

תוכן העניינים:

2	פרק 14
2	בעיות גדילה ודעיכה
2	הגדרת בעיית גדילה ודעיכה מעריכית :
2	שאלות חימום :
5	תשובות סופיות :
6	שאלות לפי נושאים :
6	שאלות העוסקות במציאת הכמות הסופית :
6	שאלות העוסקות במציאת הכמות ההתחלתית :
6	שאלות העוסקות במציאת אחוז הגדילה/דעיכה :
6	שאלות העוסקות במציאת הזמן :
7	שאלות שונות (כל הנושאים יחד) :
12	תשובות סופיות :
13	תרגול נוסף :
18	תשובות סופיות :

פרק 14

בעיות גדילה ודעיכה

הגדרת בעיית גדילה ודעיכה מעריכית:

הכמות לאחר פרק זמן t , המסומנת M_t , כאשר הכמות ההתחלתית היא M_0 וקצב הגידול/דעיכה הוא q ניתנת ע"י הנוסחה הבאה: $M_t = M_0 \cdot q^t$.
 כאשר הגדילה או הדעיכה נתונים באחוזים נמצא את הבסיס לפי: $q = \frac{100 \pm p}{100}$.

שאלות חימום:

1) מצא את שיעור הגדילה/דעיכה מתוך אחוז הגדילה/דעיכה הנתון בבעיה.

- א. מחיר מוצר גדל ב-20% לשנה.
- ב. מחיר מוצר יורד ב-40% לשנה.
- ג. אוכלוסייה מתרבה ב-5% לשנה.
- ד. מחיר דירה עולה ב-15% לשנה.
- ה. כמות דבורים גדלה פי 2 כל יום.
- ו. מחירו של פסל גדל פי 3 כל שנה.
- ז. רכב מאבד רבע מערכו בכל שנה.
- ח. מנייה מאבדת מחצית מערכה כל חודש.

2) מצא את אחוזי הגדילה/דעיכה מתוך הבסיסים הבאים:

- א. $q = 1.2$
- ב. $q = 1.6$
- ג. $q = 0.85$
- ד. $q = 0.72$

3) מצא את M_0 :

- א. $107.2 = M_0 \cdot 1.05^6$
- ב. $70.8 = M_0 \cdot 1.12^4$
- ג. $2213.68 = M_0 \cdot 1.4^8$

(4) מצא את q :

ב. $512.36 = 6 \cdot 10^7 \cdot q^{40}$

א. $25 = 10 \cdot q^6$

ד. $9.35 = 7 \cdot q^{10.5}$

ג. $10^3 = 2.4 \cdot 10^6 \cdot q^{25}$

ו. $13.25 = 9.2 \cdot q^{12.3}$

ה. $6.42 \cdot 10^4 = 10^7 \cdot q^{\frac{1}{3}}$

(5) מצא את t :

ב. $62 \cdot 0.8^t = 39.68$

א. $10 \cdot 1.05^t = 70$

ג. $7 \cdot 10^7 \cdot 0.82^t = 10^5$

(6) אוכלוסיית חיידקים מתרבה בכל דקה פי 2. בשעה 30:10 בדקו במעבדה מדגם ובו 50 חיידקים.

- א. כמה חיידקים יהיו כעבור דקה אחת?
 ב. כמה חיידקים יהיו כעבור שתי דקות?
 ג. כמה חיידקים יהיו בשעה 50:10?

(7) כמות של חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית בכל שבוע ב-2.8%. במעבדה נשקלה כמות של 2000 גרם של החומר.

- א. מה תהיה כמות החומר כעבור שבועיים?
 ב. מה תהיה כמות החומר כעבור שלושה חודשים?
 ג. האם תישאר כמות מסוימת מהחומר כעבור שנה בת 52 שבועות?

(8) מחירו של מוצר לאחר 3 שנים הוא 250 ₪. ערך המוצר יורד ב-25% מדי שנה. מה היה מחירו ההתחלתי?

(9) שרון רצה בכל יום מרחק הגדול ב-10% מאשר ביום הקודם. ידוע כי שרון רצה מרחק של 2.5 ק"מ ביום השביעי. כמה ק"מ רצה שרון ביום הראשון?

(10) אוכלוסייה במדינה מסוימת מתרבה בצורה מעריכית ב-3.1% בשנה. כיום יש במדינה זו 528,000 תושבים.

- א. כמה תושבים יהיו במדינה זו בעוד 3 שנים?
 ב. כמה תושבים היו במדינה זו לפני 4 שנים?

- 11** כמות אצות באגם מתרבה בצורה מעריכית. בכל שנה גדלה הכמות פי 4 מאשר בשנה שקדמה לה. כיום יש באגם $2 \cdot 10^5$ ק"ג אצות.
- א. מה תהיה כמות האצות בעוד שנתיים?
 ב. מה הייתה כמות האצות לפני שנה?
 ג. מה תהיה כמות האצות בעוד שנתיים ושלושה חודשים?
- 12** מספר תושבים במדינה מסוימת גדל בשיעור קבוע. במשך 10 שנים גדלה האוכלוסייה במדינה מ-5.4 מיליון תושבים ל-7.2 מיליון תושבים.
- א. מה הוא קצב הריבוי בכל שנה במדינה?
 ב. אם קצב הגידול של האוכלוסייה יישמר, מה יהיה מספר התושבים כעבור 10 שנים נוספות?
- 13** בגן חיות ספרו את מספר התוכים. בספירה הראשונה נספרו 1200 תוכים. בספירה השנייה, כעבור 6 חודשים, נספרו 1450 תוכים.
- א. מה הוא קצב הגידול החודשי של התוכים?
 ב. מה יהיה מספרם של התוכים כעבור שנה וחצי מהספירה הראשונה?
- 14** כמות העצים ביער גדלה בצורה מעריכית. אם כמות העצים ביער בשנת 1950 הייתה $5 \cdot 10^4$ טון עצים ובשנת 1990 הייתה 10^7 טון עצים, מה היה אחוז הגידול השנתי (בהנחה שהגידול היה קבוע)?
- 15** כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית. החומר נשקל שלוש פעמים ביום מסוים. בשעה 7:00 בבוקר היה משקל החומר 120 ק"ג. בשעה 10:30 בבוקר היה משקל החומר 95 ק"ג.
- א. מהו קצב התפרקות החומר הרדיואקטיבי לחצי שעה?
 ב. מה תהיה כמות החומר בשעה 15:00 אחר הצהריים?
- 16** מכונית מאבדת $\frac{5}{8}$ מערכה במשך 10 שנים.
- א. מהו קצב ירידת הערך של המכונית בכל שנה?
 ב. איזה אחוז מערכה תאבד המכונית כעבור 15 שנה?
- 17** מספר התושבים במדינה מסוימת גדל פי 3.5 ב-40 שנים.
- א. מצא מהו אחוז הריבוי השנתי.
 ב. מצא פי כמה יגדל מספר התושבים כעבור 58 שנים?

תשובות סופיות:

ד .1.15	ג .1.05	ב .0.6	א .1.2 (1
	ח .0.5	ו .3 .ז .0.75	ה .2
ד .28% דעיכה.	ג .15% דעיכה	ב .60% גדילה	א .20% גדילה (2
	ג .150	ב .45	א .80 (3
ד .1.028	ג .0.732	ב .0.7469	א .1.165 (4
		ו .1.03	ה .0.22
	ג .33.01	ב .2	א .39.88 (5
	ג .52,428,800	ב .200	א .100 (6
	ג .כך 456.747 גרם.	ב .1422.4 גרם.	א .1889.56 גרם. (7
			ש .592.6 (8
			מ .1.41 ק"מ. (9
	ב .467,304 תושבים.		א .578,642 תושבים. (10
	ג .4,525,483.4 ק"ג.	ב .50,000 ק"ג.	א .3,200,000 ק"ג (11
		ב .9.6 מיליון תושבים.	א .1.029 (12
		ב .2117 תוכים.	א .1.032 (13
			א .14.16% (14
		ב .70.35 גרם.	א .0.9671 (15
		ב .77.1%	א .0.90657 (16
		ב .6.15	א .3.18% (17

שאלות לפי נושאים:

שאלות העוסקות במציאת הכמות הסופית:

- (1) מספר החסידות המגיעות כל שנה לאגם החולה יורד בצורה מעריכית בקצב של 2.4% בשנה. אם מספר החסידות שהגיעו השנה היה 6,000, מה יהיה מספר החסידות שיגיעו עוד 7 שנים?
- (2) מספר התושבים בהרצליה בשנת 1990 היה 80,000. אחוז הגידול באוכלוסיית העיר הוא 3% בשנה. מה יהיה מספר התושבים בהרצליה בשנת 1998?

שאלות העוסקות במציאת הכמות ההתחלתית:

- (3) מספר הזברות בטנזניה גדל בצורה מעריכית בקצב של 1.6% בשנה. כיום יש בטנזניה 45,000 זברות. כמה זברות היו בטנזניה לפני 16 שנים?

שאלות העוסקות במציאת אחוז הגדילה/דעיכה:

- (4) מספר הלידות בבית החולים "איכילוב" גדל בצורה מעריכית. לפני 8 שנים היו ב"איכילוב" 500 לידות בחודש והשנה יש 600 לידות בחודש. מהו אחוז הגידול במספר הלידות החודשי משנה לשנה ב"איכילוב"?
- (5) מספר התושבים ביפן גדל פי 2 תוך 20 שנים. מה אחוז הגידול השנתי באוכלוסיית יפן?
- (6) מספר החיידקים במבחנה גדל בצורה מעריכית. אם לפני 6 שעות היו במבחנה 200 חיידקים ועכשיו יש בה 500 חיידקים, כמה חיידקים יהיו בה בעוד 4 שעות?

שאלות העוסקות במציאת הזמן:

- (7) הריבית על תכנית חיסכון בבנק מסוים היא 2.4% בשנה. אדם הפקיד בתוכנית החיסכון 12,000 ₪. תוך כמה שנים יהיו ברשותו 15,000 ₪?
- (8) אוכלוסיית הדובים בקוטב הצפוני מכפילה את עצמה כל 18 שנה. אם היום יש בקוטב הצפוני 6,000 דובים, בעוד כמה שנים יהיו 8,000 דובים?

- 9) חומר רדיואקטיבי מתפרק בצורה מעריכית. אם בתוך 4 שעות הוא מאבד 20% ממשקלו, תוך כמה זמן יאבד 60% ממשקלו?
- 10) חומר רדיואקטיבי מתפרק בצורה מעריכית. אם בתוך 4 שעות הוא מאבד 20% ממשקלו, תוך כמה זמן יאבד 50% ממשקלו?
- 11) זמן מחצית החיים של חומר רדיואקטיבי הוא 16 ימים. תוך כמה ימים יאבד שליש ממשקלו?
- 12) בשעה 08:00 נלקחו שני חומרים רדיואקטיביים. מחומר א' נלקחו 150 גרם וזמן מחצית החיים שלו הוא 10 שעות. מחומר ב' נלקחו 117.4 גרם וזמן מחצית החיים שלו הוא 18 שעות. באיזו שעה משקל החומרים יהיה זהה?

שאלות שונות (כל הנושאים יחד):

- 13) בנק א' נותן ריבית של 3% כל שנתיים בתוכנית חיסכון מסוימת. בנק ב' נותן ריבית של 4.5% כל 3 שנים בתוכנית חיסכון אחרת. אדם מתכוון להפקיד סכום כסף מסוים לתקופה של 18 שנה. באיזה בנק כדאי לו להשקיע את כספו?
- 14) נתונות שתי תרבויות חיידקים, כל אחת גדלה בצורה מעריכית. בשעה מסוימת בתרבית א' היו 4,000 חיידקים ובתרבות ב' היו 500 חיידקים. נסמן:
- t_1 - הזמן שחלף עד שבתרבית א' היו פי 2 חיידקים מאשר בתרבית ב'.
- t_2 - הזמן שחלף עד שבתרבית ב' היו פי 2 חיידקים מאשר בתרבית א'.
- חשב את היחס $\frac{t_1}{t_2}$.
- 15) מספר החיידקים בתרבית גדל ב- $p\%$ בכל שעה. בשעה מסוימת מספר החיידקים היה m . כעבור t שעות הוציאו m חיידקים מהתרבות וכעבור עוד t שעות היו $6m$ חיידקים בתרבית. הבע את t באמצעות p .

הערה:

שאלות 16-17 עוסקות בפתרון בעיות קיצון מעריכיות.

(16) נתונה הפונקציה: $f(x) = 700 \cdot 1.08^x - 200x$.

מצא את ערך ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

(17) נתונות שתי בריכות דגים. בבריכה א' קצב הריבוי של מספר הדגים הוא 10% בחודש ובבריכה ב' הוא 20% בחודש. כמות הדגים בבריכה א' גדולה פי 5 מכמות הדגים בבריכה ב'. בעוד כמה חודשים לערך ההפרש בין כמות הדגים בבריכה א' לכמות הדגים בבריכה ב' יהיה מקסימלי?

(18) כמות עצים ביער גדלה בצורה מעריכית לפי אחוז ריבוי של 15% לשנה. בשנת 1990 נספרו כמות עצים מסוימת ביער. בשנת 2000 כרתו 30,000 עצים ולאחר 5 שנים נוספות, בשנת 2005, נספרו ביער 753365 עצים. מצא כמה עצים היו ביער בשנת 1990.

(19) ערכה של דירה יורד מדי שנה באחוז קבוע של 6%. ידוע כי ערך הדירה לאחר 10 שנים מיום מכירתה נמוך ב-35,000 ₪ ממחירה המקורי.
א. מצא את המחיר ההתחלתי של הדירה.
ב. מצא לאחר כמה שנים ערך הדירה ירד מתחת ל-30,000 ₪.

(20) שני בנקים מציעים שתי תכניות חיסכון כלהלן:
בנק א' מציע תכנית חיסכון ל-8 שנים שבסופה סכום הקרן יגדל ב-80%.
בנק ב' מציע תכנית חיסכון ל-6 שנים שבסופה סכום הקרן יגדל ב-60%.
א. באיזה בנק אחוז הריבית השנתית גבוה יותר?
ב. דני משקיע סכום כסף k לפי תכנית חיסכון של בנק א' ובתום התוכנית הוא מעביר את הסכום שעומד לרשותו לתכנית החיסכון של בנק ב'.
רפי משקיע סכום כסף זהה k לפי תכנית חיסכון של בנק ב' ובתום התכנית הוא מעביר את הסכום שעומד לרשותו לתכנית החיסכון של בנק א'.
למי יהיה סכום גדול יותר בתום שתי התכניות?
נמק את תשובתך והראה חישוב מתאים.

- (21)** שווי שתי מכוניות המוצעות למכירה הוא :
מכונית א' - 60,000 ₪ ומכונית ב' - 85,000 ₪.
ידוע כי ערך מכונית ב' יורד ב-4% בכל שנה
וערך מכונית א' יורד ב-2.5% בכל שנה.
- א. מצא בעוד כמה שנים יהיו המחירים של שתי המכוניות זהים.
ב. סיגל רוצה לקנות מכונית ולרשותה עומד סכום של 40,000 ₪.
איזו מכונית תוכל לקנות סיגל קודם ולאחר כמה שנים מיום הצעתן?
- (22)** כמות אצות בים מתרבה בצורה מעריכית. ידוע כי לאחר 40 שנים כמות אצות
מכפילה את עצמה. כדי לצמצם את כמות האצות מבצעים עבודות ניקיון מדי שנה
ובהן מנקים כ-200 ק"ג אצות. בחוף מסוים היו בשנת 1990 כ-1200 ק"ג אצות.
א. מצא את קצב גידול האצות השנתי.
ב. מצא כמה אצות יהיו בחוף המסוים בשנת 1993 לאחר הניקיון
באותה שנה.
- (23)** נתונות שתי כמויות התחלתיות זהות, האחת גדלה בצורה מעריכית והשנייה
קטנה בצורה מעריכית. לשתי הכמויות אחוז גדילה/דעיכה קבוע והוא 5%.
- א. האם הזמן שבו הכמות הראשונה תגדל לכמות הכפולה מהכמות
ההתחלתית שלה שווה לזמן שבו תקטן הכמות השנייה למחצית מהכמות
ההתחלתית שלה? נמק והראה חישוב מתאים.
ב. ללא קשר לנתון הקודם, הראה כי כדי ששתי הכמויות יגיעו ליעדיהן באותו
הזמן אז הבסיסים שלהן (q_1, q_2) צריכים להיות מספרים הופכיים.
- (24)** כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית לפי אחוז קבוע p מדי שעה.
ביום מסוים היו k גרם מהחומר. לאחר 3 שעות הוסיפו עוד k גרם לכמות
שנותרה ולאחר 3 שעות נוספות מתברר שנשארו k גרם מהחומר. מצא את p .
- (25)** ערך מנייה מסוימת גדל בצורה מעריכית.
ידוע כי בשנת 1980 הייתה המנייה שווה k שקלים.
המנייה גדלה באחוז קבוע של 2% לשנה עד לשנת 1992 ומשם צנחה בקצב
של 5% לשנה במשך 8 שנים נוספות.
לאחר מכן גדלה המנייה בקצב שנתי קבוע עד לשנת 2010.
אדם הרוצה לקנות את המנייה שנת 2010 נוכח לדעת כי מחירה הוא $1.5k$.
מצא באיזה אחוז עלתה המנייה לאחר הצניחה שלה.

- (26)** מספר העופות בשמורת טבע גדל לפי אחוז קבוע של 3% לשנה. בשנה מסוימת נספרו 2300 עופות בשמורה, לאחר 5 שנים הוסיפו לשמורת הטבע 1000 עופות נוספים.
- א. מצא כמה עופות יהיו בשמורה לאחר 5 שנים נוספות.
 ב. מצא תוך כמה שנים יהיה מספר העופות בשמורה זהה לזה שמצאת בסעיף א' אילולא היו מוסיפים את 1000 העופות הנוספים, אלא אם הייתה גדילה רציפה.
- (27)** אדם מפקיד סכום של 120,000 ₪ לפי ריבית דריבית של 12% בשנה. כעבור t שנים הוא משך את כל הסכום שעמד לרשותו והפקיד אותו ל- t שנים נוספות בתוכנית חיסכון חדשה לפי ריבית דריבית של 15%. בתום תקופה זו עמד לרשותו סכום של 330,252 ₪.
- א. מצא את t .
 ב. לאחר תקופה זו הוא מפקיד את סכום הכסף הסופי בתכנית לפי ריבית דריבית מסוימת. לאחר 5 שנים עמד לרשותו סכום של 821,772 ₪.
 ב. מצא את אחוז הריבית החדש.
- (28)** ערכן של שתי חלקות אדמה יורד בצורה מעריכית. ידוע כי בזמן שערכה של אדמה א' מגיע למחצית מערכה המקורי, ערכה של אדמה ב' מגיע ל-30% מערכה המקורי. לאחר 50 שנים אדמה א' מאבדת 60% מערכה.
- א. מצא את אחוז הדעיכה של אדמה ב'.
 ב. ידוע כי לאחר 100 שנים ערכן של שתי האדמות שווה. ערכה המקורי של אדמה ב' הוא 100,000 ₪. מצא את ערכה המקורי של אדמה א'.
- (29)** מספר העופות בשמורת טבע גדל לפי אחוז קבוע של p אחוזים לשנה. בשנה מסוימת נספרו 3000 עופות בשמורה, לאחר 4 שנים הוסיפו לשמורה 1000 עופות נוספים.
- א. מצא את אחוז הגידול השנתי p אם ידוע כי לאחר 4 שנים נוספות היו בשמורת 5647 עופות.
 ב. מצא לאחר כמה שנים יהיו 5647 עופות אילולא היו מוסיפים את 1000 העופות הנוספים.
- (30)** בכורת דבורים ידוע כי בכל 10 שעות כמות הדבורים גדלה פי 1.5.
- א. מצא באיזה אחוז גדלה כמות הדבורים בכל שעה.
 ב. מוציאים לאחר 10 שעות 3000 דבורים וידוע כי נשארו 1500 דבורים. חשב כמה דבורים היו בתחילה בכורת.

(31) אדם מפקיד k שקלים בתוכנית חיסכון לפי ריבית שנתית של $p\%$. לאחר 5 שנים הוא מושך מהחיסכון k שקלים ולאחר 5 שנים נוספות מתברר כי הצטבר בפקדון שלו סך הכול $2.5k$ ₪. מצא את p .

(32) ערך מנייה מסוימת גדל בצורה מעריכית. ידוע כי בשנת 1995 הייתה המנייה שווה k שקלים. המנייה גדלה באחוז קבוע של 5% לשנה עד לשנת 2000 ושם צנחה בקצב של 8% לשנה במשך 6 שנים נוספות. לאחר מכן גדלה המנייה בקצב שנתי קבוע עד לשנת 2010. אדם הרוצה לקנות את המנייה בשנת 2010 נוכח לדעת כי מחירה הוא k . מצא באיזה אחוז עלתה המנייה לאחר צניחתה.

תשובות סופיות:

- (1) 5,062 חסידות. (2) 101,342 תושבים. (3) 34,907 זברות.
- (4) 2.3%. (5) 3.5%. (6) 921 חיידקים.
- (7) 9.41 שנים. (8) 7.47 שנים. (9) 16.43 שעות.
- (10) 12.43 שעות. (11) 9.43 ימים. (12) 16:00
- (13) בנק א' (14) $\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{2}$ (15) $t = \frac{\ln 3}{\ln\left(\frac{100+P}{100}\right)}$
- (16) $x = 17.04$, מינימום.
- (17) 11 חודשים.
- (18) 100,000 עצים.
- (19) א. 75,858.5 ₪ ב. לאחר 15 שנים
- (20) א. בנק ב' ב. לשניהם אותו הסכום.
- (21) א. לאחר 22.46 שנים. ב. מכונית א' ולאחר 16 שנים.
- (22) א. 1.017 ב. 653.48 ק"ג אצות.
- (23) א. הכמות השנייה תגיע ליעדה לפני הראשונה.
- (24) 14.82%
- (25) ב-5.95%
- (26) א. 4250 עופות ב. 20.77 שנים
- (27) א. $t = 4$ ב. $p = 20\%$
- (28) א. 3.13% ב. 25,909 ₪
- (29) א. 5% ב. 12.96 שנים.
- (30) א. ב-4.1% ב. 3000 דבורים
- (31) 16.63%
- (32) ב-6.6%

תרגול נוסף:

- (1) בבריכת דגים נספרו 20,000 דגים.
כשלוש שנים לאחר מכן התבצעה ספירה נוספת ובה היו 28098 דגים.
א. מצא את אחוז הגדילה השנתי של הדגים.
ב. לאחר 4 שנים נוספות הוציאו מהבריכה 40,000 דגים.
מצא כמה דגים יישארו בבריכה לאחר שנה מהוצאת ה-40,000 דגים.
- (2) כמות עצים ביער גדלה בצורה מעריכית לפי אחוז ריבוי של 15% לשנה.
בשנת 1990 נספרו כמות עצים מסוימת ביער. בשנת 2000 כרתו 30,000 עצים
ולאחר 5 שנים נוספות, בשנת 2005, נספרו ביער 753365 עצים.
מצא כמה עצים היו ביער בשנת 1990.
- (3) מדען שוקל כמות חומר רדיואקטיבית 3 פעמים ביום מסוים.
בשקילה הראשונה כמות החומר היא 120 גרם.
לאחר שלוש שעות כמות החומר הייתה 61.44 גרם.
בשקילה השלישית 31.457 גרם.
א. מצא את אחוז הדעיכה של החומר הרדיואקטיבי.
ב. מצא לאחר כמה שעות מהשקילה השנייה התבצעה השקילה השלישית.
- (4) אחוז ריבוי אוכלוסייה בעיר מטרופולין הוא כזה שכל 30 שנים מכפילה העיר את
כמות תושביה.
א. מצא את קצב הגידול השנתי של תושבי העיר.
ב. אחוזי הריבוי בעיר גוטהם ובעיר מטרופולין זהה, אך ידוע כי כל 10 שנים
עוזבים את העיר גוטהם כ-10,000 תושבים בבת אחת. בשנת 1970 היו בעיר
גוטהם 40,000 תושבים. מצא כמה אנשים יהיו בעיר גוטהם בשנת 1988.
- (5) הערך של משאית הובלה יורד מדי שנה באחוז קבוע. ידוע כי ערך המשאית
לאחר 4 שנים מיום מכירתה נמוך ב-20,000 ממחירה המקורי.
כמו כן, ערך המשאית לאחר 8 שנים הוא 56,000 ₪.
מצא את המחיר המקורי של המשאית ואת האחוז שבו ערכה יורד מדי שנה.

- 6) ערך של מכונית היום הוא 45,000. המכונית יצאה לשוק לפני 3 שנים וערכה קטן מדי שנה באחוז קבוע של 8%.
 א. מה המחיר המקורי של המכונית?
 ב. מה יהיה מחיר המכונית לאחר 3 שנים מהיום?
 ג. מצא תוך כמה שנים המכונית תרד עד לרבע מערכה בזמן שיצאה לשוק.
- 7) ערכן של אדמה עידית ואדמה זיבורית גדל בצורה מעריכית מדי שנה. ידוע כי הערך של דונם אדמה עידית גדול פי 5 מהערך של דונם אדמה זיבורית. הערך של האדמה הזיבורית גדל ב-8% והערך של האדמה העידית גדל ב-4% לשנה. מצא בעוד כמה שנים ישתוו המחירים של דונם אדמה מכל סוג.
- 8) ערכן של אדמה עידית ואדמה זיבורית גדל בצורה מעריכית מדי שנה. ידוע כי הערך של דונם אדמה עידית גדול פי 6 מהערך של דונם אדמה זיבורית. הערך של האדמה הזיבורית גדל באחוז קבוע הגדול פי 2 מהאחוז שבו גדל הערך של האדמה העידית. מצא את אחוז הגדילה של האדמה הזיבורית אם ידוע כי המחירים של דונם אדמה מכל סוג ישתוו לאחר 62.4 שנים.
- 9) ערכן של שתי מכוניות, האחת חדשה והשנייה ישנה, מתנהג בצורה מעריכית. ערך המכונית החדשה גדול פי 2 מערך המכונית הישנה ויורד באחוז מסוים מדי שנה. כמו כן, ידוע כי ערך המכונית הישנה גדל באותו האחוז מדי שנה. לאחר 20 שנים מהיום שבו הוצעו המכוניות למכירות פומביות ערכן השתווה. מצא את אחוז הגדילה או הדעיכה של כל מכונית.
- 10) אדם מפקיד לתכנית חיסכון סכום מסוים לפי ריבית דריבית של 3%. ערך מכונית יורד בכל שנה ב-3%. ידוע כי סכום המכונית גדול פי 3 מהסכום שהפקיד האדם בתכנית החיסכון. מצא לאחר כמה זמן יוכל האדם למשוך את הכסף שיעמוד לרשותו ולקנות את המכונית.

- 11** כמות חומר רדיואקטיבי מאבד 60% ממשקלו תוך 8 שעות. קצב הדעיכה של החומר הוא מעריכי.
- א. מצא את קצב הדעיכה של החומר לשעה.
- ב. מצא תוך כמה זמן יאבד החומר 90% ממשקלו.
- ג. ידוע כי לאחר 3.5 שעות איבד החומר 10 גרם ממשקלו. מצא את כמות החומר הרדיואקטיבי ההתחלתית.
- ד. מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי 3 שעות לפני שנערכה המדידה הראשונה.
- ה. בכמה אחוזים קטן החומר הרדיואקטיבי מ-3 שעות לפני המדידה הראשונה עד למדידה הראשונה?
- 12** לשרון שתי חוות נמלים שבהן קצב ריבוי הנמלים הוא מעריכי וגדל ב-4% ליום. בסוף כל שבוע (לאחר 7 ימים) שרון לוקחת כמות נמלים קבועה מחווה א' ומעבירה אותם לחווה ב'. שרון סופרת את כמות הנמלים בכל חווה ביום מסוים ומגלה כי כמויות הנמלים בשתי החוות הן 3,000 נמלים בכל חווה. בספירה נוספת שערכה שרון לאחר שבועיים מיום מדידתה הקודם (ולאחר ההעברה) מצאה שרון כי בחווה ב' יש 1,500 נמלים יותר מבחווה א'. מצא כמה נמלים מעבירה שרון מחווה א' לחווה ב' לאחר כל 7 ימים.
- 13** תרבות חיידקים גדלה בצורה מעריכית. מדען שקל את כמות החיידקים בשעה 10:00 בבוקר ומצא כי יש בתרבות k חיידקים. בשעה 14:00 ערך המדען שקילה נוספת ומצא כי משקל החיידקים הוא $1.35k$. בשעה 20:00 ערך המדען שקילה נוספת ומצא כי משקל החיידקים הוא 741.14 גרם.
- א. מצא את קצב הגידול של החיידקים בכל שעה.
- ב. מצא את המשקל של התרבות בשעה 10:00 בבוקר.
- ג. מצא את המשקל של התרבות בשעה 6:00 בבוקר.
- ד. כדי שהמדען יצליח בניסויו משקל התרבות חייב לעבור משקל של 1 ק"ג במהלך יום המדידות הנ"ל (עד שעה 12 בלילה - 24:00). האם המדען יצליח או ייכשל בניסויו?

- 14** סוחר קנה בריכת דגים ובה 1000 דגי סלמון. ידוע כי כל שבוע כמות הדגים בבריכה גדלה ב-7%. לאחר 5 שבועות מוכר הסוחר 500 דגי סלמון.
- א. מצא כמה דגים יהיו לסוחר בבריכה לאחר חודשיים (חודש בן 4 שבועות) מזמן הקנייה.
- ב. מצא כמה דגים יהיו לסוחר בבריכה לאחר חודשיים מזמן הקנייה, אם ידוע כי לאחר הוצאת 500 הדגים מהבריכה קצב הגידול של דגים עלה ל-10%.
- 15** סוללה בעלת קיבולת מקסימלית של 9 וולט נטענת בקצב של 14% לדקה.
- א. חשב תוך כמה זמן תטען הסוללה אם ידוע כי מטען הסוללה ההתחלתי הוא 3 וולט.
- ב. חשב תוך כמה זמן תטען הסוללה אם ידוע כי לאחר שהגיעה ל-6 וולט מוציאים ממנה 2 וולט (באופן חד-פעמי) ואוגרים אותו בקבל.
- 16** בתרבית $4 \cdot 10^4$ חיידקים. לאחר 4 שעות כמות החיידקים היא $5 \cdot 10^5$.
- א. מצא את קצב הגידול של החיידקים בכל שעה.
- ב. מדען גילה כי לאחר שבתרבית יש 10^6 חיידקים אז קצב הגדילה שלהם יורד ב-30%. תוך כמה זמן יהיו בתרבית 10^7 חיידקים מאז המדידה הראשונה?
- 17** בכוורת דבורים ידוע כי בכל 10 שעות כמות הדבורים גדלה פי 1.5.
- א. מצא באיזה אחוז גדלה כמות הדבורים בכל שעה.
- ב. מוציאים לאחר 10 שעות 3000 דבורים מהכוורת וידוע כי נשארו 1,500 דבורים. חשב כמה דבורים היו בתחילה בכוורת.
- 18** ידוע כי לאחר שמקום השורץ נמלים עובר ריסוס אז הן מתות בצורה מעריכית. המדביר אומר ללקוח כי לאחר 3 שעות כ-90% מהנמלים וודאי ימותו.
- א. מצא את הקצב בו מתות הנמלים בכל שעה.
- ב. חשב כמה זמן צריך הלקוח לחכות כדי שלפחות מחצית מהנמלים ימותו.
- 19** ענה על השאלות הבאות:
- א. זמן מחצית החיים של חומר הוא 30 שנים. כמה אחוזים מאבד החומר ממשקלו מידי שנה?
- ב. זמן מחצית החיים של חומר מסוים הוא 22 שנים. כמה אחוזים מאבד החומר ממשקלו מדי שנה?
- ג. זמן מחצית החיים של חומר מסוים הוא שנה. כמה אחוזים מאבד החומר ממשקלו מדי חודש?

- ד. ערכה של מכונית יורד ב-50% לאחר 4 שנים.
- i. כמה אחוזים מערכה המקורי של המכונית יישארו לאחר שנה?
 - ii. לאחר כמה שנים תאבד המכונית 75% מערכה?
- ה. ערכה של מנייה מסוימת מאבד 50% לאחר 6 שנים.
- i. כמה אחוזים מערך המנייה המקורי יישארו לאחר שנתיים?
 - ii. לאחר כמה שנים תאבד המנייה 75% מערכה?
- ו. חומר מאבד ממשקלו 2% מדי שנה. מהו זמן מחצית החיים שלו?
- ז. חומר מאבד ממשקלו 4% מדי שנה. מהו זמן מחצית החיים שלו?
- ח. מכונית מאבדת 5% מערכה מדי שנה. מהו זמן מחצית החיים שלה?
- ט. מנייה מסוימת מאבדת 3% מערכה מדי שנה.
- i. מהו זמן מחצית החיים של המנייה?
 - ii. לאחר כמה שנים ערך המנייה ירד ב-40%?
 - iii. לאחר כמה שנים ערך המנייה יהיה 40% מערכה ההתחלתית?
- י. מוצר מסוים מאבד 1% מערכו מדי שנה.
- i. מהו זמן מחצית החיים של המוצר?
 - ii. לאחר כמה שנים ערך המוצר ירד ב-30%?
 - iii. לאחר כמה שנים ערך המוצר יהיה 30% מערכו ההתחלתית?

(20) חומר רדיואקטיבי המתפרק בצורה מעריכית מגיע למחצית מהכמות שהיה בתחילתו תוך 6 שעות.

- א. מצא תוך כמה זמן יגיע החומר הרדיואקטיבי לשליש מהכמות שהיה בתחילה.
- ב. מצא כמה חומר רדיואקטיבי יישאר מ-600 גרם לאחר 12 שעות.

(21) ערכה של מכונית יורד בצורה מעריכית. ידוע כי המכונית מאבדת 6500 ₪ מערכה לאחר שנה ועוד 5850 ₪ לאחר שנה נוספת.

- א. מצא באיזה אחוז יורד ערך המכונית מדי שנה.
- ב. מצא תוך כמה שנים יגיע ערך המכונית למחצית מערכו המקורי.

(22) מדען ביצע ניסוי ובו הזריק חיסון כימי לתוך תרבית חיידקים. המדען גילה כי לאחר 3 שעות נותרו פעילים בדיוק מחצית מכמות החיידקים שהיו בהתחלה.

- א. מצא את אחוז הדעיכה של החיידקים לשעה.
- ב. לאחר כמה זמן יהיו בתרבית 10% של חיידקים פעילים בלבד?

תשובות סופיות:

- (1) א. 12% ב. 4719 דגים.
- (2) 100000 עצים.
- (3) א. דועך ב-20%. ב. 3 שעות.
- (4) א. 1.023 ב. 48,598 תושבים.
- (5) 91,634.8 נה, יורד ב-6% לשנה.
- (6) א. 57,789 נה ב. 35,040 נה ג. 16.62 שנים.
- (7) 42.64 שנים.
- (8) 6%
- (9) 1.73%
- (10) 18.3 שנים.
- (11) א. 0.891 ב. 20.1 שעות. ג. $k = 30.278$ ד. 42.79 ג' ה. 29.26%.
- (12) 323 נמלים.
- (13) א. 1.078 ב. 350 גרם ג. 259.25 גרם ד. יצליח.
- (14) א. 1105 דגים. ב. 1201 דגים.
- (15) א. 8.38 דקות. ב. 11.47 דקות.
- (16) א. 1.88 ב. 13.47 שעות.
- (17) א. ב-4.1%. ב. 3000 דבורים.
- (18) א. בקצב של 0.464 לשעה. ב. כ-54 דקות ($t = 0.903$).
- (19) א. 2.285% ב. 3.1% ג. 5.612% ד. i. 84% ii. 7.95 שנים. ה. i. 79.37% ט. i. 22.75 שנים. ii. 11.98 שנים. ו. 34.3 שנים. ז. 16.979 שנים. ח. 13.513 שנים. י. i. 68.96 שנים. ii. 35.48 שנים. iii. 119.794 שנים.
- (20) א. 9.5 שעות. ב. 150 גרם.
- (21) א. ב-10%. ב. 6.57 שנים.
- (22) א. 20.6% ב. לאחר 10 שעות.