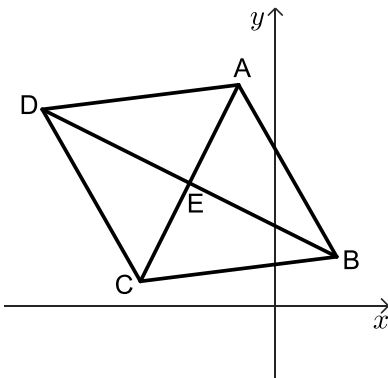


- (3) בשתי מגירות א' ו-ב' יש שני סוגי פירות: תפוחים ואגסים.
במגירה א' יש 7 תפוחים ו-11 אגסים.
במגירה ב' יש 4 תפוחים ו-6 אגסים.
מוציאים באקראי פרי אחד ממגירה א' ואחר כך מוציאים באקראי פרי אחד ממגירה ב'.
א. מהי ההסתברות להוציא שני פירות מסוגים שונים?
ב. (1) מהי ההסתברות להוציא לפחות תפוח אחד?
(2) ידוע שהוציאו לפחות תפוח אחד. מהי ההסתברות שהוציאו שני תפוחים?
החזירו כל פרי למגירה שממנה הוציאו אותו.
העבירו משתי המגירות את כל הפירות למגירה ג', שהייתה ריקה.
לאחר מכן הוסיפו x תפוחים למגירה ג'.
מוציאים באקראי שני פירות בזה אחר זה (ללא החזרה) ממגירה ג'.
נתון כי ההסתברות להוציא שני אגסים היא $\frac{8}{35}$.
ג. מצאו את הערך של x .

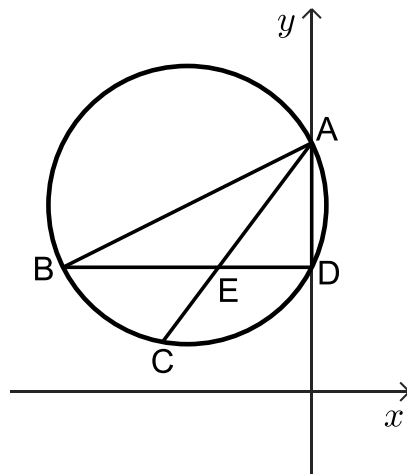
פרק שני - גאומטריה



- (4) בסרטוט שלפניכם מעוין ABCD. אלכסוני המעוין נפגשים בנקודה E.



- נתון כי משוואת הצלע AB היא $y = -1.75x + 12.75$,
שיעור ה- x של הקודקוד A הוא -3,
ושיעורי הקודקוד C הם $(-11, 2)$.
א. (1) מצאו את שיעורי הנקודה E.
(2) מצאו את שיפוע האלכסון AC.
ב. (1) מצאו את משוואת האלכסון BD.
(2) מצאו את שיעורי הקודקוד B.
ג. מצאו את גודל הזווית ABE.
הנקודה G נמצאת על הקטע DE כך שגודל הזווית GAB הוא 97° .
ד. מצאו את אורך הקטע GE.



(5) נתון מעגל החותך את החלק החיובי של ציר ה- y בנקודות A ו-D, כמתואר בסרטוט.

AC ו-BD הם מיתרים במעגל הנחתכים בנקודה E.

נתון כי המיתר BD מקביל לציר ה- x .

א. (1) הסבירו מדוע AB הוא קוטר במעגל.

(2) הוכיחו כי: $\angle CBD = \angle DAC$.

נתון: $BE = AE$.

ב. הוכיחו כי: $\triangle CBE \cong \triangle DAE$.

נתון: $AE = 12.5$, $E(-7.5, 10)$.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

הנקודה M היא מרכז המעגל.

ד. מצאו את משוואת המעגל.

ה. (1) מהו אורך הצלע BC? נמקו את תשובתכם.

(2) חשבו את היקף המרובע BCEM.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{12x}{(x+4)^2}$



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

הישר $y = k$ וגרף הפונקציה $f(x)$ נפגשים בנקודה אחת בדיוק $k > 0$.

ג. מצאו את הערך של k .

נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + 1$.

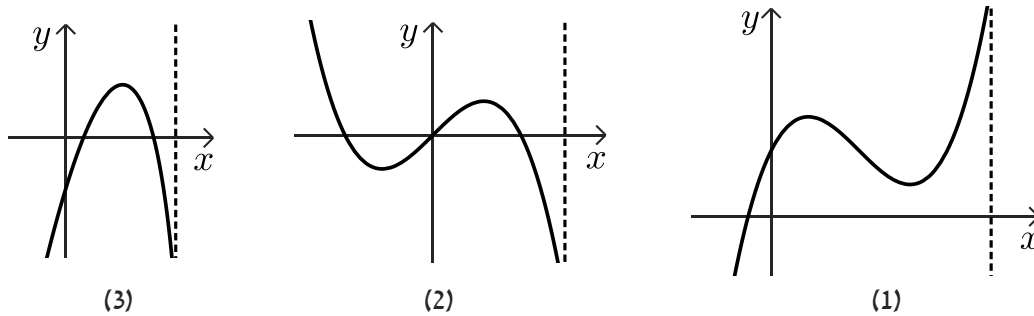
ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$.

(2) בעבור הערך של k שמצאתם, כמה נקודות משותפות יש לישר $y = k$

ולגרף הפונקציה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.



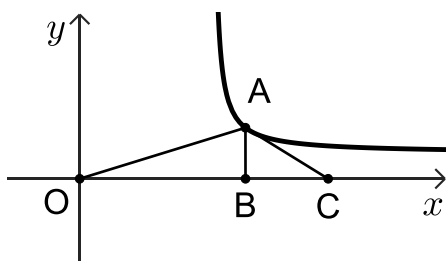
- (7) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $x \leq 1.5$,
ופונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרת בתחום $x < 1.5$.
לפונקציה $f(x)$ יש בדיוק שתי נקודות קיצון פנימיות.
לפניכם שלושה גרפים (1)-(3). אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



- א. קבעו איזה מן הגרפים (1)-(3) מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$ נמקו את קביעתכם.
נתון: $f(x) = (x^2 + 1) \cdot \sqrt{3 - 2x}$.
ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.
(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ה. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

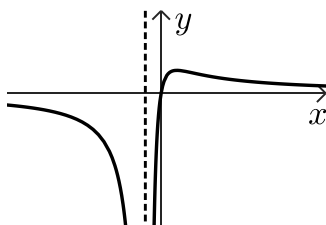
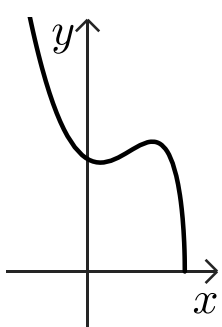


- (8) בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \frac{x-6}{x-8}$ בתחום $x > 8$.



- הנקודה 0 היא ראשית הצירים.
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x > 8$.
מן הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x , החותך אותו בנקודה B.
הנקודה C נמצאת על ציר ה- x מימין לנקודה B.
נתון: $OB = 2 \cdot BC$.
נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.
א. (1) הביעו באמצעות t את אורך הקטע OC.
(2) הביעו באמצעות t את שטח המשולש AOC.
ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המשולש AOC הוא מינימלי.

תשובות סופיות:

- (1) א. 80 ב. כן ג. 33.4% ד. 7000 ה. $S = 9$
- (2) א. 6 ק"מ ב. שאלת הוכחה ג. 11 קמ"ש ד. $r = -0.86$
- ה. (1) $y = -0.681x + 15.09$ ה. (2) 12.37 קמ"ש ו. ישר II.
- (3) א. $\frac{43}{90}$ ב. (1) $\frac{19}{30}$ ב. (2) $\frac{14}{57}$ ג. $x = 7$
- (4) א. (1) $E(-7, 10)$ א. (2) 2 ב. (1) $y = -\frac{1}{2}x + 6.5$
- ב. (2) $B(5, 4)$ ג. 33.69° ד. 7.69 יח"א.
- (5) א. (1) שאלת הוכחה א. (2) שאלת הוכחה ב. שאלת הוכחה.
- ג. $A(0, 20), B(-20, 10)$ ד. $(x+10)^2 + (y-15)^2 = 125$
- ה. (1) 10 יח"א ה. (2) 34.27 יח"א.
- (6) א. (1) $x \neq -4$ א. (2) $y = 0, x = -4$ א. (3) $(0, 0)$ א. (4) $\max\left(4, \frac{4}{3}\right)$
- ב. להלן סרטוט: ג. $k = \frac{3}{4}$ ד. (1) $y = 1, x = -4$ ד. (2) 2 נקודות.
- 
- (7) א. גרף 3 ב. $(0, \sqrt{3}), (1.5, 0)$
- ג. (1) מינימום קצה: $(1.5, 0)$, מקסימום: $(1, 2)$, מינימום: $(0.2, 1.68)$.
- ג. (2) עליה: $0.2 < x < 1$, ירידה: $1 < x < 1.5$, $x < 0.2$.
- ד. להלן סרטוט: ה. 0.323
- 
- (8) א. $OC = 1.5t$ ב. $\frac{3t-18t}{4t-32}$ ג. $t = 12$

כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 59

שאלון 471 - בגריות שנת 2024

26	מועד חורף
32	קיץ מועד א
38	קיץ מועד ב

בגרות חורף 2024:

יש לענות על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות



(1)

- משקלי התינוקות שנולדים בעיר מסוימת מתפלגים נורמלית.
נתון כי המשקל הממוצע של התינוקות שנולדים בעיר זו הוא 3.4 ק"ג.
96.41% מן התינוקות בעיר זו נולדים במשקל נמוך מ-5.02 ק"ג.
א. מצאו את סטיית התקן של משקל התינוקות שנולדים בעיר זו
אורי נולד בעיר זו במשקל נמוך ממשקלם של 9% מן התינוקות שנולדים בה.
ב. מצאו את המשקל שבו נולד אורי.
משקל הנמוך מ-1.5 ק"ג נחשב למשקל נמוך מאוד לתינוק שנולד.
ג. (1) מהו אחוז התינוקות שנולדים במשקל נמוך מאוד בעיר זו?
(2) בשנה מסוימת נולדו בעיר זו 20,000 תינוקות. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית,
כמה מן התינוקות האלה נולדו במשקל נמוך מאוד?
שחר נולד בעיר אחרת, באותו המשקל שבו נולד אורי.
משקל התינוקות בעיר שבה נולד שחר מתפלגים נורמלית עם סטיית תקן של 0.8.
משקל הלידה של שחר ומשקל הלידה של אורי הם בעלי אותו ציון תקן.
ד. מצאו את המשקל הממוצע של התינוקות בעיר שבה נולד שחר.

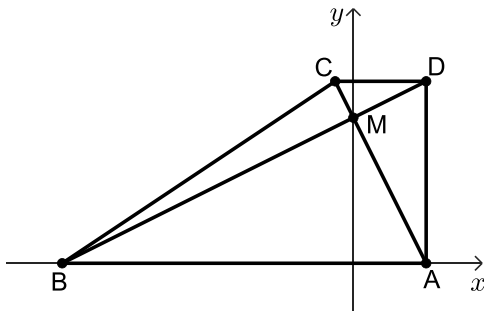


- (2) דן ערך מחקר. הוא בדק את הקשר בין אחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה ב-12 מדינות (משתנה x) ובין אחוז הילדים בני 0-14 באותן המדינות (משתנה y).
דן רצה למצוא ישר רגרסיה לניבוי y לפי x . הוא חישב את הממוצע ואת סטיית התקן של אחוז הגידול השנתי של האוכלוסיות, וכן את מקדם המתאם בין שני המשתנים, וקיבל את התוצאות האלה: $r = 0.871$, $s_x = 0.683$, $\bar{x} = 0.465$.
דן מצא כי משוואת הרגרסיה היא: $y = 11.3x + 16.3$.
א. (1) מצאו את הממוצע של אחוז הילדים באותן המדינות (הממוצע של המשתנה y).
(2) מצאו את סטיית התקן של אחוז הילדים באותן המדינות.
במדינה מסוימת נתון כי גודל האוכלוסייה נשאר קבוע (אין גידול שנתי באוכלוסייה שלה).
ב. על פי ישר הרגרסיה, מהו אחוז הילדים במדינה זו?
נתונה מדינה נוספת, שאחוז הגידול השנתי של האוכלוסייה שלה הוא 2.
ג. האם אפשר להסיק כי אחוז הילדים במדינה זו הוא בדיוק 38.9? נמקו את תשובתכם.



- (3) חנן משחק במשחק קליעה למטרה. במשחק זה יש שתי תוצאות אפשריות בלבד: קליעה או החטאה.
ההסתברות שחנן יקלע בניסיון הראשון היא $\frac{3}{5}$.
ההסתברות שחנן יקלע בניסיון השני תלויה בתוצאה של הניסיון הראשון:
אם חנן קולע בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{2}{3}$.
אם חנן מחטיא בניסיון הראשון, ההסתברות שהוא יקלע בניסיון השני היא $\frac{7}{16}$.
לחנן יש שני ניסיונות קליעה למטרה.
א. מהי ההסתברות שחנן החטיא בניסיון הראשון וקלע בניסיון השני?
ב. (1) מהי ההסתברות שחנן קלע פעם אחת לפחות?
(2) ידוע שחנן קלע פעם אחת לפחות. מהי ההסתברות שהוא קלע פעם אחת בדיוק?
גם לדני יש שני ניסיונות קליעה למטרה.
ההסתברות שדני יקלע כל אחד מן הניסיונות היא p .
נתון כי ההסתברות שדני יקלע פעם אחת בדיוק שווה להסתברות שחנן יקלע פעם אחת בדיוק.
ג. מצאו את p (את שתי האפשרויות).

פרק שני - גאומטריה



(4) נתון טרפז ישר זווית ABCD ($AD \perp AB$, $AB \parallel DC$).

הקודקודים A ו-B נמצאים על ציר ה- x , כמתואר בסרטוט. אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה M, שנמצאת על ציר ה- y .

נתון: האלכסון AC מאונך לאלכסון BD.

משוואת הישר AC היא: $y = -2x + 8$.

א. מצאו את משוואת הישר BD.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים: A, B, D.

ג. (1) חשבו את גודל הזווית ABD.

(2) חשבו את גודל הזווית BCD.

ד. מצאו את שטח המשולש BCD.

הנקודה F נמצאת על המשך הצלע CD כך ששטח המשולש BFC גדול פי 2 משטח המשולש BCD.

ה. מצאו את שיעורי הנקודה F (מצאו את אחת משתי האפשרויות).



(5) נתון מעגל שמרכזו M נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y . הנקודה O היא ראשית הצירים.

המעגל משיק לציר ה- x וחותר את ציר ה- y בנקודה C, כמתואר בסרטוט.

דרך הנקודה D שעל המעגל העבירו משיק למעגל.

המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה B ואת ציר ה- y בנקודה A.

נתון כי משוואת המשיק היא: $4x + 3y = 40$.

א. מצאו את אורך הקטע AB.

ב. הוכיחו כי המרובע OMDB הוא דלתון.

ג. (1) הוכיחו: $\triangle ADM \sim \triangle AOB$.

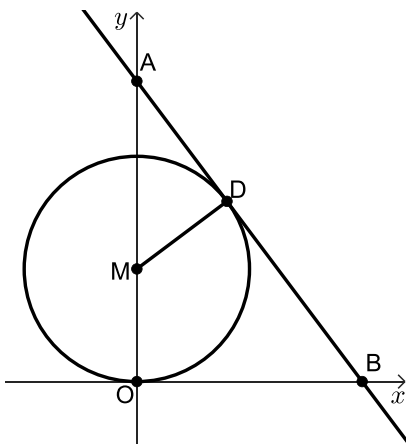
(2) מצאו את רדיוס המעגל.

ד. מצאו את משוואת המעגל.

ה. האם הדלתון OMDB בר חסימה במעגל?

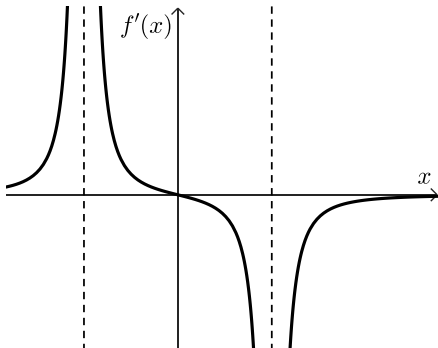
אם כן – מצאו את השיעורים של מרכז המעגל החוסם את הדלתון.

אם לא – הסבירו מדוע.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש



6 הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום: $x \neq \pm 4$.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת באותו התחום.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x רק בנקודה $(0,0)$.

א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ב. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אופקית שמשוואתה היא: $y = 2$.

אחד מן הביטויים III-I שלפניכם מייצג את הפונקציה $f(x)$.

$$\text{I. } \frac{x^2}{x^2+16} + 1 \quad \text{II. } \frac{x^2}{x^2-16} + 2 \quad \text{III. } \frac{x^2}{x^2-16} + 1$$

ג. קבעו איזה מן הביטויים III-I מייצג את הפונקציה $f(x)$.
נמקו את קביעתכם.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

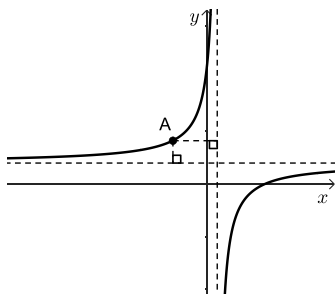
ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר: $x = 2$.

(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-2x+10}$.



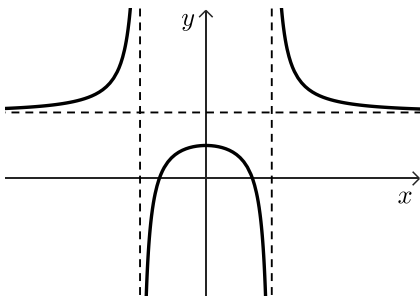
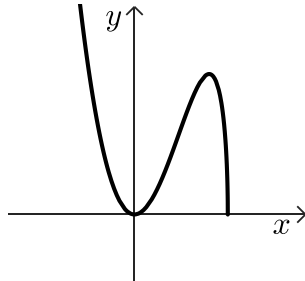
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) - c$, c הוא פרמטר חיובי.
 הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
 גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר: $y = 20$.
 ה. מצאו את הערך של c .

(8) לפניכם סרטוט של גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{9}{1-x} + 2$, המוגדרת לכל $x \neq 1$.



- מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע השני, העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, כך שהאסימפטוטות והאנכים יוצרים מלבן.
 ב. מצאו את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.
 ג. חשבו את שטח המלבן בעבור שיעורי הנקודה A שמצאתם בסעיף ב.

תשובות סופיות:

- (1) א. 0.9 ק"ג ב. 4.606 ק"ג ג. (1) 1.74% ג. (2) 348 תינקות.
ד. 3.534 ק"ג
- (2) א. (1) 21.55 א. (2) 8.86 ב. 16.3% ג. לא ניתן.
- (3) א. $\frac{7}{40}$ ב. (1). $\frac{31}{40}$ ג. $p = \frac{3}{4}$ או $p = \frac{1}{4}$ (2). $\frac{15}{31}$
- (4) א. $y = \frac{1}{2}x + 8$ ב. $A(4,0), B(-16,0), C(-1,10), D(4,10)$
ג. (1) $\angle ABD = 26.57^\circ$ ג. (2) $\angle BCD = 146.31^\circ$ ד. 25.
ה. $F(-11,10)$ או $F(9,10)$
- (5) א. $16\frac{2}{3}$ ב. שאלת הוכחה ג. (1) שאלת הוכחה ג. (2) 5.
ד. $x^2 + (y-5)^2 = 25$ ה. המרובע בר חסימה, $(5,2.5)$.
- (6) א. $x = 0$, מקסימום. ב. תחומי עלייה: $-4 < x < 0$ או $x < -4$,
תחומי ירידה: $x > 4$ או $0 < x < 4$. ג. ביטוי III.
ד. $(-\sqrt{8},0), (\sqrt{8},0), (0,1)$ ה. להלן סרטוט:
ו. $S = \frac{1}{3}$
- 
- (7) א. $x \leq 5$ ב. $(0,0), (5,0)$ ג. $\min(5,0), \max(4,16\sqrt{2}), \min(0,0)$ ד. להלן סרטוט: $c = 2.62$.
- 
- (8) א. $y = 2, x = 1$ ב. $A(-2,5)$ ג. $S = 9$

בגרות קיץ 2024 מועד א':

יש לענות על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

- (1) במפעל מסוים אורזים מלפפונים על פי אורכם. האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית. כל המלפפונים שאורכם קטן מ-12 ס"מ נארזים בקופסאות שימורים רגילות. שאר המלפפונים נארזים בקופסאות שימורים גדולות.
- ידוע כי האורך הממוצע של מלפפונים הוא 10.56 ס"מ, וסטיית התקן היא 3 ס"מ.
- א. מצאו את אחוז המלפפונים שנארזים בקופסאות שימורים רגילות.
- התברר שיש ביקוש למלפפונים קצרים במיוחד, לכן הוחלט כי המלפפונים יעברו מיון מחדש. נמצא כי רבע מן המלפפונים שאורכם קטן מ-12 ס"מ נחשבים מלפפונים קצרים במיוחד.
- ב. (1) מצאו את אחוז המלפפונים הקצרים במיוחד.
- (2) מצאו את אורכו של המלפפון הארוך ביותר מבין המלפפונים הקצרים במיוחד.
- לאחר זמן מה הגיע למפעל משלוח חדש של מלפפונים.
- גם במשלוח זה האורכים של המלפפונים מתפלגים נורמלית.
- 50% מן המלפפונים במשלוח זה היו קצרים מ-11.5 ס"מ.
- 12.5% מן המלפפונים במשלוח זה היו ארוכים מ-14.26 ס"מ.
- ג. מצאו את סטיית התקן של אורכי המלפפונים במשלוח החדש.





(2)

סטטיסטיקאית ערכה מחקר בקרב זוגות.

היא החליטה לבדוק את הקשר בין מספר הילדים שיש לזוג (המשתנה x) ובין ההוצאה החודשית על דלק של הזוג (המשתנה y).

לצורך כך היא דגמה 4 זוגות ממאגר הנתונים שלה:

- זוג ללא ילדים שההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,500 שקלים.
 - זוג שיש לו ילד אחד, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 1,800 שקלים.
 - זוג שיש לו שלושה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 2,900 שקלים.
 - זוג שיש לו ארבעה ילדים, וההוצאה החודשית שלו על דלק היא 3,800 שקלים.
- א. סרטטו את דיאגרמת הפיזור המתאימה לארבעת הזוגות שבמדגם.

רשמו את ערכי הנקודות על הצירים.

הסטטיסטיקאית חישה את סטיית התקן של המשתנה y וקיבלה כי: $S_y = \sqrt{835,000}$.

ב. (1) מצאו את הממוצע של מספר הילדים שיש לזוג במדגם

ואת ההוצאה החודשית הממוצעת על דלק של זוג במדגם.

(2) חשבו את מקדם המתאם בין שני המשתנים.

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי ההוצאה החודשית על דלק לפי מספר הילדים.

בעקבות עליית מחירי הדלק, עלתה ב-6% ההוצאה החודשית של כל אחד מן הזוגות על דלק.

ד. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו גדל, קטן או לא השתנה.

(1) סטיית התקן של המשתנה y .

(2) מקדם המתאם r .



(3)

במתחם דירות יש שני סוגי דירות – דירות הפונות לכיוון הפארק ודירות הפונות לכיוון הכביש.

ההסתברות שדירה במתחם פונה לכיוון הפארק היא $\frac{3}{4}$.

חלק מן הדירות במתחם משופצות, והשאר אינן משופצות.

מספר הדירות המשופצות גדול פי 4 ממספר הדירות שאינן משופצות.

32% מן הדירות הפונות לכיוון הכביש הן דירות משופצות.

א. בוחרים באקראי דירה מבין כל הדירות במתחם.

(1) מהי ההסתברות לבחור דירה משופצת?

(2) מהי ההסתברות לבחור דירה שגם פונה לכיוון הכביש וגם משופצת?

ב. בוחרים באקראי דירה מבין הדירות שאינן משופצות.

מהי ההסתברות שדירה זו פונה לכיוון הכביש?

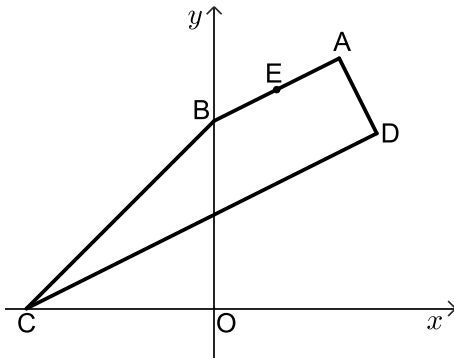
48 דירות במתחם גם פונות לכיוון הכביש וגם משופצות.

ג. מצאו כמה דירות במתחם גם פונות לכיוון הפארק וגם משופצות.

פרק שני - גאומטריה



(4) בסרטוט שלפניכם טרפז ישר זווית ABCD ($AB \parallel DC$, $\angle D = 90^\circ$).



- הקודקוד B נמצא על ציר ה- y ,
והקודקוד C נמצא על החלק השלילי של ציר ה- x .
הבסיס CD חותך את ציר ה- y בנקודה H.
נתון: הנקודה $E(2,7)$ נמצאת על הבסיס AB.
משוואת שוק הטרפז AD היא: $y = -2x + 16$.
א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.
נתון כי אורך השוק BC של הטרפז הוא $\sqrt{72}$.
ב. מצאו את שיעורי הקודקוד C.
ג. מצאו את גודל הזווית CBO (0 היא ראשית הצירים).
ד. (1) מצאו את משוואת הישר CD.
(2) מצאו את גודל הזווית CHB.
ה. חשבו את שטח המשולש CBE.



(5) הקטע AB הוא קוטר במעגל שמרכזו M.

הקטע CD משיק למעגל בנקודה A.

הנקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y ,
כמתואר בסרטוט.

AM הוא חוצה זווית CMD.

א. הוכיחו כי משולש CMD הוא שווה שוקיים.

נתון כי משוואת המעגל היא: $(x+3)^2 + (y-8)^2 = 45$

וכי שיעור ה- y של הנקודה B גדול מ-8.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-A.

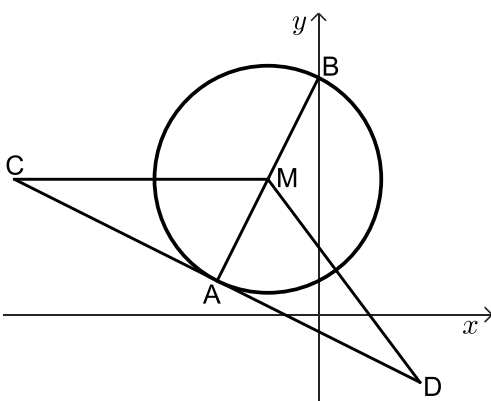
נתון כי הקטע CM מקביל לציר ה- x .

ג. מצאו את שיעורי הנקודה C.

הנקודה E היא אמצע הקטע CM, והנקודה F היא אמצע הקטע DM.

ד. (1) הוכיחו כי: $\triangle CMD \sim \triangle EMF$.

(2) חשבו את היחס בין שטח המשולש CMD ובין שטח המשולש EMF.



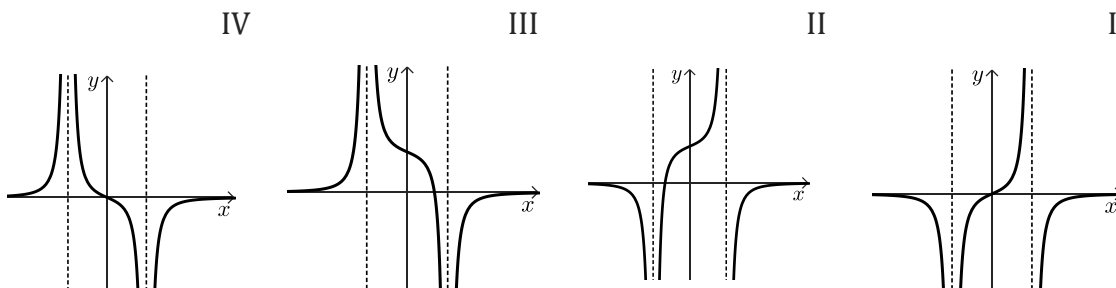
פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x^2}{x^2 - 9} + 4$

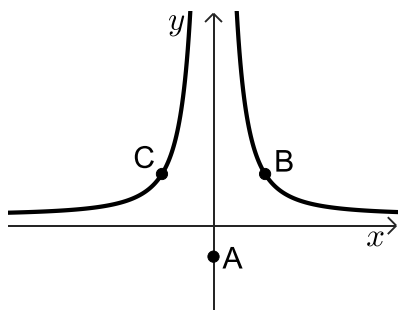


- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
נמקו את תשובתכם.
- ו. קבעו בעבור כל אחד מן ההיגדים (1)-(2) שלפניכם אם הוא נכון או לא נכון.
נמקו את קביעותיכם.
- (1) בכל נקודה בתחום: $x > 3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.
- (2) בכל נקודה בתחום: $x < -3$ שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא חיובי.





- (7) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{21-2x} + bx$, $b > 0$ הוא פרמטר.
ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(-14, 0)$.
א. מצאו את הערך של b .
הציבו: $b = \frac{1}{2}$ בפונקציה $f(x)$ וענו על סעיפים ב-ו.
ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .
ד. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
נתונה פונקציה $g(x)$, המקיימת: $g'(x) = -f(x)$.
הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
ו. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $g(x)$,
וקבעו את סוגה. נמקו את תשובתכם.



- (8) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{100}{x^2} + 1$.
נתונה הנקודה A, ששיעוריה הם $(0, -3)$.
הנקודות B ו-C נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$,
כמתואר בסרטוט.
הישר BC מקביל לציר ה- x .
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה B ב- t , $t > 0$.
א. הביעו באמצעות t את שיעורי הנקודות B ו-C.
ב. מצאו את ערכו של t שבעבורו שטח המשולש ABC הוא מינימלי.
ג. בעבור הערך של t שמצאתם בסעיף ב, מצאו את היקף המשולש ABC.

תשובות סופיות:

(1) א. 68.4% ב. (1) 17.1 ג. (2) 1.71 ס"מ ג. 2.4 ס"מ.

(2) א. ראו סרטון ב. (1) ממוצע הילדים: 2 ילדים, ממוצע ההוצאות: 2,500 ש"ח.

ב. (2) 0.986 ג. $y = 570x + 1360$ ד. (1) גדלה ד. (2) לא השתנתה.

(3) א. (1) $p = 0.8$ ב. (2) $p = 0.08$ ג. 432 דירות. ג. $p = 0.85$

(4) א. $B(0,6)$ ב. $C(-6,0)$ ג. $\angle CBO = 45^\circ$.

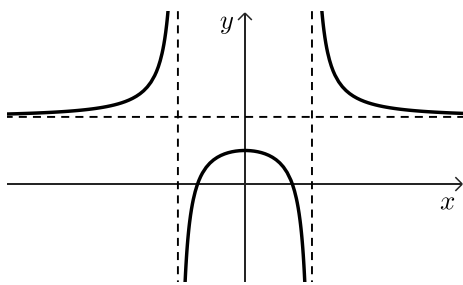
ד. (1) $y = \frac{1}{2}x + 3$ ד. (2) $\angle CHB = 116.57^\circ$ ה. 3.

(5) א. שאלת הוכחה ב. $A(-6,2)$, $B(0,14)$ ג. $C(-18,8)$.

ד. (1) שאלת הוכחה ד. (2) 4.

(6) א. (1) $x \neq -3$, $x \neq 3$ ב. $y = 6$, $x = -3$, $x = 3$ ג. $\max(0,4)$.

ד. להלן סרטוט:



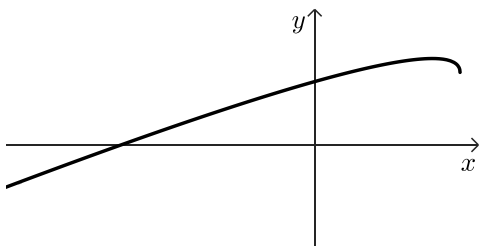
ג. $(\sqrt{6},0)$, $(-\sqrt{6},0)$, $(0,4)$

ה. גרף IV.

ו. (1) לא נכון (2) נכון.

(7) א. $b = \frac{1}{2}$ ב. $x \leq 10.5$ ג. $(0, \sqrt{21})$.

ד. $\max(8.5, 6.25)$, $\min(10.5, 5.25)$ ה. להלן סרטוט: ו. $x_{\max} = -14$.



ב. $t = 5$ ג. 28.87.

(8) א. $C\left(-t, \frac{100}{t^2} + 1\right)$, $B\left(t, \frac{100}{t^2} + 1\right)$.

בגרות קיץ 2024 מועד ב':

יש לענות על ארבע מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 25 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מארבע שאלות, ייבדקו רק ארבע התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות



- (1) במשתלה מסוימת האורכים של גבעולי פרחים מתפלגים נורמלית. הממוצע של אורך גבעולי הפרחים במשתלה הוא 20 ס"מ. במשתלה ממיינים את הפרחים לשלוש קבוצות:
- קבוצה א' – פרחים שאורך הגבעול שלהם קצר מ-22 ס"מ.
 - קבוצה ב' – פרחים שאורך הגבעול שלהם בין 22 ס"מ ל-26 ס"מ.
 - קבוצה ג' – שאר הפרחים.
- נתון כי שיעור הפרחים בקבוצה א' הוא 65.5%.
- א. מצאו את סטיית התקן של אורך גבעולי הפרחים במשתלה.
 - ב. מצאו מהו אחוז הפרחים שבקבוצה ג' מתוך כל הפרחים במשתלה.
- יום אחד היו במשתלה 2,000 פרחים סך הכול.
- במשתלה החליטו להכין זרים מכל הפרחים שבקבוצה ב' כך שבכל זר יהיו 10 פרחים.
- ג. על פי טבלת ההתפלגות הנורמלית, כמה זרים הכינו במשתלה ביום זה?
- במשתלה אחרת, שגם בה האורכים של גבעולי הפרחים מתפלגים נורמלית, אחוז הפרחים שאורך הגבעול שלהם ארוך מ-24 ס"מ שווה לאחוז הפרחים שבקבוצה ב'.
- ד. נתון כי סטיית התקן של אורך גבעולי הפרחים בשתי המשתלות זהה. מצאו את הממוצע של אורך גבעולי הפרחים במשתלה האחרת.



(2) לפניכם שלוש טבלאות שבהן מוצגים ערכים של שני משתנים, שנמדדו בתצפיות שונות: משתנה x ומשתנה y .

טבלה 3		טבלה 2		טבלה 1	
x	y	x	y	x	y
16	35	4	9	1	2
17	34	5	11	2	4
18	33	6	19	3	6
19	32	7	22	4	8
20	31	8	17	5	10

נסמן את מקדם המתאם בין x ל- y ב- r .

א. התאימו כל אחד מן ההיגדים III-I שלפניכם לטבלאות 1-3:

I. $0 < r < 1$

II. $r = 1$

III. $r = -1$

הנתונים בטבלה 2 מתייחסים לקבוצה של 5 ספורטאים.

בטבלה מתואר הקשר בין מספר הפעמים בשבוע שכל אחד מן הספורטאים מתאמן

(המשתנה x) ובין מספר השעות בשבוע שהוא מתאמן (המשתנה y).

נתון כי משוואת ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x היא: $y = 2.7x + b$, b הוא פרמטר.

ב. מצאו כמה פעמים בשבוע בממוצע מתאמן ספורטאי בקבוצה זו,

וכמה שעות בשבוע בממוצע הוא מתאמן.

ג. מצאו את ערך הפרמטר b .

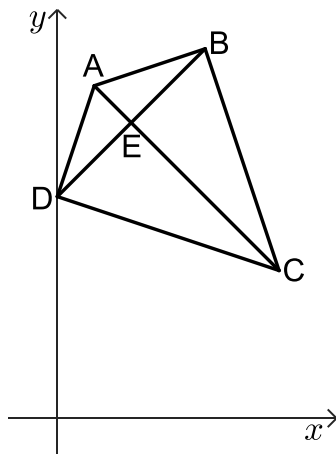
נתון כי היחס בין סטיות התקן של הנתונים בטבלה 2 הוא: $\frac{s_y}{s_x} = 3.45$.

ד. חשבו את הערך של r .

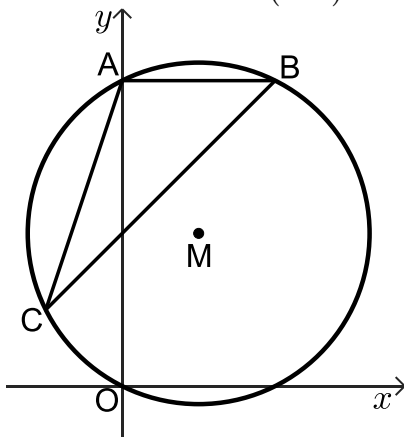


- (3) גלית ורועי משחקים משחק. כל סיבוב במשחק יכול להסתיים באחת משלוש האפשרויות האלה: ניצחון של גלית, ניצחון של רועי או תיקו.
- ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו גדולה פי 3 מן ההסתברות שרועי ינצח בסיבוב כלשהו. ההסתברות שסיבוב יסתיים בתיקו היא 0.32.
- א. מצאו את ההסתברות שגלית תנצח בסיבוב כלשהו במשחק.
- ב. במשחק שגלית ורועי משחקים יש שני סיבובים. התוצאות של הסיבובים אינן תלויות זו בזו.
- ג. מהי ההסתברות ששום סיבוב לא יסתיים בתיקו?
- ד. מהי ההסתברות שגלית תנצח לפחות באחד מן הסיבובים?
- ה. ידוע שגלית ניצחה לפחות באחד מן הסיבובים.
- ו. מהי ההסתברות שאחד מן הסיבובים הסתיים בתיקו?

פרק שני - גאומטריה



- (4) נתון דלתון $ABCD$ ($CB = CD$, $AB = AD$).
הקודקוד D מונח על ציר ה- y ,
שיעור ה- y של הקודקוד D קטן מ-9 (ראו סרטוט).
נתון: $A(1,9)$, $C(6,4)$, אורך הצלע AD הוא $\sqrt{10}$.
- א. (1) מצאו את שיעורי הקודקוד D .
(2) מצאו א משוואת הישר BD .
היא נקודת החיתוך של אלכסוני הדלתון.
- ב. מצאו את שיעורי הנקודה E .
הנקודה F נמצאת על הקטע EC .
- ג. הוכיחו כי: $\triangle ABF \cong \triangle ADF$.
- ד. מצאו את שיעורי הנקודה F שעבורה המרובע $FBAD$ הוא מעוין.
- ה. לפניכם שתי טענות I-II.
- קבעו בעבור כל טענה אם היא נכונה או לא נכונה. נמקו את קביעותכם.
- I. המשולש ABC הוא ישר זווית.
- II. הדלתון $ABCD$ הוא בר חסימה במעגל.



(5) המשולש ABC חסום במעגל. נתון כי מרכז המעגל M נמצא בנקודה $(4,8)$.

המעגל עובר דרך ראשית הצירים O (ראו סרטוט).

הנקודה A היא אחת מנקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y .

א. (1) מצאו את משוואת המעגל.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה A.

הצלע AB מקבילה לציר ה- x . נתון כי שיפוע הישר BC הוא 1.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר BC.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ג. מצאו את גודל הזווית ACB.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC.

ד. מצאו את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש AEC.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+8}{10x-x^2} - b$. b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן

(הביעו באמצעות b , אם יש צורך).

נתון כי הישר: $y = -0.5$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

ג. מצאו את b .

הציבו: $b = 1$ בפונקציה $f(x)$ וענו על סעיפים ד-ה.

ד. (1) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה).

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x)$, שפונקציית הנגזרת שלה מקיימת: $g'(x) = f(x) + 0.5$.

תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

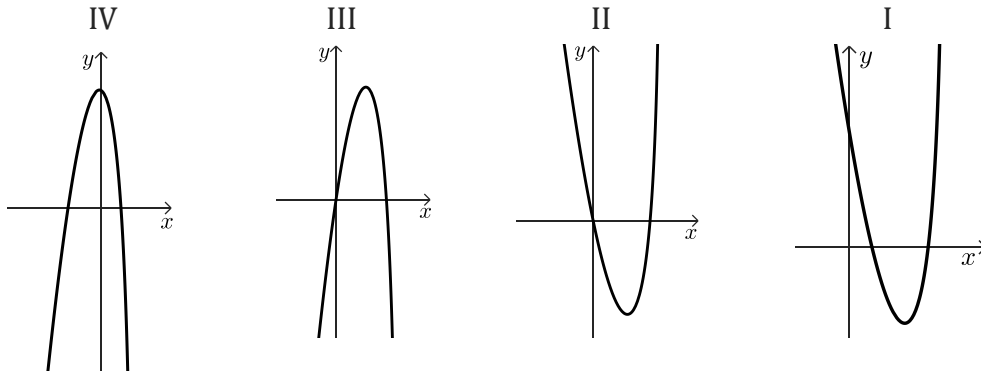
ה. קבעו אם לפונקציה $g(x)$ יש נקודות קיצון. נמקו את קביעתכם.



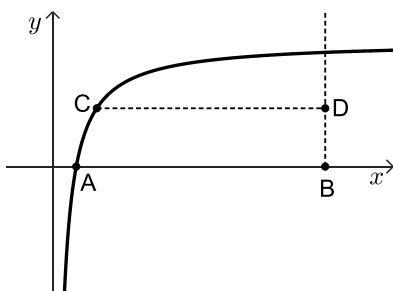


(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{-\frac{1}{2}x + 5}$

- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
נתון כי השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי גרף הפונקציה $a \cdot f'(x)$, שווה ל-224. הוא פרמטר שלילי.
- מצאו את הערך של a .



(8) בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = 4 - \frac{3}{x}$, בתחום: $x > 0$.



- גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה A.
מן הנקודה $B(12, 0)$, העבירו אנך לציר ה- x .
C היא נקודה כלשהי על גרף הפונקציה $f(x)$.
נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה C, $0.75 < t < 12$.
מן הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- x וחותר את האנך בנקודה D.
- מצאו את שיעורי הנקודות: A, C ו-D.
הביעו את תשובותיכם באמצעות t , אם יש צורך.
- מצאו את שיעורי הנקודה C שבעבורה שטח המשולש ACD הוא מקסימלי.
- קבעו אם ייתכן ששטח המשולש ACD שווה ל-5. נמקו את קביעתכם.

תשובות סופיות:

(1) א. 5 ס"מ ב. 11.5% ג. 46 זרים ד. 20.3 ס"מ.

(2) א. I - טבלה 2, II - טבלה 1, III - טבלה 3 ב. 6 פעמים בשבוע, 15.6 שעות בשבוע.

ג. -0.6 ד. 0.7826.

(3) א. 0.51 ב. 0.4624 ג. 0.7599 ד. $\frac{64}{149}$.

(4) א. (1) D(0,6) א. (2) $y = x + 6$ ב. E(2,8) ג. שאלת הוכחה.

ד. F(3,7) ה. I - הטענה נכונה, II - הטענה נכונה.

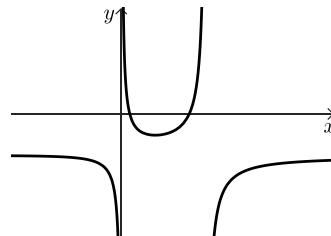
(5) א. (1) $(x-4)^2 + (y-8)^2 = 80$ א. (2) A(0,16) ב. (1) $y = x + 8$.

ב. (2) C(-4,4) ג. $\angle ACB = 26.565^\circ$ ד. 7.07.

(6) א. $x \neq 10, x \neq 0$ ב. $\max\left(-20, \frac{1}{50} - b\right), \min\left(4, \frac{1}{2} - b\right)$ ג. $b = 1$.

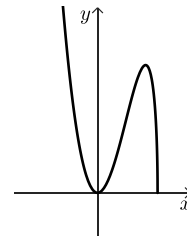
ד. (1) $y = -1, x = 10, x = 0$ (2) (1,0), (8,0) ה. אין קיצון.

ד. (3) להלן סרטוט:



(7) א. $x \leq 10$ ב. (0,0), (10,0) ג. $\min(0,0), \max(8,64), \min(10,0)$ ד. להלן סרטוט:

ה. גרף III. ו. $a = -2.5$



(8) א. $D\left(12, 4 - \frac{3}{t}\right), C\left(t, 4 - \frac{3}{t}\right), A\left(\frac{3}{4}, 0\right)$ ב. C(3,3) ג. כן.

כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 60

שאלון 471 - בגריות שנת 2023

44	מועד חורף
50	קיץ מועד א
56	קיץ מועד א דרום
62	קיץ מועד ב

בגרות חורף 2023:

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

(1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

- (2) במטע דובדבנים גדול בדקו כמה קילוגרם דובדבנים מניב כל עץ בשנה רגילה. המשקל הממוצע של הדובדבנים שמניב עץ במטע הוא 40 ק"ג. ההתפלגות של משקל הדובדבנים שמניב כל אחד מן העצים במטע היא נורמלית.
- א. מהו החציון של משקל הדובדבנים שמניב עץ במטע?
נתון: אחוז העצים במטע שמניבים פחות מ-30 ק"ג דובדבנים בשנה הוא 18.1%.
- ב. מהי סטיית התקן? בתשובתכם דייקו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית. במטע יש 300 עצי דובדבן.
- בעבור העצים במטע שמניבים יותר מ-55 ק"ג דובדבנים מתבצע סבב קטיף נוסף.
- ג. בעבור כמה עצים במטע (בקירוב) מתבצע סבב קטיף נוסף?
- ד. בשנה מסוימת ירד הממוצע של משקל הדובדבנים שהניבו העצים במטע ב-20% לעומת שנה רגילה, וסטיית התקן לא השתנתה.
- כמה עצים במטע (בקירוב) הניבו יותר מ-55 ק"ג דובדבנים בשנה זו?





(3) בקופה יש 36 מטבעות: 18 מטבעות של שני שקלים, 12 מטבעות של חמישה שקלים, ו-6 מטבעות של עשרה שקלים.

הוציאו מהקופה באקראי שני מטבעות ללא החזרה.

א. מהי ההסתברות ששני המטבעות שהוציאו היו זהים?

ב. ידוע ששני המטבעות שהוציאו היו זהים.

מהי ההסתברות שסכום שני המטבעות שהוציאו היה גבוה מ-5 שקלים?

החזירו את כל המטבעות לקופה והוסיפו x מטבעות של עשרה שקלים לקופה.

נתון: לאחר ההוספה, ההסתברות להוציא מהקופה באקראי, ללא החזרה,

שני מטבעות של חמישה שקלים היא $\frac{1}{15}$.

ג. מצאו את x .

ד. האם ההסתברות להוציא מהקופה באקראי (ללא החזרה) שני מטבעות זהים

גדלה לאחר ההוספה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

פרק שני - גאומטריה



(4) במשולש ישר זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$)

הקודקוד B מונח על ציר ה- x והקודקוד A מונח על ציר ה- y .

מן הקודקוד C העבירו אנך לציר ה- x , החותך אותו בנקודה D .

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. הוכיחו: $\triangle AOB \sim \triangle BDC$.

נתון: $\frac{CD}{OB} = \frac{5}{2}$, משוואת הצלע AB היא: $y = -\frac{2}{3}x + 4$.

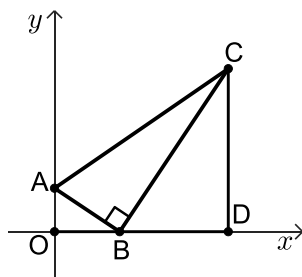
ב. (1) מצאו את אורכי הקטעים OB ו- CD .

(2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו- C .

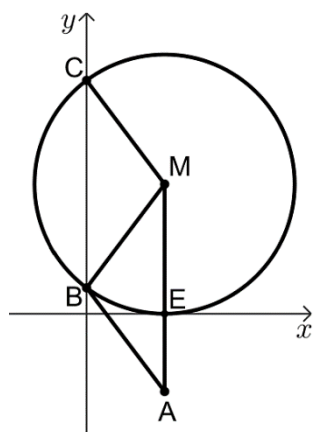
ג. (1) מצאו את גודל הזווית BAC .

(2) מצאו את גודל הזווית ACD .

ד. האם אפשר לחסום את המרובע $ABDC$ במעגל? נמקו.



ד. חשבו את שטח המקבילית ABCM.



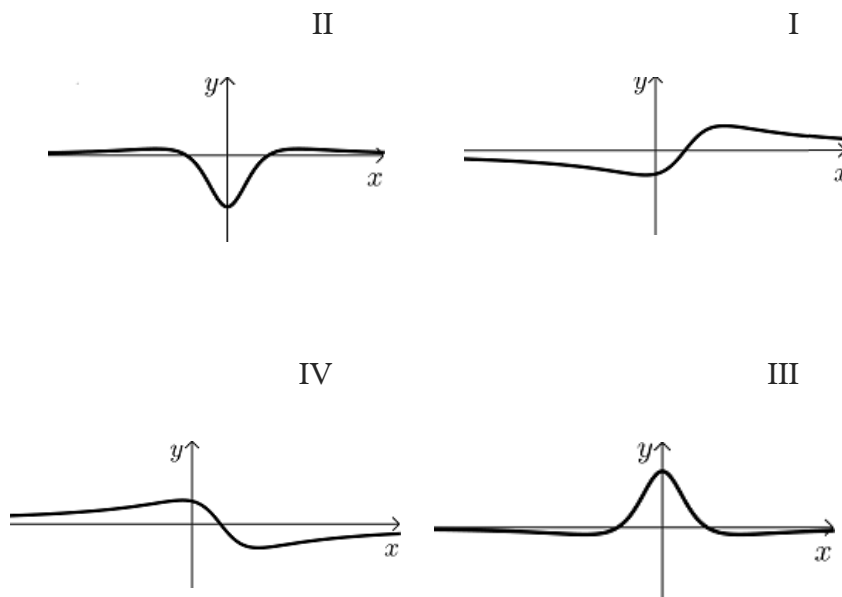
פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{5x}{x^2 + 4} + 1$



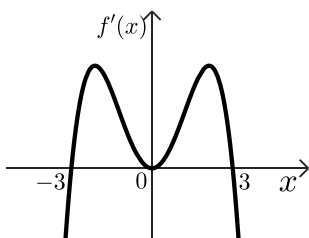
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ד. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 נתונה הפונקציה: $g(x) = 2 \cdot f(x)$
 ה. אחד מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $g'(x)$.
 קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
 ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $g'(x)$,
 על ידי הישר $x = 1$ ועל ידי הצירים.



(7) נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot \sqrt{4x+20}$.



- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$, כאשר c פרמטר.
נתון כי הישר $y = 12$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$.
ה. מצאו את c (ציינו את שתי האפשרויות).



(8) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .

- לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
נתון: פונקציית הנגזרת $f'(x)$ מתאפסת בנקודות שבהן: $x = -3$, $x = 0$, $x = 3$, בלבד, כמתואר בסרטוט.

- מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- מה הם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוגן? נמקו.
- אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

- נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.

נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = -3$

ועל ידי ציר ה- x בתחום: $-3 \leq x \leq 0$.

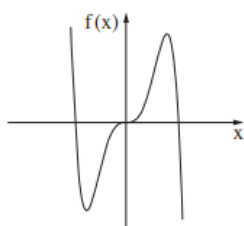
נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = 3$

ועל ידי ציר ה- x בתחום: $0 \leq x \leq 3$.

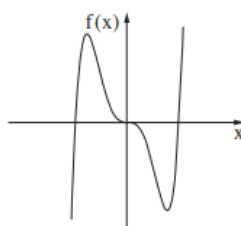
האם מתקיים: $S_1 + S_2 = \int_{-3}^3 f(x) dx$? נמקו את קביעתכם.

- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x - 4)$.

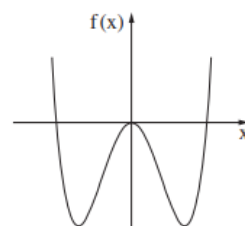
מהם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגן? נמקו.



III

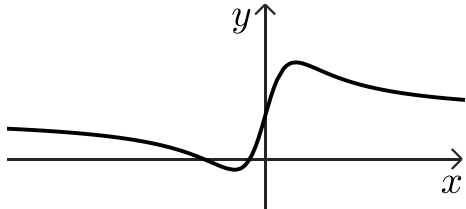
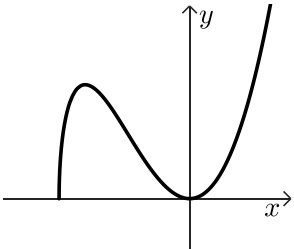


II



I

תשובות סופיות:

- (2) א. 40 ק"ג ב. 11 ק"ג ג. 26 עצים ד. 5 עצים.
- (3) א. $\frac{13}{55} \approx 0.3714$ ב. $\frac{9}{26} \approx 0.3462$ ג. 9 ד. קטנה, כי: $0.32727 > 0.3714$.
- (4) א. שאלת הוכחה ב. (1) $OB = 18$, $CD = 15$ ב. (2) $D(16,0)$, $C(16,15)$
- (5) א. (1) ראו סרטון א. (2) שאלת הוכחה ב. (1) שאלת הוכחה. ג. $\angle BAC = 68.2^\circ$ ג. (2) $\angle ACD = 55.49^\circ$ ד. לא ניתן.
- ב. (2) שאלת הוכחה ג. (1) $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$ ג. (2) $B(0,1)$, $C(0,9)$ ד. 24. ג. (3) $A(3,-3)$
- (6) א. (1) כל x א. (2) $y = 1$ ב. $(-4,0)$, $(-1,0)$, $(0,1)$ ד. להלן סקיצה:
- ג. $\min(-2, -0.25)$, $\max(2, 2.25)$ ה. גרף II ו. 2.
- 
- (7) א. $x \geq -5$ ב. $(-5,0)$, $(0,0)$ ג. $\min(-5,0)$, $\max(-4,32)$, $\min(0,0)$ ד. להלן סקיצה:
- ה. $c = -20$, $c = 12$.
- (8) א. (1) תחומי עלייה: $-3 < x < 3$, תחומי ירידה: $x < -3$ או $x > 3$. ב. גרף III ג. לא מתקיים.
- א. (2) מקסימום: $x = 3$, מינימום: $x = -3$ ד. מקסימום: $x = 7$, מינימום: $x = 1$.
- 

בגרות קיץ 2023 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות



- (1) בברית "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במשחה של "100 מטר חופשי". השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות. קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה. זמני השחייה של השחיינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות. בוחרים באקראי שחיין מן הקבוצה.
- א. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר (כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?
בברית מתאמנות שתי קבוצות:
- קבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות, וקבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.
- ב. מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחיינים?
נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחיינים מתפלגים נורמלית, וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחיינים הוא פחות מ-54 שניות.
- ג. מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחיינים?
בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחיינים.
- ד. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?



2) חוקרים בדקו את הקשר בין משקל של עכבר Y (בגרמים) ובין משקל מנת המזון היומית שלו X (בגרמים). הם בדקו עשרה עכברים. משקלי העכברים ומשקל מנת המזון היומית של כל אחד מהם מוצגים בטבלה שלפניכם.

משקל מנת המזון היומית X (בגרמים)	1	2	3	3	3	4	4	4	5	5
משקל העכבר Y (בגרמים)	12	13	14	15	16	20	22	24	28	30

נתון כי המשקל הממוצע של מנת המזון היומית הוא 3.4 גרמים.

א. הראו כי סטיית התקן של משקל מנת המזון היומית היא 1.2 גרמים.

נתון כי המשקל הממוצע של עשרת העכברים הוא 19.4 גרמים,

וסטיית התקן של משקלם היא 6.086 גרמים.

ב. לפניכם 4 מספרים שונים: $0, -0.123, 0.923, 1$. אחד מן המספרים הוא מקדם

המתאם r בין משקל העכבר ובין משקל מנת המזון היומית שלו.

בחרו איזה מהם הוא מקדם המתאם, ונמקו את בחירתכם (אין צורך לחשב).

ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי משקל העכברים מתוך משקל מנת המזון

היומית שלהם. לאחר זמן מה התגלה כי המאזניים שבהם נשקלו העכברים לא היו

מכילים ויש להפחית 2 גרמים ממשקלו של כל עכבר (המאזניים שבהם נשקלה מנת

המזון היומית היו מכילים).

ד. מה תהיה משוואת ישר הרגרסיה החדש לאחר הכנסת התיקון במשקלי העכברים?

ה. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם בסעיף ד, מהו הניבוי למשקל עכבר שמשקל מנת המזון

היומית שלו הוא 3.5 גרם?



(3) אוניברסיטה גדולה בדקה את הקשר בין ההישגים הלימודיים של הסטודנטים באוניברסיטה ובין ציוני תעודת הבגרות שלהם.

20% מן הסטודנטים סיימו בהצטיינות את בחינות הבגרות, והשאר סיימו בציונים רגילים. מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות, 80% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה. מבין הסטודנטים שסיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים, 25% הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה.

א. בחרים באקראי סטודנט מן האוניברסיטה.

מהי ההסתברות שהוא הגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה?

ב. בחרים באקראי סטודנט שהגיע להישגים גבוהים באוניברסיטה.

מהי ההסתברות שהוא סיים את בחינות הבגרות בציונים רגילים?

ג. לפניכם שתי טענות (1) – (2), שפורסמו בתקשורת.

קבעו בעבור כל אחת מהן אם היא נכונה, ונמקו את קביעתכם.

(1) מבין הסטודנטים שהגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה,

רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בהצטיינות.

(2) מבין הסטודנטים שלא הגיעו להישגים גבוהים באוניברסיטה,

רובם (מעל 50%) סיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים.

ד. רות וענבל הן סטודנטיות באוניברסיטה, והן סיימו את בחינות הבגרות בציונים רגילים.

מהי ההסתברות שבדיוק אחת מהן הגיעה להישגים גבוהים באוניברסיטה?

פרק שני - גאומטריה



(4) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$,

שכל קודקודיו מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

ראשית הצירים O היא מפגש האלכסונים של הטרפז.

נתון: $A(0,6)$, $AO = OD$.

ידוע כי שטח המשולש ABD שווה ל-45.

א. (1) מצאו את האורך של BD.

(2) מצאו את שיעורי הקודקודים D ו-B.

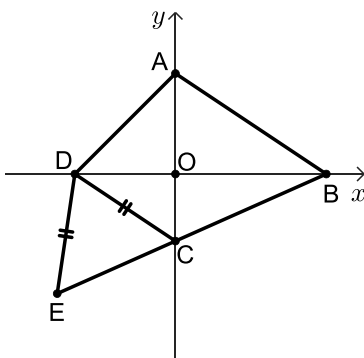
ב. מצאו את משוואת הצלע CD.

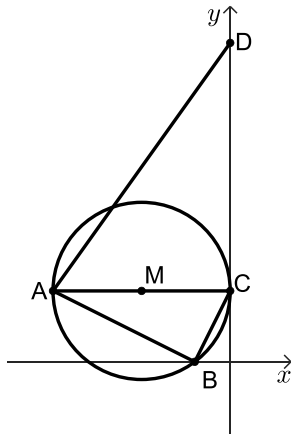
ג. (1) מצאו את גודל הזווית OBC.

(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC, ונתון כי: $DE = DC$ (ראו סרטוט).

ד. מצאו את היקף המשולש CDE.





(5) המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M. הצלע AC היא קוטר במעגל. המעגל משיק לציר ה- y בנקודה C וחותר את ציר ה- x בנקודה B, כמתואר בסרטוט.

הנקודה D נמצאת על ציר ה- y וידוע כי: $\angle BAC = \angle ADC$.

א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle DCA$.

ב. האם $AD \parallel BC$? נמקו.

נתון: $C(0,4)$, $B(-2,0)$.

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

(3) מצאו את משוואת המעגל.

ד. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA.

(2) מצאו את שטח המרובע ABCD.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות

רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = x + \frac{4}{x^2}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x.

בתשובתכם דייקו 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

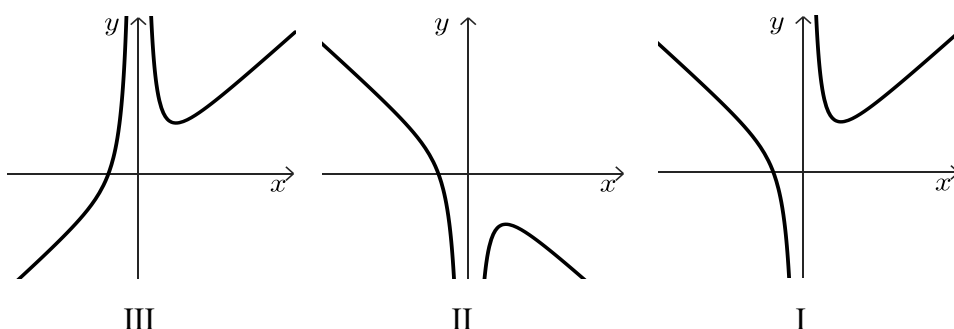
ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ד. אחד מן הגרפים III-I בסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = 1$,

על ידי הישר $x = 2$ ועל ידי ציר ה- x.

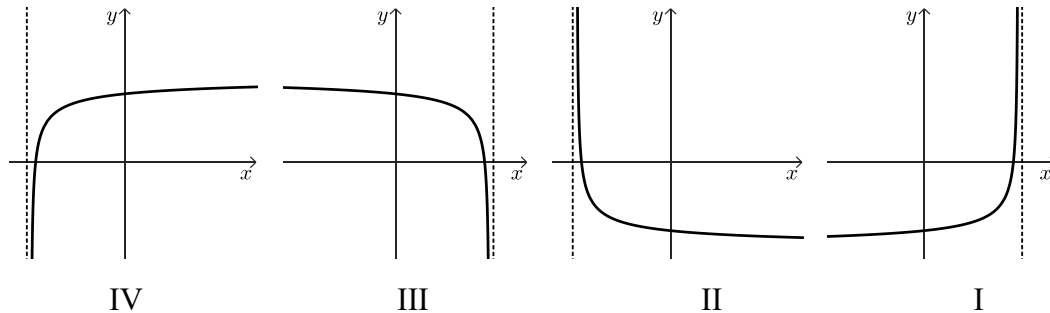




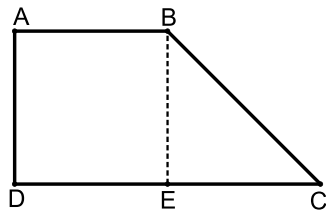
- (7) נתונה הפונקציה: $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \sqrt{2x + b}$, b הוא פרמטר.
ידוע כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(8,0)$ בלבד.
א. מצאו את b .

הציבו: $b = 9$ וענו על הסעיפים ב-ד.

- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
ג. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .
(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ד. אחד מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

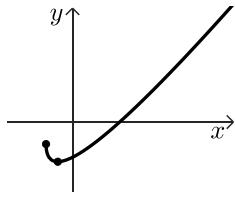


- (8) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית, $AB \parallel DC$ (ראו סרטוט).



- גובה הטרפז BE חוצה את הבסיס DC.
שטח הטרפז הוא: $12\sqrt{2}$.
נסמן ב- x את אורך הצלע AB.
א. הביעו באמצעות x את אורך גובה הטרפז.
ב. מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי השוקיים של הטרפז $(AD^2 + BC^2)$ הוא מינימלי.
ג. האם ייתכן שסכום ריבועי השוקיים של הטרפז הוא 30? נמקו.

תשובות סופיות:

- (1) א. 0.0013 ב. 57.6 שניות ג. 3.627 שניות ד. 0.0367.
- (2) א. ראו סרטון ב. 0.923 ג. $y = 4.681x + 3.484$ ד. $y = 4.681x + 1.484$ ה. 17.87 גרם.
- (3) א. 0.36 ב. $\frac{5}{9}$ ג. (1) הטענה אינה נכונה. ד. 0.375 ג. (2) הטענה נכונה.
- (4) א. (1) 15 א. (2) $B(9,0), D(-6,0)$ ב. $y = \frac{2}{3}x - 4$ ג. (1) $\angle OBC = 23.96^\circ$ ג. (2) $\angle ABC = 57.65^\circ$ ד. 22.14.
- (5) א. שאלת הוכחה ב. כן ג. (1) $y = -\frac{1}{2}x - 1$ ג. (2) $A(-10,4)$ ד. (2) 120.
- (6) א. $x \neq 0$ ב. $(-1.59, 0)$ ג. $\min(2,3)$ ד. גרף III ה. 3.5.
- (7) א. $b = 9$ ב. $x \geq -4.5$ ג. (1) $\max(-4.5, -1.25), \min(-2.5, -2.25)$ ד. גרף IV.
- ג. (3) סרטוט: 
- (8) א. $\frac{8\sqrt{2}}{x}$ ב. 4 ג. לא, הסכום המינימלי הוא 32.

בגרות קיץ 2023 מועד מיוחד:

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

- (1) בברית "גלי גיל" מתאמנים לתחרות במשחה של "100 מטר חופשי". השיא שנקבע בעבר במשחה זה היה 51 שניות. קבוצה גדולה של שחיינים מתאמנת לקראת התחרות במשחה זה. זמני השחייה של השחיינים בקבוצה מתפלגים נורמלית עם ממוצע של 57 שניות וסטיית תקן של 2 שניות. בוחרים באקראי שחיין מן הקבוצה.
- א. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר (כלומר, ישחה בזמן קצר יותר מזמן השיא)?
בברית מתאמנות שתי קבוצות:
- קבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 57 שניות, וקבוצה של 150 שחיינים שממוצע זמן המשחה שלהם הוא 58 שניות.
- ב. מהו הממוצע של זמן המשחה של כל 300 השחיינים?
נתון כי זמני המשחה של כל 300 השחיינים מתפלגים נורמלית, וכי זמן המשחה של 50 מבין 300 השחיינים הוא פחות מ-54 שניות.
- ג. מהי סטיית התקן של זמני המשחה של כל 300 השחיינים?
בוחרים באקראי שחיין מבין כל 300 השחיינים.
- ד. מהי ההסתברות שהשחיין שנבחר ישבור את השיא שנקבע בעבר?





(2) מורה למתמטיקה לתלמידי כיתה י"א רצתה לבדוק את הקשר הלינארי בין ציוני תלמידיה בבחינת הבגרות במתמטיקה (המשתנה x) ובין ציוני ההגשה שלהם (המשתנה y). בטבלה שלפניכם מוצגים הציונים של חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2022 ציון ההגשה של התלמיד החמישי אינו מוצג.

ציון בחינת הבגרות (x)	ציון ההגשה (y)
59	78
60	81
60	81
60	81
61	?

א. מצאו את ממוצע ציוני בחינת הבגרות של תלמידים אלה.

המורה חישבה את ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x .

נתון כי בעבור: $x = 60$ מנובא הערך: $y = 80$.

נתון גם כי שיפוע ישר הרגרסיה הוא 0.5.

ב. (1) מצאו את משוואת ישר הרגרסיה.

(2) מצאו את ציון ההגשה של התלמיד החמישי. נמקו.

בעבור חמישה תלמידים שנבחנו בשנת 2021 חישבה המורה את מקדם המתאם בין שני המשתנים, ואז חישבה את ישר הרגרסיה לניבוי y על פי x . היא גילתה שציון ההגשה של כל

אחד מן התלמידים זהה בדיוק לציון ההגשה המנובא לו באמצעות ישר הרגרסיה.

ג. קבעו מהן שתי הטענות האפשריות מבין הטענות (1)-(4) שלפניכם. נמקו.

$$(1) 0 < r < 1$$

$$(2) r = 1$$

$$(3) -1 < r < 0$$

$$(4) r = -1$$



(3) בקופסה יש 4 כפתורים אדומים ו-3 כפתורים כחולים.

דנה משחקת בכפתורים:

היא מוציאה באקראי כפתור אחד מן הקופסה.

אם יצא כפתור כחול, היא מחזירה אותו לקופסה,

ואם יצא כפתור אדום, היא לא מחזירה אותו לקופסה.

לאחר מכן, היא מוציאה באקראי כפתור שני מן הקופסה.

א. מהי ההסתברות שדנה הוציאה שני כפתורים בצבעים השונים זה מזה?

ב. מהי ההסתברות שדנה הוציאה לכל היותר כפתור אחד אדום?

רותי ודנה משחקות יחד בכפתורים:

הן מטילות מטבע מאוזן שעל צד אחד שלו כתובה האות A ועל הצד האחר כתובה האות B.

אם מתקבלת האות A, דנה מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה באופן המתואר בפתח.

אם מתקבלת האות B, רותי מוציאה באקראי שני כפתורים מן הקופסה עם החזרה.

ג. מהי ההסתברות ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה?

ד. ידוע ששני הכפתורים שיצאו במשחק הזה היו בצבעים שונים זה מזה.

מהי ההסתברות שהכפתור הראשון שיצא היה אדום?

פרק שני - גאומטריה



(4) המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$),

שכל קודקודיו מונחים על הצירים, כמתואר בסרטוט שלפניכם.

ראשית הצירים O היא מפגש האלכסונים של הטרפז.

נתון: $A(0,6)$, $AO = OD$.

ידוע כי שטח המשולש ABD שווה ל-45.

א. מצאו את האורך של BD.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים D ו-B.

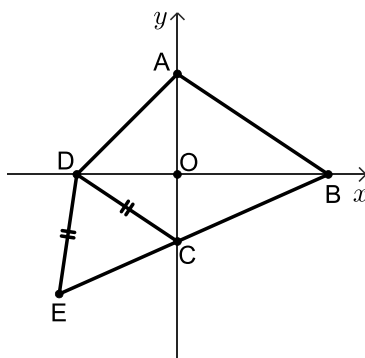
ג. מצאו את משוואת הצלע CD.

ד. מצאו את גודל הזווית OBC.

ה. מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC, ונתון כי: $DE = DC$ (ראו סרטוט).

ו. מצאו את היקף המשולש CDE.





(5)

המשולש ABC חסום במעגל שמרכזו M. הצלע AC היא קוטר במעגל. המעגל משיק לציר ה-y בנקודה C וחותר את ציר ה-x בנקודה B, כמתואר בסרטוט.

הנקודה D נמצאת על ציר ה-y וידוע כי: $\angle BAC = \angle ADC$.

א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle DCA$.

ב. האם $AD \parallel BC$? נמקו.

נתון: $C(0,4)$, $B(-2,0)$.

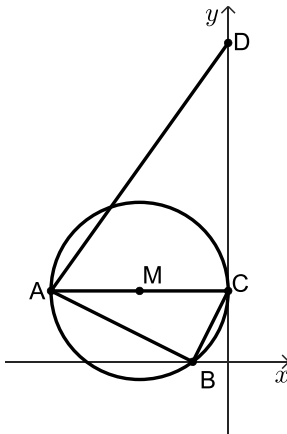
ג. (1) מצאו את משוואת הצלע AB.

(2) מצאו את שיעורי הקודקוד A.

(3) מצאו את משוואת המעגל.

ד. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולש ABC ובין המשולש DCA.

(2) מצאו את שטח המרובע ABCD.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות

רציונליות ושל פונקציות שורש



(6)

נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{x^2 - a}$. a הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך הנקודה $(3, 1.2)$.

א. מצאו את a .

הציבו: $a = 4$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ב'-ו'.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x) + 1$.

ו. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 1$? נמקו.



(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = 6x \cdot (\sqrt{x} - m)$. $m > 0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון פנימית אחת בנקודה שבה $x = 4$.

ב. (1) מצאו את m .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעור ה- y של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$,

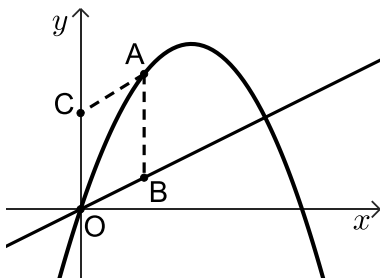
וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. (1) סרטטו סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום: $x \geq 1$.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי הישר $x = 1$ ועל ידי ציר ה- x .



(8) נתונים הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 18x$ והישר: $y = 3x$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

הנקודה B נמצאת על הישר הנתון כך שהנקודה A

נמצאת מעליה, כמתואר בסרטוט.

O היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על החלק החיובי של ציר ה- y

כך שהמרובע ABOC הוא מקבילית.

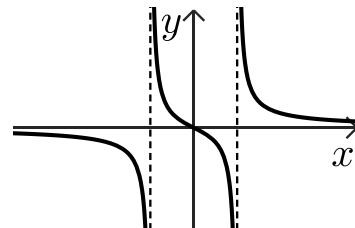
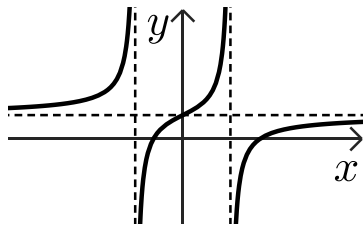
נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. הביעו באמצעות t את אורך הצלע AB ואת אורך הגובה לצלע AB במקבילית.

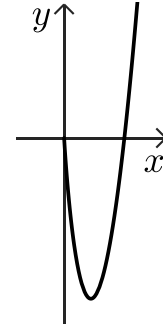
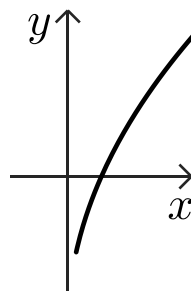
ב. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המקבילית ABOC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

- (1) א. 0.0013 ב. 57.6 שניות ג. 3.627 שניות ד. 0.0367
(2) א. 60 ב. (1) $y = 0.5x + 50$ ג. 79 ד. (2) או (4)
(3) א. $\frac{26}{49}$ ב. $\frac{5}{7}$ ג. $\frac{25}{49}$ ד. $\frac{13}{25}$
(4) א. (1) 15 א. (2) $B(9,0), D(-6,0)$ ב. $y = -\frac{2}{3}x - 4$
ג. (1) $\angle OBC = 23.96^\circ$ ג. (2) $\angle ABC = 57.65^\circ$ ד. 22.14
(5) א. שאלת הוכחה ב. כן ג. (1) $y = -\frac{1}{2}x - 1$ ג. (2) $A(-10,4)$
ג. (3) $(x+5)^2 + (y-4)^2 = 25$ ד. (1) $\sqrt{5}$ ד. (2) 120
(6) א. $a = 4$ ב. $x \neq \pm 2$
ג. אסימפטוטות אנכיות: $x = -2, x = 2$, אסימפטוטה אופקית: $y = 0$
ד. תחומי ירידה: $x > 2, -2 < x < 2, x < -2$, תחומי עליה: אף x .
ה. להלן סקיצה: ו. (1) להלן סקיצה: ו. (2) פתרון אחד.



- (7) א. $x \geq 0$ ב. $m = 3$ ג. (2) $(0,0), (9,0)$ ד. (3) $y_{\min} = -24$
ג. להלן סקיצה: ד. (1) להלן סקיצה: ד. (2) 12



- (8) א. $h = t, AB = -t^2 + 18t - 3t$ ב. $t = 10$

בגרות קיץ 2023 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות



- (1) חברת קוסמטיקה החליטה לערוך מחקר, ובו לבדוק את קצב התארכות שיער הראש של אנשים בס"מ לשנה. החברה בדקה מספר רב של אנשים. היא גילתה שקצב התארכות השיער שלהם מתפלג נורמלית, והתבררו שני נתונים:
1. השיער של 50% מן הנבדקים התאריך בפחות מ-12 ס"מ בשנה.
 2. השיער של 33% מן הנבדקים התאריך ביותר מ-12.56 ס"מ בשנה.
- א. מהו קצב ההתארכות הממוצע של השיער של הנבדקים?
ב. מהי סטיית התקן של קצב התארכות השיער של הנבדקים?
חברת הקוסמטיקה הכריזה שהיא הצליחה לפתח שמפו שמגביר ב-10% את קצב התארכות השיער.
- ג. לפי ההכרזה, מה יהיה הממוצע החדש ומה תהיה סטיית התקן החדשה של קצב התארכות השיער בקרב אוכלוסיית האנשים שישתמשו בשמפו זה?
ד. החברה בדקה מהו אחוז הנבדקים במחקר שקצב התארכות השיער שלהם הוא בין הממוצע ובין סטיית תקן אחת מעל הממוצע. לפי הכרזת החברה, אם ישתמשו כל הנבדקים בשמפו שהיא פיתחה, האם אחוז זה יגדל, יקטן או לא ישתנה? נמקו את תשובתכם.



(2)

בעל חנות המוכר טאבלטים בדק את הקשר הליניארי בין גודל המסך של טאבלט באינצ'ים (המשתנה x) ובין מספר הדקות שנדרשו ללקוח להחליט לקנות את הטאבלט (המשתנה y). ביום מסוים הוא מכר 8 דגמים שונים של טאבלטים. לפניכם טבלה המתארת את הנתונים של שמונת הדגמים שהוא מכר באותו יום:

גודל המסך באינצ'ים (x)	מספר הדקות לקבלת ההחלטה לקנות את הטאבלט (y)
9	2
9	10
9	10
9	10
11	10
11	10
11	10
11	18

- א. חשבו את הממוצעים ואת סטיות התקן של שני המשתנים, x ו- y .
- ב. חשבו את מקדם המתאם r .
- ג. מצאו את משוואת ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת החלטה כתלות בגודל המסך.
- בעל החנות הזמין לחנותו דגם חדש של טאבלט, שגודל המסך שלו 10 אינצ'ים.
- ד. על פי ישר הרגרסיה שמצאתם, מהו ניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה בעבור דגם זה?
- בעקבות העסקתו של מוכר חדש בחנות, התקצר ב-20% זמן קבלת ההחלטה לקנות כל אחד מדגמי הטאבלטים.
- ה. בעבור כל אחד מן המדדים שלפניכם קבעו אם ערכו יגדל, יקטן או לא ישתנה בעקבות השינוי הזה:
 - (1) מקדם המתאם r .
 - (2) סטיית התקן של המשתנה y .
 - (3) שיפוע ישר הרגרסיה לניבוי מספר הדקות לקבלת ההחלטה כתלות בגודל המסך.

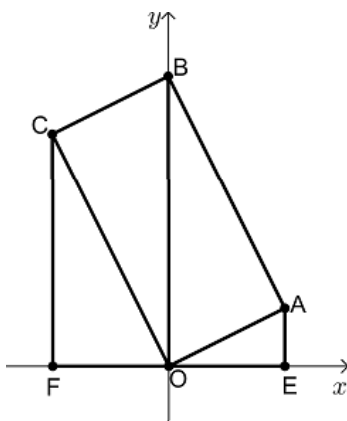


- (3) בקלמר של דנה יש 25 עפרונות זהים בגודלם בשלושה צבעים: 15 עפרונות כחולים, 4 עפרונות אדומים, 6 עפרונות צהובים. דנה מוציאה באקראי עיפרון מן הקלמר. אם העיפרון הוא כחול או אדום, היא מחזירה את העיפרון לקלמר. אם העיפרון הוא צהוב, היא משאירה אותו מחוץ לקלמר. לאחר מכן דנה מוציאה באקראי עיפרון נוסף מן הקלמר. מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות צהובים? א. (1) מהי ההסתברות שדנה תוציא שני עפרונות באותו הצבע? (2) ידוע ששני העפרונות שהוציאה דנה הם באותו הצבע. מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני עפרונות אדומים או שני עפרונות צהובים? דנה החזירה את כל העפרונות לקלמר ונתנה לאחיה מן הקלמר x עפרונות כחולים, 2 עפרונות אדומים ו-2 עפרונות צהובים. לאחר מכן היא הוציאה באקראי שני עפרונות מן הקלמר ללא החזרה. נתון: ההסתברות שדנה הוציאה עיפרון צהוב ולאחריו עיפרון אדום היא: $\frac{1}{30}$. ג. מצאו את x .

פרק שני - גאומטריה



- (4) במקבילית OABC הקודקוד B מונח על ציר ה- y והנקודה O היא ראשית הצירים. מן הקודקודים A ו-C העבירו אנכים לציר ה- x , החותכים אותו בנקודות E ו-F בהתאמה. נתון: $\angle AOE = \angle COB$.



- א. (1) הוכיחו: $\angle AOE = \angle OCF$.
(2) הוכיחו כי המשולשים OCF ו-AOE דומים.
שטח המשולש OCF גדול פי 4 משטח המשולש AOE.
משוואות הישרים AE ו-CF הן: $x = 4$ ו- $x = -4$ בהתאמה.
ב. (1) מצאו את יחס הדמיון בין המשולשים OCF ו-AOE.
(2) מצאו את אורכי הצלעות OE ו-CF.
(3) מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-C.
ג. מצאו את שיעורי הקודקוד B.
ד. הוכיחו כי המקבילית OABC היא מלבן.
אלכסוני המלבן OABC נפגשים בנקודה M.
ה. האם נכון כי: $S_{AOE} + S_{CFO} = 2 \cdot S_{ABM}$? נמקו את תשובתכם.



מרכז המעגל M נמצא על ציר ה- y .

כמתואר בסרטוט שלפניכם.

(2) מצאו את משוואת המעגל.

(3) מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

ב. (1) מצאו את אורך הצלע AC.

(2) מצאו את גודל הזווית ABC.

הנקודה E נמצאת על הקשת הקטנה AC. נתון: $EC = 7$.

ג. מהו גודל הזווית AEC? נמקו את תשובתכם.

ד. מצאו את שטח המשולש AEC.

רציונליות ושל פונקציות שורש



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(5) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

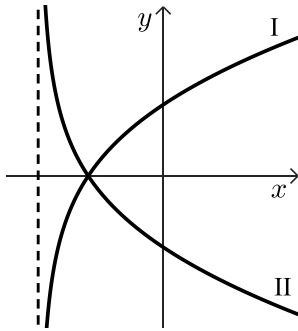
ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g'(x) = f(x)$.

לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש אותו תחום הגדרה.

מצאו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

נמקו את תשובתכם.



(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-1) \cdot \sqrt{2x+10}$.



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

בסוף השאלה מופיעים שני גרפים, II-I.

אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

והגרף האחר מתאר את הפונקציה: $g(x) = -f'(x)$.

ה. קבעו איזה מן הגרפים II-I מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

נמקו את קביעתכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי הישר $x = 3$ ועל ידי ציר ה- x .

(8) ABC הוא משולש ישר זווית, $\angle ACB = 90^\circ$. שטח המשולש ABC הוא 18.



M היא נקודה על הצלע AC כך שמתקיים: $MC = 2MA$ (ראו סרטוט).

נסמן את אורך הקטע MA ב- x .

א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע BC.

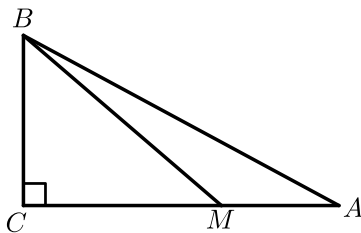
ב. (1) מצאו את x שבעבורו סכום ריבועי מרחקי

הנקודה M משלושת קודקודי המשולש

$(MA^2 + MB^2 + MC^2)$ הוא מינימלי.

(2) האם ייתכן שהסכום: $MA^2 + MB^2 + MC^2$

הוא 75? נמקו את תשובתכם.



תשובות סופיות:

- (1) א. 12 ס"מ לשנה ב. 1.273 ס"מ.
ג. ממוצע: 13.2 ס"מ, סטיית התקן: 1.4 ס"מ ד. לא ישתנה.

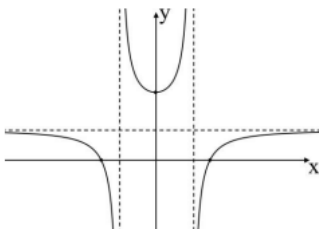
- (2) א. $S_y = 4$ דקות, $\bar{y} = 10$ דקות, $S_x = 1$ אינץ', $\bar{x} = 10$ אינץ' ב. 0.5 ג. $y = 2x - 10$.
ד. 10 דקות ה. (1) לא ישתנה ה. (2) תקטן ה. (3) יקטן.

- (3) א. $\frac{1}{20}$ ב. (1) $\frac{1089}{2500} = 0.4356$ ב. (2) $\frac{21}{121} = 0.1735$ ג. $x = 5$.

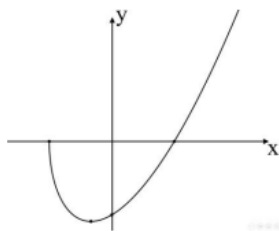
- (4) א. (1) שאלת הוכחה א. (2) שאלת הוכחה ב. (1) 2:1 ב. (2) $CF = 8$, $OE = 4$.
ב. (3) $A(4,2)$, $C(-4,8)$ ג. $B(0,10)$ ד. שאלת הוכחה ה. נכון.

- (5) א. (1) ראוי סרטון א. (2) $x^2 + (y-3) = 25$ א. (3) $D(-4,0)$, $C(4,0)$.
ב. (1) $\sqrt{90}$ ב. (2) $\angle ABC = 71.565^\circ$ ג. $\angle AEC = 108.435^\circ$.
ד. 15.15.

- (6) א. (1) $x \neq -1$, $x \neq 1$ א. (2) $x = -1$, $x = 1$, $y = 9$.
א. (3) $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$, $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$, $(0, 16)$ א. (4) $(0, 16)$ מינימום.
א. (5) תחומי עליה: $x > 1$ או $0 < x < 1$, תחומי ירידה: $-1 < x < 0$ או $x < -1$.
ב. להלן סרטוט: ג. $x = \frac{4}{3}$ מינימום, $x = -\frac{4}{3}$ מקסימום.



- (7) א. $x \geq -5$ ב. $(-5, 0)$, $(1, 0)$, $(0, -\sqrt{10})$.
ג. $(-3, -8)$ מינימום, $(-5, 0)$ מקסימום.
ד. להלן סרטוט: ה. גרף I. ו. 16.



- (8) א. $\frac{12}{x}$ ב. (1) 2 ב. (2) כן, כי הסכום המינימלי הוא 72.

כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 61

שאלון 471 - בגריות שנת 2022

68		חורף מועד א
74		חורף מועד ב
79		קיץ מועד א
85		קיץ מועד ב

בגרות חורף 2022 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

(1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

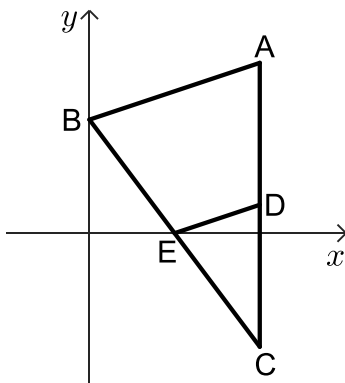


- (2) בבית ספר מסוים נערכו שני מבחני מתכונת במתמטיקה. הציונים בכל אחד ממבחני המתכונת מתפלגים נורמלית. במתכונת הראשונה היה הציון הממוצע 65.05, וסטיית התקן של הציונים הייתה 15. הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה היה 70.
- א. מהו אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת הראשונה? הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה היה 78.
- אחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שקיבלה שירה במתכונת השנייה זהה לאחוז התלמידים שקיבלו ציון נמוך מן הציון שלה במתכונת הראשונה.
- סטיית התקן של הציונים במתכונת השנייה הייתה 10.
- ב. (1) חשבו את הציון הממוצע במתכונת השנייה.
(2) מהו האחוז של הציונים במתכונת השנייה? נמקו.
- אריאל קיבל ציון זהה בשתי המתכונות.
- ידוע כי במתכונת הראשונה קיבלו 29.8% מן התלמידים ציון גבוה ממנו.
- ג. (1) מהו הציון שקיבל אריאל בשתי המתכונות?
(2) באיזו משתי המתכונות הצליח אריאל יותר יחסית לכל התלמידים שנבחנו? נמקו את תשובתכם.



- (3) במרכז הקהילתי יש שני חוגים בלבד: חוג כדורגל וחוג טניס. אפשר להשתתף בחוג אחד בלבד מבין שני החוגים האלה. סך כל הבנים המשתתפים בשני החוגים האלה זהה לסך כל הבנות המשתתפות בהם. 80% מן הבנים משתתפים בחוג כדורגל. מספר הבנות המשתתפות בחוג טניס גדול פי 3 ממספר הבנות המשתתפות בחוג כדורגל. בוחרים באקראי משתתף בחוגים (בן או בת).
 א. מהי ההסתברות שנבחר בן המשתתף בחוג כדורגל?
 ב. אם ידוע שנבחר משתתף בחוג טניס, מהי ההסתברות שנבחר בן? ידוע כי בשני החוגים במרכז הקהילתי יש 200 משתתפים (בנים ובנות) סך הכל.
 ג. (1) כמה משתתפים סך הכל (בנים ובנות) יש בחוג טניס?
 (2) מבין כל המשתתפים בחוגים (בנים ובנות) בוחרים באקראי שניים בזה אחר זה (ללא החזרה).
 מהי ההסתברות ששניהם משתתפים בחוג טניס?
 דייקו 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

פרק שני - גאומטריה

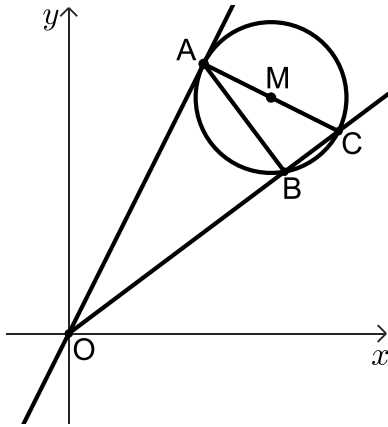


- (4) בסרטוט שלפניכם מתואר משולש ABC. הקודקוד B נמצא על ציר ה- y , והצלע AC מקבילה לציר ה- y . נתון: $AB = \sqrt{40}$, $A(6,6)$.
 שיעור ה- y של הקודקוד B קטן מ-6.
 א. מצאו את שיעורי הקודקוד B.
 הנקודה E היא אמצע הצלע BC.
 נתון: הנקודה E נמצאת על ציר ה- x .
 ב. מצאו את שיעורי הנקודות E ו-C.
 הנקודה D היא אמצע הצלע AC.
 מן הנקודה E העבירו ישר המקביל לציר ה- y וחותר את הצלע AB בנקודה F.
 ג. (1) הוכיחו כי המרובע FADE הוא מקבילית.
 (2) חשבו את שטח המקבילית FADE.
 ד. מצאו את גודל הזווית $\angle DEF$.



(5)

בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל שמרכזו M. הנקודות A, B ו-C נמצאות על המעגל. המשיק למעגל בנקודה A חותך את הישר BC בראשית הצירים O, כמתואר בסרטוט. נתון: AC הוא קוטר במעגל.



א. הוכיחו: $\triangle ABC \sim \triangle OAC$.

נתון: $OC = 15$, $BC = 3$.

ב. מצאו את אורך AC.

נתון: $M\left(9, 10\frac{1}{2}\right)$.

ג. מצאו את משוואת המעגל.

נתון: משוואת המשיק למעגל בנקודה A היא: $y = 2x$.

ד. (1) מצאו את משוואת הישר AM.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה A.

הישר AM חותך את ציר ה-y בנקודה F.

ה. מצאו את גודל הזווית OFA.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש



6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{4x^2 - 1} + b$, b הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה

(אם צריך, הביעו באמצעות b).

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי הישר $y = -2$ משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה.

ג. מצאו את b .

הציבו את b שמצאתם בסעיף ג בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ד-ו.

ד. (1) מצאו את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

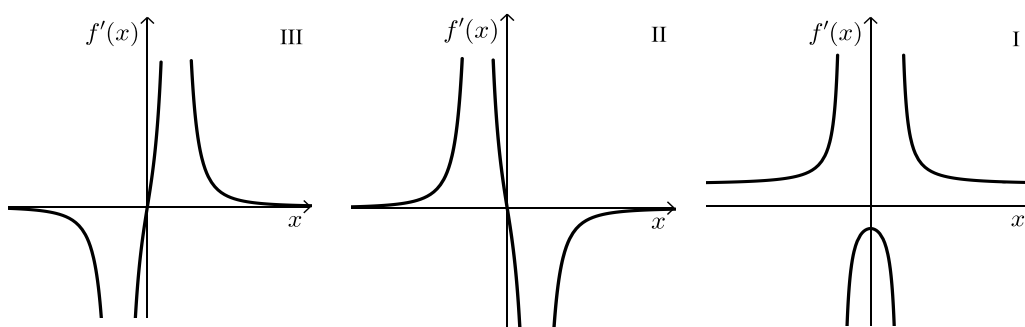
$f'(x)$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ה. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \frac{1}{3}$,

ועל ידי ציר ה- x .





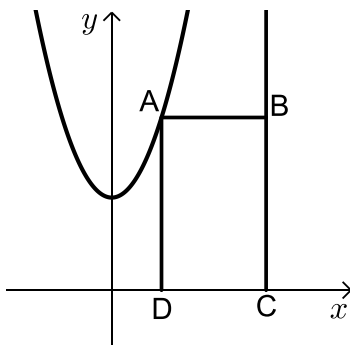
(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot \sqrt{x+18}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.
 - ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = -2 \cdot f(x)$.
 - ו. (1) מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן.
 - (2) נסמן ב-A ו-B את נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בהתאמה.
- הנקודה O היא ראשית הצירים. חשבו את שטח המשולש ABO.



(8) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + 3$ ונתון הישר $x = 5$.

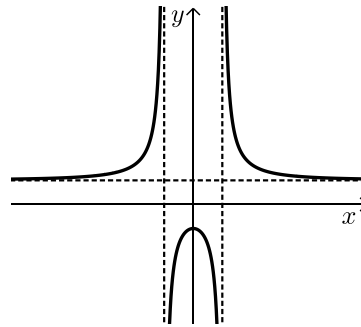
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון משמאל לישר.



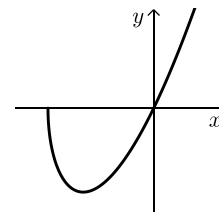
- א. מן הנקודה A מעבירים ישר המקביל לציר ה- x וחותר את הישר הנתון בנקודה B.
- הנקודות C ו-D נמצאות על ציר ה- x כך שהמרובע ABCD הוא מלבן (ראה סרטוט).
- נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A.
- א. מצאו את הערך של t שבעבורו שטח המלבן ABCD הוא מקסימלי.
- ב. האם ייתכן מלבן ABCD שנבנה באופן המתואר ושטחו הוא 30? נמקו.

תשובות סופיות:

- (2) א. 62.9% ב. 74.7 (1) ג. 74.7 (2) ד. 73 (1) ג. 74.7 (2) ג. (2) במתכונת הראשונה.
- (3) א. 0.4 ב. $\frac{4}{19}$ ג. (1) 95 משתתפים. (2) 0.224.
- (4) א. $B(0,4)$ ב. $C(6,-4)$, $E(3,0)$ ג. (1) שאלת הוכחה ג. (2) 15 ד. $\angle DEF = 71.565^\circ$.
- (5) א. שאלת הוכחה ב. $3\sqrt{5}$ ג. $(x-9)^2 + (y-10.5)^2 = 11.25$ ד. (1) $y = -0.5x + 15$ (2) $A(6,12)$ ה. $\angle OFA = 63.435^\circ$.
- (6) א. $x \neq -\frac{1}{2}$, $x \neq \frac{1}{2}$ ב. (1) $(0, -4+b)$ נקודת מקסימום. ג. (2) תחומי עלייה: $-\frac{1}{2} < x < 0$ או $x < -\frac{1}{2}$, תחומי ירידה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $x > \frac{1}{2}$. ד. (1) $x = \frac{1}{2}$, $x = -\frac{1}{2}$, $y = 2$ ג. $b = 2$ ד. (2) להלן סקיצה: ה. גרף II. ו. 3.2 יח"ר S .



- (7) א. $x \geq -18$ ב. $(-18,0)$, $(0,0)$ ג. $\min(-12, -12\sqrt{6})$, $\max(-18,0)$ ד. להלן סקיצה: ה. (1) $\max(-12, 24\sqrt{6})$, $\min(-18,0)$ ה. (2) $216\sqrt{6}$ יח"ר $S_{\triangle ABO}$.



- (8) א. $t = 3$ ב. לא, כי השטח המקסימאלי הוא 24.

בגרות חורף 2022 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות



(1)

בסקר שנערך בין בני נוער בארץ בנושא "נוער בזמן הקורונה: עיסוקים מרכזיים" השתתפו 800 בנים ו-1,200 בנות. אחת השאלות בסקר התייחסה להקדשת הזמן ללימודים (שיעורים בזום, הכנת מטלות ושיעורי בית). על פי הסקר התברר כי 75% מהבנים ו-80% מהבנות הקדישו זמן ללימודים בתקופת משבר הקורונה. נבחר באופן אקראי משתתף בסקר.

א. מהי ההסתברות שנבחר בן שהקדיש זמן ללימודים?
ב. מהי ההסתברות שנבחר משתתף (בן או בת) שלא הקדיש זמן ללימודים?
ג. ידוע שנבחר משתתף שלא הקדיש זמן ללימודים. מהי ההסתברות שנבחר בן? בכתבה בעיתון על הסקר נכתב כי מקרב בני הנוער שלא הקדישו זמן ללימודים, אחוז הבנים היה גבוה מזה של הבנות.
ד. האם על פי הסקר האמירה בכתבה נכונה? נמקו.



(2)

בשירות הטלפוני של חברת הביטוח "אלון" זמן ההמתנה של אדם למענה אנושי מתפלג נורמלית.

זמן ההמתנה הממוצע של אדם למענה אנושי הוא 1.8 דקות. ידוע כי 30.8% מהאנשים שפונים לשירות הטלפוני של החברה ממתינים למענה אנושי מעל 2 דקות.

א. מהו החציון של זמן ההמתנה?
ב. חשבו את סטיית התקן של זמן ההמתנה למענה אנושי.
ג. (1) מהו אחוז האנשים שממתינים למענה אנושי פחות מדקה אחת?
(2) מהו אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה אנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע?
בעקבות פניות של לקוחות החברה נעשו שינויים בשירות המענה האנושי, ובעקבותיהם זמן ההמתנה הממוצע למענה אנושי ירד ל-1.2 דקות אך סטיית התקן נשארה ללא שינוי. לאחר השינוי בשירות נבדק אחוז האנשים שזמן ההמתנה שלהם למענה אנושי הוא בין הממוצע לבין סטיית תקן אחת מעל הממוצע.
ד. האם האחוז שנבדק השתנה לעומת האחוז שהיה לפני השינוי בשירות? נמקו.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$.

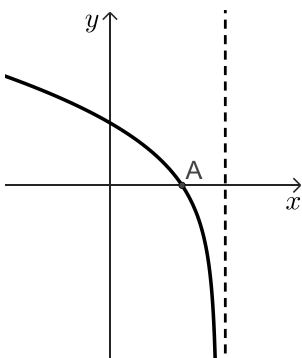
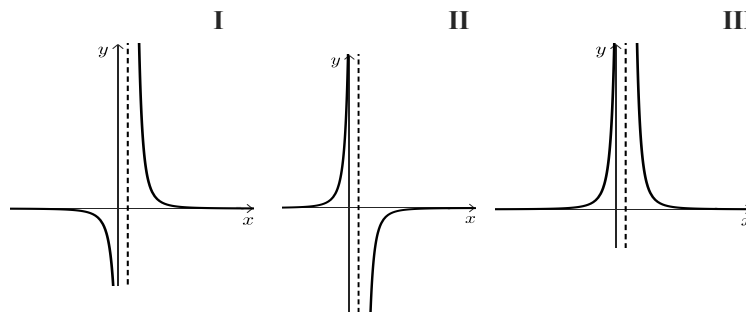


- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) רשמו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים, אם יש כאלה.
- (4) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- (5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = |f(x)|$.
- ב. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- (2) רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.
- (3) כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 3$? נמקו.

(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{(4x-1)^2} - 4$



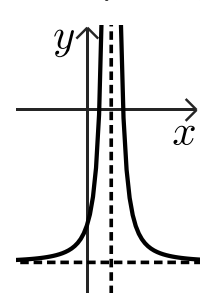
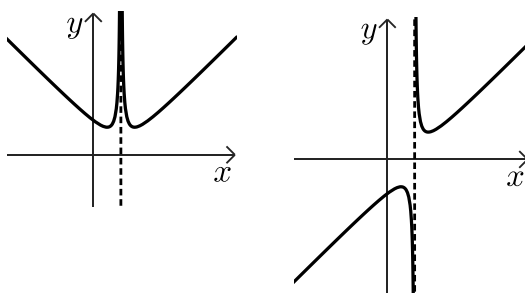
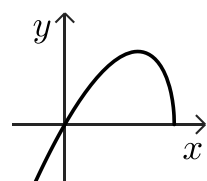
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) רשמו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
 (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (4) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 (5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ב. אחד משלושת הגרפים שבסוף השאלה: I, II, III, הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 ציינו מיהו ונמקו.
 ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x=1$ ו- $x=2$.



- (8) נתונה הפונקציה: $f(x) = x\sqrt{a-x}$, a הוא פרמטר.
 בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 א. (1) היעזרו בגרף, ורשמו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$. קבעו את סוגה.
 (2) חשבו את הערך של a .
 הציבו: $a=3$ וענו על הסעיפים הבאים:
 ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 (3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.
 (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ג. נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x+3)$.
 מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$? נמקו.



תשובות סופיות:

- (1) א. 0.3 ב. 0.22 ג. $\frac{5}{11}$ ד. האמירה אינה נכונה.
- (2) א. 1.8 דקות ב. 0.4 דקות ג. (1) 2.27% מהאנשים ג. (2) 34.1% מהאנשים.
ד. לא השתנה.
- (4) א. $6\sqrt{2}$ ב. C(6,4) ג. D(0,7) ד. (1) שאלת הוכחה ד. (2) 3.
ה. $\angle EBD = 45^\circ$, $\angle ABC = 135^\circ$ ו. $\frac{4}{3}$.
- (5) א. $(x-6)^2 + (y-10)^2 = 100$ ב. B(0,18) ג. (1) $y = \frac{3}{4}x + 18$ ד. 18.
- (6) א. (1) $x \neq 2$ א. (2) $x = 2$ א. (3) (0,-2.5) ג. (1) שאלת הוכחה ג. (2) שאלת הוכחה ד. 18.
א. (4) $\max(1,-2)$, $\min(3,2)$ א. (5) להלן סרטוט: ב. (1) להלן סרטוט:
ב. (2) $\min(1,2)$, $\min(3,2)$ ב. (3) 4 פתרונות.
- (7) א. (1) $x \neq 0.25$ א. (2) $y = -4$, $x = 0.25$ א. (3) (0,3), (0.375,0), (0.125,0) א. (4) ירידה: $x > 0.25$, עליה: $x < 0.25$.
א. (5) להלן סרטוט: ב. גרף II ג. 0.091.
- (8) א. (1) ראו סרטון א. (2) $a = 3$ ב. (1) $x \leq 3$ ב. (2) (0,0), (3,0) ב. (3) $\max(2,2)$, $\min(3,0)$ ג. $x \leq 0$ ב. (4) להלן סרטוט:
- 
- 
- 

בגרות קיץ 2022 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

- 2) חברה להפצת תוכן דיגיטלי בדקה כמה זמן ביום אנשים מאזינים לפודקאסטים (הסכתיים) באתר אינטרנט מסוים. על פי הבדיקה, 100,000 אנשים מאזינים לפודקאסטים באתר, וזמן ההאזנה שלהם ביום מתפלג נורמלית. התברר כי זמן ההאזנה הממוצע לאדם הוא 35.65 דקות, וסטיית התקן של זמן ההאזנה היא 15 דקות.
- א. מהו אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים פחות מ-10 דקות ביום?
- ב. כמה אנשים מאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת (60 דקות) ביום?
- אחרי שינוי בתכני הפודקאסטים באתר, החברה בדקה שוב את משך זמן ההאזנה של אותם 100,000 אנשים, ומצאה שזמן ההאזנה הממוצע ביום לאדם גדל: הממוצע לאחר השינוי היה 42 דקות.
- עם זאת, אחוז האנשים שמאזינים לפודקאסטים באתר פחות מ-10 דקות נשאר ללא שינוי.
- ג. (1) חשבו את סטיית התקן של זמן ההאזנה לאחר השינוי.
- (2) פי כמה גדל מספר האנשים שמאזינים לפודקאסטים יותר משעה אחת ביום לאחר השינוי?





(3)

חברה מסוימת מיינה מועמדים לעבודה בחברה.

כדי להתקבל לעבודה בחברה, המועמדים צריכים לעבור בהצלחה את שלושת שלבי המיון.
מי שלא עבר בהצלחה את השלב הראשון, לא המשיך לשלב השני,
ומי שלא עבר בהצלחה את השלב השני, לא המשיך לשלב השלישי.
שלבי המיון היו:

שלב ראשון: מבחן התאמה.

שלב שני: ריאיון אישי.

שלב שלישי: סדנה קבוצתית.

כל המועמדים שעברו בהצלחה את כל שלושת השלבים התקבלו לעבודה בחברה.
נתון:

75% מן המועמדים עברו בהצלחה את מבחן ההתאמה.

50% מן המועמדים שעברו בהצלחה את מבחן ההתאמה, עברו בהצלחה את הריאיון האישי.

40% מן המועמדים שעברו בהצלחה את הריאיון האישי, עברו בהצלחה את הסדנה הקבוצתית.

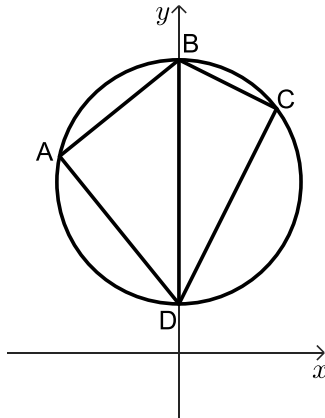
א. בחרו באקראי מועמד. מהי ההסתברות שהוא התקבל לעבודה בחברה?

ב. נטע וגלי השתתפו במיונים האלה. מהי ההסתברות שלכל היותר אחת מהן התקבלה
לעבודה בחברה?

ג. גם עדי השתתפה במיונים. מהי ההסתברות שהיא עברה בהצלחה את הריאיון האישי,
אם ידוע שהיא לא התקבלה לעבודה בחברה?

ד. ידוע כי 170 מועמדים מבין כל המועמדים לא התקבלו לעבודה בחברה.
כמה מועמדים התקבלו לעבודה בחברה?

פרק שני - גאומטריה



(4) המרובע ABCD שלפניכם חסום במעגל (ראו סרטוט).

נתון: $\angle A = \angle C$.

א. הוכיחו כי BD הוא קוטר במעגל.

נתון: $B(0,12)$, $D(0,-2)$.

ב. מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$.

ג. (1) מצאו את משוואת הצלע DC.

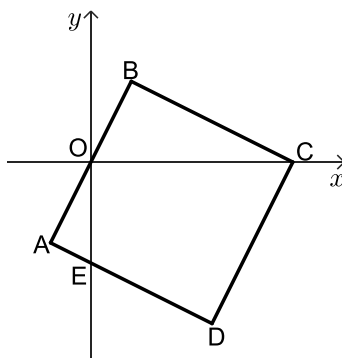
(2) מצאו את שיעורי הנקודה C.

נתון כי הנקודה E היא אמצע הצלע DC.

ד. חשבו את שטח המשולש BCE.

ה. (1) חשבו את גודל הזווית BEC.

(2) חשבו את גודל הזווית DBE.



(5) נתון ריבוע ABCD. הצלע AB עוברת דרך ראשית הצירים, O.

הצלע AD חותכת את ציר ה-y בנקודה E. הקודקוד C מונח על ציר ה-x (ראו סרטוט).

א. הוכיחו: $\angle AEO = \angle BOC$.

(2) הוכיחו: $\triangle OAE \sim \triangle CBO$.

נתון: הנקודה O היא אמצע הצלע AB.

ב. מצאו את היחס: $\frac{BO}{AE}$.

נתון: $E(0,-5)$.

ג. מצאו את אורך הקטע OC ואת שיעורי הנקודה C.

נתון: שיפוע הצלע BC הוא $-\frac{1}{2}$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה B.

ה. מצאו את שטח הריבוע ABCD.

ו. האם מתקיים: $\angle BCO = \angle OCE$? נמקו.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4x^2 - 1}{x^2 - 1}$

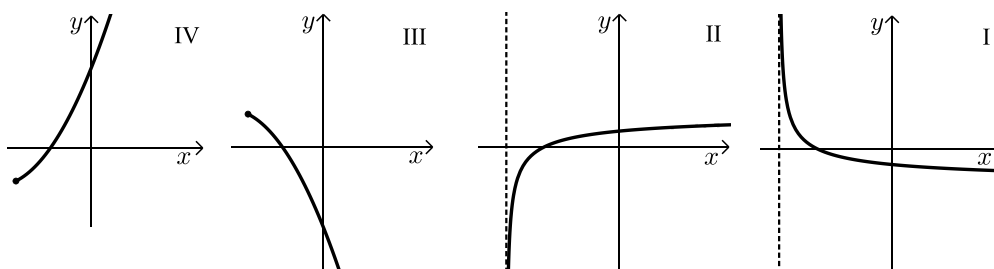


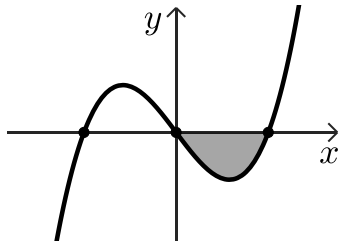
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x) + k$, הוא פרמטר.
- נתון: משוואת האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$ היא: $y = 1$.
- ד. (1) מצאו את k .
- (2) מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגה?

(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = x - 2\sqrt{x+a}$, הוא פרמטר.



- גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(6,0)$.
- א. הראו כי: $a = 3$.
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- קבעו איזה מהם, ונמקו את הקביעה.
- ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, הישר: $x = 1$, וציר ה- x .





(8) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת מתאפסת בנקודות: $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$. בלבד.

א. הסתמכו על הסרטוט וקבעו את שיעורי ה- x של נקודות

הקיצון של הפונקציה $f(x)$ ואת סוגן.

S הוא השטח הנמצא ברביע הרביעי ומוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- x .

נתון: $S = 8$, $f(2) = 3\frac{1}{2}$.

ב. מצאו את $f(0)$.

נתון: $f(-2) = f(2)$. לפונקציה $f(x)$ אין אסימפטוטה אופקית.

ג. סרטוטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. בעבור אילו ערכי k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ ב-2 נקודות שונות

בדיוק? נמקו.

תשובות סופיות:

(2) א. 4.36% ב. כ-5,300 אנשים ג. (1) 18.713 דקות ג. (2) 3.17

(3) א. $p = \frac{3}{20} = 0.15$ ב. $p = \frac{391}{400} = 0.9775$ ג. $p = \frac{9}{34}$ ד. 30 מועמדים.

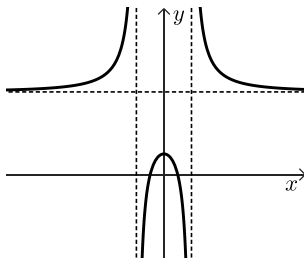
(4) א. שאלת הוכחה ב. $x^2 + (y-7)^2 = 25$ ג. (1) $y = 2x + 2$

ג. (2) $C(4,10)$ ד. 10 ה. (1) $\angle BEC = 45^\circ$ ה. (2) $\angle DBE = 18.43^\circ$

(5) א. (1) שאלת הוכחה א. (2) שאלת הוכחה ב. 2 ג. $OC = 10$, $C(10,0)$

ד. $B(2,4)$ ה. 80 ו. מתקיים.

(6) א. (1) $x \neq \pm 1$ א. (2) $y = -4$, $x = \pm 1$ א. (3) $(0,1)$, $(-\frac{1}{2}, 0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$



ג. להלן סקיצה: ב. $\max(0,1)$

ד. $k = 5$ (1)

ד. $\min(0,4)$ (2)

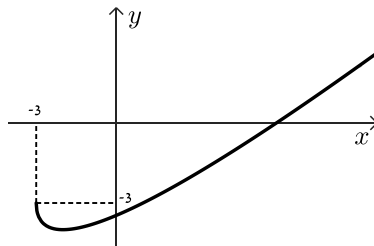
(7) א. הוכחה. ב. $x \geq -3$

ג. $\max(-3,-3)$, $\min(-2,-4)$ קצה.

ד. להלן סקיצה:

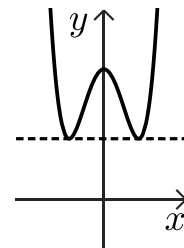
ה. גרף II

ו. 1.



(8) א. מינימום: $x = -2$, $x = 2$, מקסימום: $x = 0$ ב. $f(0) = 11.5$

ג. להלן סרטוט: ד. $x > 11.5$ או $k = 3.5$



בגרות קיץ 2022 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

(1) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

(2) ביישוב א' בדקו כמה מכוניות יש לכל משפחה.
התברר שביישוב א' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.
הטבלה שלפניכם מתארת את התפלגות מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.



מספר המכוניות למשפחה	0	1	2	3
מספר המשפחות	30	y	x	6

- ידוע כי ביישוב א' יש בממוצע מכונית אחת למשפחה.
א. מצאו את x (מספר המשפחות ביישוב א' שיש ברשותן 2 מכוניות).
נתון כי סטיית התקן של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א' היא $\frac{6}{7}$.
ב. (1) מצאו כמה משפחות יש ביישוב א'.
(2) מצאו את השכיח ואת החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב א'.
גם ביישוב ב' יש משפחות שאין ברשותן מכוניות כלל ומשפחות שיש ברשותן מכונית אחת, 2 מכוניות או 3 מכוניות בלבד.
מספר המשפחות ביישוב ב' שווה למספר המשפחות ביישוב א'.
החציון של מספר המכוניות למשפחה ביישוב ב' הוא 0.5.
ג. לכמה משפחות ביישוב ב' אין מכוניות כלל?



3) לשירה יש סל ובו x כדורים סך הכול 12 מן הכדורים שבסל הם ירוקים והשאר אדומים. נתון: ההסתברות להוציא 2 כדורים ירוקים בזה אחר זה עם החזרה היא 0.36.
א. מצאו את x .

שירה מוציאה באקראי כדור מן הסל.

אם הכדור אדום, היא מחזירה אותו לסל ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.

אם הכדור ירוק, היא משאירה אותו בחוץ ושוב מוציאה באקראי כדור מן הסל.

ב. מהי ההסתברות ששירה תוציא לפחות כדור ירוק אחד?

ג. אם ידוע ששירה הוציאה לפחות כדור ירוק אחד,

מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני כדורים בצבעים השונים זה מזה?

לשירה יש סל נוסף, ובו x כדורים (ה- x שמצאתם בסעיף א).

גם בסל הזה 12 מן הכדורים הם ירוקים והשאר אדומים.

שירה מוציאה באקראי מן הסל הזה שני כדורים עם החזרה.

ד. מהי ההסתברות שכל ארבעת הכדורים שהוציאה שירה משני הסלים היו באותו הצבע?

פרק שני - גאומטריה



4) בסרטוט שלפניכם מתואר מעגל, העובר דרך הנקודות: O, C, A .
 O היא ראשית הצירים.

המעגל חותך את החלק החיובי של ציר ה- x בנקודה A .

הנקודה B נמצאת מחוץ למעגל, על החלק החיובי של ציר ה- x .

הקטע CB חותך את המעגל בנקודה E (ראו סרטוט).

נתון: $\angle EOB = \angle EBO$.

א. הוכיחו: $AC = AB$.

נתון: $A(4,0)$, $C(0,3)$.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה B .

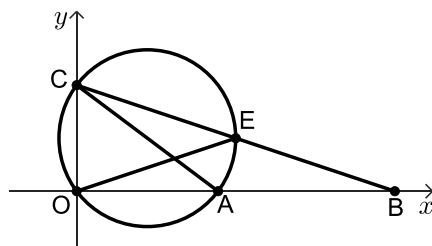
ג. (1) הוכיחו כי AC הוא קוטר במעגל.

(2) מצאו את משוואת המעגל.

נתון כי שיעור ה- x של הנקודה E הוא 4.5.

ד. פי כמה גדול שטח המשולש COB משטח המשולש EOB ?

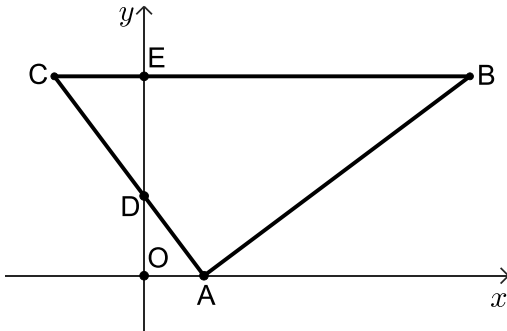
ה. חשבו את גודל הזווית EOB .





(5)

במשולש ABC הקודקוד A מונח על ציר ה- x . הצלע AC חותכת את ציר ה- y בנקודה D. הצלע CB מקבילה לציר ה- x , וחותכת את ציר ה- y בנקודה E, כמתואר בסרטוט שלפניכם. O היא ראשית הצירים.



א. הוכיחו: $\triangle AOD \sim \triangle CED$.

נתון כי משוואת הישר AC היא: $y = -\frac{4}{3}x + 4$,

וכי: $\frac{DO}{DE} = \frac{2}{3}$.

ב. (1) מצאו את אורך הקטע DE.

(2) מצאו את משוואת הישר CB.

נתון: הצלע AB מאונכת לצלע AC.

ג. מצאו את משוואת הישר AB.

ד. חשבו את גודל הזווית CDE.

ה. חשבו את שטח המרובע ADEB.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x-b}{x-4} + 1$, b הוא פרמטר.



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה $(0, 2.5)$.

ב. מצאו את b .

ג. הציבו את הערך של b שמצאתם בסעיף ב בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ז.

ד. מצאו את משוואות האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ה. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ו. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

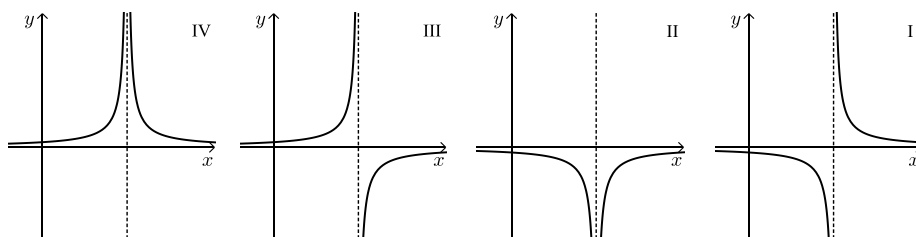
ז. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ח. (1) אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי הישר $x = 1$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .





(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-3) \cdot \sqrt{2x}$.

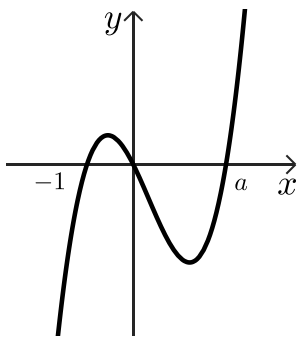
- מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x)$.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטם את גרף הפונקציה $f(x)$.
- נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .
- הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. נמקו.



(8) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .

בסרטוט שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותכת את ציר ה- x בנקודות שבהן: $x = -1$, $x = 0$, $x = a$ בלבד ($a > 0$ הוא פרמטר).



א. מה הם שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

ומהו סוגן? אם יש צורך, הביעו באמצעות a .

נתון כי הפונקציה היא: $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 12$.

- מצאו את a .
- מצאו את שיעורי ה- y של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בשתי נקודות שונות.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר המשיק לגרף

הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = a$ ועל ידי הישר $x = -1$.

תשובות סופיות:

(2) א. $x = 18$ ב. (1) 98 משפחות ב. (2) השכיח: 1, החציון: 1 ג. 49 משפחות.

(3) א. $x = 20$ ב. 0.84 ג. $\frac{78}{133}$ ד. $\frac{1789}{11875}$

(4) א. שאלת הוכחה ב. $B(9,0)$ ג. (1) שאלת הוכחה.

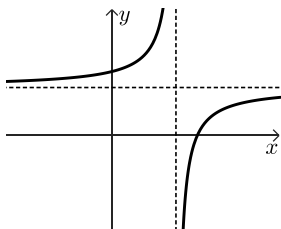
ג. (2) $(x-2)^2 + (y-1.5)^2 = 6.25$ ד. פי 2 ה. $\angle EOB = 18.43^\circ$

(5) א. שאלת הוכחה ב. (1) $ED = 6$ ב. (2) $y = 10$ ג. $y = \frac{3}{4}x - 2\frac{1}{4}$

ד. $\angle CDE = 36.87^\circ$ ה. $90\frac{2}{3}$

(6) א. $x \neq 4$ ב. $b = 6$ ג. $y = 3, x = 4$

ד. $\left(3\frac{1}{3}, 0\right)$ ה. עלייה: אף x , ירידה: $x > 4$ או $x < 4$



ו. להלן סקיצה:

ז. (1) גרף II ז. $\frac{1}{6}$ (2)

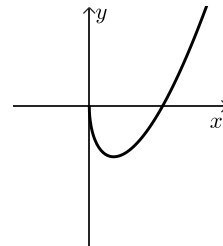
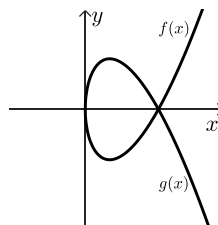
(7) א. $x \geq 0$ ב. $(0,0), (3,0)$

ג. $\max(0,0), \min(1, -2\sqrt{2})$ קצה.

ו. 25.

ה. להלן סקיצה:

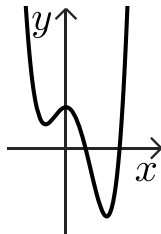
ד. להלן סקיצה:



(8) א. מינימום: $x = -1, x = a, x = 0$ מקסימום: $x = 0$

ב. (2) מינימום: $y = 7, y = -20, y = 20$ מקסימום: $y = 20$

ד. 64.8



כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 62

שאלון 471 - בגריות שנת 2021

91	מועד חורף
96	קיץ מועד א
101	קיץ מועד ב
106	קיץ מועד מיוחד

בגרות חורף 2021:

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

- (1) הגובה של 2,000 מתגייסים חדשים בחודש מסוים מתפלג נורמלית.
הגובה הממוצע של המתגייסים באותו חודש הוא 170 ס"מ וסטיית התקן היא 10 ס"מ.
א. (1) מצאו את אחוז המתגייסים שגובהם מתחת ל-180 ס"מ.
(2) מצאו את מספר המתגייסים (בערך) שגובהם מעל 180 ס"מ.
ב. מהו הגובה ש- $\frac{1}{5}$ מהמתגייסים נמצאים מתחתיו?
נסמן ב- h את הגובה שמצאת בסעיף ב'.
ג. (1) בוחרים באקראי מתגייס. מהי ההסתברות שגובהו בין h ל-180 ס"מ?
(2) בוחרים באקראי שני מתגייסים.
מהי ההסתברות שהגובה של לפחות אחד מהם הוא בין h ל-180 ס"מ?

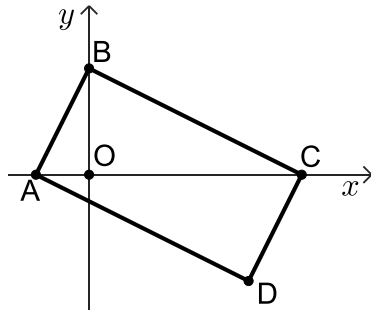


- (2) יוסי רכש שתי חבילות ממתקים.
בחבילה א': 8 שוקולדים, 6 חטיפים ו-4 מסטיקים.
בחבילה ב': 3 שוקולדים, 9 חטיפים ו-6 מסטיקים.
יוסי מטיל קובייה מאוזנת פעם אחת.
אם מתקבל מספר גדול מ-4, יוסי בוחר בחבילה א' ומוציא ממנה באקראי ממתק.
אם מתקבל מספר אחר, יוסי בוחר בחבילה ב' ומוציא ממנה באקראי ממתק.
א. חשבו את ההסתברות שהממתק שיוסי יוציא הוא שוקולד.
ב. ידוע שיוסי הוציא שוקולד, מהי ההסתברות שהוא בחר בחבילה א'?
ג. ידוע שיוסי לא הוציא שוקולד, מהי ההסתברות שיוסי הוציא מסטיק?

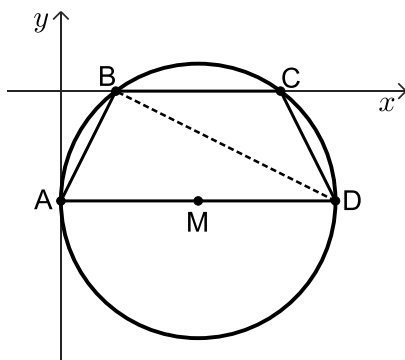


- (3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

פרק שני - גאומטריה



- (4) במלבן ABCD הקודקוד B נמצא על ציר ה- y .
הקודקודים A ו- C נמצאים על ציר ה- x , כמתואר באיור.
0 - ראשית הצירים.
נתון: $AO = 3$, $\tan \angle BAO = 2$.
א. מצאו את משוואת הישר AB.
ב. (1) מצאו את משוואת הישר BC.
(2) מצאו את שיעורי הקודקוד C.
ג. (1) הוכיחו כי המשולשים AOB ו- CDA דומים.
(2) חשבו את יחס השטחים של המשולשים AOB ו- CDA.



- (5) המרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו M.
ציר ה- y משיק למעגל בנקודה A, והמעגל חותך את ציר ה- x בנקודות B ו- C.
AD הוא קוטר במעגל (ראה איור).
א. הסבירו מדוע $AD \parallel BC$.
נתון: $A(0, -4)$, ורדיוס המעגל שווה ל-5.
ב. מצאו את משוואת המעגל.
ג. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים B, C ו- D.
(2) הראו כי: $AB = CD$.
ד. (1) חשבו את גודל הזווית BAD.
(2) מצאו את גודל הזווית BCD. נמקו.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{(x+3)^2}$.



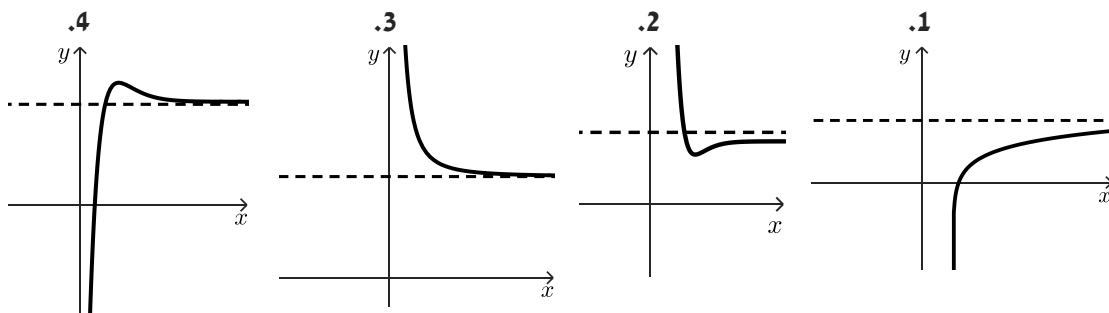
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - ב. מצאו את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.
 - ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - ד. מצאו את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגה.
- סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה $g(x) = -f(x)$ המקיימת: $g(x) = -f(x)$.
- ענו על סעיף ו' על סמך הסעיפים הקודמים.
- ו. (1) רשמו את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $g(x)$.
 - (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

7 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2}{x^2} + b$ בתחום: $x > 0$, b הוא פרמטר.



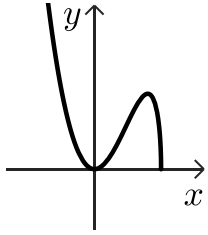
הישר $y = 4$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה.

- א. מצאו את b .
- ב. איזה מן הגרפים 1 – 4 שלפניכם הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמקו.



בתחום הנתון העבירו משיק לגרף הפונקציה. שיפוע המשיק שווה ל-4.

- ג. מצאו את משוואת המשיק.
- ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק, ציר ה- x והישר $x = 4$.



(8) בציר שלפניכם מוצג גרף הפונקציה: $f(x) = x^2 \sqrt{10 - 4x}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) מצאו את השיעורים של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה,

וקבעו את סוגן.

(3) כמה פתרונות יש למשוואה: $x^2 \sqrt{10 - 4x} = 5$? נמקו את תשובתכם.

ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה הנתונה יש אסימפטוטה אנכית: $x = 2.5$.

תחום ההגדרה של $f'(x)$: $x < 2.5$.

ב. (1) רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של $f'(x)$.

(2) סרטטו את הסקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ וציר ה- x ,

בתחום: $-1 \leq x \leq 0$.

תשובות סופיות:

(1) א. (1) 84.13% א. (2) 317 מתגייסים ב. $\frac{1}{5}$ ג. (1) 0.6413 ג. (2) 0.8713.

(2) א. $\frac{7}{27}$ ב. $\frac{4}{7}$ ג. 0.4.

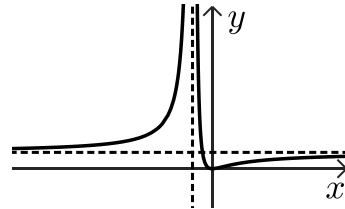
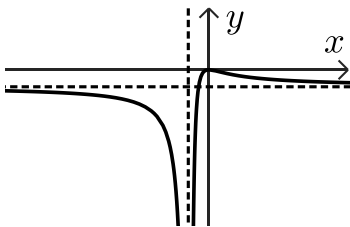
(4) א. $y = 2x + 6$ ב. (1) $y = -\frac{1}{2}x + 6$ ב. (2) $C(12,0)$ ג. (1) שאלת הוכחה ג. (2) $\frac{1}{5}$.

(5) א. ראו סרטון ב. $(x-5)^2 + (y+4)^2 = 25$ ג. (1) $B(2,0)$, $C(8,0)$, $D(10,-4)$

ג. (2) ראו סרטון ד. (1) $\angle BAD = 64.43^\circ$ ד. (2) $\angle BCD = 116.57^\circ$.

(6) א. $x \neq -3$ ב. $x = -3, y = 1$ ג. $(0,0)$ ד. $\min(0,0)$.

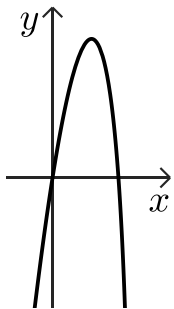
ה. להלן סרטון: ו. (1) $x = -3, y = -1$ ז. (2) להלן סרטון:



(7) א. $b = 4$ ב. גרף 3 ג. $y = -4x + 10$ ד. 9.

(8) א. (1) $x \leq 2.5$ א. (2) $\min(0,0)$, $\max(2, 4\sqrt{2})$ א. (3) 3 פתרונות.

ב. (1) חיוביות: $0 < x < 2$, שליליות: $2 < x < 2.5$, $x < 0$ ב. (2) להלן סרטון: ג. $\sqrt{14}$ יח"ר.



בגרות קיץ 2021 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

- (1) במדינה מסוימת הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה פרסמה דוח בנושא רווחת התושבים בני 25-69.
- על פי נתוני הדוח, 40% מתושבי המדינה הם בעלי תואר אקדמי והשאר ללא תואר אקדמי. 75% מתוך בעלי התואר האקדמי מרוצים ממצבם הכלכלי. 80% מבין אלה שלא מרוצים ממצבם הכלכלי הם ללא תואר אקדמי.
- א. בוחרים באקראי תושב המדינה.
חשבו את ההסתברות שהוא בעל תואר אקדמי ומרוצה ממצבו הכלכלי.
- ב. (1) מהו אחוז התושבים המרוצים ממצבם הכלכלי?
(2) ידוע כי נבחר תושב שמרוצה ממצבו הכלכלי.
- מהי ההסתברות שהוא ללא תואר אקדמי?
- ג. דניאל הוא תושב עם תואר אקדמי. מיכאל הוא תושב ללא תואר אקדמי.
ההסתברות של מי מהם להיות מרוצה ממצבו הכלכלי גדול יותר? נמקו.

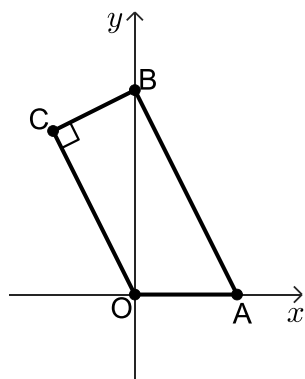




- (2) בבניין יש מספר זוגי של דירות בשכירות.
שכר הדירה החודשי הממוצע הוא 2,800 ₪.
שכר הדירה החודשי השכיח (היחיד) הוא 2,600 ₪.
שכר הדירה החודשי החציוני הוא 2,650 ₪.
א. האם הטענות הבאות נכונות? נמקו.
(1) שכר הדירה הנמוך ביותר הוא 2,625 ₪.
(2) שכר הדירה הגבוה ביותר הוא 2,800 ₪.
(3) שכר הדירה של מחצית מהדירות גדול או שווה ל-2,650 ₪.
ידוע שבבניין יש 4 דירות בשכירות.
ב. (1) הסבירו מדוע לא ייתכן שיש 3 דירות ששכר הדירה של כל אחת מהן הוא 2,600 ₪.
(2) הסבירו מדוע יש דירה אחת ששכר הדירה שלה הוא 2,700 ₪.
(3) חשבו את דמי השכירות של כל אחת מהדירות בבניין.
ג. בבניין הושכרו מספר דירות נוספות, כל אחת ב-2,800 ₪.
(1) האם אחרי שינוי זה הממוצע של שכר הדירה גדל, קטן או נשאר ללא שינוי? נמקו.
(2) האם אחרי שינוי זה סטיית התקן של שכר הדירה גדלה, קטנה או נשארה ללא שינוי? נמקו.

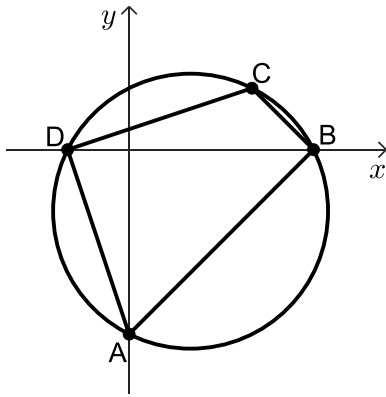
(3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

פרק שני - גאומטריה



- (4) המרובע ABCO הוא טרפז ישר זווית ($\angle C = 90^\circ$, $AB \parallel OC$).
משוואת הצלע AB היא: $y = -2x + 5$,
הנקודות A ו-B נמצאות על ציר ה-x ועל ציר ה-y בהתאמה.
O ראשית הצירים (כמתואר באיור).
א. (1) מצאו את משוואת הצלע BC.
(2) חשבו את שיעורי הקודקוד C.
ב. חשבו את גודל הזווית BOC.
ג. (1) הוכיחו כי המשולשים ABO ו-BOC דומים.
(2) חשבו את יחס השטחים של המשולשים ABO ו-BOC.





(5) מרובע ABCD חסום במעגל.

נתון: $\angle ABC = \angle ADC$.

א. הוכיחו כי AC קוטר במעגל.

נתון: $A(0, -6)$, $C(4, 2)$.

ידוע כי הקודקודים B ו-D נמצאים על ציר ה-x (ראו ציור).

ב. (1) מצאו את משוואת המעגל.

(2) חשבו את שיעורי הקודקודים B ו-D.

ג. חשבו את גודל הזווית ABD.

האלכסונים AC ו-BD נפגשים בנקודה E.

ד. הראו כי: $\frac{S_{EBA}}{S_{EBC}} = \frac{AE}{EC}$ (יחס שטחי המשולשים).

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש



(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = x\sqrt{x+a}$, a הוא פרמטר.

א. ידוע כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה-x בנקודה בה $x = -3$. חשבו את הערך של a .
הציבו את הערך של a וענו על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) עבור אלו ערכים של k הישר $y = k$ אינו חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמקו.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -2f(x)$.

על פי תשובותיכם לסעיפים הקודמים, ענו על הסעיף הבא.

ד. (1) קבעו מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.



(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 3x + 2$.

- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - הראו כי $x = -2$ היא נקודת חיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 - סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - חשבו את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $f(x)$, הישרים: $x = -3$, $x = -1$ וציר ה- x .
- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) - 4$.
- רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו.
 - חשבו את השטח המוגבל בין הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ והישרים: $x = 0$, $x = 1$.

(8) לפניך הגרפים של שתי הפונקציות: $f(x) = \frac{3}{x^2 + 1}$, $g(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ המוגדרות לכל x .



- קבעו איזה גרף מתאים לאיזו פונקציה. נמקו.
- מצאו את שיעורי נקודת החיתוך M של שתי הפונקציות.
- מעבירים ישר המקביל לציר ה- y משמאל לנקודת החיתוך M .

הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה A

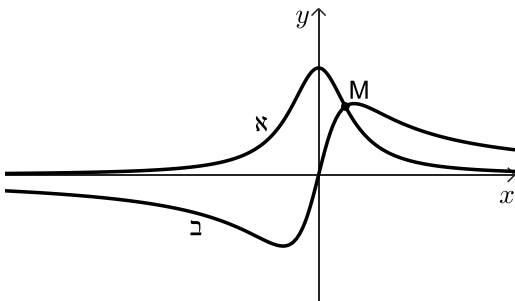
ואת גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה B .

נסמן ב- t את שיעור ה- x של הנקודה A .

(1) הבע באמצעות t את אורך הקטע AB .

(2) מצאו את ערכו של t עבורו אורך הקטע AB

הוא מקסימלי.



תשובות סופיות:

(1) א. 0.3 ב. (1) 50% ב. (2) 0.4 ג. ההסתברות של דניאל גדולה יותר.

(2) א. (1) הטענה אינה נכונה א. (2) הטענה אינה נכונה א. (3) הטענה נכונה.

ב. (1) ראו סרטון ב. (2) ראו סרטון ב. (3) 3300, 2700, 2600, 2600.

ג. (1) ללא שינוי ג. (2) סטיית התקן קטנה.

(4) א. (1) $y = \frac{1}{2}x + 5$ א. (2) $C(-2, 4)$ ב. $\angle BOC = 26.565^\circ$.

ג. (1) שאלה הוכחה ג. (2) $\frac{5}{4}$.

(5) א. שאלת הוכחה ב. (1) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 20$ ב. (2) $D(-2, 0)$, $B(6, 0)$.

ג. $\angle ABD = 45^\circ$ ד. ראו סרטון.

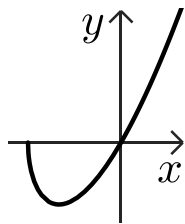
(6) א. $a = 3$ ב. (1) $x \geq -3$ ב. (2) $(-3, 0)$, $(0, 0)$.

ג. (1) להלן סרטוט: ב. (3) $\max(-3, 0)$, $\min(-2, -2)$

ג. (2) $k < -2$.

ד. (1) חיוביות: $-3 < x < 0$, שליליות: $x > 0$.

ד. (2) $\min(-3, 0)$, $\max(-2, 4)$.



ג. להלן סרטוט:

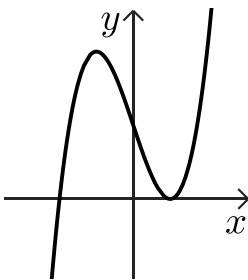
ב. ראו סרטון

(7) א. $\max(-1, 4)$, $\min(1, 0)$

ה. (1) $\max(-1, 0)$, $\min(1, -4)$.

ד. 9.5 יח"ר

ה. (2) 4 יח"ר.



ב. $M(0.75, 1.92)$

(8) א. גרף א: $f(x)$, גרף ב: $g(x)$

ג. (2) $t = -0.5$

$$AB = \frac{3-4t}{t^2+1} \quad (1) \quad \text{ג.}$$

בגרות קיץ 2021 מועד ב':

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות



- (1) בבית ספר גדול הציונים בבחינת הבגרות במתמטיקה מתפלגים נורמלית עם ממוצע 70 וסטיית תקן 25.
הציונים בבחינת הבגרות באנגלית מתפלגים אף הם נורמלית עם ממוצע 75 וסטיית תקן 20.
ציון עובר בכל אחת מן הבחינות הוא 55 ומעלה.
א. מהי ההסתברות לעבור את בחינת הבגרות במתמטיקה?
ב. האם ההסתברות לעבור את בחינת הבגרות באנגלית גדולה יותר מן ההסתברות לעבור את הבחינה במתמטיקה? נמקו.
בוחרים באקראי תלמיד מבית הספר.
ג. מהי ההסתברות שהוא יעבור את הבחינה בשני המקצועות?
בוחרים באקראי 2 תלמידים מבית הספר.
ד. מהי ההסתברות שרק אחד מהם יעבור את הבחינה בשני המקצועות?



- (2) בכד יש 6 כדורים כחולים, 9 כדורים אדומים והשאר כדורים ירוקים.
מוציאים באקראי כדור אחד מן הכד, מחזירים אותו לכד ומוציאים באקראי כדור נוסף.
ההסתברות ששני הכדורים שמוציאים הם כחולים היא 0.09.
א. כמה כדורים ירוקים בכד?
ב. (1) מהי ההסתברות להוציא באקראי מן הכד שני כדורים באותו הצבע?
(2) האם ההסתברות להוציא באקראי שני כדורים בצבעים שונים גדולה/קטנה/שווה להסתברות להוציא באקראי שני כדורים באותו הצבע? נמקו.
ג. מהי ההסתברות להוציא באקראי לפחות כדור כחול אחד?

- (3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

פרק שני - גאומטריה



(4) במלבן ABCD הצלע AB חותכת את ציר ה- x בנקודה E, כמתואר באיור. הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. הוכיחו כי המשולשים AOE ו-CBE דומים.

נתון: $C(7,0)$, $D(4,6)$.

ב. (1) מצאו את משוואת הצלע AD.

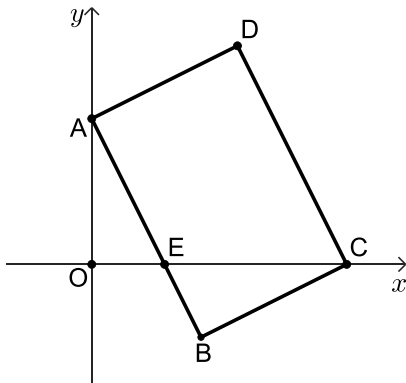
(2) מצאו את משוואת הצלע AB.

(3) מצאו את שיעורי הנקודה E.

ג. (1) חשבו את יחס הדמיון בין המשולשים AOE ו-CBE.

(2) מצאו פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש AOE.

ד. חשבו את גודל הזווית ECB.



(5) משולש ABC חסום במעגל שמרכזו M. CD הוא הגובה לצלע AB. ידוע כי CD עובר דרך מרכז המעגל.

א. הוכיחו כי: $CA = CB$.

נתונה משוואת המעגל: $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 25$.

משוואת הצלע AB היא: $y = -6$.

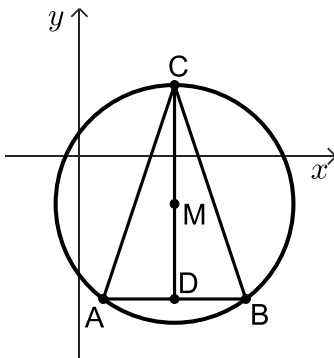
ב. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-B.

ג. (1) חשבו את גודל הזווית ACB.

(2) מצאו את גודל הזווית של המשולש ACM.

ד. (1) חשבו את אורכי הקטעים CM ו-DM.

(2) חשבו את היחס בין השטחים של המשולשים ACM ו-ADM.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

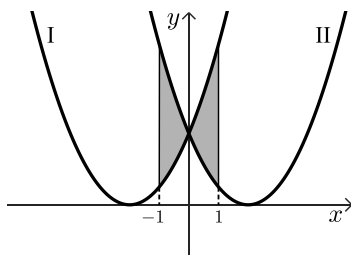
(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{12}{x} + 3x$.



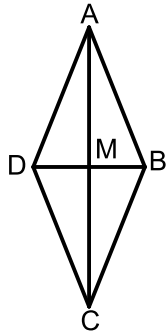
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - (3) הסבירו מדוע אין לגרף הפונקציה $f(x)$ נקודות חיתוך עם הצירים.
 - (4) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$, c הוא פרמטר.
- נתון שגרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x .
- ב. מצאו את הערך של c (מצאו את שתי האפשרויות). נמקו.
- הציבו: $c = -12$.

- ג. (1) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- (2) מצאו את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 1$.
- (3) חשבו את השטח שיוצר המשיק עם הצירים.

(7) לפניכם הגרפים של הפונקציות: $f(x) = (2-x)^2$, $g(x) = (2+x)^2$.



- א. התאימו בין הגרפים I ו-II ובין הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. נמקו.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
- ג. חשבו את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ והישרים $x = -1$ ו- $x = 1$ (השטח המסומן בציור).
- ד. קבעו אם הטענה הבאה נכונה, ונמקו את קביעתכם: $\int_{-1}^1 (f(x) - g(x)) dx = 0$.



(8) רון בנה עפיפון בצורת מעוין.

הוא בנה שלד בעזרת שני מקלות מאונכים AC ו-BD (ראה ציור).

סכום האורכים של AC ו-BD הוא 100 ס"מ.

נסמן ב- $2x$ את אורך האלכסון AC.

הנקודה M היא מפגש האלכסונים.

א. הביעו באמצעות x את אורך הקטע MB.

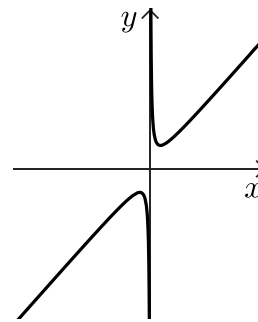
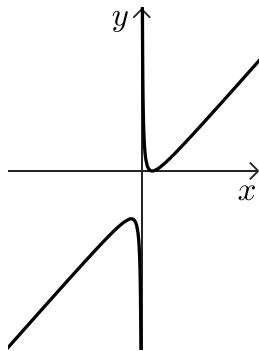
ב. קבעו באיזה תחום ערכים יכול להיות x .

ג. הביעו באמצעות x את אורך צלע המעוין.

ד. מה צריכים להיות אורכי האלכסונים AC ו-BD כדי שהיקף המעוין יהיה מינימלי?

תשובות סופיות:

- (1) א. 0.726 ב. ההסתברות לעבור את בחינת הבגרות באנגלית גדולה יותר.
ג. 0.6106 ד. 0.4756
- (2) א. 5 כדורים ב. (1) 0.355 ב. (2) גדולה יותר ג. 0.51
- (4) א. שאלת הוכחה ב. (1) $y = \frac{1}{2}x + 4$ ב. (2) $y = -2x + 4$ ב. (3) $E(2,0)$
- ג. (1) $2\sqrt{5} : 5$ ג. (2) פי 1.25 ד. $\angle ECB = 26.565^\circ$
- (5) א. שאלת הוכחה ב. $A(1, -6)$, $B(7, -6)$ ג. (1) $\angle ACB = 36.87^\circ$
ג. (2) $\angle MAC = \angle MCA = 18.435^\circ$, $\angle CMA = 143.13^\circ$ ד. (1) $DM = 4$, $CM = 5$
- ד. (2) $\frac{5}{4}$
- (6) א. (1) $x \neq 0$ א. (2) $\max(-2, 12)$, $\min(2, 12)$ א. (3) ראו סרטון
א. (4) להלן סרטון: ב. $c = -12$, $c = 12$ ג. (1) להלן סרטון:
ג. (2) $y = -x + 12$ ג. (3) 8 יח"ר.
ג. (3) 8 יח"ר.
- (7) א. $f(x) : I$, $g(x) : II$ ב. (0,4) ג. 8 יח"ר ד. הטענה נכונה.
- (8) א. $MB = 50 - x$ ב. $0 < x < 50$ ג. $\sqrt{2x^2 - 100x + 2500}$ ד. 50 ס"מ.



בגרות קיץ 2021 מועד מיוחד:

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות



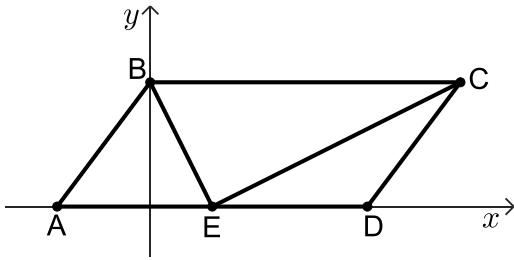
- (1) בשקית א' יש 4 סוכריות טופי ו-2 סוכריות מנטה.
בשקית ב' יש 3 סוכריות טופי ו-3 סוכריות מנטה.
בוחרים באקראי שקית, ומוציאים ממנה באקראי סוכריה אחת.
א. מהי ההסתברות להוציא סוכריית מנטה?
ב. ידוע שהוצאה סוכריית מנטה. מהי ההסתברות שהסוכריה הוצאה משקית א'?
משקית א', שיש בה 4 סוכריות טופי ו-2 סוכריות מנטה, מוציאים באקראי ללא החזרה שתי סוכריות.
ג. חשבו את ההסתברות שאחרי הוצאת שתי הסוכריות לא יישארו בשקית א' סוכריות מנטה.



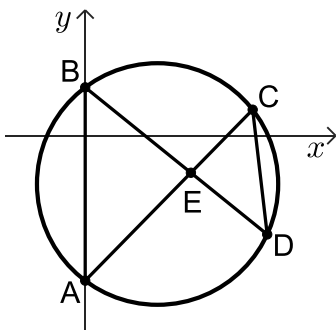
- (2) אורך החיים הממוצע של מקרר הוא 10 שנים וסטיית התקן היא 3 שנים.
אורך החיים של מקרר מתפלג נורמלית.
א. מהי ההסתברות שאורך החיים של מקרר יהיה בין 11 שנים ל-14 שנים?
ב. מהו אורך החיים של מקרר שרק 10% מהמקררים גבוה ממנו?
ג. היצרן נותן אחריות להחלפת המקרר אם הוא מתקלקל במהלך השנה הראשונה שלאחר הרכישה.
(1) מהו אחוז המקררים שאורך החיים שלהם הוא עד שנה?
(2) בשנה מסוימת היצרן מכר 50,000 מקררים.
כמה מקררים שנמכרו בשנה זאת היצרן צפוי להחליף במסגרת האחריות?
ד. לפניכם הטענות הבאות. קבעו אילו נכונות. נמקו.
(1) אורך החיים החציוני של מקרר הוא 11 שנים.
(2) אחוז המקררים שאורך החיים שלהם מעל 13 שנים שווה לאחוז המקררים שאורך החיים שלהם מתחת ל-7 שנים.

- (3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

פרק שני - גאומטריה



- (4) במקבילית ABCD הצלע AD נמצאת על ציר ה- x . הנקודה E נמצאת על הצלע AD, וידוע כי: $AB = AE$.
- א. הוכיחו: BE חוצה את $\angle ABC$.
- נתון: $\angle BEC = 90^\circ$, $B(0, 4)$, $A(-3, 0)$.
- ב. (1) חשבו את שיעורי הנקודה E.
(2) מצאו את משוואת הישר EC.
(3) מצאו את שיעורי הנקודה C.
- ג. (1) חשבו את גודל הזווית BCE.
(2) חשבו את הגודל של זוויות הטרפז BCEA.



- (5) במעגל המיתרים AC ו-BD נפגשים בנקודה E, כמתואר באיור.
- א. הוכיחו כי המשולשים ABE ו-DCE דומים.
- משוואת המעגל הנתון היא: $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$.
- הנקודות A ו-B נמצאות על ציר ה- y .
- ב. חשבו את שיעורי הנקודות A ו-B.
- העבירו מיתר AD. נתון: $\angle CAD = 30^\circ$.
- ג. (1) חשבו את אורך המיתר CD.
(2) חשבו את היחס בין שטח המשולש ABE ובין שטח המשולש DCE.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{-x^2 + 4x - 3}$.



א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

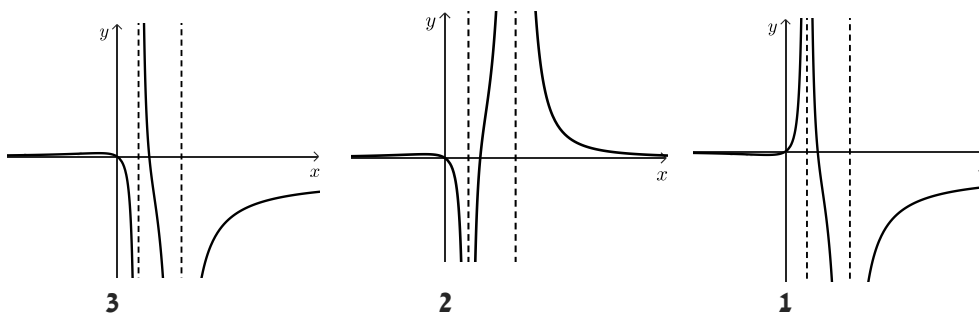
ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

לפניכם גרפים 3-1.

ד. (1) איזה מן הגרפים 3-1 הוא גרף הנגזרת $f'(x)$? נמקו.

(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = -2$.





(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = ax^3 + 6x^2 - 9x$, a הוא פרמטר.

א. ידוע כי לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 1$.
חשבו את הערך של a .

הציבו את הערך של a שמצאתם וענו על הסעיפים הבאים:

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

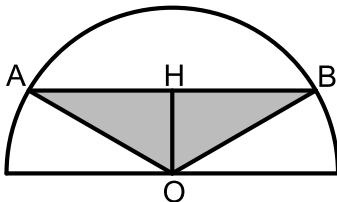
נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{2} \cdot f(x)$.

ג. (1) רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

(2) באותה מערכת צירים שבה שרטטתם סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$,

הוסיפו בקו מקווקו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.



(8) בחצי מעגל שרדיוסו 10 ס"מ חסום משולש שווה שוקיים ABO

כך שקודקוד הראש שלו במרכז המעגל O, ובסיסו AB מקביל לקוטר (ראו ציור).

נסמן ב- x את גובה המשולש OH.

א. הביעו באמצעות x את בסיס המשולש AB.

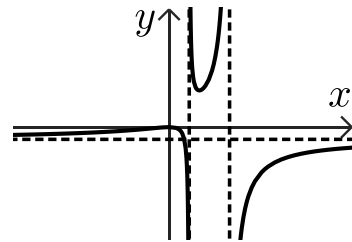
ב. מצאו את הערך של x עבורו שטח המשולש ABO הוא מקסימלי.

ג. מצאו את השטח המקסימלי של המשולש ABO.

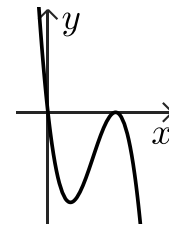
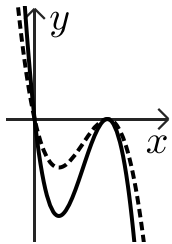


תשובות סופיות:

- (1) א. $\frac{5}{12}$ ב. $\frac{2}{5}$ ג. $\frac{1}{5}$
- (2) א. 0.279 ב. 13.84 שנים ג. (1) 0.13% ג. (2) 65 מקררים.
ד. (1) הטענה אינה נכונה ד. (2) הטענה נכונה.
- (4) א. שאלה הוכחה ב. (1) $E(2,0)$ ב. (2) $y = \frac{1}{2}x - 1$ ב. (3) $C(10,4)$.
ג. (1) $\angle BCE = 26.565^\circ$.
ג. (2) $\angle A = 53.13^\circ$, $\angle B = 126.87^\circ$, $\angle E = 153.435^\circ$, $\angle C = 26.565^\circ$.
- (5) א. שאלת הוכחה ב. $A(0,-6)$, $B(0,2)$ ג. (1) 5 ג. (2) $\frac{64}{25}$.
- (6) א. (1) $x \neq 1$, $x \neq 3$ א. (2) $x = 1$, $x = 3$, $y = -1$ ב. $\max(0,0)$, $\min(1.5,3)$.
ג. להלן סרטוט: ד. (1) גרף 2 ד. (2) $\frac{4}{15}$.



- (7) א. $a = -1$ ב. (1) $(0,0)$, $(3,0)$ ב. (2) $\min(1,-4)$, $\max(3,0)$.
ב. (3) להלן סרטוט: ג. (1) $\min(1,-2)$, $\max(3,0)$ ג. (2) להלן סרטוט:
ד. 3.375 יח"ר.



- (8) א. $2\sqrt{100-x^2}$ ב. $x = 5\sqrt{2}$ ג. 50 יח"ר.

כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 63

שאלון 471 - בגריות שנת 2020

111		קיץ מועד א
116		קיץ מועד ב

בגרות קיץ 2020 מועד א':

יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

1) לפניכם טבלה המייצגת התפלגות השכר ב-ש ליום עובדי מפעל א'.



שכר ביום ב-ש	300	220	180
מספר עובדים	7	13	20

- א. חשבו את המדדים הבאים של מפעל א':
- (1) השכר השכיח ליום והשכר החציוני ליום.
 - (2) השכר הממוצע ליום.
 - (3) הטווח וסטיית התקן של השכר ליום.
- ב. במפעל ב' שבו אותו מספר עובדים כמו במפעל א' המדדים הם:
- השכר הממוצע ליום זהה למפעל א'.
- השכר השכיח ליום הוא 200 ש.
- השכר החציוני ליום הוא 218 ש.
- סטיית התקן היא 15.7 ש.
- (1) באיזה מפעל יש הבדלי שכר גדולים יותר בין העובדים? נמקו.
 - (2) האם במפעל ב' השכר הנמוך ביותר ביום הוא 210 ש? נמקו.
 - (3) האם במפעל ב' רוב (יותר ממחצית) העובדים מקבלים שכר גדול או שווה ל-200 ש ביום? נמקו.

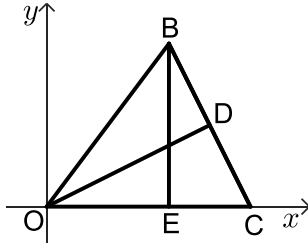
- 2) ידוע כי ביישוב מסוים 20% מהתושבים חולים בנגיף הקורונה. בית החולים ערך בדיקות לכל התושבים. לפי הבדיקות שנערכו, 90% מהחולים אובחנו כחולים ו-10% מהבריאים אובחנו כחולים.
- א. מהי ההסתברות שתושב היישוב הוא חולה בנגיף הקורונה וגם אובחן כחולה?
- ב. חשבו את אחוז התושבים שאובחנו כחולים בנגיף.
- ג. מהו אחוז התושבים ביישוב שלגביהם בית החולים ביצע אבחנה שגויה? (אבחנה שגויה היא תוצאת בדיקה שלא תואמת את המצב הרפואי).



(3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.

פרק שני - גאומטריה

(4) במשולש OBC העבירו גבהים OD ו-BE לצלעות BC ו-OC בהתאמה.



הנקודה 0 היא ראשית הצירים.

הנקודה C נמצאת על ציר ה- x .

משוואת הישר BC היא: $y = -2x + 20$.

א. מצאו את אורך הצלע OC.

ב. (1) מצאו את משוואת הישר OD .

(2) חשבו את גודל הזוויות החדות של המשולש ODC.

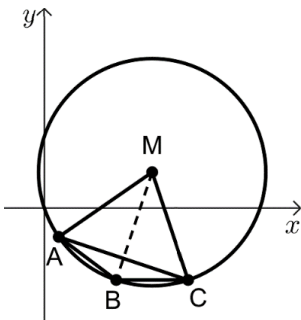
ג. הוכיחו כי המשולשים BEC ו-ODC דומים.

$$\frac{S_{\text{BEC}}}{S_{\text{ODC}}} = 0.8 \quad \text{נתון:}$$

(1) חשבו את אורך הצלע BC.

(2) חשבו את שטח המשולש OBC.

(5) במעגל שמרכזו M המיתרים AB ו-BC שווים (ראו סרטוט).



א. הוכיחו: MB חוצה זווית AMC.

משוואת המעגל היא: $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$.

נתון: $C(4, -2)$, הישר BC מקביל לציר ה- x .

ב. (1) מצאו את משוואת הישר BC.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה B, ואת אורך המיתר BC.

ג. (1) חשבו את גודל הזווית BAC במשולש ABC החסום במעגל.

(2) חשבו פי כמה גדול שטח המשולש AMC משטח המשולש ABC.

פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = x\sqrt{x+2}$.

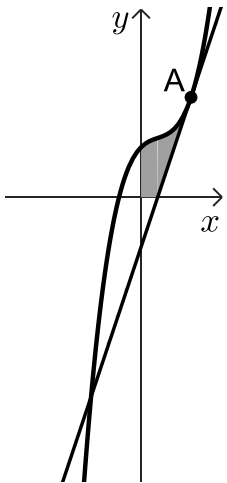


- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצאו את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ג. מצאו את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבעו את סוגן.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = x\sqrt{x+2} + k$, k הוא פרמטר.
 - (1) כתבו דוגמה לערך הפרמטר k , עבורו $g(x)$ לא חותכת את ציר ה- x .
 - (2) עבור ערך ה- k שכתבתם בסעיף הקודם, רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

7 נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x^3 - 2x^2 + x + b$, b הוא פרמטר.

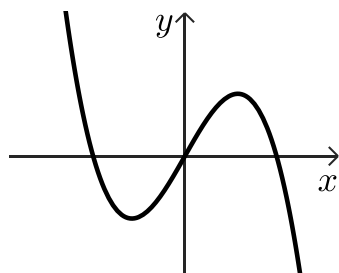


- א. הראו כי לפונקציה $f(x)$ אין נקודות קיצון.
- מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה A הנמצאת ברביע הראשון (ראו סרטוט). ידוע כי שיפוע המשיק הוא 3, ושיעור ה- y של נקודה A שווה ל-2.
 - ב. (1) מצאו את שיעור ה- x של נקודה A.
 - (2) מצאו את משוואת המשיק.
 - (3) מצאו את b .
 - ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, המשיק והצירים (השטח המסומן בסרטוט).



ד. נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

- (1) רשמו את האסימפטוטה המקבילה לציר ה- x של הפונקציה $g(x)$.
- (2) קבעו אם לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה המאונכת לציר ה- x . נמקו.



(8) הפונקציה: $f(x)$, מוגדרת לכל x .

בציור שלפניכם מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

המוגדרת גם היא לכל x .

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x

בנקודות $(-2,0)$, $(2,0)$ ובראשית הצירים.

א. רשמו את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן. נמקו.

ב. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$. נמקו.

ג. ידוע כי הפונקציה $f(x)$ זוגית ועוברת בנקודות: $(-3,0)$, $(2,6)$, $(0,2)$.

(1) רשמו את הערך של $f(-2)$. נמקו.

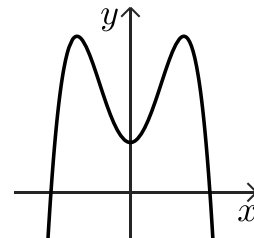
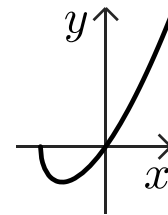
(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

ציר ה- x והישרים: $x = -2$, $x = 2$.

תשובות סופיות:

- (1) א. השכר השכיח: 180 ש"ח, השכר החציוני: 200 ש"ח א. (2) 214 ש"ח.
 א. (3) הטווח: 120 ש"ח, סטיית התקן: 43.41 ש"ח ב. (1) במפעל א'.
 ב. (2) לא ב. (3) שכר גדול או שווה.
 א. 0.18 ב. 26% ג. 10% (2)
 א. 10 ב. (1) $y = \frac{1}{2}x$ ב. (2) $\angle DOC = 26.565^\circ$, $\angle DCO = 63.435^\circ$.
 ג. שאלת הוכחה ד. (1) $4\sqrt{5}$ ד. (2) 40.
 א. שאלת הוכחה ב. (1) $y = -2$ ב. (2) $B(2, -2)$, $BC = 2$ ג. (2) פי 4.
 ג. (1) $\angle BAC = 18.43^\circ$ ג. (2) פי 4.
 א. $x \geq -2$ ב. $(-2, 0)$, $(0, 0)$ ג. $\max(-2, 0)$, $\min\left(-\frac{4}{3}, -1.089\right)$.
 ד. להלן סרטוט: ה. (1) $k = 2$ ה. (2) $\max(-2, 2)$, $\min\left(-\frac{4}{3}, 0.911\right)$.
 א. ראו סרטון ב. (1) $x_A = 1$ ב. (2) $y = 3x - 1$ ב. (3) $b = 1$.
 ג. $\frac{2}{3}$ ד. (1) $y = 0$ ד. (2) קיימת אסימפטוטה.
 א. מינימום: $x = -2$, $x = 0$, $x = 2$ ב. עליה: $0 < x < 2$, $x < -2$, ירידה: $x > 2$, $-2 < x < 0$.
 ג. (2) להלן סרטוט: ד. 8.
 $f(-2) = 6$ (1) ג.



בגרות קיץ 2020 מועד ב':

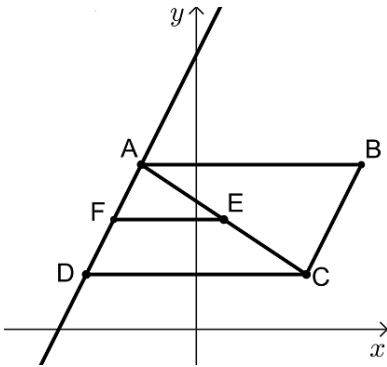
יש לענות על חמש מן השאלות 1-8, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה – 20 נקודות).
שימו לב: אם תענו על יותר מחמש שאלות, ייבדקו רק חמש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סטטיסטיקה והסתברות

- (1) בבית ספר מסוים נערכה בחינת מתכונת במתמטיקה שתוצאותיה מתפלגות נורמלית.
- לבחינת המתכונת ניגשו 300 תלמידים.
 - 20% מהציונים נמוכים מהציון 60.
 - הציון הממוצע בבחינה הוא 75.
- א. חשבו את סטיית התקן של הציונים של בחינת המתכונת.
- בבית ספר החליטו שכל התלמידים שהציון שלהם בבחינה נמוך מ-55 יקבלו שיעורי עזר.
- ב. כמה תלמידים (בערך) יקבלו את שיעורי העזר?
- במסגרת התנדבות בבית הספר הציעו ל-38 התלמידים המצטיינים, בעלי הציונים הגבוהים ביותר, לעזור לתלמידים מתקשים.
- ג. מהו הציון המינימלי הנדרש להצטיינות?
- (2) בכיתה יש 30 תלמידים, מתוכם 12 בנים והשאר בנות.
- ל-9 בנים בכיתה יש רישיון נהיגה, ול-12 בנות בכיתה יש רישיון נהיגה.
- בחרים באקראי תלמיד (בן/בת) מהכיתה.
- א. (1) מהי ההסתברות שנבחר תלמיד (בן/בת) ללא רישיון נהיגה?
- (2) ידוע שנבחר תלמיד (בן/בת) ללא רישיון נהיגה. מהי ההסתברות שנבחרה בת?
- ב. מוציאים מהכיתה באופן אקראי תלמיד (בן/בת) ואחרי זה הוא חוזר לכיתה. באופן זה מוציאים תלמיד נוסף.
- מהי ההסתברות שבשתי ההוצאות יצא תלמיד (בן/בת) עם רישיון נהיגה?
- ג. בהמשך נוספו ל-30 התלמידים בכיתה עוד 5 תלמידים (בנים/בנות). לאחר בדיקה התברר שההסתברות לבחור בן באופן אקראי לא השתנתה. כמה בנים וכמה בנות יש בכיתה לאחר השינוי?
- (3) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 471.



פרק שני - גאומטריה



(4) במקבילית ABCD נקודה F היא אמצע הצלע AD.

אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה E.

א. (1) הוכיחו כי: $FE \parallel DC$.

(2) הוכיחו כי המשולשים AEF ו-ACD דומים,

וחשבו את יחס שטחיהם.

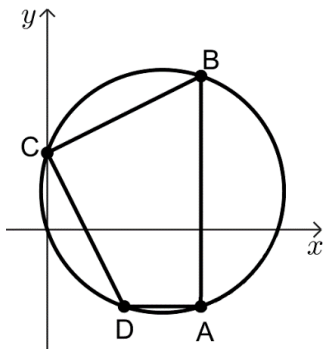
נתון: $C(4,2)$, $E(1,4)$, $D(-4,2)$.

ב. (1) מצאו את משוואות הישרים AD ו-DC.

(2) חשבו את גודל הזווית ADC.

ג. (1) חשבו את שטחי המשולשים AEF ו-ACD.

(2) מצאו פי כמה גדול שטח המקבילית ABCD משטח הטרפז DFEC.



(5) מרובע ABCD חסום במעגל.

נתון: $\angle BAD = \angle BCD$.

א. הוכיחו: BD הוא קוטר במעגל.

נתון: $D(2,-2)$, $C(0,2)$, $A(4,-2)$.

ב. (1) הסבירו מדוע AB מקביל לציר ה-y.

(2) מצאו את משוואת הישר BC.

(3) חשבו את שיעורי הנקודה B.

(4) מצאו את משוואת המעגל.

העבירו את האלכסון AC במרובע ABCD.

ג. חשבו את גודל הזווית ACB.



פרק שלישי - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,

של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש

(6) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{\sqrt{1-x^2}}$.



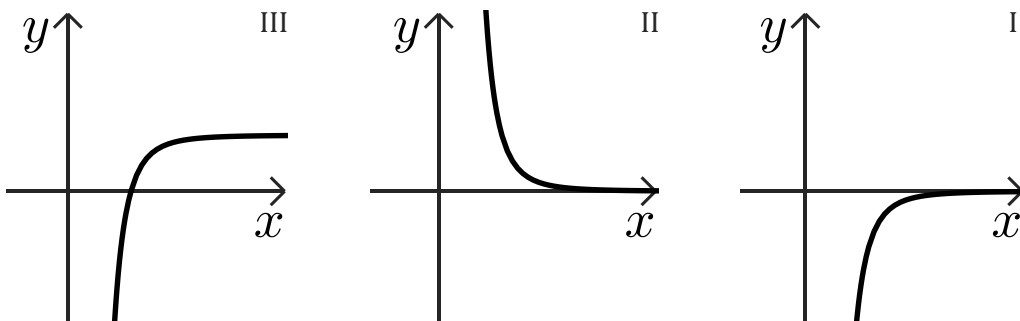
- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 (2) מצאו את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.
 (3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
 (4) הראו כי הפונקציה היא זוגית.
 (5) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבעו את סוגן.
 ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - k$, k הוא פרמטר.
 ג. מהו הערך של k שבעבורו הישר $y = -4$ משיק לגרף הפונקציה $g(x)$?

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{x^3} + 2$, a הוא פרמטר.



שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x = 2$ הוא $-\frac{3}{2}$.

- א. חשבו את a .
 ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה ואת האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה.
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $x > 0$.
 ג. איזה מבין הגרפים I, II, III הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x > 0$? נמקו.

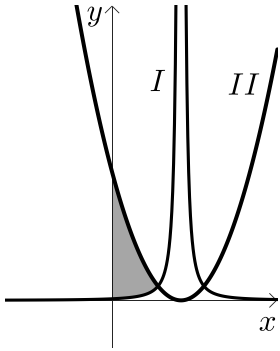


ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה- x והישרים

$x = 5$, $x = 2$.

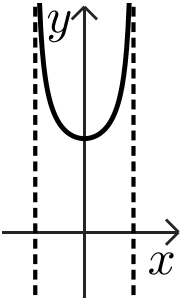
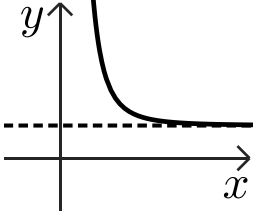


(8) נתונות הפונקציות: $f(x) = (x-3)^2$, $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות.
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מן הפונקציות.
 בציר מוצגים הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
- ב. (1) התאימו לכל פונקציה את הגרף שלה (I או II). נמקו.
 (2) לאחת משתי הפונקציות הנתונות יש אסימפטוטות המאונכות לצירים. מצאו אותן.
- (3) הראו כי הגרפים של הפונקציות נפגשים בנקודה בה: $x = 2$.
- ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ וציר ה- y (השטח המקווקו בציר).

תשובות סופיות:

- (1) א. 17.86 ב. 39 תלמידים ג. 95.36
- (2) א. (1) 0.3 א. (2) $\frac{2}{3}$ ב. 0.49 ג. 14 בנים ו-21 בנות.
- (4) א. (1) שאלת הוכחה א. (2) שאלת הוכחה.
ב. (1) $AD: y = 2x + 10$, $DC: y = 2$ ב. (2) $\angle ADC = 63.43^\circ$.
- א. (1) $S_{\triangle AEF} = 4$, $S_{\triangle ACD} = 16$ ג. (2) $\frac{8}{3}$.
- (5) א. שאלת הוכחה ב. (1) שאלת הוכחה ב. (2) $y = \frac{1}{2}x + 2$.
- א. (3) $B(4,4)$ ב. (4) $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$ ג. $\angle ACB = 71.56^\circ$.
- (6) א. (1) $-1 < x < 1$ א. (2) $x = -1, x = 1$ א. (3) $(0,3)$ א. (5) $\min(0,3)$ א. (4) ראו סרטון ב. להלן סרטון: ג. $k = 7$.
- 
- (7) א. $a = 8$ ב. (1) תחום הגדרה: $x \neq 0$, אסימפטוטות: $y = 2$, $x = 0$ ב. (2) ירידה: $x < 0$, עליה: $x > 0$ אף x ג. גרף I ד. 0.936
- 
- (8) א. (1) $f(x)$: כל x , $g(x)$: $x \neq 3$ א. (2) $f(x)$: עליה: $x > 3$, ירידה: $x < 3$; $g(x)$: עליה: $x < 3$, ירידה: $x > 3$ ב. (1) גרף I: $g(x)$, גרף II: $f(x)$ ב. (2) ל- $g(x)$: $x = 3$, $y = 0$ ב. (3) ראו סרטון ג. 8.

כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 64

שאלון 472 - בגרות שנת 2026

121		קיץ מועד א
127		קיץ מועד ב
132		מועד חורף

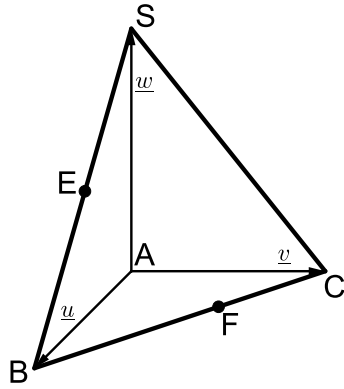
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



- (1) לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות גלידה להכין גלידת שוקולד. בכל יום הכינו בחנות 3 ק"ג גלידת שוקולד יותר מביום שלפניו. הכמות סך הכול של גלידת השוקולד שהכינו בחנות ביום הראשון וביום הרביעי הייתה 149 ק"ג.
- א. מצאו כמה קילוגרמים של גלידת שוקולד הכינו בחנות ביום הראשון. תהליך הכנת גלידת השוקולד נמשך 16 ימים סך הכול.
- ב. מצאו כמה קילוגרמים סך הכול של גלידת שוקולד הכינו בחנות. לקראת חופשת הקיץ החלו בחנות להכין גם גלידת וניל. בכל יום הכינו בחנות d ק"ג גלידת וניל יותר מביום שלפניו. תהליך הכנת גלידת הוויניל נמשך 16 ימים סך הכול. ביום האחרון הכינו בחנות 115 ק"ג של גלידת וניל.
- הכמות סך הכול של גלידת הוויניל שהכינו בחנות הייתה קטנה ב- 480 ק"ג מן הכמות סך הכול של גלידת השוקולד שהכינו בה.
- ג. מצאו את הערך של d . לאחר שהסתיים תהליך הכנת גלידת השוקולד וגלידת הוויניל, החלו למכור את שני סוגי הגלידה. המכירה נמשכה 5 ימים, ובמהלכה נמכרה כל הגלידה שהכינו בחנות. כמות הגלידה שנמכרה בכל יום הייתה גדולה פי 2 מן הכמות שנמכרה ביום שלפניו.
- ד. מצאו כמה קילוגרמים של גלידה נמכרו ביום הראשון.



(2)

בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCS.

המקצוע AS מאונך למישור הבסיס ABC.

הנקודה E היא אמצע המקצוע BS.

הנקודה F נמצאת על המקצוע BC כך ש- $\vec{BF} = \frac{2}{3} \vec{BC}$.

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

את הווקטורים האלה: $\vec{AF}$, $\vec{AE}$, $\vec{BS}$, $\vec{BC}$.

נתון: $\angle BAC = 120^\circ$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = 6$, $|\underline{w}| = 8$.

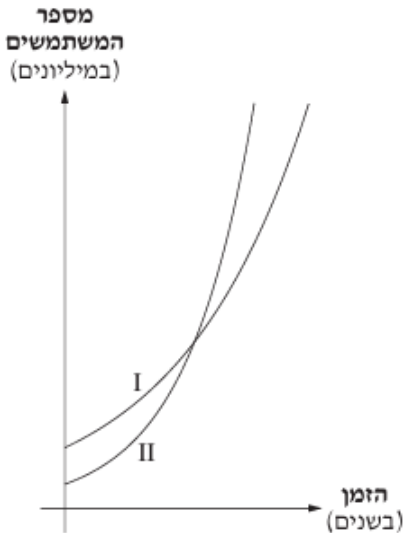
ב. חשבו את נפח הפירמידה.

ג. (1) מצאו את הערך של $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

(2) הוכיחו כי $\vec{AE}$ מאונך ל- $\vec{AF}$.

ד. (1) מצאו את הערך של $|\vec{AF}|$.

(2) חשבו את שטח המשולש EAF.



(3)

בתחילת שנת 2025 בדקו חוקרים את מספר האנשים שמתמשים בשני כלים של בינה מלאכותית, כלי A וכלי B. על פי הצפי של החוקרים,

מספר המתמשים בכלי A יעלה ב- 10% בכל שנה. נתון כי בתחילת שנת 2025 מספר המתמשים בכלי A היה 50 מיליון.

א. מצאו מה צפוי להיות מספר המתמשים בכלי A בתחילת שנת 2030.

על פי הצפי של החוקרים, מספר המתמשים בכלי B יעלה באחוז קבוע בכל שנה.

מספר המתמשים בכלי B בתחילת שנת 2031 צפוי להיות גדול פי 3 ממספר המתמשים בכלי זה בתחילת שנת 2025.

ב. מצאו בכמה אחוזים צפוי לגדול מספר המתמשים בכלי B בכל שנה.

לפניכם שני גרפים II-I המתארים את מספר האנשים שצפויים להשתמש בכלים A ו-B מתחילת שנת 2025 והלאה.

ג. איזה מן הגרפים II-I מתאר את מספר האנשים שצפויים להשתמש בכלי B? נמקו את תשובתכם.

על פי הצפי של החוקרים, בתחילת שנת 2030 יהיה מספר המתמשים בכלי A גדול ב-30 מיליון ממספר המתמשים בכלי B.

ד. מצאו את מספר המתמשים בכלי B בתחילת שנת 2025.

ה. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2025 מספר המתמשים בכלי A צפוי להיות שווה למספר המתמשים בכלי B.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (a - 4x) \cdot e^{2x-1}$, המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 0$ הוא $\frac{16}{e}$.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 10$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ו.

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = 4 \cdot e^{2x-1}$, המוגדרת לכל x .

ד. הסבירו מדוע הפונקציה $g(x)$ חיובית לכל x .

הנקודה A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

ה. מצאו את שיעורי הנקודה A.

דרך הנקודה A העבירו אנך לציר ה- x .

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי האנך,

על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .



(5)

נתונה הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ המוגדרות בתחום $x > 0$.

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

כל נקודות הקיצון ונקודות החיתוך עם ציר ה- x

של גרף הנגזרת $f'(x)$ מופיעות בסרטוט.

א. לפניכם שני היגדים II-I.

קבעו בעבור כל היגד אם הוא נכון או לא נכון. נמקו את קביעותיכם.

I. לפונקציה $f'(x)$ יש בדיוק שלוש נקודות קיצון.

II. שיעור ה- x של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ גדול משיעור ה- x

של נקודת המקסימום שלה.

$$\text{נתון כי } f(x) = \frac{14(\ln x)^2}{x^2}$$

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה).

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

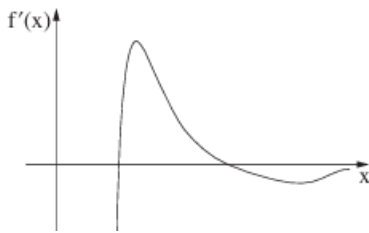
(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ג. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x - 4)$.

ד. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.



תשובות סופיות:

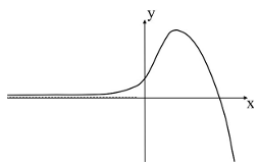
(1) א. 70 ק"ג ב. 1480 ק"ג ג. 7 ק"ג ד. 80 ק"ג

(2) א. $\overrightarrow{BC} = -\underline{u} + \underline{v}$, $\overrightarrow{BS} = -\underline{u} + \underline{w}$, $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{2}{3}\underline{v}$

ב. $24\sqrt{3}$ ג. (1) -18 ג. (2) הוכחה ד. (1) $\sqrt{12}$ ד. (2) $5\sqrt{3}$

(3) א. 80,525,500 אנשים ב. 20% ג. גרף II

ד. 20,305,065 אנשים ה. 10.365 שנים



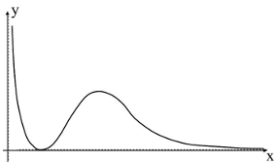
(4) א. $a = 10$ ב. (1) $(2.5, 0)$, $(0, \frac{10}{e}) = (0, 3.67)$

ב. (2) $\max(2, 2e^3) = \max(2, 40.17)$ ג. להלן סרטוט:

ו. $2e^2 - \frac{2}{e} = 14.04$

ד. הסבר ה. $A(1.5, 29.56) = A(1.5, 4e^2)$

(5) א. (1) I לא נכון א. (2) II לא נכון ב. (1) $(1, 0)$ ב. (2) $\min(1, 0)$, $\max(e, \frac{14}{e^2})$



ב. (3) עליה: $1 < x < e$, ירידה: $0 < x < 1$, $e < x$ ג. להלן סרטוט:

ד. (1) $4 < x$ ד. (2) $\min(5, 0)$, $\max(e + 4, \frac{14}{e^2})$

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



- (1) תלמידי כיתה י"ב ותלמידי כיתה י"ב2 בבית ספר מסוים החליטו לערוך מסיבת סיום. כדי לממן את עלות המסיבה הם אספו במשך כמה שבועות בקבוקים ריקים, והעבירו אותם למחזור תמורת כסף. תלמידי כיתה י"ב אספו בקבוקים במשך 5 שבועות. מספר הבקבוקים שהם אספו בכל שבוע גדול פי q ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע שלפניו. מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב בשבוע הרביעי גדול פי 3.375 ממספר הבקבוקים שהם אספו בשבוע הראשון.
- א. מצאו את הערך של q .
- מספר הבקבוקים סך הכל שאספו תלמידי כיתה י"ב בשבוע הראשון ובשבוע האחרון היה 2,425.
- ב. מצאו את מספר הבקבוקים שאספו תלמידי כיתה י"ב בשבוע הראשון.
- תלמידי כיתה י"ב2 אספו בקבוקים במשך 18 שבועות. בכל שבוע הם אספו d בקבוקים יותר מבשבוע שלפניו.
- בשבוע השני תלמידי כיתה י"ב2 אספו 230 בקבוקים. תלמידי כיתה י"ב2 אספו 6,300 בקבוקים סך הכל.
- ג. מצאו את הערך של d .
- בעבור כל בקבוק שהעבירו התלמידים למחזור, הם קיבלו 0.3 שקלים. העלות של מסיבת הסיום היא 3,400 שקלים.
- ד. האם הסכום הכולל שקיבלו תלמידי שתי הכיתות ממחזור כל הבקבוקים יספיק למימון עלות המסיבה? נמקו את תשובתכם.



(2) בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$ הוא ריבוע.

הנקודה F היא אמצע המקצוע BC .

הנקודה E נמצאת על האלכסון $A'C'$, כך שמתקיים $\vec{A'E} = \frac{3}{4} \vec{A'C'}$.

נסמן: $\vec{AA'} = \vec{w}$, $\vec{BC} = \vec{v}$, $\vec{AB} = \vec{u}$.

א. הביעו באמצעות $\vec{u}$, $\vec{v}$ ו- $\vec{w}$ את הווקטורים $\vec{A'E}$ ו- $\vec{FE}$.

נתון כי אורך מקצוע הבסיס הוא 4.

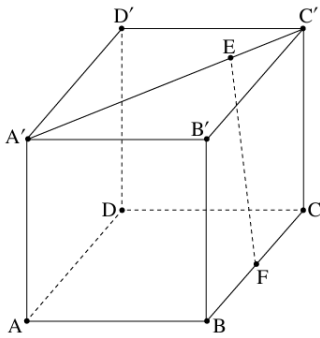
ב. חשבו את האורך של הווקטור $\vec{A'E}$.

נתון: $|\vec{A'E}| = |\vec{FE}|$.

ג. הראו כי התיבה היא קובייה.

ד. (1) הראו כי $\vec{FE}$ מאונך ל- $\vec{A'C'}$.

(2) חשבו את שטח המשולש $A'F'C'$.



(3) באזור A חיים פינגווינים.

מתחילת שנת 2000 מספר הפינגווינים באזור זה קטן בכל שנה באחוז קבוע.

א. האם ההפרש בין מספר הפינגווינים בתחילת שנת 2000 ובין מספרם בתחילת שנת 2001

שווה להפרש בין מספר הפינגווינים בתחילת שנת 2001 ובין מספרם בתחילת שנת 2002?

נמקו את תשובתכם.

בתחילת שנת 2000 היו 253,000 פינגווינים באזור A.

מספר הפינגווינים באזור זה קטן ב-5% בכל שנה.

גם באזור B חיים פינגווינים. מספר הפינגווינים באזור זה קטן בכל שנה באחוז קבוע.

בתחילת שנת 2000 היו 313,000 פינגווינים באזור B.

בתחילת שנת 2010 מספר הפינגווינים באזור A היה שווה למספר הפינגווינים באזור B.

ב. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הפינגווינים באזור B בכל שנה.

ג. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2000 מספר הפינגווינים באזור B היה 98,000.

מתחילת שנת 2018, בעקבות שיקום אזור A, גדל מספר הפינגווינים באזור זה ב-2% בכל שנה.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מתחילת שנת 2018 גדל מספר הפינגווינים באזור A ב-17%

ממספרם בתחילת שנת 2018.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (3x^2 - a) \cdot e^x$, המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר.

נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = 1$.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 9$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ה.

ב. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

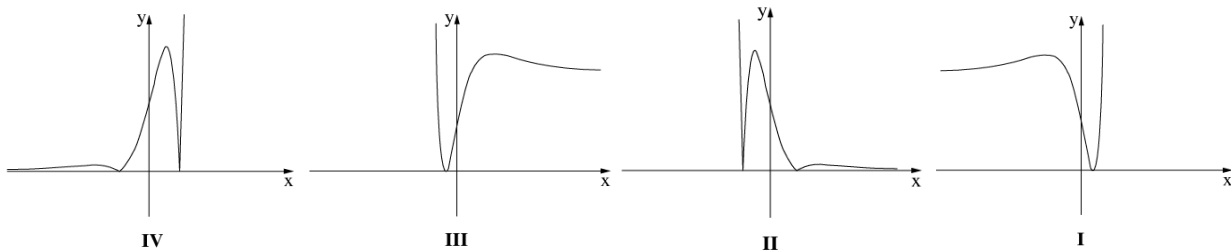
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = |f(x)|$, המוגדרת לכל x .

ה. (1) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקציה $g(x)$.

נמקו את קביעתכם.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגן.

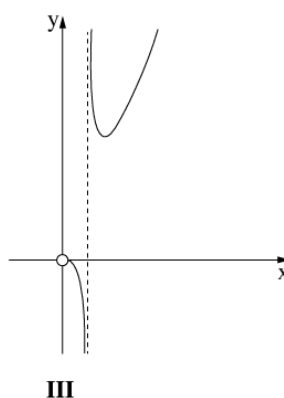
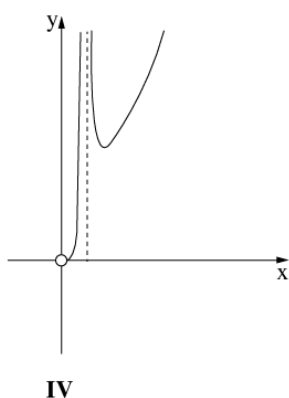
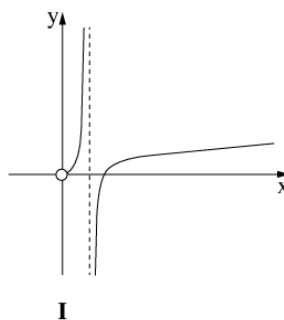
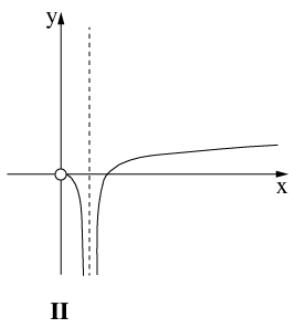




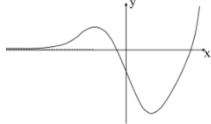
(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{-6 + 4\ln(x)}$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
 ב. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.
 ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ זהה לתחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ד. (1) קבעו איזה מן הגרפים I-IV שלפניכם מתאר את הפונקציה $f(x)$,
 ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.
 (2) חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישר $x = e^3$.



תשובות סופיות:

- (1) א. 1.5 ב. 400 בקבוקים ג. 16 ד. כן.
- (2) א. $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{v}$, $\overrightarrow{FE} = -\frac{1}{4}\underline{u} + \frac{1}{4}\underline{v} + \underline{w}$ ב. $\sqrt{18}$ ג. הוכחה ד. (1) הוכחה ד. (2) 12
- (3) א. לא, ההפרש אינו שווה. ההפרש בין שנת 2001 לשנת 2002 קטן מההפרש בין שנת 2000 לשנת 2001 ב. 7% ג. 16 שנים ד. 7.93 שנים
- (4) א. $a = 9$ ב. $\min(1, -6e) = \min(1, -16.31)$, $\max\left(-3, \frac{18}{e^3}\right) = \max(-3, 0.896)$ ג. נק' חיתוך עם ציר ה- x : $(-\sqrt{3}, 0)$, $(\sqrt{3}, 0)$ ד. להלן סרטוט:
- 
- ה. (1) גרף IV (גרף 4)
- ה. (2) $\min(-\sqrt{3}, 0)$, $\min(\sqrt{3}, 0)$, $\max(-3, 0.896)$, $\max(16.31, 1, 6e)$
- (5) א. (1) $x > 0$, $x \neq e^{1.5}$ א. (2) $x = e^{1.5}$ ב. לא ג. (1) $\min\left(e^2, \frac{e^4}{2}\right)$
- ג. (2) עליה: $x > e^2$, ירידה: $e^{1.5} < x < e^2$ או $0 < x < e^{1.5}$
- ד. (1) $f(x)$: גרף III, $f'(x)$: גרף II ד. (2) 39.94

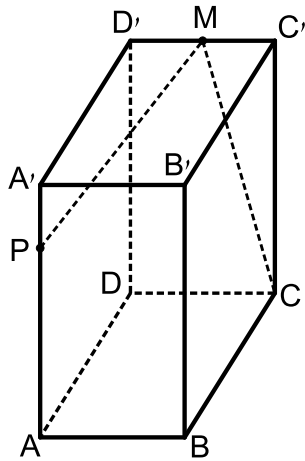
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



- (1) יריד ספרים ביישוב מסוים נמשך 7 ימים.
כמות הספרים שנמכרו בכל יום ביריד הייתה גדולה פי 2 מכמות הספרים שנמכרו ביום שלפניו.
ידוע כי בשלושת הימים הראשונים של היריד נמכרו 490 ספרים סך הכול.
א. מצאו כמה ספרים נמכרו ביום הראשון של היריד.
כל ספר ביריד נמכר ב־ 45 שקלים.
ב. מצאו את סך כל ההכנסות ממכירת הספרים במשך 7 ימי היריד.
לאחר שהסתיים יריד הספרים החליט מנהל היריד לתרום מחצית מכל ההכנסות שהתקבלו ביריד.
מנהל היריד פרס את התרומה לכמה חודשים.
בחודש הראשון הוא תרם 3,144 שקלים, ובכל חודש שלאחר מכן הוא תרם 243 שקלים יותר מבחודש שלפניו.
ג. מצאו לכמה חודשים פרס מנהל היריד את התרומה.
ד. מצאו מהו סכום הכסף שתרום מנהל היריד סך הכול בשני החודשים האמצעיים.



(2) בסרטוט שלפניכם מנסרה ישרה $ABCD A'B'C'D'$

שבסיסה $ABCD$ הוא מקבילית.

הנקודה M היא אמצע המקצוע $D'C'$,

והנקודה P מקיימת $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{4} \overrightarrow{AA'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\overrightarrow{PM}$ ו- $\overrightarrow{CM}$.

נתון: $\angle DAB = 60^\circ$, $|\underline{v}| = 5$, $|\underline{u}| = 4$.

ב. מצאו את הערך של כל אחת מן המכפלות הסקלריות האלה: $\underline{u} \cdot \underline{w}$, $\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

נתון: נפח המנסרה הוא $60\sqrt{3}$.

ג. מצאו את הערך של $|\underline{w}|$.

ד. הוכיחו כי $\overrightarrow{PM}$ מאונך ל- $\overrightarrow{CM}$.

ה. (1) הראו כי $|\overrightarrow{PM}| = \sqrt{41.25}$.

(2) חשבו את שטח המשולש PMC .





(3)

יעל הכינה שתי ריביות - ריבת תות וריבת שזיפים.

היא מדדה את הטמפרטורה ההתחלתית של כל אחת מן הריביות באותו הזמן, ואז הכניסה אותן מייד למקרר.

הטמפרטורה של הריביות נמדדה במעלות צלזיוס.

הטמפרטורה ההתחלתית של ריבת התות הייתה גבוהה מזו של ריבת השזיפים.

בכל דקה ירדה הטמפרטורה של כל אחת מן הריביות באחוז קבוע (כל אחת באחוז שונה). נתון כי לאחר זמן מסוים מרגע ההכנסה של הריביות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים גבוהה מזו של ריבת התות.

א. האם האחוז שבו ירדה בכל דקה הטמפרטורה של ריבת התות היה גדול מן האחוז

שבו ירדה בכל דקה הטמפרטורה של ריבת השזיפים? נמקו את תשובתכם.

נתון שהטמפרטורה ההתחלתית של ריבת התות הייתה 45 מעלות, ובכל דקה היא ירדה ב-4%.

ב. מצאו כעבור כמה זמן מרגע ההכנסה של הריביות למקרר,

הייתה הטמפרטורה של ריבת התות 18 מעלות.

לאחר 6 דקות מרגע ההכנסה של הריביות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים 88% מן הטמפרטורה ההתחלתית שלה.

ג. מצאו בכמה אחוזים ירדה הטמפרטורה של ריבת השזיפים בכל דקה.

לאחר 12 דקות מרגע ההכנסה של הריביות למקרר, הייתה הטמפרטורה של ריבת השזיפים 30 מעלות.

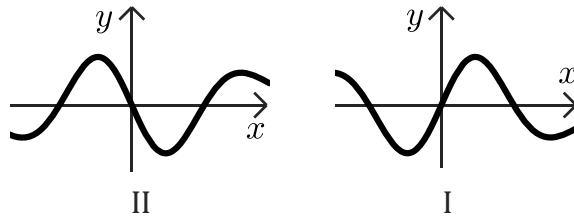
ד. מצאו כעבור כמה זמן מרגע ההכנסה של הריביות למקרר,

היתה הטמפרטורה של שתי הריביות זהה.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



- (4) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .
 לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת מינימום אחת ושתי נקודות מקסימום.
 לפניכם שני גרפים, II-I. אחד מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 בסרטוט של כל אחד מן הגרפים II-I מופיעות כל נקודות החיתוך של הגרף עם ציר ה- x .



- א. קבעו איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.
 נתון: $f(x) = \frac{14x^2}{e^{x^2+3}}$
 ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ג. הוכיחו כי הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.
 ד. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



(5) נתונה הפונקציה $f(x) = ax \cdot (2 - \ln x)$ הוא פרמטר שונה מ-0.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

נתון כי בנקודה שבה $x = e^3$, שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא -10.

ב. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 5$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

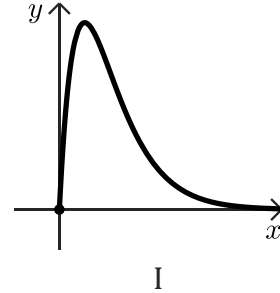
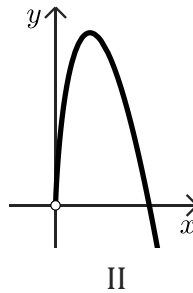
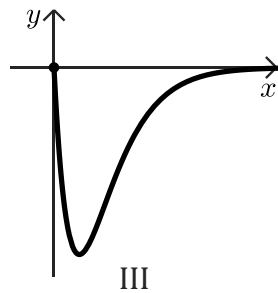
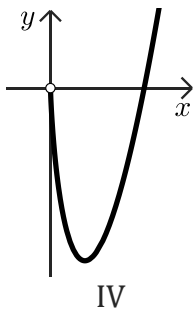
(2) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.

נמקו את קביעתכם.

נתונה הפונקציה $g(x) = -2f(x) + 45$.

ד. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את גרף הפונקציה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.



תשובות סופיות:

(1) א. 70 ספרים ב. 400,050 שקלים ג. 30 חודשים ד. 13,335 שקלים.

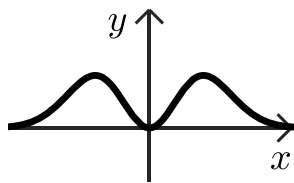
(2) א. $\overrightarrow{PM} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{4}\underline{w}$, $\overrightarrow{CM} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \underline{w}$ ב. $\underline{u} \cdot \underline{v} = 10$, $\underline{v} \cdot \underline{w} = 0$, $\underline{u} \cdot \underline{w} = 0$.

ג. $|\underline{w}| = 6$ ד. שאלת הוכחה ה. (1) ראו סרטון ה. (2) $\frac{5\sqrt{66}}{2}$.

(3) א. כן ב. 22.45 דקות ג. 2.108% ד. 7.67 דקות.

(4) א. גרף I ב. (0,0) ג. ראו סרטון.

ה. להלן סרטוט:



ד. $\max(-1, 0.256)$, $\min(0, 0)$, $\max(1, 0.256)$

ו. 0.512.

ג. (1) $\max(e, 5e)$.

(5) א. (1) $x > 0$ א. (2) $(e^2, 0)$ ב. $a = 5$

ג. (2) גרף II ד. (1) $(e, 17.817)$ ד. (2) לא.

כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 65

שאלון 472 - בגרויות שנת 2025

138	מועד חורף
144	קיץ מועד א
150	קיץ מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

(1) נתונה סדרה הנדסית A שמנת שלה היא q , ובה 10 איברים.

האיבר השישי בסדרה הוא פי 81 מן האיבר השני בסדרה.

א. מצאו את שני הערכים של q .

נתון כי סכום שני האיברים האמצעיים בסדרה A הוא 1,296, וכי כל איבריה הם חיוביים.

ב. מצאו את האיבר הראשון בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B. סכום הסדרה A גדול פי 11 מסכום הסדרה B.

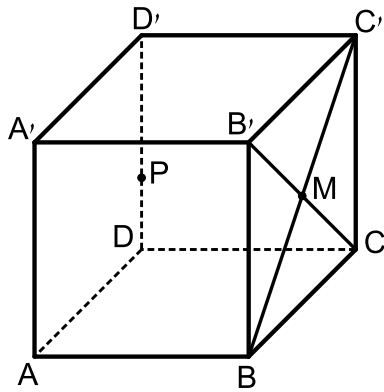
ג. מצאו את סכום הסדרה B.

בסדרה B יש 32 איברים.

נתון כי האיבר השני בסדרה B גדול פי 16 מן ההפרש שלה.

ד. מצאו את הפרש הסדרה B.





(2)

בסרטוט שלפניכם תיבה $ABCD A'B'C'D'$.

הנקודה M היא מפגש האלכסונים בפאה $BCC'B'$.

נקודה P נמצאת על המקצוע DD' ומקיימת $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{3} \overrightarrow{DD'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AP}$ ו- $\overrightarrow{MP}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.
נתון: $|\underline{v}| = 8$, $|\underline{w}| = |\underline{u}| = 24$.

ב. (1) הוכיחו כי הווקטור $\overrightarrow{AP}$ מאונך לווקטור $\overrightarrow{MP}$.

(2) חשבו את שטח המשולש APM .

נתון: $D(0,0,0)$.

הקודקוד A נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x ,

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y ,

והקודקוד D' נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

ג. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים C , B , C' .

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M .

ד. מצאו את גודל הזווית PMB .

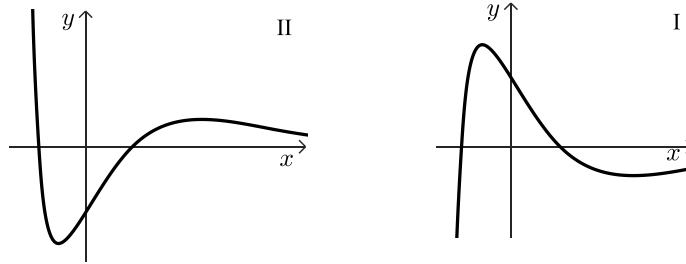


- (3) אמיר קנה גלגל ים ומזרן ים.
 ביום הקנייה נפח הגלגל היה 3,700 סמ"ק ונפח המזרן היה 7,400 סמ"ק.
 עקב איבוד אוויר, נפח הגלגל ונפח המזרן קטנו באחוז קבוע בכל יום
 (כל אחד מהם באחוז אחר).
 כעבור 7 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל שווה לנפח המזרן.
 א. קבעו בעבור כל אחת מן הטענות II-I אם היא נכונה או לא נכונה.
 I. כעבור 6 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.
 II. כעבור 8 ימים מיום הקנייה היה נפח הגלגל גדול מנפח המזרן.
 נתון כי נפח הגלגל קטן ב-4% בכל יום.
 ב. מצאו את האחוז שבו נפח המזרן קטן בכל יום.
 כעבור t ימים מיום הקנייה היה נפח המזרן $\frac{1}{3}$ מנפח הגלגל.
 ג. מצאו את הערך של t .
 לאחר כמה שבועות החליט אמיר לנפח את המזרן.
 במהלך הניפוח גדל נפח המזרן בכל דקה ב-22%.
 בסיום הניפוח היה נפח המזרן גדול פי 7.5 מן הנפח שלו בתחילת הניפוח.
 ד. מצאו את מספר הדקות שנמשך ניפוח המזרן.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



- (4) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות לכל x .
 לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מקסימום אחת בלבד ושיעור ה- x שלה חיובי.
 לפניכם שני גרפים, I ו-II, אחד מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.



א. קבעו איזה מהגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ונמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = (x^2 - 2) \cdot e^{(-2x+1)}$

ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = 7 \cdot e^{(-2x+1)}$ המוגדרת לכל x .

ד. (1) הסבירו מדוע הפונקציה $g(x)$ חיובית לכל x .

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

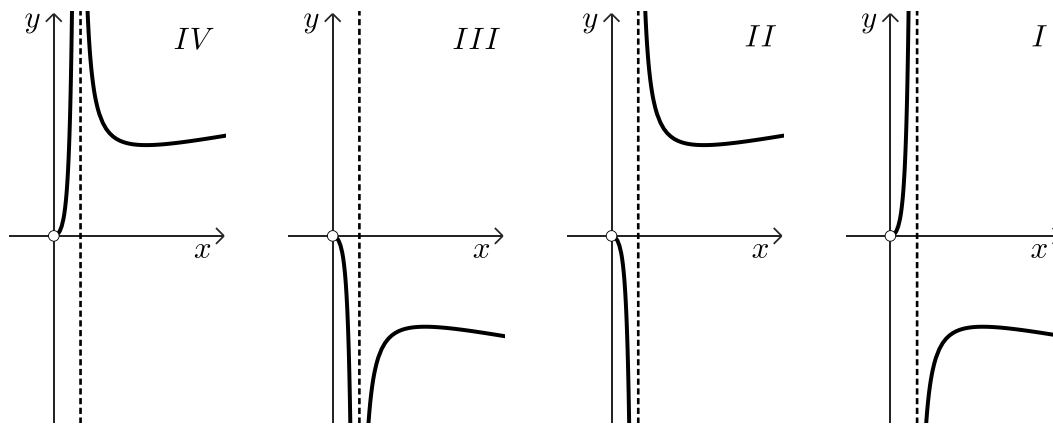
דרך כל אחת מן הנקודות שמצאתם בסעיף ד העבירו אנך לציר ה- x .

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי האנכים.

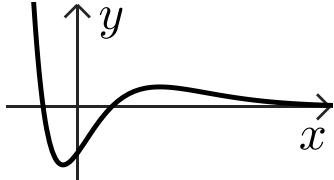


(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{6x}{(\ln x)^2}$.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
 (3) האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם הצירים? נמקו את תשובתכם.
- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
 (2) מצאו את תחומי העלייה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. קבעו איזה מן הגרפים I-IV שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.
 $g(x)$ היא פונקציה שתחום הגדרתה זהה לתחום הגדרתה של הפונקציה $f(x)$.
 נגזרת הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x) - c$, הוא פרמטר.
- ד. (1) מצאו בעבור $c = 5$ כמה נקודות קיצון יש לפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן
 (אם יש כאלה), נמקו את תשובתכם.
 (2) רשמו ערך כלשהו של c שבעבורו יש לפונקציה $g(x)$ שלוש נקודות קיצון.
 נמקו את תשובתכם.



תשובות סופיות:

- (1) א. $q = \pm 3$ ב. 4 ג. 10,736 ד. 11.
- (2) א. $\overrightarrow{MP} = -\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \frac{1}{6}\underline{w}$, $\overrightarrow{AP} = \underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$ ב. (1) שאלת הוכחה.
- ב. (2) $32\sqrt{19} \approx 139.5$ ג. (1) $C'(0,24,24)$, $B(8,24,0)$, $C(0,24,0)$
- ג. (2) $M(4,24,12)$ ד. $\angle PMB = 84.11^\circ$
- (3) א. I. הטענה אינה נכונה II. הטענה נכונה ב. 13.05%
- ג. $t \approx 18.1$ ד. 10.133 דקות.
- (4) א. גרף I ב. (1) $(-\sqrt{2}, 0)$, $(\sqrt{2}, 0)$ ב. (2) $\min(-1, -e^3)$, $\max\left(2, \frac{2}{e^3}\right)$
- ג. להלן סרטוט:
- ד. (1) ראו סרטון ד. (2) $\left(-3, 7e^7\right)$, $\left(3, \frac{7}{e^5}\right)$
- ה. $3.5e^7 - \frac{3.5}{e^5} \approx 3,838.2$
- 
- (5) א. (1) $x > 0, x \neq 1$ א. (3) לא
- ב. (1) $\min(e^2, 1.5e^2)$ ב. (2) עלייה: $0 < x < 1, x > e^2$ ג. גרף IV
- ד. (1) $c = 5$, מינימום ד. (2) $c = 15$

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

(1) נתונה סדרה חשבונית A, ובה 46 איברים: $a_1, a_2, a_3, \dots$.

$$\text{נתון: } a_2 + a_4 = a_6.$$

האיבר האחרון בסדרה A הוא 138.

א. מצאו את הפרש הסדרה ואת a_1 .

נתונה סדרה הנדסית אין-סופית B שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3, \dots$.

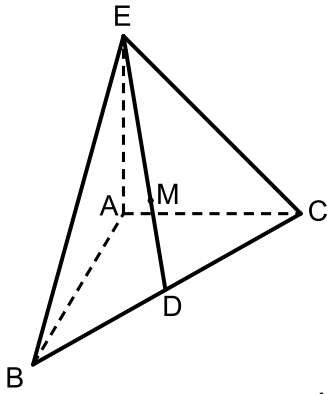
$$\text{נתון: } 3 \cdot b_3 = a_8, \quad b_1 = a_6.$$

ב. מצאו את המנה של הסדרה B (מצאו את שתי האפשרויות).

נתון כי הסדרה B אינה עולה ואינה יורדת.

ג. מצאו את סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה B.





(2) בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCE.

הנקודה D היא אמצע המקצוע BC.

הנקודה M נמצאת על ED כך ש- $\vec{EM} = \frac{2}{3}\vec{ED}$.

המקצוע AE הוא גובה בפירמידה.

נתון: $\angle BAC = 90^\circ$.

נסמן: $\vec{AE} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\vec{BC}$, $\vec{ED}$ ו- $\vec{AM}$.

נתון: $|\underline{w}| = |\underline{v}| = |\underline{u}| = 12$.

ב. (1) הוכיחו כי $\vec{AM}$ מאונך ל- $\vec{ED}$.

(2) הוכיחו כי $\vec{AM}$ מאונך למישור BEC.

נתון: $A(0,0,0)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x ,

הקודקוד C נמצא על החלק החיובי של ציר ה- y ,

והקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

ג. (1) מה הם שיעורי הנקודות B, C ו- E?

(2) מצאו את שיעורי הנקודות D ו- M.

ד. חשבו את שטח המשולש AMD.



(3)

בשתי משתלות - משתלה א' ומשתלה ב' - החלו לשתול צמחים באותו היום.
ביום זה שתלו במשתלה א' 600 צמחים, ובמשתלה ב' שתלו a צמחים.
מספר הצמחים במשתלה א גדל ב-5% בכל שבוע, ומספר הצמחים במשתלה ב' גדל ב-10% בכל שבוע.

כעבור זמן מסוים מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.

א. לפניכם שתי טענות, II-I. קבעו איזו טענה נכונה. נמקו את קביעתכם.

$$I. a < 600$$

$$II. a > 600$$

כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה היה מספר הצמחים במשתלה ב' גדול פי 2 ממספר הצמחים במשתלה א'.

ב. מצאו את הערך של a .

כעבור 17 שבועות מתחילת השתילה, בשתי המשתלות הפסיקו את השתילה והחלו למכור את הצמחים.

מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע באחוז קבוע.
כעבור 5 שבועות מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה ב' 53% ממספר הצמחים בתחילת המכירה.

ג. מצאו בכמה אחוזים קטן מספר הצמחים במשתלה ב' בכל שבוע.

מאותו היום שבו החלו למכור, קטן מספר הצמחים במשתלה א' בכל שבוע ב-8%.

ד. מצאו כעבור כמה זמן מן היום שבו החלו למכור, היה מספר הצמחים במשתלה א' שווה למספר הצמחים במשתלה ב'.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 4x + a}$, a הוא פרמטר.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית שמשוואתה היא $x = 2$.

א. מצאו את הערך של a .

הציבו $a = 4$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ד.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה).

(3) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $h(x) = -f(x) + e^9$ שתחום הגדרתה זהה לתחום ההגדרה של

הפונקציה $f(x)$.

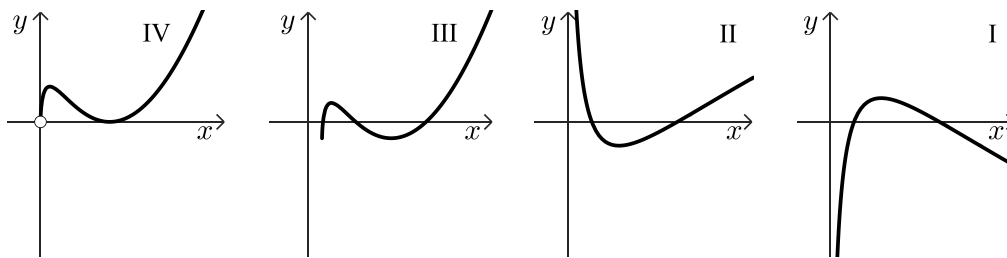
ד. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $h(x)$ עם ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.



- (5) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x > 0$.
 לפונקציה $f(x)$ יש נקודת מינימום אחת בלבד ונקודת מקסימום אחת בלבד.
 נתון כי נקודת המינימום נמצאת מימין לנקודת המקסימום.
 א. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
 קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.

נתון כי: $f(x) = 4x \cdot (\ln x)^2$.

- ב. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 (2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 ג. קבעו איזה מבין הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$.
 ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



תשובות סופיות:

(1) א. $a_1 = 3, d = 3$ ב. $q = \pm \frac{2}{3}$ ג. -21.6

(2) א. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}, \overrightarrow{ED} = \frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} - \underline{w}, \overrightarrow{BC} = -\underline{u} + \underline{v}$ ב. (1) שאלת הוכחה.

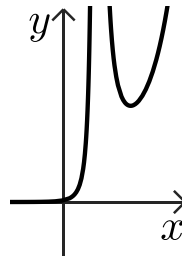
ב. (2) שאלת הוכחה ג. (1) $E(0,0,12), C(0,12,0), B(12,0,0)$

ג. (2) $M(4,4,4)$ ד. $12\sqrt{2} \approx 16.97$

(3) א. טענה I ב. $a \approx 544$ ג. 11.92% ד. כ-16 שבועות.

(4) א. $a = 4$ ב. (1) $x \neq 2$ ב. $\left(0, \frac{1}{4}\right)$ (2)

ב. (3) $\min(3, 403.4)$ ג. להלן סרטוט: ד. 3 נקודות חיתוך.



(5) א. גרף II ב. (1) $(1,0)$ ב. (2) $\min(1,0), \max\left(\frac{1}{e^2}, 2.165\right)$

ג. גרף IV ד. 2.615

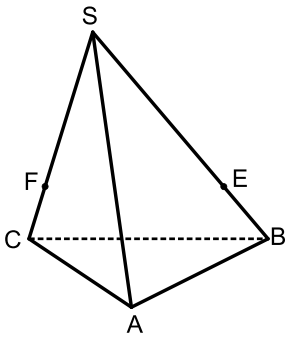
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



- (1) מיכל הפקידה בכל חודש כסף לחיסכון. גובה הפיקדון שהיא העבירה בכל חודש גדול במספר קבוע מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש שלפניו. סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל בחודש הראשון והשני הוא 2,100 שקלים סך הכול. גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש החמישי גדול פי 3 מגובה הפיקדון שהיא העבירה בחודש הראשון.
- א. מצאו את גובה הפיקדון שהעבירה מיכל בחודש הראשון.
- ב. מצאו לאחר כמה חודשים היה סכום הפיקדונות שהעבירה מיכל 22,680 שקלים סך הכול.
- בחודש ה-12, במקום להפקיד כסף לחיסכון, החליטה מיכל לקנות מקרר שמחירו שווה לגובה הפיקדון שהייתה אמורה להעביר בחודש זה. מיכל שילמה בעבור המקרר בארבעה תשלומים. כל תשלום גדול פי 3 מן התשלום שלפניו.
- ג. מצאו את התשלום הראשון.



(2) בסרטוט שלפניכם פירמידה משולשת SABC.

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

הנקודה E נמצאת על המקצוע SB, והנקודה F נמצאת על המקצוע SC.

נתון: $\vec{SF} = \frac{3}{4}\vec{SC}$, $\vec{SE} = \frac{3}{4}\vec{SB}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\vec{SF}$ ו- $\vec{SE}$.

ב. (1) הביעו באמצעות $\underline{u}$ ו- $\underline{v}$ את הווקטור $\vec{EF}$.

(2) הסבירו מדוע EF מקביל ל-BC.

נתון: $B(1, -1, 3)$, $C(13, 15, 3)$.

ג. מצאו את ההצגה האלגברית של הווקטור $\vec{BC}$ ושל הווקטור $\vec{EF}$.

נתון: $E(5, 1, 6)$.

ד. מצאו את שיעורי הנקודה F.

נתון: $A(4, 12, 3)$.

ה. (1) מצאו את גודל הזווית EAF.

(2) חשבו את שטח המשולש EAF.



(3) שני שירים A ו-B הועלו ביום מסוים לאותה רשת חברתית.

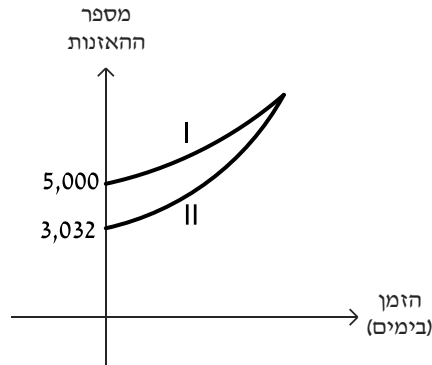
מספר ההאזנות לשיר A גדל באחוז קבוע בכל יום.

מספר ההאזנות לשיר B גדל בכל יום באחוז הגדול פי 2

מן האחוז שבו גדל בכל יום מספר ההאזנות לשיר A.

לפניכם שני גרפים II-I המתארים את מספר ההאזנות לכל שיר לפי הזמן, מיום העלאת השירים.

א. מבין הגרפים II-I קבעו איזה גרף מתאים לשיר A. נמקו את קביעתכם.



נתון כי לאחר 5 ימים מיום העלאת השירים, מספר ההאזנות לשיר A היה 7,350.

ב. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר ההאזנות לשיר A בכל יום.

ג. מצאו בכמה היה גדול מספר ההאזנות לשיר A ממספר ההאזנות לשיר B, לאחר 5 ימים מיום העלאת השירים.

ד. מצאו לאחר כמה זמן מיום העלאת השירים, היה מספר ההאזנות לשיר A שווה למספר ההאזנות לשיר B.

כאשר מספר ההאזנות לשיר A היה שווה למספר ההאזנות לשיר B, החלה ירידה במספר ההאזנות לשיר A.

בכל יום קטן מספר ההאזנות לשיר A באותו האחוז שבו הוא גדל לפני כן.

ה. מצאו לאחר כמה זמן מיום העלאת השירים, מספר ההאזנות לשיר A היה 2,450.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 4}$.



א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

בסרטוט שלפניכם מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת $f'(x)$ מוגדרות באותו התחום.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד - הנקודה B.

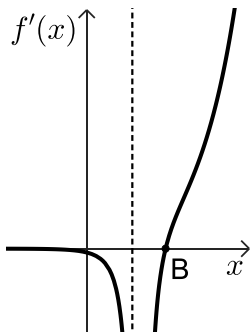
ג. מצאו את שיעור ה- x של הנקודה B.

ד. (1) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

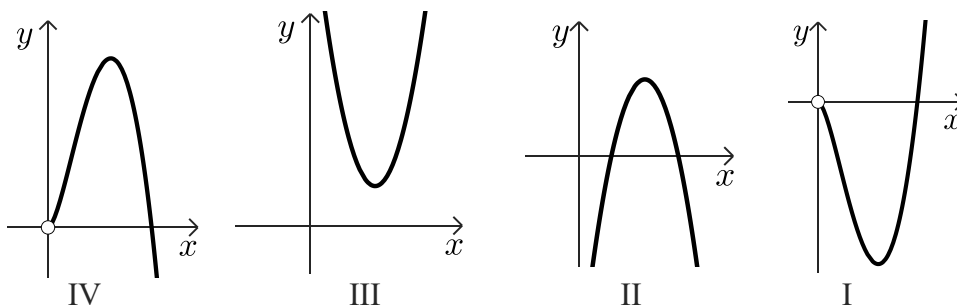
על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = \ln 12$.





(5) נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 \cdot (-2 + \ln x)$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ד. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$.
נמקו את קביעתכם.



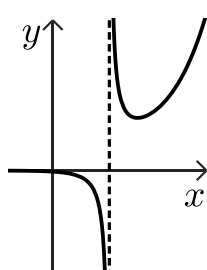
נתונה הפונקציה $g(x) = a \cdot f(x)$ הוא פרמטר שונה מ-0.

הפונקציות $g(x)$ ו- $f(x)$ מוגדרות באותו התחום.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ הוא $0.6 \cdot e^3$.

- ה. (1) מצאו את הערך של a .
- (2) מהו סוג נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$? נמקו את תשובתכם.
- (3) קבעו איזה מן הגרפים IV-I שלפניכם מתאר את הפונקציה $g(x)$.
נמקו את קביעתכם.

תשובות סופיות:

- (1) א. 840 שקלים ב. 9 חודשים ג. 136.5.
- (2) א. $\overrightarrow{BC} = -\underline{u} + \underline{v}$, $\overrightarrow{SE} = \frac{3}{4}\underline{u} - \frac{3}{4}\underline{w}$, $\overrightarrow{SF} = \frac{3}{4}\underline{v} - \frac{3}{4}\underline{w}$, ב. (1) $\overrightarrow{EF} = -\frac{3}{4}\underline{u} + \frac{3}{4}\underline{v}$.
 ב. (2) ראו סרטון ג. $\overrightarrow{EF} = (9, 12, 0)$, $\overrightarrow{BC} = (12, 16, 0)$ ד. $F(14, 13, 6)$.
 ה. (1) $\angle EAF = 86.18^\circ$ ה. (2) $S_{\triangle EAF} = 59.887$.
- (3) א. גרף I ב. 8% ג. 982 האזנות ד. 7 ימים ה. 22 ימים.
- (4) א. (1) $x \neq \ln 4$ א. (2) $x = \ln 4$ ב. $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$ ג. $x_B = \ln 8$.
 ד. (1) עלייה: $x > \ln 8$, ירידה: $\ln 4 < x < \ln 8$, $x < \ln 4$ ד. (2) להלן סרטוט:
 ה. 2.
- 
- (5) א. $x > 0$ ב. $(e^2, 0)$ ג. $\min(e^{1.5}, -0.5e^3)$ ד. גרף I.
 ה. (1) $a = -1.2$ ה. (2) מקסימום ה. (3) גרף IV.

כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 66

שאלון 472 - בגרויות שנת 2024

156	מועד חורף
162	קיץ מועד א
167	קיץ מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



- (1) במפעל אלקטרוניקה החלו לייצר מחשבים.
 בכל שבוע כמות המחשבים שייצרו הייתה גדולה במספר קבוע מכמות המחשבים שייצרו בשבוע שלפניו. בשבוע הראשון ייצרו 900 מחשבים.
 הייצור נמשך 50 שבועות. בתקופה זו ייצרו 167,500 מחשבים סך הכול.
 א. בכמה הייתה גדולה כמות המחשבים שייצרו בכל שבוע מן הכמות שייצרו בשבוע שלפניו? בגמר הייצור מכר המפעל את המחשבים במשך כמה חודשים.
 כמות המחשבים שנמכרו בכל חודש הייתה גדולה פי q מכמות המחשבים שנמכרו בחודש שלפניו.
 בחודש ה-4 נמכרו 160 מחשבים. בחודש ה-7 נמכרו 1,280 מחשבים.
 ב. כמה מחשבים נמכרו בחודש הראשון?
 החודש ה-7 היה החודש האמצעי של חודשי המכירה.
 ג. כמה חודשים נמשכה המכירה?
 ד. כמה מן המחשבים שייצרו במפעל לא נמכרו?



(2) בסרטוט שלפניכם פירמידה מרובעת SABCD שבסיסה ABCD הוא מעוין.

הנקודה E היא אמצע המקצוע SC.

AS מאונך לבסיס הפירמידה.

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ את הווקטורים $\vec{EB}$ ו- $\vec{ED}$.

נתון: $\angle BAD = 60^\circ$, $|\underline{u}| = |\underline{w}|$.

ב. הוכיחו כי $\vec{EB}$ מאונך ל- $\vec{ED}$.

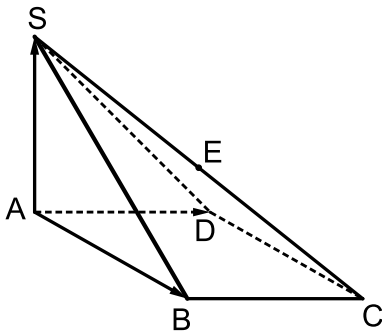
נתון: $A(0,0,0)$, $B(2\sqrt{3},2,0)$.

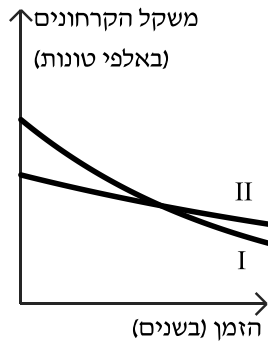
הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה- z .

שיעור ה- z של הקודקוד S הוא חיובי.

ג. (1) מצאו את אורך המקצוע AB ואת שיעורי הקודקוד S.

(2) חשבו את נפח הפירמידה SABCD.





(3)

ביום הצפוני יש שני קרחונים A ו-B.

במשך השנים הקרחונים מפשירים ומאבדים ממשקלם.

חוקרת מדדה את המשקל של כל אחד מן הקרחונים

בכל קיץ במשך 10 שנים.

לפניכם סרטוט המתאר את המשקל

של כל קרחון (באלפי טונות) לפי שנים.

א. מבין הגרפים II-I, קבעו איזה גרף מתאים

לקרחון שקצב הפשרתו מהיר יותר.

נמקו את קביעתכם.

הפונקציה $f(t) = 7 \cdot (0.96)^t$ מתארת את המשקל של קרחון A בכל שנה.

הפונקציה $g(t) = 10 \cdot (0.91)^t$ מתארת את המשקל של קרחון B בכל שנה.

ב. קבעו בנוגע לכל פונקציה מהו הגרף המתאר אותה. נמקו את קביעותיכם.

ג. המשקל של איזה משני הקרחונים היה גדול יותר לאחר 7 שנים מתחילת המדידות?

ד. מצאו לאחר כמה שנים מתחילת המדידות היה המשקל של קרחון A

שווה למשקל של קרחון B.

החוקרת בדקה גם את מספר כלבי הים באזור זה.

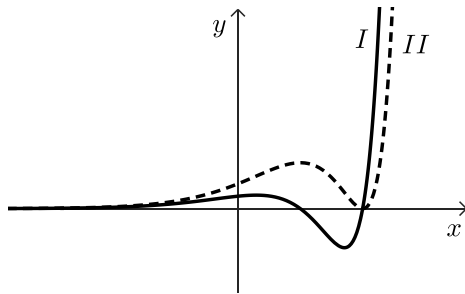
היא גילתה שמספר כלבי הים באזור זה גדל בכל שנה באחוז קבוע.

לאחר 10 שנים מתחילת המדידות היה מספר כלבי הים גדול פי 1.5

ממספרם בתחילת המדידות.

ה. מצאו בכמה אחוזים גדל מספר כלבי הים בכל שנה.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) בסרטוט שלפניכם מוצגים הגרפים I ו-II.

אחד מן הגרפים הוא הגרף של פונקציה $f(x)$,

והאחר הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. איזה מן הגרפים II-I מתאר את פונקציית

הנגזרת $f'(x)$? נמקו את תשובתכם.

נתון כי: $f(x) = (x-4)^2 \cdot e^{x-3}$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(3) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן על פי הגרף.

ג. חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

נתונה הפונקציה: $g(x) = -f'(x)$.

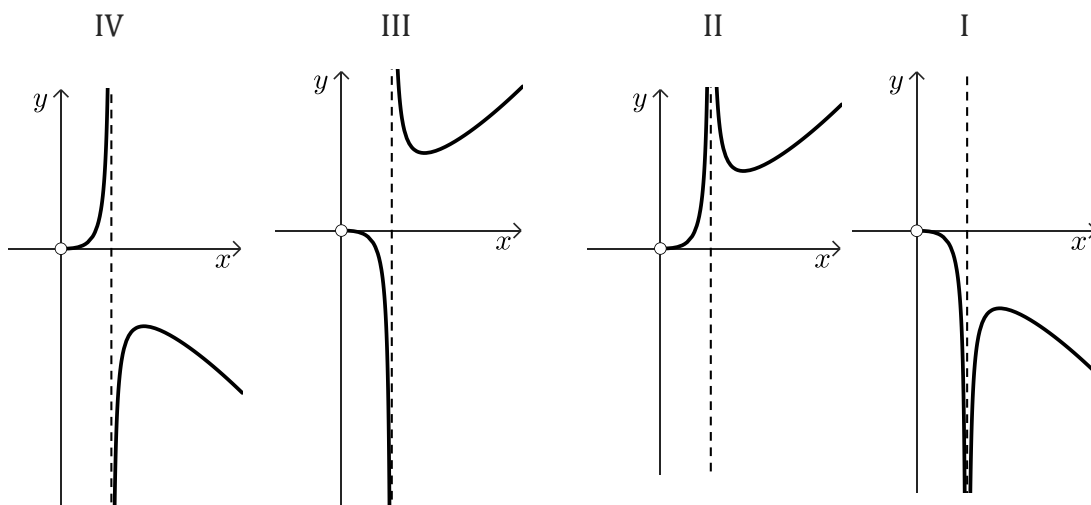
ד. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$

ועל ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את תשובתכם.



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3x^2}{2\ln(x)+1}$

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.
- (3) מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה הוא גרף הפונקציה $f(x)$.



הישר: $y = t$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.

- ה. האם הישר: $y = t - 5$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$?
- אם כן – מצאו בכמה נקודות הוא חותך. אם לא – נמקו.

תשובות סופיות:

- (1) א. 100 ב. 20 ג. 13 ד. 3,680.
- (2) א. $\vec{ED} = -\frac{1}{2}\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} - \frac{1}{2}\vec{w}$, $\vec{EB} = \frac{1}{2}\vec{u} - \frac{1}{2}\vec{v} - \frac{1}{2}\vec{w}$ ב. שאלת הוכחה.
- ג. (1) $S(0,0,4)$, $AB = 4$ ג. (2) $V_{SABCD} = \frac{32\sqrt{3}}{3}$ ד. 6.668 שנים.
- (3) א. גרף I ב. גרף I: $g(t)$, גרף II: $f(t)$ ג. קרחון A ד. 4.14%.
- (4) א. $f(x)$: גרף I, $f'(x)$: גרף I ב. (1) כל x ב. (2) $(4,0)$, $(0, \frac{16}{e^3})$ ג. $\frac{4}{e}$ ד. $\frac{8}{e}$.
- (5) א. (1) $x \neq e^{-\frac{1}{2}}$, $x > 0$ א. (2) לא א. (3) $x = e^{-\frac{1}{2}}$ ב. $\min(1,3)$ ג. עלייה: $x > 1$, ירידה: $e^{-\frac{1}{2}} < x < 1$, $0 < x < e^{-\frac{1}{2}}$ ד. כן, חותך בנקודה אחת.

בגרות קיץ 2024 מועד א':

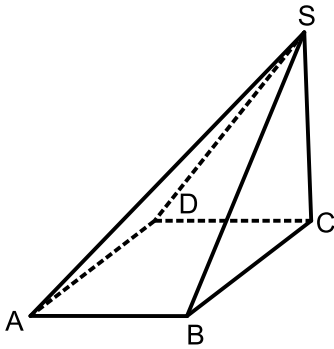
יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



- (1) לרכבת מסוימת יש 11 קרונות.
- ביום א', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול במספר קבוע ממספר הנוסעים בקרון שלפניו. מספר הנוסעים בקרון האחרון היה גדול פי 3 ממספר הנוסעים בקרון הראשון.
- ביום זה מספר הנוסעים ברכבת היה 220 סך הכל.
- א. מצאו כמה נוסעים היו בקרון הראשון.
- ב. מצאו כמה נוסעים היו בקרון האמצעי.
- ג. מצאו כמה נוסעים סך הכל היו בקרונות האי-זוגיים (בקרון הראשון, השלישי, החמישי וכן הלאה).
- ביום ב' מספר הנוסעים ברכבת היה גדול פי 2 ממספר הנוסעים בה ביום א' ולכן הוחלט להוסיף קרונות לרכבת.
- ביום ב', מספר הנוסעים בכל קרון היה גדול ב-3 ממספר הנוסעים בקרון שלפניו.
- ביום זה היו בקרון הראשון 5 נוסעים.
- ד. מצאו את מספר הקרונות שהוסיפו לרכבת ביום ב'.



(2)

בסרטוט שלפניכם פירמידה SABCD.

הבסיס ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 4.

נסמן: $\vec{AS} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$, אם יש צורך, את הווקטור $\vec{SD}$.

נתון: $\vec{SD} \cdot \vec{AD} = 0$.

ב. מצאו את הערך של $\underline{w} \cdot \underline{v}$.

נתון: $|\vec{SC}| = \sqrt{17}$, $\underline{w} \cdot \underline{u} = \underline{w} \cdot \underline{v}$.

ג. מצאו את הערך של $|\underline{w}|$.

ד. (1) הוכיחו כי SC מאונך ל-BC ול-DC.

(2) מצאו את נפח הפירמידה SABCD.



(3)

נתונות שתי דירות - דירה א' ודירה ב'.

בתחילת שנת 2014 היה הערך של דירה א' 980,000 שקלים

והערך של דירה ב' היה 620,000 שקלים.

הערך של דירה א' גדל בכל שנה ב-7%, והערך של דירה ב' גדל בכל שנה פי q .

כעבור מספר מסוים של שנים היה הערך של דירה א' שווה לערך של דירה ב'.

א. לפניכם שלוש טענות I-III. קבעו מהי הטענה הנכונה. נמקו את קביעתכם.

I. $q < 1.07$ II. $q = 1.07$ III. $q > 1.07$

נתון כי בתחילת שנת 2024 היה הערך של דירה א' שווה לערך של דירה ב'.

ב. (1) מצאו מה היה הערך של דירה א' בתחילת שנה זו.

(2) מצאו בכמה אחוזים גדל הערך של דירה ב' בכל שנה.

על פי הצפי, מתחילת שנת 2024 ואילך הערך של דירה ב' עתיד לרדת בכל שנה באחוז שקטן

פי 1.5 מן האחוז שמצאתם בתת-סעיף ב (2).

ג. על פי צפי זה, בתחילת איזו שנה עתיד לרדת לראשונה הערך של דירה ב' בהשוואה

לערך שהיה לה בתחילת שנת 2014?

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x}}{e^x - 3}$



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה האנכית לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת: $g(x) = -f(x) + 15$.
- הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו התחום.
- ו. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.
- (2) כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.



5 נתונה הפונקציה: $f(x) = ax \cdot \ln(2x)$, a הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \frac{e}{2}$ הוא 6.

ב. מצאו את a .

הציבו: $a = 3$ בפונקציה $f(x)$ וענו על הסעיפים ג-ו.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

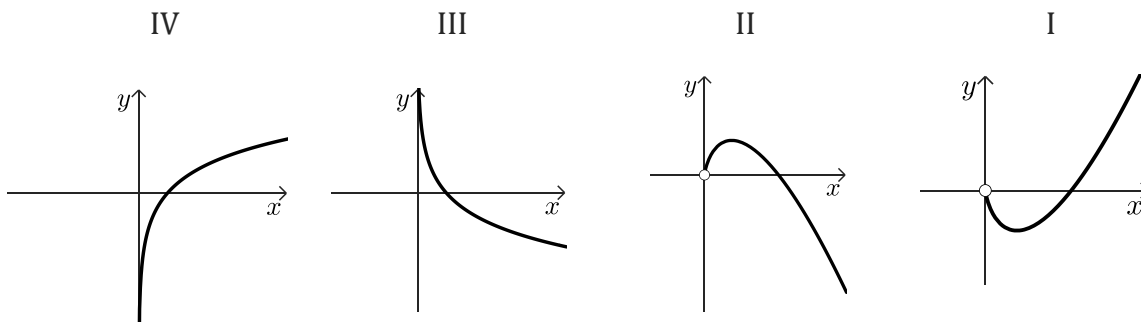
ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ה. קבעו איזה מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את הפונקציה $f(x)$,

ואיזה מהם מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעותיכם.

ו. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = e$

ועל ידי ציר ה- x .



תשובות סופיות:

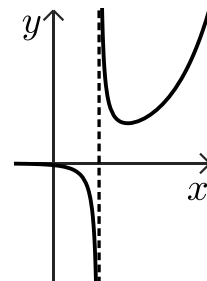
- (1) א. 10 נוסעים ב. 20 נוסעים ג. 120 נוסעים ד. 5 קרונות.
(2) א. $\overrightarrow{SD} = \underline{v} - \underline{w}$ ב. $\underline{w} \cdot \underline{v} = 16$ ג. $|\underline{w}| = 7$ ד. (1) שאלת הוכחה.

$$V_{SABCD} = \frac{16\sqrt{17}}{3} \quad \text{ד. (2)}$$

- (3) א. III. $q > 1.07$ ב. (1) 1,927,808 שקלים ב. (2) 12% ג. שנת 2038.

- (4) א. (1) $x \neq \ln 3$ א. (2) $x = \ln 3$ ב. $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$

- ג. $\min(\ln 6, 12)$ ד. עלייה: $x > \ln 6$, ירידה: $\ln 3 < x < \ln 6$, $x < \ln 3$.
ה. להלן סרטוט: ו. (1) $\max(\ln 6, 3)$ ז. (2) 2 נקודות חיתוך.



- (5) א. $x > 0$ ב. $a = 3$ ג. (0.5, 0) ד. $\min\left(\frac{1}{2e}, -\frac{3}{2e}\right)$
ה. גרף I: $f(x)$, גרף II: $f'(x)$ ו. 14.36

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

(1) נתונה סדרה חשבונית A שאיבריה הם: $a_1, a_2, a_3, \dots$ ובה 25 איברים.

נתון: $a_{13} = 20$, הפרש הסדרה הוא 6.

א. מצאו את a_1 .

ב. מצאו את סכום האיברים שנמצאים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

נתונה סדרה חשבונית B שאיבריה הם: $b_1, b_2, b_3, \dots$ וגם בה 25 איברים.

האיבר הראשון בסדרה הוא 2.

נסמן את הפרש הסדרה B ב- d .

מכל איברי הסדרות A ו-B בונים סדרה חשבונית חדשה שאיבריה הם:

$$a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots$$

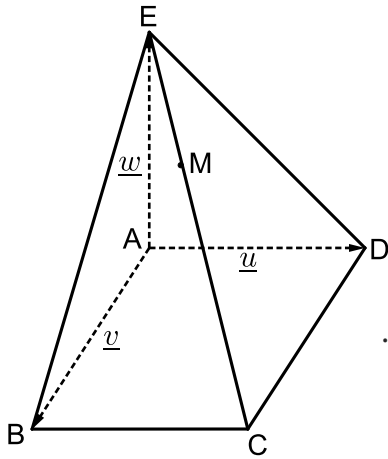
ג. (1) מצאו את האיבר הראשון של הסדרה החדשה.

(2) הביעו באמצעות d את הפרש הסדרה החדשה.

(3) נתון כי סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3,250.

מצאו את d .





(2) בסרטוט שלפניכם פירמידה ABCDE שבסיסה ABCD הוא ריבוע.

הנקודה M נמצאת על המקצוע EC כך שמתקיים $\overrightarrow{CM} = \frac{2}{3} \overrightarrow{CE}$.

AE מאונך לבסיס הפירמידה.

נסמן: $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$, $\overrightarrow{AE} = \underline{w}$.

נתון: $|\underline{w}| = |\underline{u}|$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AM}$, $\overrightarrow{CE}$ באמצעות $\underline{v}$, $\underline{u}$ ו- $\underline{w}$.

(2) הוכיחו כי $\overrightarrow{AM}$ מאונך ל- $\overrightarrow{CE}$.

נתון: האורך של צלע הריבוע ABCD הוא 6, $A(0,0,6)$.

הקודקוד B נמצא על החלק החיובי של ציר ה-x.

הקודקוד D נמצא על החלק החיובי של ציר ה-y.

הקודקוד E נמצא על החלק החיובי של ציר ה-z.

ב. (1) מצאו את שיעורי הקודקודים E ו-C.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה M.

ג. חשבו את שטח המשולש AMC.



(3) מתחילת שנת 2018, כמות הדבש בכורת דבורים מסוימת קטנה בכל חודש באחוז קבוע.

לאחר 8 חודשים כמות הדבש בכורת הייתה 45% מכמות הדבש בתחילת שנת 2018.

א. מצאו בכמה אחוזים קטנה כמות הדבש בכל חודש.

ב. מצאו בכמה אחוזים קטנה כמות הדבש בכורת כעבור 10 חודשים מתחילת שנת 2018.

ג. מצאו כעבור כמה חודשים מתחילת שנת 2018 קטנה כמות הדבש ב-33%.

בהשוואה לתחילת השנה.

מתחילת שנת 2019 והלאה כמות הדבש בכורת גדלה בכל חודש באחוז קבוע.

בתחילת שנת 2019 הייתה בכורת כמות של k ק"ג דבש.

הפונקציה $f(t) = k \cdot (1.05)^t$ מתארת את כמות הדבש בכורת (בק"ג)

כפונקציה של הזמן (בחודשים).

בתחילת שנת 2018 הייתה בכורת כמות של 600 ק"ג דבש.

ד. מצאו את כמות הדבש שהייתה בכורת בתחילת שנת 2021.

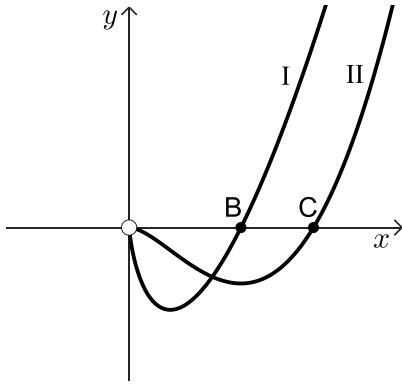


פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{(ax-1)}}{x^2}$, a הוא פרמטר.

- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
- (3) הסבירו מדוע הפונקציה $f(x)$ חיובית, בעבור כל x בתחום ההגדרה שלה.
- נתון כי הנקודה $\left(-1, \frac{1}{e^3}\right)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצאו את הערך של a .
- הציבו $a = 2$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ג-ד.
- ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- (2) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + k$, k הוא פרמטר.
- נתון כי לישר: $y = -4e$ ולגרף הפונקציה $g(x)$ יש בדיוק שתי נקודות משותפות.
- ד. מצאו את הערך של k .



5 בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים, I ו-II.

אחד מן הגרפים מתאר את הפונקציה $f(x)$,

והאחר מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

א. קבעו איזה מן הגרפים I, II מתאר את גרף פונקציית

הנגזרת $f'(x)$. נמקו את קביעתכם.

נתון: $f(x) = x^2 \cdot (2\ln(x) - 1)$.

ב. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבעו את סוגה על פי הגרף.

הנקודה B היא נקודת החיתוך של גרף I עם ציר ה- x ,

והנקודה C היא נקודת החיתוך של גרף II עם ציר ה- x .

ג. מצאו את אורך הקטע BC.

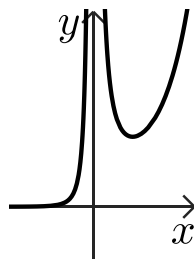
דרך הנקודה C העבירו ישר המקביל לציר ה- y .

ד. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף I, על ידי הישר המקביל לציר ה- y

ועל ידי ציר ה- x (השטח שברביע הראשון).

תשובות סופיות:

- (1) א. $a_1 = -52$ ב. 260 ג. $a_1 + b_1 = -50$ ד. $6 + d$ (2) ג. $d = 9$ (3) ג.
- (2) א. $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$, $\overrightarrow{CE} = -\underline{u} - \underline{v} + \underline{w}$ (1) א. שאלת הוכחה. (2) א. $S_{\Delta AMC} = 12\sqrt{2}$ ב. $M(2,2,4)$ (2) ב. $C(6,6,0)$, $E(0,0,6)$ (1) ב. 63.14% א. 9.5% (3) ד. 584.1 ק"ג. ג. כ-4 חודשים ב. 63.14% א. 9.5% (3) ד. $a = 2$ א. $x \neq 0$ (1) א. $x = 0$ (2) א. $\min(1, e)$ (1) ג. $k = -5e$ ד. ג. (2) להלן סרטוט:



- (1) א. גרף I: $f'(x)$, II: $f(x)$ ב. $x > 0$ (1) ב. $\min(1, -1)$ (2) ב. ד. 1. ג. $\sqrt{e} - 1 = 0.649$

כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 67

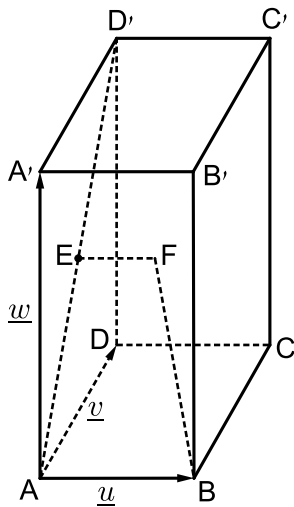
שאלון 472 - בגרות שנת 2023

172	מועד חורף
176	קיץ מועד א
180	קיץ מועד ב
184	קיץ מועד מיוחד

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



(1) בסרטוט שלפניכם מתוארת תיבה $ABCD A'B'C'D'$.

הנקודה E היא מפגש אלכסוני הפאה $AA'D'D$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{EF} = \frac{1}{2}\underline{u}$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{AE}$ ו- $\overrightarrow{BD'}$

באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

(2) הוכיחו: $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD'}$.

ב. (1) הסבירו מדוע EF מקביל ל-AB.

(2) הוכיחו: $\overrightarrow{AB}$ מאונך ל- $\overrightarrow{AE}$.

נתון: בסיס התיבה ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו הוא 2.

נפח התיבה הוא 16.

ג. (1) חשבו את אורך המקצוע הצדדי של התיבה.

(2) חשבו את אורך הווקטור $\overrightarrow{BF}$.

ד. (1) חשבו את גודל הזווית ABF.

(2) מצאו את הגדלים של שאר הזוויות של המרובע AEFB.



(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 6}$.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן.

ד. לפניכם סקיצה חלקית של גרף הפונקציה $f(x)$.

העתיקו את הסקיצה למחברת והשלימו בה את החלקים

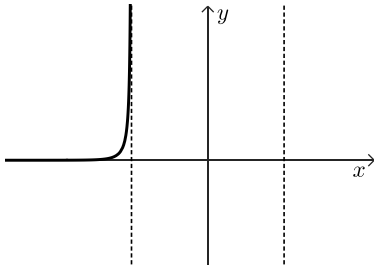
החסרים של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$, כאשר c פרמטר.

ה. מצאו את שני הערכים האפשריים של c , עבורם

יש לפונקציה $g(x)$ נקודת קיצון על הישר $y = 4$.

נמקו את תשובתכם.



פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (\ln x)^2 - a \cdot \ln x + 3$. a הוא פרמטר.

אחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x היא $(e^3, 0)$.

א. מצאו את a .

הציבו $a = 4$ בפונקציה $f(x)$, וענו על הסעיפים ב-ו שלפניכם.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך האחרת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

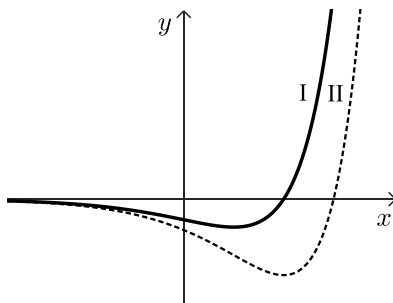
נתונה הפונקציה: $g(x) = |f(x)|$ המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.





- (5) בסרטוט שלפניכם מתוארים שני גרפים: I, II. אחד מהם הוא גרף הפונקציה $f(x)$, והאחר הוא גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$. כל אחד מן הגרפים חותך את ציר ה- x בנקודה אחת בלבד.



- א. איזה מן הגרפים I, II מתאים לגרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמקו.
נתון: $f(x) = (x-3) \cdot e^x$.
- ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = -f'(x)$.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ו. מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- y .

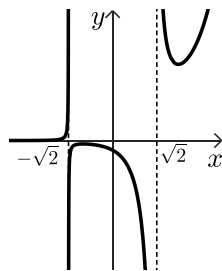
תשובות סופיות:

(1) א. $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{BD'} = -\underline{u} + \underline{v} - \underline{w}$ ב. (1) ראו סרטון. $\overrightarrow{BF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD'}$ (2) א.

ב. (2) שאלת הוכחה ג. (1) 4 ג. (2) $|\overrightarrow{BF}| = \sqrt{6}$ ד. (1) $\angle ABF = 65.91^\circ$.
ד. (2) $\angle EFB = 114.09^\circ$, $\angle AEF = 90^\circ$, $\angle BAE = 90^\circ$.

(3) א. (1) $x \neq \pm\sqrt{2}$ א. (2) $x = \pm\sqrt{2}$ ב. $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$.

ד. להלן סרטוט:

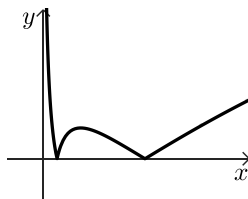


ג. $\max\left(-1, -\frac{1}{e^2}\right)$, $\min\left(2, \frac{e^4}{2}\right)$.

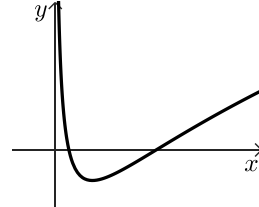
ה. $c = 3 + \frac{1}{e^2}$, $c = 3 - \frac{e^4}{2}$.

(4) א. $a = 4$ ב. $x > 0$ ג. $(e, 0)$ ד. $\min(e^2, -1)$.

ו. להלן סרטוט:



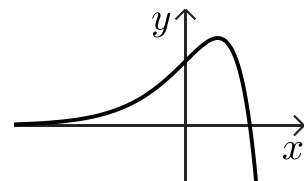
ה. להלן סרטוט:



(5) א. גרף I ב. כל x ד. עליה: $x > 2$, ירידה: $x < 2$ ג. $(0, -3)$, $(3, 0)$

ו. $2e^2 - 6 \approx 8.778$

ה. להלן סרטוט:



בגרות קיץ 2023 מועד א':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

(1) בפירמידה המשולשת ABCD המקצועות AD, BD ו-CD מאונכים זה לזה (ראו סרטוט). הנקודה E נמצאת על המישור ABC, ומתקיים:

$$\overrightarrow{BE} = \frac{1}{9}\overrightarrow{BA} + \frac{4}{9}\overrightarrow{BC}$$

נסמן: $\overrightarrow{DA} = \underline{u}$, $\overrightarrow{DB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{DC} = \underline{w}$.

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{DE}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

נתון: $|\underline{u}| = 2$, $|\underline{v}| = |\underline{w}| = 1$.

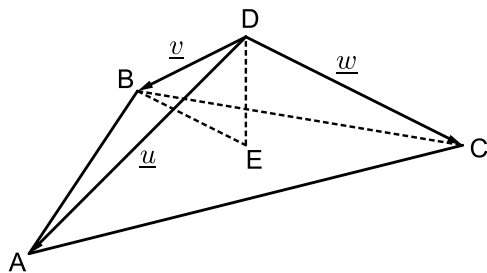
ב. (1) חשבו את אורכי המקצועות BA ו-BC.

(2) חשבו את גודל הזווית ABC.

(3) חשבו את שטח המשולש ABC.

ג. הוכיחו כי הווקטור $\overrightarrow{DE}$ מאונך למישור ABC.

ד. חשבו את נפח הפירמידה ABCD.



(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



3) בבנק מסחרי יש שני סוגים של חוב: חוב של הבנק ללקוח (כאשר הלקוח מפקיד כסף בבנק) וחוב של הלקוח לבנק (כאשר הבנק מלווה כסף ללקוח).

בבנק מסחרי מסוים, כאשר הבנק חייב כסף ללקוח, הוא משלם ללקוח ריבית בגובה של 1.5% מן החוב בכל שנה. בתחילת שנת 2023 הפקיד דני בבנק 10,000 ₪.

א. איזו מבין הפונקציות 1-4 שלפניכם מתארת את גובה החוב של הבנק לדני לפי השנים t ?

$$f(t) = 10,000 \cdot 1.015^t \quad (1)$$

$$f(t) = 10,150 \cdot 1.02^t \quad (2)$$

$$f(t) = 10,150 \cdot 2^t \quad (3)$$

$$f(t) = 10,000 \cdot 1.5^t \quad (4)$$

ב. כמה כסף יהיה הבנק חייב לדני כעבור 20 שנה מן היום שבו הפקיד דני את הכסף? כאשר הבנק הזה מלווה כסף ללקוח, הוא גובה ממנו ריבית של 15% מגובה החוב בכל שנה. בתחילת שנת 2023 לוותה יעל 1,000 ₪ מן הבנק.

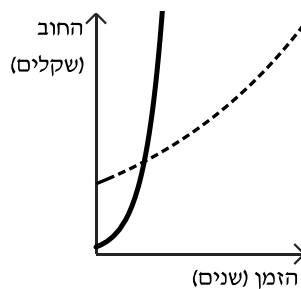
ג. מצאו את הפונקציה $g(t)$ המתארת את גובה החוב של יעל לבנק לפי השנים t .

ד. בסרטוט שבסוף השאלה מתוארים הגרפים של הפונקציה $f(t)$ ושל הפונקציה $g(t)$.

איזו פונקציה מתאר הקו המקווקו? נמקו.

בתחילת כל שנה הבנק מברר את המאזן שלו: כמה כסף לקוחותיו חייבים לו, וכמה כסף הוא חייב ללקוחותיו.

ה. בתחילתה של איזו שנה יגלה הבנק שהחוב שלו לדני קטן מן החוב של יעל לבנק?



פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^x \cdot (e^x - 6)^2$, המוגדרת לכל x .

א. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. הראו כי מתקיים: $f(x) = e^{3x} - 12e^{2x} + 36e^x$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = e^{3x}$, העולה לכל x .

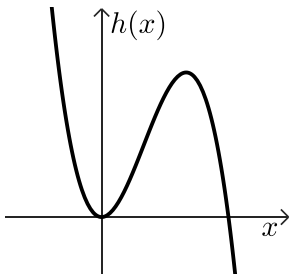
ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם גרף הפונקציה $g(x)$.

(2) באותה מערכת צירים שבה שרטטתם את גרף הפונקציה $f(x)$,

סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בקו מקווקו.

(3) מצאו את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $f(x)$,

על ידי הגרף של הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- y .



(5) בסרטוט שלפניכם מתואר גרף הפונקציה: $h(x) = -2x^3 + 6x^2$

המוגדרת לכל x .

א. (1) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $h(x)$

עם ציר ה- x .

(2) היעזרו בגרף, ומצאו את תחומי החיוביות והשליליות של

הפונקציה $h(x)$.

נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(-2x^3 + 6x^2)$

ב. היעזרו בתשובתכם לתת סעיף א(2), ומצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x) + 4$, המוגדרת באותו התחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

ה. מהם שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, ומהו סוגה?



תשובות סופיות:

(1) א. $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{9}\underline{u} + \frac{4}{9}\underline{v} + \frac{4}{9}\underline{w}$, $\overrightarrow{BC} = -\underline{v} + \underline{w}$, $\overrightarrow{BA} = \underline{u} - \underline{v}$ ב. (1) $BC = \sqrt{2}$, $BA = \sqrt{5}$ ג. $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{9}\underline{u} + \frac{4}{9}\underline{v} + \frac{4}{9}\underline{w}$

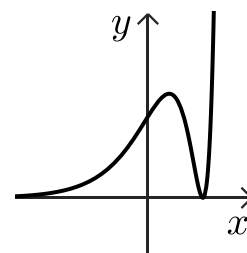
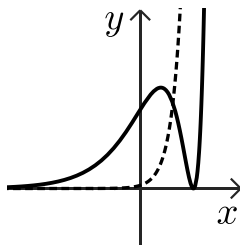
ב. (2) $\angle ABC = 71.565^\circ$ ב. (3) 1.5 ג. שאלת הוכחה ד. $\frac{1}{3}$

(3) א. תשובה (1) ב. 13,468.55 ש"ח ג. $g(t) = 1,000 \cdot 1.15^t$

ד. $f(t) = 10,000 \cdot 1.015^t$ ה. שנת 2042

(4) א. $(\ln 6, 0)$, $(0, 25)$ ב. ראו סרטון ג. $\min(\ln 6, 0)$, $\max(\ln 2, 32)$

ד. להלן סרטוט: ה. (1) $(\ln 3, 27)$ ה. (2) להלן סרטוט: ה. (3) 24



א. (2) חיוביות: $0 < x < 6$, $x < 0$, שליליות: $x > 6$

ג. $x = 0$, $x = 6$ ד. $\max(4, \ln 64)$

(5) א. (1) $(0, 0)$, $(6, 0)$

ב. $x < 0$, $0 < x < 6$

ה. $\min(4, 3.89)$

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



(1) תיבה ממוקמת במערכת צירים כך שהקודקוד D נמצא בראשית הצירים. הקודקודים A, C, D' נמצאים על החלקים החיוביים של ציר ה-x, של ציר ה-y, ושל ציר ה-z בהתאמה (ראו סרטוט).

נתון: $AD = 2$, $DC = 5$, נפח התיבה הוא 80.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד D'.

ב. חשבו את השיעורים של הקודקודים A, B, C, C'.

נתון: הנקודה E נמצאת על המקצוע CC' ומקיימת: $\overrightarrow{CE} = \frac{3}{4} \overrightarrow{CC'}$.

הנקודה F היא אמצע המקצוע DD'.

הנקודה K היא נקודת החיתוך של אלכסוני הפאה BB'C'C.

הנקודה M נמצאת על הפאה AA'D'D ומקיימת:

המרובע FEKM הוא מקבילית.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות E, F, K.

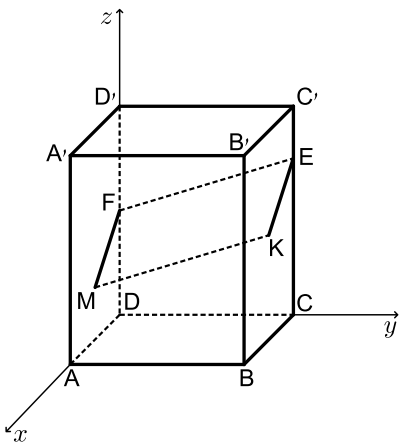
ג. (1) חשבו את גודל הזווית FEK.

(2) חשבו את שטח המקבילית FEKM.

ד. (1) מצאו את שיעורי הנקודה M.

(2) הסבירו מדוע הנקודות A, M, F נמצאות על אותו ישר.

(3) חשבו פי כמה שטח המקבילית FEKM גדול משטח המשולש AMK.



(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



(3) אחד הבנקים מלווה כסף לגופים מסחריים בריבית קבועה.

א. הנהלת הבנק קבעה ריבית של 1.45% לשנה.

(1) חברת "היי-טק" לוותה 1,000,000 שקלים לשנתיים.

מהו גובה הסכום שהיה על החברה להחזיר לבנק בתום השנתיים?

(2) חברת "התעשייה" לוותה 1,000,000 שקלים ל-3 חודשים.

מהו גובה הסכום שהיה עליה להחזיר לבנק בתום 3 החודשים?

(3) חברת "הבנייה" לוותה 2,000,000 שקלים, והחזירה לבנק בתום תקופת ההלוואה

סכום של 2,103,353.05 שקלים. מה היה משך תקופת ההלוואה?

הנהלת הבנק התחלפה, ואז הציע הבנק ללקוחותיו המסחריים שני מסלולי הלוואה חדשים לשנתיים:

מסלול 1 - מסלול בריבית משתנה: 1% ריבית לשנה הראשונה, ו-2.2% ריבית לשנה השנייה.

מסלול 2 - מסלול בריבית שנתית קבועה לשנתיים.

ב. חברה לווה סכום מסוים.

מה צריכה להיות הריבית השנתית במסלול 2, כדי שבתום השנתיים יקבל הבנק מן

החברה את אותו סכום החזר בשני המסלולים?

פרטו את חישוביכם.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (2x^2 - 15x + 27) \cdot e^{5-x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצאו את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

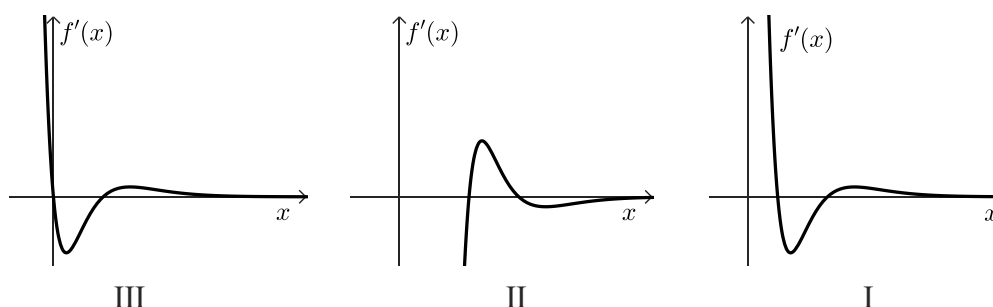
(3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. אחד מן הגרפים III-I שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם

ד. קבעו עבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < 0$ וגם $f'(x) < 0$. נמקו את קביעתכם.

ה. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x .





(5) נקודת הפונקציה: $f(x) = \frac{(\ln x)^2}{4x}$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 - ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x)$.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.
 - נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.
 - ה. (1) מצאו את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום שלה.
 - (2) מצאו ערך של c שבעבורו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישר: $y = c$ שווה ל- S . נמקו את תשובתכם.

תשובות סופיות:

(1) א. $D'(0,0,8)$ ב. $C'(2,5,8)$, $C(0,5,0)$, $B(2,5,0)$, $A(2,0,0)$ (2) א.

ב. $K(1,5,4)$, $F(0,0,4)$, $E(0,5,6)$ ג. $\angle FEK = 70.6^\circ$ (1) ג. 11.36 (2) ג.

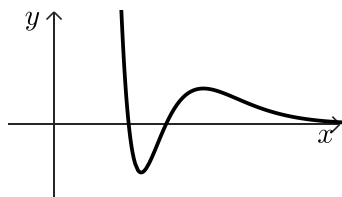
ד. $M(1,0,2)$ (1) ד. (2) ראו סרטון ד. (3) פי 2.

(3) א. $1,029,210.25$ ש"ח א. $1,003,605.45$ ש"ח א. 3.5 שנים.

ב. 1.6%

(4) א. כל x ב. $(0, 27e^5)$, $(3, 0)$, $(4.5, 0)$ (1) ב.

ב. $\max(6, 3.31)$, $\min(3.5, -4.48)$ (2) ב. (3) להלן סרטון:



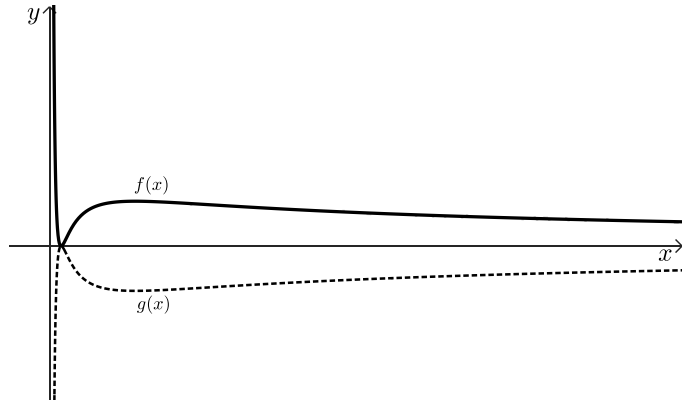
ג. גרף II.

ד. $3 < x < 3.5$

ה. 7.79

(5) א. $x > 0$ ב. $(1, 0)$ ג. $\max\left(e^2, \frac{1}{e^2}\right)$, $\min(1, 0)$

ד. להלן סרטון: ה. $y = \frac{1}{e^2}$ (1) ה. $y = -\frac{1}{e^2}$ (2) ה.

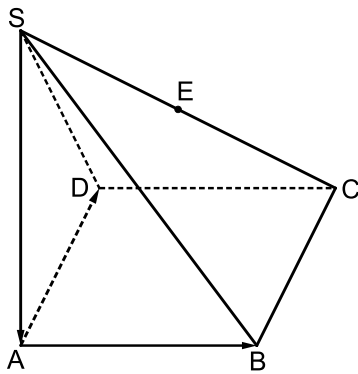


בגרות קיץ 2023 מועד מיוחד:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



(1) נתונה פירמידה SABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן.

המקצוע SA מאונך לבסיס הפירמידה.

הנקודה E היא אמצע המקצוע SC (ראו סרטוט).

נסמן: $\vec{SA} = \underline{w}$, $\vec{AD} = \underline{v}$, $\vec{AB} = \underline{u}$.

א. הביעו את הווקטורים $\vec{SC}$, $\vec{EB}$ ו- $\vec{ED}$

באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

נתון: $\vec{EB}$ מאונך ל- $\vec{ED}$, $|\underline{v}| = 3$, $|\underline{u}| = 4$.

ב. מצאו את $|\underline{w}|$.

נתון: $D(0,0,0)$,

הצלע AD מונחת על החלק החיובי של ציר ה-x,

הצלע DC מונחת על החלק החיובי של ציר ה-y,

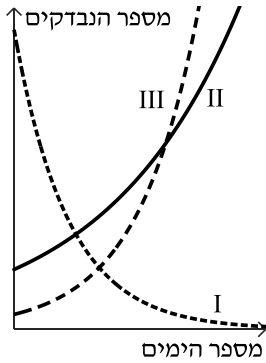
שיעור ה-z של הנקודה S הוא חיובי.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-C.

ד. חשבו את שטח המשולש DEB.



(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



(3)

לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות

המתארות את מספר הנדבקים בנגיף הקורונה לפי ימים בשלושה יישוב א, ב ו-ג.

הפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום

$$\text{ביישוב א היא: } M(t) = 10 \cdot (1.5)^t$$

והפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום

$$\text{ביישוב ב היא: } G(t) = 100 \cdot (1.2)^t$$

א. מבין הגרפים I-III קבעו איזה גרף מתאר

את מספר הנדבקים ביישוב א, ואיזה גרף מתאר

את מספר הנדבקים ביישוב ב. נמקו את תשובותיכם.

ב. מה היה מספר הנדבקים ביישוב ב לאחר 8 ימים?

ג. מצאו לאחר כמה ימים היה מספר הנדבקים ביישוב א שווה למספר הנדבקים ביישוב ב.

בזמן הבדיקה הראשונית של יישובים א ו-ב, היה מספר הנדבקים ביישוב ג גדול פי 40

ממספר הנדבקים ביישוב ב, לכן הוחלט לתת ביישוב ג תרופה ניסיונית.

בעקבות כך קטן מספר הנדבקים ביישוב ג באופן מעריכי.

לאחר 8 ימים היו ביישוב ג 107 נדבקים.

ד. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ג.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{a+x}}{x-3}$, a הוא פרמטר.

א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

נתון כי הנקודה: $\left(5, \frac{e^6}{2}\right)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את הפרמטר a .

הציבו בפונקציה $f(x)$ את הפרמטר a שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ה.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה).

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x) + 18$ המוגדרת באותו תחום שבו מוגדרת הפונקציה $f(x)$.

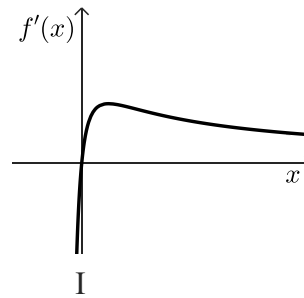
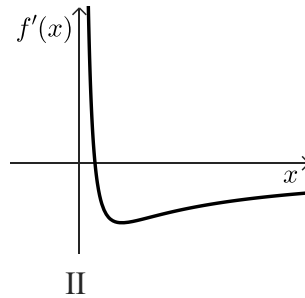
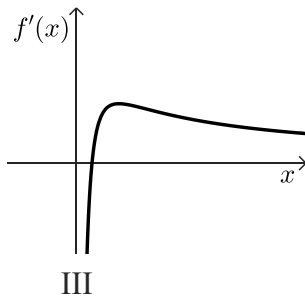
ה. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$.

נמקו את תשובתכם.



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = (2 + \ln x) \cdot (-4 + \ln x)$.

- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. (1) אחד מן הגרפים I-II-III שבסוף השאלה מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.
(2) חשבו את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,
על ידי הישר: $x = \sqrt{e}$ ועל ידי ציר ה- x .



תשובות סופיות:

(1) א. $\overrightarrow{SC} = \underline{u} + \underline{v} + \underline{w}$, $\overrightarrow{EB} = \frac{1}{2}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$, $\overrightarrow{ED} = -\frac{1}{2}\underline{u} + \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$, ב. $|\underline{w}| = 5$.

ד. 6.25.

ג. $A(3,0,0)$, $C(0,4,0)$, $S(3,0,5)$.

ב. 430 נדבקים.

(3) א. יישוב א: גרף III, יישוב ב: גרף II

ד. 36.41%.

ג. לאחר 10.32 ימים (ביום ה-11)

ב. $a = 1$.

א. (2) $x = 3$

(4) א. (1) $x \neq 3$

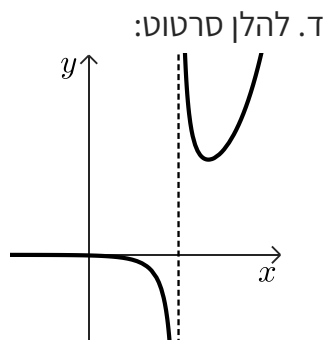
ג. (2) ירידה: $3 < x$ או $x < 4$.

ג. (1) $(4, e^5)$ מינימום.

ג. (3) $\left(0, -\frac{e}{3}\right)$

ה. חיוביות: $x < 3$,

שליליות: $3 < x$.



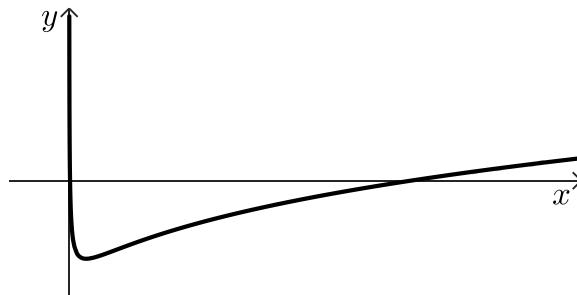
ב. $(e^4, 0)$, $(e^{-2}, 0)$ ג. $(e, -9)$ מינימום.

(5) א. $0 < x$

ה. (2) 0.25.

ה. (1) גרף III.

ד. להלן סרטוט:



כל שאלוני 4 יחידות לתוכנית החדשה

פרק 68

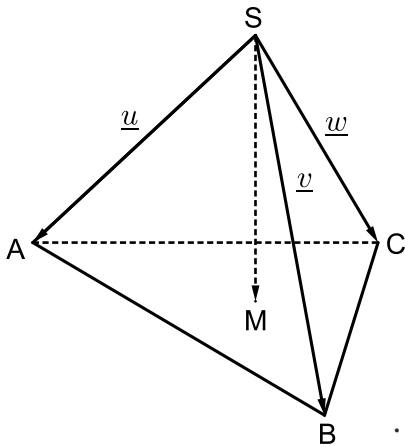
שאלון 472 - בגריות שנת 2022

189	מועד חורף
193	מועד חורף נבצרים
197	קיץ מועד א
201	קיץ מועד ב

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



(1) נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה משולש ABC (ראו סרטוט).

אורך המקצוע הצדדי של הפירמידה הוא 3.

נתון: $\angle ASB = \angle BSC = \angle ASC = 30^\circ$.

נסמן: $\vec{SA} = \underline{u}$, $\vec{SB} = \underline{v}$, $\vec{SC} = \underline{w}$.

הנקודה M נמצאת במישור ABC.

ידוע כי $\vec{SM} = \frac{1}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{v} + \frac{1}{3}\underline{w}$.

א. חשבו את המכפלות הסקלריות: $\underline{u} \cdot \underline{w}$, $\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

ב. (1) הביעו את הווקטורים $\vec{AB}$ ו- $\vec{AC}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

(2) חשבו את אורכי הווקטורים $\vec{AB}$ ו- $\vec{AC}$.

(3) מצאו את גודל הזווית BAC.

ג. הראו כי $\vec{SM}$ מאונך למישור ABC.

נסמן: $|\vec{SM}| = m$.

ד. הביעו את נפח הפירמידה SABC באמצעות m .

(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



- (3) בתחילת שנת 2020 התגלה נגיף ביישוב מסוים. מספר החולים ביישוב עלה בקצב מעריכי קבוע. כשהתגלה הנגיף היו ביישוב 104 חולים בנגיף, וכעבור חמישה חודשים היו ביישוב 200 חולים בנגיף. ביום שבו אובחנו ביישוב 200 חולים בנגיף, חוסנה כל האוכלוסייה ביישוב נגד אותו הנגיף. מאותו יום, ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בקצב מעריכי קבוע. אחרי 3 חודשים ממתן החיסון, היה מספר החולים בנגיף ביישוב 40% ממספרם לפני מתן החיסון.
- א. מזמן גילוי הנגיף ועד למתן החיסון לאוכלוסיית היישוב, פי כמה עלה מספר החולים בנגיף בכל חודש?
- ב. מצאו את האחוז הקבוע שבו ירד מספר החולים בנגיף ביישוב בכל חודש מאז מתן החיסון.
- ג. (1) כמה חודשים עברו מזמן גילוי הנגיף ועד היום שבו אובחנו 20 חולים בלבד בנגיף? (2) אם האוכלוסייה ביישוב לא הייתה מתחסנת, וקצב העלייה במספר החולים לא היה משתנה, מה היה בערך מספר החולים ביישוב באותה תקופת זמן שמצאתם בתת-סעיף ג(1)?

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



- (4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{8}{e^x} + \frac{e^x}{2} + c$, c הוא פרמטר.
- א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון כי גרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרך ראשית הצירים.
- ב. מצאו את c .
- הציבו בפונקציה $f(x)$ את הערך של c שמצאתם בסעיף ב, וענו על הסעיפים ג-ו.
- ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך הנוספת של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- נסמן ב- S_1 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $-f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- נסמן ב- S_2 את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $2 \cdot f(x)$, ועל ידי ציר ה- x .
- ו. בעבור כל אחד מן השטחים S_1 ו- S_2 קבעו אם הוא גדול מ- S , קטן ממנו או שווה לו. נמקו את קביעותיכם.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+1}$



- א. (1) מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (2) מצאו את האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.
- ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ו. מצאו את התחום שבעבורו מתקיים $f(x) \cdot f'(x) > 0$.

תשובות סופיות:

(1) א. $\vec{AC} = -\underline{u} + \underline{w}$, $\vec{AB} = -\underline{u} + \underline{v}$ ב. (1) $\underline{v} \cdot \underline{w} = 4.5\sqrt{3}$, $\underline{u} \cdot \underline{w} = 4.5\sqrt{3}$, $\underline{u} \cdot \underline{v} = 4.5\sqrt{3}$

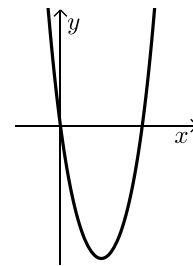
ב. (2) $|\vec{AC}| = \sqrt{18 - 9\sqrt{3}} \approx 1.553$, $|\vec{AB}| = \sqrt{18 - 9\sqrt{3}} \approx 1.553$ ב. (3) $\angle BAC = 60^\circ$

ג. ראו סרטון
ד. $V_{SABC} = \frac{-9 + 6\sqrt{3}}{4} \cdot m \approx 0.3481m$

(3) א. פי 1.14 ב. 26.32% ג. (1) 12.54 חודשים ג. (2) בערך 536 חולים.

(4) א. כל x ב. $c = -8.5$ ג. $(\ln 16, 0)$ ד. $\min(\ln 4, -4.5)$

ה. להלן סרטון:
ו. $S_2 > S$, $S_1 = S$

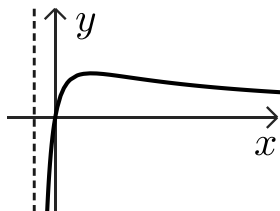


(5) א. (1) $x > -1$ א. (2) $x = -1$ ב. $(0, 0)$ ג. $\max\left(e - 1, \frac{1}{e}\right)$

ה. להלן סרטון:

ד. עליה: $-1 < x < e - 1$, ירידה: $x > e - 1$

ו. $0 < x < e - 1$



בגרות חורף 2022 נבצרים:

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה

(1) במנסרה ישרה $ABCD A'B'C'D'$ הבסיס $ABCD$ הוא מעוין.

נתון: אורך צלע המעוין הוא 2, $\angle BAD = 60^\circ$, נפח המנסרה הוא $8\sqrt{3}$.

הנקודה E היא אמצע המקצוע $C'D'$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AD} = \underline{u}$.

א. הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{B'E}$ ו- $\overrightarrow{B'A}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

ב. לפניכם שלוש טענות (1-3). קבעו אלו מהטענות נכונות. נמקו.

$$\underline{u} \cdot \underline{v} = 0 \quad (1)$$

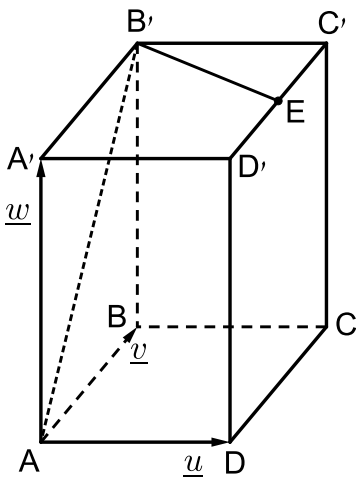
$$\underline{u} \cdot \underline{w} = 0 \quad (2)$$

$$\overrightarrow{B'A} \text{ מאונך ל- } \overrightarrow{B'E} \quad (3)$$

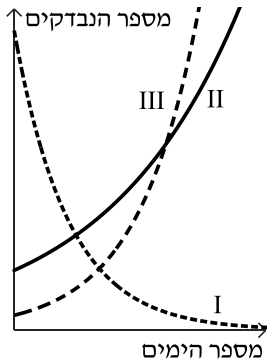
ג. חשבו את אורך הגובה של המנסרה.

ד. (1) חשבו את אורך הווקטור $\overrightarrow{B'E}$.

(2) חשבו את שטח המשולש $AB'E$.



(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



(3) לפניכם גרפים של שלוש פונקציות מעריכיות

המתארות את מספר הנדבקים בנגיף הקורונה לפי ימים בשלושה יישובים
הפונקציה המתארת את מספר הנדבקים בכל יום ביישוב א' היא

$$M(t) = 10 \cdot (1.5)^t, \text{ וביישוב ב' היא } G(t) = 100 \cdot (1.2)^t.$$

א. התאימו לכל אחד מן היישובים א' וב' את גרף הפונקציה
מבין הגרפים I-III. נמקו.

ב. מה היה מספר הנדבקים ביישוב ב' לאחר 8 ימים?

ג. חשבו לאחר כמה ימים מספר הנדבקים ביישוב א' וביישוב ב' היה שווה.

בזמן הבדיקה הראשונית של יישובים א' וב', ביישוב ג' מספר הנדבקים היה גדול פי 40

ממספר הנדבקים ביישוב ב', לכן הוחלט לתת ביישוב ג' תרופה ניסיונית ומספר הנדבקים
קטן באופן מעריכי.

לאחר 8 ימים מספר הנדבקים ביישוב ג' היה רבע ממספר הנדבקים ביישוב ב'.

ד. חשבו בכמה אחוזים ירד מספר הנדבקים בכל יום ביישוב ג'.

ה. הוחלט לסגור את בתי הספר ביישוב בו מספר הנדבקים יגיע ל-600.

האם יסגרו את בתי הספר באחד מי יישובים אלו במהלך 10 הימים מהבדיקה הראשונית?
נמקו.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = 2\ln(x^2 - a)$, פרמטר חיובי.

נתון כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה $x = 5$ שווה ל-1.25.

א. מצאו את a .

הציבו $a = 9$ וענה על הסעיפים הבאים:

ב. (1) רשמו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצאו את משוואות האסימפטוטות המאונכות לציר ה-x של הפונקציה $f(x)$.

(3) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

(4) מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

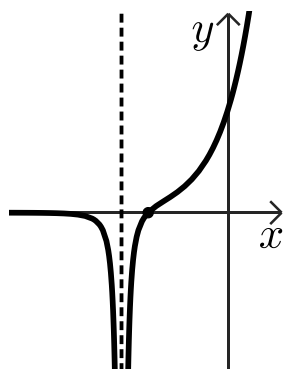
(5) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x - 4)$.

ג. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ד. האם הפונקציה $g(x)$ זוגית / אי זוגית / או לא זוגית ולא אי זוגית? נמקו.





(5) הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ מוגדרות בתחום $x \neq -2$.

לפניכם סרטוט של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה אחת $(a, 0)$.

a הוא קבוע.

א. הביעו באמצעות a את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של

הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

$$f(x) = \frac{e^{2x}}{x+2} \quad \text{נתון גם כי:}$$

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, ורשמו את הערך של a .

ג. רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ה. מצאו את משוואת האסימפטוטה המאונכת לציר ה- x של הפונקציה $f(x)$.

ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ז. חשבו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, ציר ה- x וציר ה- y .

תשובות סופיות:

(1) א. $\vec{B'A} = -\underline{v} - \underline{w}$, $\vec{B'E} = \underline{u} - \frac{1}{2}\underline{v}$ ב. (1) הטענה אינה נכונה ב. (2) הטענה נכונה.

ב. (3) הטענה נכונה ג. 4 ד. (1) $|\vec{B'E}| = \sqrt{3}$ ד. (2) $S_{\triangle AB'E} = \sqrt{15}$

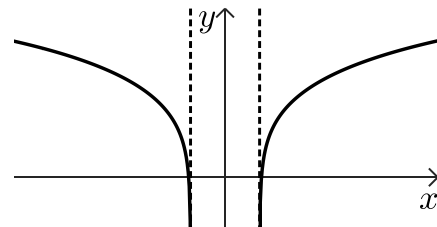
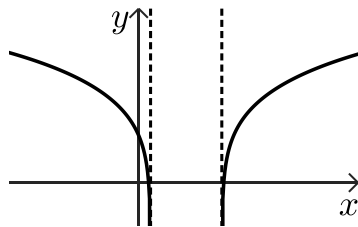
(3) א. יישוב א: גרף III, יישוב ב: גרף II ב. 430 נבדקים ג. ביום ה-11.

ד. 36.66% ה. כן, סגרו בתי ספר בשני יישובים.

(4) א. $a = 9$ ב. (1) $x < 3$, $x > 3$ ג. ב. (2) $x = -3$, $x = 3$

ב. (3) עליה: $x > -3$, ירידה: $x > -3$ ב. (4) $(-\sqrt{10}, 0)$, $(\sqrt{10}, 0)$

ג. להלן סרטוט: ב. (5) להלן סרטוט:

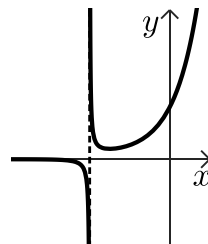


ד. לא זוגית ולא אי-זוגית.

(5) א. $x = a$, מינימום ב. $a = -1.5$, $\min\left(-1.5, \frac{2}{e^3}\right)$

ג. עליה: $x > -1.5$, ירידה: $-2 < x < -1.5$ ד. $(0, 0.5)$

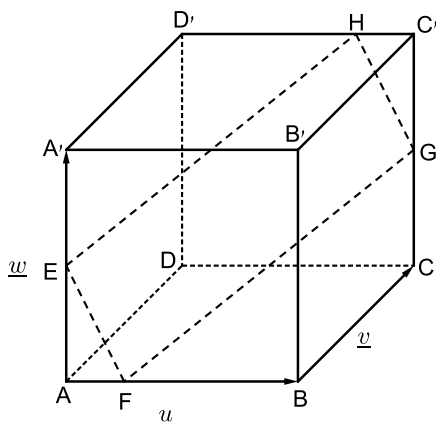
ה. $x = -2$ ו. להלן סרטוט: ז. $S = 0.5 - \frac{2}{e^3}$



יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



(1) נתונה הקובייה $ABCD A'B'C'D'$ (ראו ציור). הנקודות E ו-G הן אמצעי המקצועות AA' ו- CC' בהתאמה.

הנקודה F מקיימת: $\overrightarrow{AF} = \frac{1}{4} \overrightarrow{AB}$.

הנקודה H מקיימת: $\overrightarrow{D'H} = \frac{3}{4} \overrightarrow{D'C'}$.

נסמן: $\overrightarrow{AA'} = \underline{w}$, $\overrightarrow{BC} = \underline{v}$, $\overrightarrow{AB} = \underline{u}$.

א. (1) הביעו את הווקטורים $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{FG}$, $\overrightarrow{HG}$ ו- $\overrightarrow{EH}$

באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$.

(2) האם המרובע EFGH הוא מקבילית? נמקו.

הנפח של הקובייה הנתונה הוא 512.

ב. (1) מצאו את אורך המקצוע של הקובייה.

(2) מצאו את אורכי הווקטורים $\overrightarrow{EF}$ ו- $\overrightarrow{EH}$.

ג. (1) מצאו את גודל הזווית HEF.

(2) מצאו את שטח המרובע EFGH.

(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = (7 - 3x) \cdot e^{3x}$.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ג. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

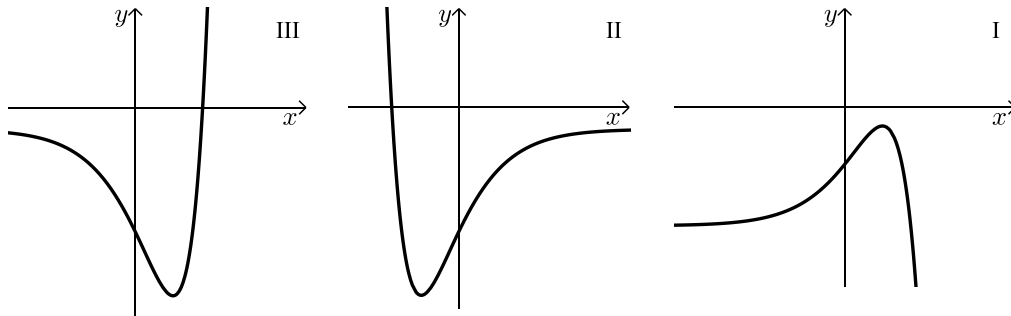
ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = -2 \cdot f(x) - 1$.

ה. (1) מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבעו את סוגה.

(2) אחד מן הגרפים III-I שלפניכם מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$.

קבעו איזה מהם, ונמקו את קביעתכם.



פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (\ln x)^3 - 3(\ln x)^2$.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.

ד. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) רשמו את תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

(2) מצאו את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = \frac{1}{e}$,

על ידי הישר $x = e$ ועל ידי ציר ה- x .





(5) הפונקציה $f(x)$ ופונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מוגדרות לכל x .

$$f'(x) = e^x - e^{2-x}.$$

א. מצאו את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקצייה $f(x)$, וקבעו את סוגה.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ חיובית לכל x .

ב. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. קבעו איזו מן האפשרויות (1)-(4) שלפניכם יכולה לתאר את הפונקציה $f(x)$. נמקו.

$$f(x) = e^x - e^{2-x} + c \quad (1)$$

$$f(x) = e^x + \frac{1}{2}e^{2-x} + c \quad (2)$$

$$f(x) = e^x - \frac{1}{2}e^{2-x} + c \quad (3)$$

$$f(x) = e^x + e^{2-x} + c \quad (4)$$

c הוא פרמטר.

דרך נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה- x .

נתון: השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי האנך, ועל ידי הצירים הוא $e^2 + e - 1$.

ד. (1) מצאו את c .

(2) מצאו את ערך ה- c של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

(1) א. $\vec{EH} = \frac{3}{4}\underline{u} + \underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$, $\vec{HG} = \frac{1}{4}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{w}$, $\vec{FG} = \frac{3}{4}\underline{u} + \underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$, $\vec{EF} = \frac{1}{4}\underline{u} - \frac{1}{2}\underline{w}$

א. (2) המרובע EFGH הוא מקבילית ב. (1) 8 ב. $|\vec{EH}| = \sqrt{116}$, $|\vec{EF}| = \sqrt{20}$ (2) ג. $S_{EFGH} = 48$

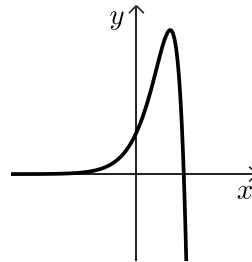
ג. (1) $\angle HEF = 94.76^\circ$

(3) א. כל x ב. $(0,7)$, $(2\frac{1}{3},0)$ ג. (1) $\max(2, e^6) = \max(2, 403.43)$

ה. (1) $\min(2, -807.858)$

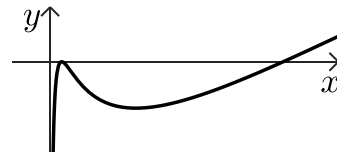
ד. להלן סרטוט:

ה. (2) גרף III.

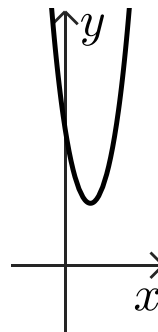


(4) א. $x > 0$ ב. $(e^3, 0)$, $(1, 0)$ ג. $\max(1, 0)$, $\min(e^2, -4)$

ד. להלן סרטוט: ה. (1) חיובית: $x > e^2$, $0 < x < 1$, יורדת: $1 < x < e^2$



(5) א. $x_{\min} = 1$ ב. להלן סרטוט: ג. אופציה 4 ד. (1) $c = e$ ה. $y_{\min} = 3e$

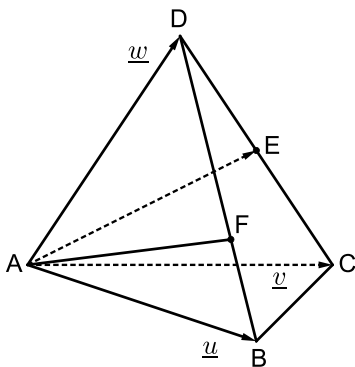


בגרות קיץ 2022 מועד ב':

יש לענות על שלוש מן השאלות 1-5, לפחות על שאלה אחת מכל פרק (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שימו לב: אם תענו על יותר משלוש שאלות, ייבדקו רק שלוש התשובות הראשונות שבמחברתכם.

פרק ראשון – סדרות, גאומטריה במרחב וגדילה ודעיכה



(1) בפירמידה המשולשת ABCD

הפאות ABD ו-ACD הן משולשים שווי צלעות (ראו סרטוט).

הנקודה E היא אמצע המקצוע CD.

הנקודה F נמצאת על המקצוע BD

ומחלקת אותו ביחס של $BF : FD = 1 : 2$.

נסמן: $\vec{AB} = \underline{u}$, $\vec{AC} = \underline{v}$, $\vec{AD} = \underline{w}$.

נתון: $\angle BAC = 45^\circ$, $|\underline{u}| = |\underline{v}| = |\underline{w}| = 6$.

א. חשבו את המכפלות הסקלריות שלפניהם: $\underline{v} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{w}$, $\underline{u} \cdot \underline{v}$.

ב. (1) הביעו את הווקטורים $\vec{CD}$ ו- $\vec{BD}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ (אם יש צורך).

(2) הביעו את הווקטורים $\vec{AE}$ ו- $\vec{AF}$ באמצעות $\underline{u}$, $\underline{v}$ ו- $\underline{w}$ (אם יש צורך).

ג. לפניכם שלוש טענות (1)-(3). קבעו אילו מן הטענות נכונות ואילו אינן נכונות.

נמקו את כל תשובותיכם.

(1) $\vec{CD}$ מאונך ל- $\vec{AE}$.

(2) $\vec{CD}$ מאונך ל- $\vec{AF}$.

(3) $\vec{CD}$ מאונך למישור EAF.

(2) שאלה זו אינה בחומר הלימוד של שאלון 472.



(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
 - ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 - ג. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגן.
 - ד. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה $g(x)$, המקיימת $g(x) = -2f(x)$ לכל x .
- ו. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ במערכת הצירים שבה סרטטתם את גרף הפונקציה $f(x)$.
 - ז. נסמן ב- S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 3$. הביעו באמצעות S את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הישר $x = 3$. נמקו את תשובתכם.

פרק שני - חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = a + (\ln x)^2$. $a > 0$ הוא פרמטר.

א. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבעו את סוגה

(הביעו באמצעות a , אם יש צורך).

נתונה הפונקציה: $g(x) = 1 + \ln x$ המוגדרת בתחום $x > 0$.

ג. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

ד. אחד מן הגרפים IV-I שבסוף השאלה מתאר את גרף הפונקציה $f(x)$

ואחד מהם מתאר את גרף הפונקציה $g(x)$.

קבעו איזה מהם מתאר את $f(x)$ ואיזה את $g(x)$, ונמקו את קביעתכם.

הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בשתי נקודות שונות.

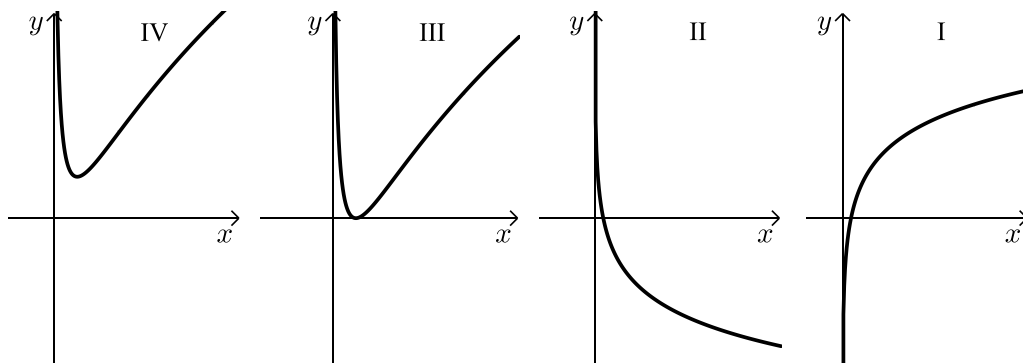
שיעור ה- x של אחת מנקודות החיתוך האלו הוא $x = e$.

ה. (1) מצאו את a .

(2) מצאו את השיעורים של נקודת החיתוך האחרת של הגרפים

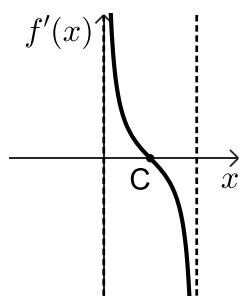
של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

(3) בעבור אילו ערכי x מתקיים: $f(x) < g(x)$?





(5) $f(x)$ היא פונקציה. גרף פונקציית הנגזרת שלה, $f'(x)$, מתואר בסרטוט שלפניכם.



הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x

בנקודה אחת בלבד, שבה $x = c$. c הוא פרמטר.

א. מצאו את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ על פי הגרף.

נמקו את תשובתכם.

נתון: $f(x) = \ln(4x - x^2)$.

ב. מצאו את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

בתשובתכם השאירו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. מצאו את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וכתבו את ערכו של c .

ה. סרטטו סקיצה של גרף הפונקצייה $f(x)$.

נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) \cdot f'(x)$.

ו. מצאו את התחומים שבהם $g(x)$ חיובית. נמקו את תשובתכם.

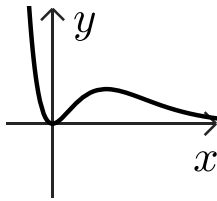
תשובות סופיות:

(1) א. $\underline{v} \cdot \underline{w} = 18, \underline{u} \cdot \underline{w} = 18, \underline{u} \cdot \underline{v} = 18\sqrt{2}$ ב. $\overrightarrow{BD} = -\underline{u} + \underline{w}, \overrightarrow{CD} = -\underline{v} + \underline{w}$ ג. (1) הטענה נכונה.

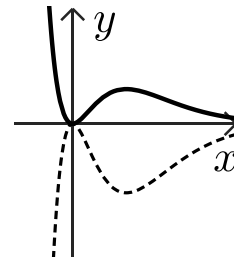
ב. (2) $\overrightarrow{AF} = \frac{2}{3}\underline{u} + \frac{1}{3}\underline{w}, \overrightarrow{AE} = \frac{1}{2}\underline{v} + \frac{1}{2}\underline{w}$ ג. (3) הטענה אינה נכונה.

ג. (2) הטענה אינה נכונה

(3) א. כל x ב. $(0,0)$ ג. $\min(0,0), \max\left(2, \frac{4}{e^2}\right)$ ד. עלייה: $0 < x < 2$, ירידה: $x < 0, x > 2$ ה. להלן סרטוט:



ו. להלן סרטוט:



(4) א. $x > 0$ ב. $\min(1, a)$ ג. עלייה: $x > 0$, ירידה: אף x .

ד. $f(x) \rightarrow IV, g(x) \rightarrow I$ ה. (1) $a = 1$ ה. (2) $(1,1)$ ה. (3) $1 < x < e$.

(5) א. מקסימום ב. $0 < x < 4$ ג. $(0.268, 0), (3.732, 0)$ ד. $c = 2, (2, \ln 4)$ ה. להלן סרטוט:

ו. $0 < x < 4$

