

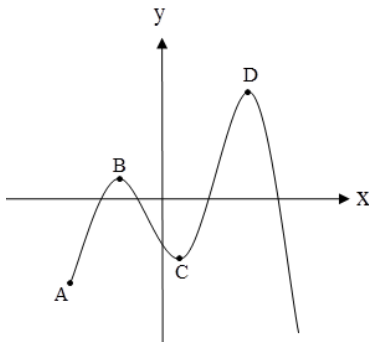
תוכן העניינים:

2	פרק 20
2	חשבון דיפרנציאלי - חקירת פולינום
2	סיכום עיקרי הדברים :
2	נקודות קיצון (נקודות מינימום/מקסימום) :
2	נקודות קיצון מקומיות :
2	שלבים למציאת נקודות קיצון מקומיות :
3	שאלות :
3	שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון :
4	שאלות העוסקות בחקירה של פונקציה :
6	תשובות סופיות :
8	תרגול נוסף :
8	שאלות העוסקות בנגזרות יסודיות :
8	שאלות שונות עם משיקים :
11	שאלות עם פרמטרים :
12	שאלות מסכמות – שימוש הנגזרת :
14	שאלות העוסקות בחקירת חלקית של פונקציה פולינומית :
16	שאלות העוסקות בחקירה מלאה של פונקציה פולינומית :
19	תשובות סופיות :
25	פונקציה זוגית ואי-זוגית :
25	הגדרות :
25	שאלות :
29	תשובות סופיות :

פרק 20

חשבון דיפרנציאלי - חקירת פולינום

סיכום עיקרי הדברים:



נקודות קיצון (נקודות מינימום/מקסימום):

- מינימום או מקסימום מקומי (פנימי) - B, C, D.
- מינימום או מקסימום קצה - A.
- מינימום או מקסימום מוחלט - D.

נקודות קיצון מקומיות:

- שיפוע המשיק לפונקציה בנקודות קיצון מקומיות הוא אפס.
- בנקודה שבה שיפוע המשיק לפונקציה הוא אפס תיתכן נקודת קיצון מקומית. נקודה כזו נקראת נקודה חשודה כקיצון. ניתן לבדוק אם היא אכן נקודת קיצון.

שלבים למציאת נקודות קיצון מקומיות:

- נגזור את הפונקציה.
- נשווה את הנגזרת לאפס ונחלץ את ערכי ה- x של הנקודות החשודות כקיצון.
- נציב את ערכי ה- x מסעיף ב' בפונקציה המקורית לקבלת ערכי ה- y .
- נקבע אם הנקודה היא נקודת קיצון ונסווג את סוג הקיצון על ידי טבלה.

שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון:

- (1) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x) = 10x - x^2$.
- (2) נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$.
 א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (3) נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$.
 א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (4) נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$.
 א. מהן נקודות הקיצון של הפונקציה.
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- (5) לפונקציה $f(x) = ax - x^3 - 5$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x = -1$.
 מצא את ערכו של הפרמטר a .
- (6) נתונה הפונקציה: $f(x) = ax^3 + x^2$. ידוע שהנקודה $x = 1$ נקודת קיצון.
 מצא את הקבוע a .
- (7) לפונקציה: $f(x) = Ax^3 + Bx^2 - 1$ יש נקודת קיצון ששיעוריה: $(2, 3)$.
 מצא את ערכי הפרמטרים B, A .
- (8) לפונקציה: $f(x) = Ax^3 + Bx^2 - 4x$ יש נקודת קיצון ב- $x = -1$ ו- $x = 4$.
 מצא את הפרמטרים ואת שיעור ה- y של שתי נקודות הקיצון.
- (9) נתונה הפונקציה: $f(x) = ax^3 + bx^2$. ידוע שהנקודה $(1, 2)$ נקודת קיצון.
 מצא את הפרמטרים a, b .

10 לפונקציה: $f(x) = ax^4 + bx^2 + 35$ יש נקודת קיצון ששיעוריה (2,3). מצא את ערכי הפרמטרים a, b .

שאלות העוסקות בחקירה של פונקציה:

11 נתונה הפונקציה $f(x) = 10x - x^2$.

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

12 נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 - 12x$.

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

13 נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 10x^2 + 9$.

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

14 נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 4x^3 + 32$ חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. מציאת תחום ההגדרה.
- ב. מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- ג. כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ה. שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

15 נתונה הפונקציה $f(x) = x^3$ חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים :

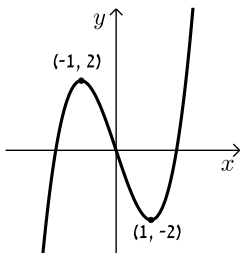
- מציאת תחום ההגדרה.
- מציאת נקודות קיצון של הפונקציה.
- כתיבת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- שרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

16 נתונה הפונקציה : $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 54x - 50$.

- לאילו ערכים של הפרמטר a עולה הפונקציה בכל תחום הגדרתה?
- הצב בפונקציה $a = 6$ וחקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים :
תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודת חיתוך עם ציר ה- y ,
סרטוט.

17 נתונה הפונקציה : $y = -3x^3 + 6x^2 - 4x + d$ (פרמטר).
ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה : $x = 2$.

- מצא את d .
- האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
- כתוב את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
- שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



18 לפניך גרף הפונקציה $f(x) = x^3 - 3x$:

- מהו מספר הפתרונות של המשוואה $f(x) = 5$.
- מהו מספר הפתרונות של המשוואה $f(x) = 2$.
- מהו מספר הפתרונות של המשוואה $f(x) = 0.5$.
- עבור איזה ערך של k למשוואה $f(x) = k$ יש בדיוק פתרון אחד.
- עבור איזה ערך של k למשוואה $f(x) = k$ יש בדיוק שני פתרונות.
- עבור איזה ערך של k למשוואה $f(x) = k$ יש בדיוק שלושה פתרונות.
- האם קיים ערך של k עבורו למשוואה $f(x) = k$ אין פתרון.

תשובות סופיות:

1. $\max(5, 25)$

2. א. $\min(2, -16)$, $\max(-2, 16)$ ב. עולה: $x > 2$, $x < -2$, יורדת: $-2 < x < 2$.

3. א. $\max(0, 9)$, $\min(\sqrt{5}, -16)$, $\min(-\sqrt{5}, -16)$

ב. עולה: $-\sqrt{5} < x < 0$, $x > \sqrt{5}$ יורדת: $0 < x < \sqrt{5}$, $x < -\sqrt{5}$.

4. א. $\min(3, 5)$ ב. עולה: $x > 3$ יורדת: $x < 3$.

5. $a = 3$

6. $a = -\frac{2}{3}$

7. $A = -1$, $B = 3$

8. $A = \frac{1}{3}$, $B = -\frac{3}{2}$, $(-1, 2\frac{1}{6})$, $(4, -18\frac{2}{3})$

9. $b = 6$, $a = -4$

10. $a = 2$, $b = -16$

11. א. כל x ב. $\max(5, 25)$

ג. עלייה: $x < 5$, ירידה: $x > 5$

ד. $(0, 0)$, $(10, 0)$

ה. ראה גרף בצד.

12. א. כל x ב. $\min(2, -16)$, $\max(-2, 16)$

ג. עלייה: $x > 2$, $x < -2$, ירידה: $-2 < x < 2$

ד. $(0, 0)$, $(\sqrt{12}, 0)$, $(-\sqrt{12}, 0)$

ה. ראה גרף בצד.

13. א. כל x

ב. $\max(0, 9)$, $\min(\sqrt{5}, -16)$, $\min(-\sqrt{5}, -16)$

ג. עלייה: $-\sqrt{5} < x < 0$, $x > \sqrt{5}$, ירידה: $x < -\sqrt{5}$, $0 < x < \sqrt{5}$

ד. $(0, 9)$, $(\pm 1, 0)$, $(\pm 3, 0)$

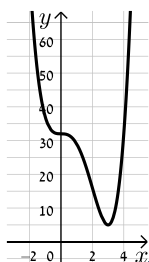
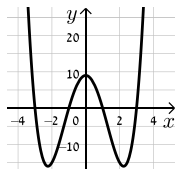
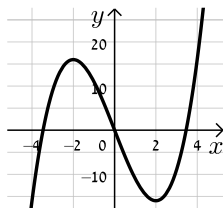
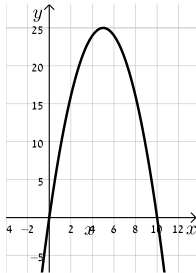
ה. ראה גרף בצד.

14. א. כל x

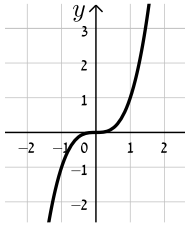
ב. $\min(3, 5)$

ג. תחומי עלייה: $x > 3$, תחומי ירידה: $x < 3$

ד. $(0, 32)$



ה. ראה גרף בצד.



15 א. כל x ב. אין.

ג. עולה לכל x

ד. $(0,0)$.

ה. ראה גרף בצד.

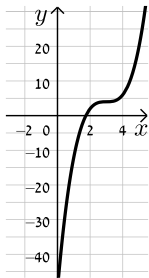
16 א. $-6 < a < 6$ ב. תחום הגדרה: כל x .

נקודות קיצון: אין. תחומי עלייה: כל x .

תחומי ירידה: אין.

נקודת חיתוך עם הצירים: $(0, -50)$.

ראה גרף בצד.



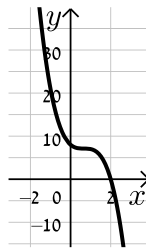
17 א. $d = 8$

ב. לא

ג. יורדת לכל x

ד. $(0,8)$.

ה. להלן גרף:



ד. $k > 2, k < -2$

ג. 3.

ב. 2.

18 א. 1.

ז. לא.

ו. $-2 < k < 2$

ה. $k = \pm 2$

תרגול נוסף:

*הערה: לשאלות בחוץ תרגילים זה אין פתרון בסרטונים.

שאלות העוסקות בנגזרות יסודיות:

גזור את הפונקציות הבאות:

$y = x^3 - 4x^2 + 4x + 3$ (3)	$y = (x-1)^2$ (2)	$y = x^2$ (1)
$y = x^2(2x+1)^2$ (6)	$y = (x^2-1)(x^2+3)$ (5)	$y = 3x^3 - 3x$ (4)
$y = \frac{4x^2 - 2x + 6}{2}$ (9)	$y = \frac{5}{7}x^7 - \frac{4}{5}x^5 + \frac{1}{2}x$ (8)	$y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$ (7)
$y = \frac{x(x+7)^2}{2}$ (12)	$y = x^4 + 1 + \frac{x^3 + 9x}{3}$ (11)	$y = \frac{x^3 - 3x^2 - 6x - 9}{5}$ (10)
$y = (4x-5)^4$ (15)	$y = (3x+2)^8$ (14)	$y = (x-1)^6$ (13)

שאלות שונות עם משיקים:

שאלות העוסקות במציאת שיפוע המשיק לגרף הפונקציה לפי הכלל: $f'(x_0) = m$.

(16) חשב את שיפוע המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

א. $x = 1, f(x) = 2x^2 - x$	ב. $x = 7, f(x) = x^3 + 5x^2 - 5x$
ג. $x = -1, f(x) = x(4x-3)^3$	ד. $x = 2, f(x) = \frac{x^5 - 15x^3 + 20x + 4}{5}$
ה. $x = 0, f(x) = \frac{x^7}{7} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^4}{4}$	ו. $x = -1, f(x) = x(x-3)(x^2+1)$

(17) לפניך מספר פונקציות. לכל פונקציה מצא את שיעורי הנקודות עבורם שיפוע המשיק הוא המצוין לידה.

א. $m = 13, f(x) = 5x^2 + 3x$	ב. $m = 0, f(x) = x(x-2)^2$
ג. $m = 20, f(x) = 2x^3 + 14x$	ד. $m = 6, f(x) = (x^2 + 6)(x-2)$

(18) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא נקודה על גרף הפונקציה: $y = 3x^2 - x - 2$ אשר המשיק העובר דרכה מקביל לישר: $y = 5x + 2$.

ב. מצא נקודה על גרף הפונקציה: $y = x^3 + 3x^2 + 2x$ אשר המשיק העובר דרכה מקביל לישר: $y + x = 3$.

(19) נתונה הפונקציה הבאה: $y = 3x^2 - 12x$.

הראה כי שיפוע המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x הם מספרים נגדיים ומצא את הזוויות שכל משיק יוצר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x .

שאלות העוסקות במציאת משוואת משיק לפי הנוסחה: $y - y_1 = m(x - x_1)$,

כאשר: (x_1, y_1) - נקודת ההשקה ו- m שיפוע המשיק.

(20) מצא את משוואת המשיק לגרפים של הפונקציות הבאות בנקודות הרשומות לידן:

א. $x = 3, y = x^2 - 4x - 5$ ב. $x = -1, y = x^3 - 4x$

ג. $x = 0, y = x(x + 5)^2$ ד. $x = 1, y = 3x^4 + 4x^5 + 5x$

ה. $x = -3, y = \frac{x^3 + 6x^2 - 9x}{3}$ ו. $x = 1, y = \frac{4x^7}{7} - \frac{2x^{10}}{5}$

ז. $x = 0, y = (3x^2 - 4)(6 - x)$ ח. $x = 2, y = x(x - 1)(3x + 8)$

(21) נתונה הפונקציה: $y = x^3 - 3x + 12$. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .

(22) נתונה הפונקציה: $y = x^2 - 7x + 10$. מצא את משוואת המשיקים לגרף הפונקציה העוברים דרך נקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x .

(23) נתונה הפונקציה: $y = 2x^2 + 5x + 3$ ונתון הישר: $y = 4x + 4$.

א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שמצאת.

(24) נתונה הפונקציה: $y = 4x^3$ ונתון הישר: $y = 4x$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה והישר.
 ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות החיתוך שמצאת.

(25) נתונות הפונקציות: $f(x) = x^2 + 3x - 4$, $g(x) = 5x - x^2$.

- א. מצא את משוואות המשיקים לכל הפונקציה העוברים דרך הנקודה שבה $x = 1$
 ב. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים שמצאת בסעיף הקודם.

(26) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x^2 + 3x + 3$.

הישר $y = 3$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בשלוש נקודות.

- א. מצא את נקודות החיתוך בין הפונקציה והישר.
 ב. מצא את משוואות המשיקים בנקודות החיתוך.

שאלות העוסקות במציאת משוואת המשיק כאשר נתון מידע הקשור לשיפוע:

(27) ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה: $f(x) = 4x^2 + x + 3$.

מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה ששיפועו: $m = 9$.

ב. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 + 2x^2$.

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה ששיפועם: $m = -1$.

ג. נתונה הפונקציה: $f(x) = x(x+4)^2$.

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה ששיפועם: $m = 0$.

(28) ענה על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 + 12x + 4$.

מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה המקביל לישר: $y = 44x + 1$.

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x) = (x^2 - 1)(x + 1)$.

המקבילים לישר: $3y - 12x = 5$.

(29) ענה על הסעיפים הבאים:

א. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x) = x^3 - 1.5x^2 - 4x + 1$.

בעלי שיפוע 2.

ב. מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה: $y = -2x^3 - 3x^2 + 10x + 3$.

ששיפועם הוא: $m = -2$.

שאלות עם פרמטרים:

(30) נתונה הפונקציה: $y = ax^2 + 4x + 5$. ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 2$ הוא 8. מצא את a .

(31) נתונה הפונקציה: $y = x^2 + a$. ידוע כי לגרף הפונקציה יש משיק שמשוואתו: $y = 2x - 2$.
א. מצא את נקודת ההשקה.
ב. מצא את a .

(32) נתונה הפונקציה: $y = x^3 + 6x^2 + ax$. ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y הוא 5. מצא את a וכתוב את הפונקציה.

(33) נתונה הפונקציה: $y = \frac{x^2}{A} + 8x + 20$. ידוע כי משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך אחת מנקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x היא: $y = 12x + 24$.
א. מצא את A .

ב. מצא את משוואת המשיק העובר דרך נקודת החיתוך השנייה של הפונקציה עם ציר ה- x .

ג. מצא את הזווית החדה שיוצר המשיק שמצאת בסעיף הקודם עם ציר ה- x .

(34) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = (x-1)(x^2 + a)$. ידוע כי: $f'(1) = 2$. מצא את a .

(35) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^4}{A} + 2x^3 + 4x^2 + 4$.

א. ידוע כי המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$ מקביל לציר ה- x . מצא את A .

ב. האם יש לגרף הפונקציה משיקים נוספים המקבילים לציר ה- x ? אם כן, מצא את המשוואות שלהם.

(36) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^5 + Bx^3 + 4x$.

המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 1$ מקביל לישר: $y = 24x$.
א. מצא את B .

ב. כתוב את משוואת המשיק.

ג. האם יש משיק נוסף לגרף הפונקציה המקביל לישר $y = 24x$? במידה וכן מצא את משוואתו.

37 נתונה הפונקציה: $f(x) = Ax^2 + Bx + 5$. ידוע כי: $f(1) = 12$ וגם: $f'(1) = 8$. מצא את A ו-B.

38 נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x^3 + 4x^2 + Ax + C$. ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה-y בנקודה שבה: $y = 5$. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה דרך נקודה זו הוא 4. מצא את A ו-C.

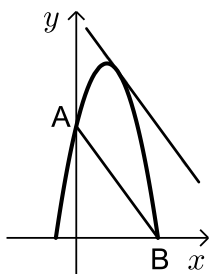
39 נתונה הפונקציה: $f(x) = Ax^3 + Bx^2 + 8$. משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך הנקודה שבה $x = -2$ היא: $y = 12x + 28$. מצא את A ו-B.

40 נתונה הפונקציה: $f(x) = Ax^4 + Bx^2 + 10$. שיפוע הפונקציה בנקודה $(1, 18)$ הוא 18. א. מצא את A ו-B. ב. הראה כי הפונקציה אינה חותכת את ציר ה-x.

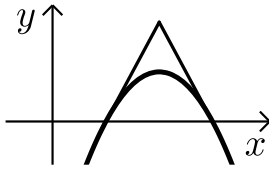
41 נתונות הפונקציות: $f(x) = 3x^2 + Ax$ ו- $g(x) = x^2 + B$. ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה שבה: $x = 1$ ולשתיהן יש את אותו השיפוע בנקודה שבה $x = -0.25$. מצא את A ו-B.

42 נתונות הפונקציות: $f(x) = Ax^2 + 10x$ ו- $g(x) = x^2 + Bx - 16$. ידוע כי הפונקציות נחתכות בנקודה שבה: $x = -1$. כמו כן לשתי הפונקציות יש את אותו השיפוע בעבור $x = -8.5$. מצא את A ו-B.

שאלות מסכמות – שימוש הנגזרת:



43 באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + 6x + 16$. הנקודה A היא נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-y והנקודה B היא נקודת החיתוך החיובית של הפונקציה עם ציר ה-x. א. מצא את משוואת המיתר העובר דרך הנקודות A ו-B. ב. מצא את משוואת המשיק לפונקציה המקביל לישר שמצאת בסעיף הקודם. ג. מצא את הזווית שיוצר המשיק שמצאת בסעיף הקודם עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.



44 נתונה הפרבולה: $f(x) = -x^2 + 8x - 12$.

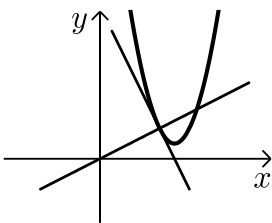
- א. מצא את נקודות החיתוך של הפרבולה עם ציר ה- x .
- ב. דרך נקודות החיתוך של גרף הפרבולה עם ציר ה- x מעבירים משיקים.
מצא את משוואות המשיקים הללו.
- ג. מצא את נקודת החיתוך של שני המשיקים.
- ד. חשב את שטח המשולש הנוצר בין שני המשיקים וציר ה- x .
- ה. חשב את זוויות המשולש הנוצר בין המשיקים וציר ה- x , איזה משולש זה?

45 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 27x$.

- א. מצא את שיעורי הנקודות שהמשיק העובר דרכן מקביל לציר ה- x .
- ב. כתוב את משוואות המשיקים העוברים דרך הנקודות שמצאת.
- ג. חשב את שטח המלבן הנוצר בין שני המשיקים שמצאת והאנכים לציר ה- x היוצאים מנקודות ההשקה.

46 נתונות הפונקציות: $f(x) = 8 - x^2$ ו- $g(x) = Ax^2 + 15.5x - 1$.

- א. מצא את A .
- ב. הראה כי המשיקים לכל פונקציה בנקודת החיתוך שבה $x = 1$ מאונכים זה לזה. (תזכורת: השיפועים m_1, m_2 של שני ישרים מאונכים מקיימים: $m_1 \cdot m_2 = -1$ - מכפלתם שווה ל-1).



47 באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = 2x^2 - 10x + 13$.

- א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך הנקודה שבה $x = 2$.
- ב. מצא את משוואת הנורמל לפונקציה העובר דרך נקודת ההשקה של המשיק שמצאת.
- ג. חשב את שטח המשולש הנוצר בין הנורמל, המשיק והצירים. (היעזר באיור).

48 נתונה הפונקציה: $f(x) = Ax^2 - 6x + 9$.

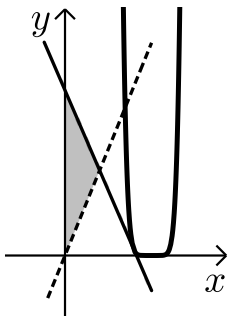
שיפוע הפונקציה בנקודה שבה $x = 3$ הוא אפס.

א. מצא את A.

ב. הראה כי הפונקציה משיקה לציר ה-x.

ג. מעבירים את הישר $y = 1$ החותך את הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות.

מצא את משוואות המשיקים לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם הישר.



49 נתונה הפונקציה: $f(x) = (2x - 5)^8$.

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה שבה $x = 2$.

ב. מצא את נקודת החיתוך של משיק זה עם הישר $y = 17x$.

ג. חשב את שטח המשולש שנוצר בין המשיק, הישר

וציר ה-y (ראה איור).

ד. חשב את זוויות המשולש הנ"ל (היעזר בשיפועי הישר והמשיק).

50 נתונה הפונקציה: $f(x) = a(x - b)^2$, $a, b \neq 0$.

ידוע כי ערך הנגזרת הוא אפס כאשר $x = 1$.

כמו כן הישר $y = 6x - 9$ משיק לפונקציה בנקודה שבה: $x = 2$.

א. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .

ב. מצא את משוואת המשיק המשותף לגרף הפונקציה $f(x)$

ולגרף הפונקציה: $g(x) = 7.5(x - 1)^3 + \frac{16}{225}$.

שאלות העוסקות בחקירת חלקית של פונקציה פולינומית:

שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון לפי הכלל: $f'(x) = 0$,

סיווגן ומציאת תחומי עלייה וירידה:

51 מצא את נקודות הקיצון של הפונקציות הבאות:

א. $y = x^2 - 6x + 8$

ב. $y = x^3 - 4x^2 - 3x + 8$

ג. $y = x(x + 3)^2$

ד. $y = x^5 + 80x$

ה. $y = \frac{x^5}{5} - \frac{26x^3}{3} + 25x$

52 לפניך מספר פונקציות. רשום בעבור כל פונקציה את תחומי העלייה והירידה שלה:

א. $y = x^2 - 7x + 10$	ב. $y = x^3 - 12x$
ג. $y = x^2(x - 1)$	ד. $y = 16 - x^2 + 2x^4$
ה. $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x$	ו. $y = \frac{x^3 + 6x^2 + 15x}{3}$
ז. $y = (2x - 5)^6$	ח. $y = (4 - x)^7$

53 נתונה הפונקציה הבאה: $y = x^4 - 3x^3 + 4x$.

- א. הראה כי הנקודה שבה: $x = 2$ היא נקודת קיצון.
 ב. כתוב את הנגזרת השנייה של הפונקציה.
 ג. קבע על פי הנגזרת השנייה את סוג הקיצון של נקודה זו.

54 נתונה הפונקציה: $y = x^3 + 6x^2$.

- א. הראה כי יש לפונקציה נקודת קיצון על ציר ה- x וקבע את סוגה.
 ב. מצא את נקודות הקיצון הנוספות של הפונקציה וכתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 ג. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

55 ענה על הסעיפים הבאים:

- א. מצא את הערך הגדול ביותר של הפונקציה: $y = 27 - x^2$.
 ב. מצא את הערך הקטן ביותר של הפונקציה: $y = x^4 - 8x^2 + 10$.

56 נתונה הפונקציה: $y = 4x^3 + x$.

- א. הראה כי אין לפונקציה נקודות קיצון.
 ב. הראה כי הפונקציה עולה תמיד.
 ג. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

שאלות העוסקות במציאת נקודות קיצון מוחלטות כאשר נתונה פונקציה בקטע מסוים:

57 מצא את נקודות הקיצון המוחלטות בעבור כל פונקציה בתחום הנתון לידה:

א. $1 \leq x \leq 7, y = x^2 - 2x$	ב. $-4 \leq x \leq 4, y = 16 - x^2$
ג. $-2 \leq x \leq 4, y = x^3 - 3x^2 - 9x$	ד. $-1 \leq x \leq 5, y = -x^3 + 7.5x^2 - 12x$
ה. $-6 \leq x \leq 6, y = x^4 - 50x^2 + 3$	

(58) נתונה הפונקציה: $y = -x^3 + 6x^2 - 9x - 6$ בתחום הסגור: $[0, 5]$.

- א. מצא את נקודות קיצון הקצה בתחום הסגור הנ"ל.
- ב. מצא את נקודות הקיצון המקומיות בתחום הנ"ל.
- ג. קבע אלו נקודות הן נקודות הקיצון המוחלטות.

(59) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 36x$ בתחום: $[-8, 6]$.

- א. מצא את שיעורי נקודות קיצון הקצה בתחום הנתון.
- ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון המקומיות.
- ג. מצא אלו נקודות הן נקודות הקיצון המוחלטות בתחום הנתון.

שאלות העוסקות בחקירה מלאה של פונקציה פולינומית:

(60) חקור את הפונקציות הבאות לפי הסעיפים הבאים:

- i. תחום הגדרה.
- ii. מציאת נקודות הקיצון של הפונקציה.
- iii. קביעת סוג הקיצון ומציאת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- iv. מציאת נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (במידה ויש).
- v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

א. $y = x^2 - 8x + 12$ ב. $y = x^3 - 12x$

ג. $y = x(x+8)^2$ ד. $y = x(x-12)(2x-9)$

ה. $y = x^4 - 4x$ ו. $y = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{4}$

ז. $y = (3x-1)^6$ ח. $y = (6-x)^8$

(61) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 + ax^2 + 3x + 3$.

הישר $y = 5$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x = 2$.

- א. מצא את הפרמטר a .
- ב. מצא את הנקודות המקיימות $f'(x) = 0$.
- ג. האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
- ד. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

62 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^4 + 3x^3 + x^2 + a$. ידוע כי הפונקציה עוברת בראשית הצירים.

- א. מצא את הפרמטר a .
- ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

63 נתונה הפונקציה: $y = (x-2)(x+1)^2$.

- א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ב. כתוב את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. כתוב את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

64 נתונה הפונקציה: $y = (x-3)(2-x)^2$.

- א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

65 נתונה הפונקציה: $y = 2x^2(x+a)^2$, $a > -6$.

- ידוע שלפונקציה יש נקודת קיצון שבה $x = 4$.
- א. מצא את הפרמטר a וכתוב את הפונקציה.
 - ב. האם יש לפונקציה עוד נקודות קיצון? אם כן, מצא אותן.
 - ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - ד. מצא האם יש לפונקציה נקודות חיתוך עם הצירים.
 - ה. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה וכתוב את תחומי החיוביות והשליליות שלה.

66 לגרף הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x^2 + kx$ מעבירים משיק $y = 31x + 6$ החותך אותו

- בנקודה שבה $x = 6$.
- א. מצא את k .
 - ב. מצא את נקודת ההשקה של המשיק עם הפונקציה $f(x)$.
 - ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - ד. האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון?
 - ה. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

- 67 נתונה הפונקציה: $y = -3x^3 + 6x^2 - 4x + d$.
ידוע שהפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 2$.
- מצא את d .
 - האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
 - כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

- 68 נתונה הפונקציה: $f(x) = 3(3x - 5)^4$.
- מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.
 - כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

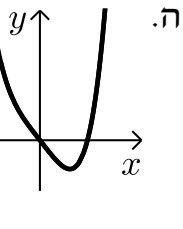
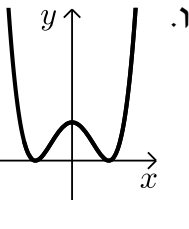
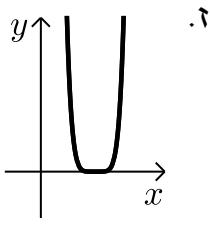
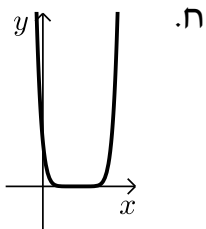
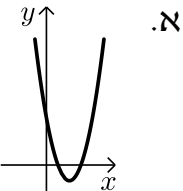
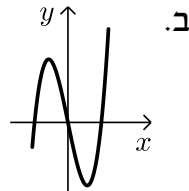
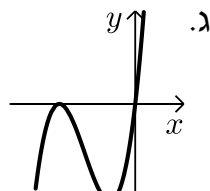
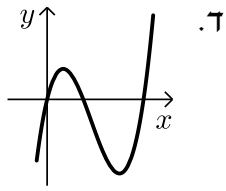
תשובות סופיות:

- | | | |
|--|--------------------------------------|--|
| $y' = 3x^2 - 8x + 4$ (3) | $y' = 2x - 2$ (2) | $y' = 2x$ (1) |
| $y' = 16x^3 + 12x^2 + 2x$ (6) | $y' = 4x^3 + 4x$ (5) | $y' = 9x^2 - 3$ (4) |
| $y' = 4x - 1$ (9) | $y' = 5x^6 - 4x^4 + \frac{1}{2}$ (8) | $y' = x + \frac{1}{3}$ (7) |
| $y' = \frac{3x^2 + 28x + 49}{2}$ (12) | $y' = 4x^3 + x^2 + 3$ (11) | $y' = \frac{3x^2 - 6x - 6}{5}$ (10) |
| $y' = 16(4x - 5)^3$ (15) | $y' = 24(3x + 2)^7$ (14) | $y' = 6(x - 1)^5$ (13) |
| -16 .ט | -931 .ג | 212 .ב
-18 .ג |
| (0, -12) $\left(\frac{4}{3}, -5\frac{5}{27}\right)$.ט | (1, 16)(-1, -16) .ג | (2, 0) $\left(\frac{2}{3}, 1\frac{5}{27}\right)$.ב (1, 8) .א (17) |
| | | (-1, 0) .ב (1, 0) .א (18) |
| | | . $m = \pm 12, 94.76^\circ, 85.24^\circ$ (19) |
| $y = 29x - 17$.ט | $y = 25x$.ג | $y = -x + 2$.ב $y = 2x - 14$.א (20) |
| . $y = 48x - 68$.פ | $y = 4x - 24$.ד | $y = \frac{6}{35}$.ג $y = -6x$.ה |
| | | . $y = -3x + 12$ (21) |
| | | . $y = -3x + 6, y = 3x - 15$ (22) |
| . $y = x + 1, y = 7x + 2.5$.ב | | (-1, 0), (0.5, 6) .א (23) |
| . $y = 0, y = 12x + 8, y = 12x - 8$.ב | | (0, 0), (1, 4), (-1, -4) .א (24) |
| | . (3, 10) .ב | $y = 5x - 5, y = 3x + 1$.א (25) |
| . $y = 3x + 3, y = -2x + 5, y = 6x - 15$.ב | | (0, 3), (1, 3), (3, 3) .א (26) |
| | $y = -x, y = -x - \frac{4}{27}$.ב | $y = 9x - 1$.א (27) |
| | | . $y = 0, y = -9\frac{13}{27}$.ג |
| . $y = 4x - 4, y = 4x + 5\frac{13}{27}$.ב | | $y = 44x - 44$.א (28) |
| . $y = -2x + 10, y = -2x - 17$.ב | | $y = 2x - 9, y = 2x + 4.5$.א (29) |
| | . -1 .ב | . $a = 1$ (30) |
| | | (1, 0) .א (31) |
| | | . $a = 5, y = x^3 + 6x^2 + 5x$ (32) |
| . 85.24° .ג | $y = -12x + 120$.ב | -1 .א (33) |

- 34 (א) $a=1$
- 35 (א) $A=4$
- 36 (א) $B=5$
- 37 (א) $A=1, B=6$
- 38 (א) $A=4, C=5$
- 39 (א) $A=2, B=3$
- 40 (א) $A=1, B=7$
- 41 (א) $A=1, B=3$
- 42 (א) $A=2, B=-7$
- 43 (א) $y=-2x+16$
- 44 (א) $(2,0), (6,0)$
- 45 (א) $(3,-54), (-3,54)$
- 46 (א) $A=-7.5$
- 47 (א) $y=-2x+5$
- 48 (א) $A=1$
- 49 (א) $y=-16x+33$
- 50 (א) $a=3, b=1$
- 51 (א) $(3,-1)$
- 52 (א) עולה: $x > 3.5$ יורד: $x < 3.5$
- ב. עולה: $x < -2, x > 2$ יורד: $-2 < x < 2$
- ג. עולה: $x < 0, x > \frac{2}{3}$ יורד: $0 < x < \frac{2}{3}$
- ד. עולה: $x > 0.5, -0.5 < x < 0$ יורד: $0 < x < 0.5, x < -0.5$
- ה. עולה: $x > 2, x < -1$ יורד: $-1 < x < 2$
- ז. עולה: $x > 2.5$ יורד: $x < 2.5$
- 53 (ב) $f''(x) = 12x^2 - 18x$ ג. מינימום.
- 54 (א) $\min(0,0)$ ב. $\max(-4,32)$ עולה: $x < -4, x > 0$ יורד: $-4 < x < 0$
- ג. חיובית: $x > 0, -6 < x < 0$, שלילית: $x < -6$
- ב. כן: $y=4$
- ג. כן: $y=24x+14$
- ב. $y=24x-14$
- ג. 116.57°
- ב. $y=-2x+32$
- ב. $y=-4x+24, y=4x-8$
- ד. 16
- ג. $y=\pm 54$
- ג. 1.25
- ב. $y=0.5x$
- ג. $y=-2x+5, y=2x-7$
- ד. $3.58^\circ, 3.37^\circ, 173.06^\circ$
- ג. 16.5
- ב. $(1,17)$
- א. $y = \frac{8}{5}x - \frac{136}{75} = 1.6x - 1.813$
- ג. $(-3,0), (-1,-4)$
- ב. $(3,-10), \left(-\frac{1}{3}, 8\frac{14}{27}\right)$
- ד. אין קיצון.
- ה. $\left(5, -333\frac{1}{3}\right), \left(-5, 333\frac{1}{3}\right), \left(1, 16\frac{8}{15}\right), \left(-1, -16\frac{8}{15}\right)$

- 55 א. 27. ב. -6.
- 56 ג. חיובית: $x > 0$, שלילית: $x < 0$.
- 57 א. $\min(1, -1)$ מוחלט. $\max(7, 35)$ מוחלט.
- ב. $\min(\pm 4, 0)$ מוחלט. $\max(0, 16)$ מוחלט.
- ג. $\min(3, -27)$ מוחלט. $\max(-1, 5)$ מוחלט.
- ד. $\min(1, -5.5)$ מוחלט. $\max(-1, 20.5)$ מוחלט.
- ה. $\min(\pm 5, -622)$ מוחלט. $\max(0, 3)$ מוחלט.
- 58 א. $\max(0, -6)$, $\min(5, -26)$ ב. $\max(3, -6)$, $\min(1, -10)$ ג. $\min(5, -26)$ מוחלט, $\max(0, -6)$, $\max(3, -6)$ מוחלטים.
- 59 א. $\max(6, 0)$, $\min(-8, -224)$ ב. $\max(3.464, -83.13)$, $\min(-3.464, 83.13)$ ג. $\min(-8, -224)$, $\max(-3.464, 83.13)$.
- 60 תשובות עבור סעיפים i-iv:**
- א. i. כל x . ii. $\min(4, -4)$. iii. עולה: $x > 4$, יורד: $x < 4$. iv. $(0, 12)$, $(6, 0)$, $(2, 0)$.
- ב. i. כל x . ii. $\max(-2, 16)$, $\min(2, -16)$. iii. עולה: $x < -2$, $x > 2$ יורד: $-2 < x < 2$. iv. $(0, 0)$, $(\pm 3.464, 0)$.
- ג. i. כל x . ii. $\max(-8, 0)$, $\min\left(-2\frac{2}{3}, -75\frac{23}{27}\right)$. iii. עולה: $x > -2\frac{2}{3}$, $x < -8$, יורד: $-8 < x < -2\frac{2}{3}$. iv. $(0, 0)$, $(-8, 0)$.
- ד. i. כל x . ii. $\max(2, 100)$, $\min(9, -243)$. iii. עולה: $x < 2$, $x > 9$ יורד: $2 < x < 9$. iv. $(0, 0)$, $(12, 0)$, $(4.5, 0)$.
- ה. i. כל x . ii. $\min(1, -3)$. iii. עולה: $x > 1$ יורד: $x < 1$. iv. $(0, 0)$, $(1.587, 0)$.
- ו. i. כל x . ii. $\min(\pm 1, 0)$, $\max(0, 0.25)$. iii. עולה: $-1 < x < 0$, $x > 1$ יורד: $0 < x < 1$, $x < -1$. iv. $\min(\pm 1, 0)$, $\max(0, 0.25)$.
- ז. i. כל x . ii. $\min\left(\frac{1}{3}, 0\right)$. iii. עולה: $x > \frac{1}{3}$ יורד: $x < \frac{1}{3}$. iv. $\left(\frac{1}{3}, 0\right)$, $(0, 1)$.
- ח. i. כל x . ii. $\min(6, 0)$. iii. עולה: $x > 6$ יורד: $x < 6$. iv. $(6, 0)$, $(0, 6)$.

סקיצות עבור שאלה 60:



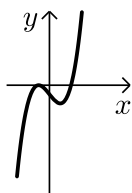
61 א. $a = -3$. ב. $(1, 4)$. ג. לא.

ד. עולה בכל תחום הגדרתה חוץ מ- $x = 1$.

62 א. $a = 0$. ב. $\min(0, 0)$, $\max\left(-\frac{1}{4}, \frac{5}{256}\right)$, $\min(-2, -4)$.

ג. עולה: $x > 0$, $-2 < x < -\frac{1}{4}$, יורדת: $x < -2$, $-\frac{1}{4} < x < 0$.

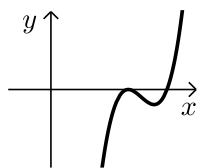
63 א. $\max(-1, 0)$, $\min(1, -4)$. ב. עולה: $x < -1$, $x > 1$, יורדת: $-1 < x < 1$.



ג. $(-1, 0)$, $(2, 0)$, $(0, -2)$.

ה. חיובית: $x > 2$, שלילית: $-1 < x < 2$, $x < -1$.

64 א. $\max(2, 0)$, $\min\left(2\frac{2}{3}, -\frac{4}{27}\right)$. ב. עולה: $x > 2\frac{2}{3}$, $x < 2$, יורדת: $2 < x < 2\frac{2}{3}$.

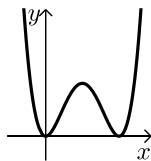


ג. $(3, 0)$, $(2, 0)$, $(0, -12)$.

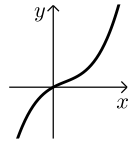
65 א. $y = 2x^2(x - 4)^2$, $a = -4$. ב. $(0, 0)$, $(2, 32)$, $(4, 0)$.

ג. עולה: $x > 4$, $0 < x < 2$, יורדת: $x < 0$, $2 < x < 4$.

ד. $(4, 0)$, $(0, 0)$. ה. חיובית: $x \neq 0, 4$. להלן גרף:

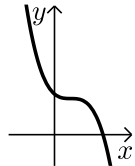


66 א. $k = 20$ ב. $(-1, -25)$ ג. $(0, 0)$ ד. לא.
ה. עולה בכל תחום הגדרתה.



ו. להלן גרף:

67 א. $d = 8$ ב. לא. ג. יורדת בכל תחום הגדרתה.
ד. $(0, 8)$ ה. להלן גרף:



68 א. $\min\left(1\frac{2}{3}, 0\right)$ ב. עולה בתחום: $x > 1\frac{2}{3}$ יורדת בתחום: $x < 1\frac{2}{3}$.



ד. להלן גרף:

ג. $\left(1\frac{2}{3}, 0\right), (0, 1875)$

פונקציה זוגית ואי-זוגית:

הגדרות:

- פונקציה $f(x)$ תיקרא זוגית אם לכל x בתחום הגדרתה מתקיים: $f(x) = f(-x)$.
- פונקציה $f(x)$ תיקרא אי-זוגית אם לכל x בתחום הגדרתה מתקיים: $f(-x) = -f(x)$.

שאלות:

1) קבע אלו מהפונקציות הבאות הן זוגיות/אי-זוגיות לא זו ולא זו:

א. $f(x) = 3x - 5$

ב. $f(x) = 3x^2$

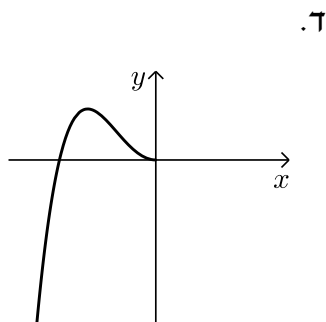
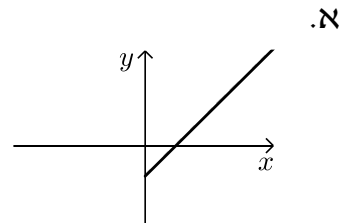
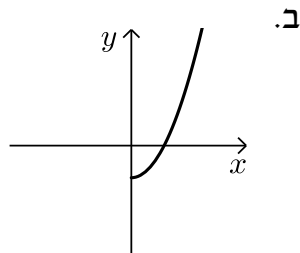
ג. $f(x) = 2x^3$

ד. $f(x) = x^3 - 2x^2$

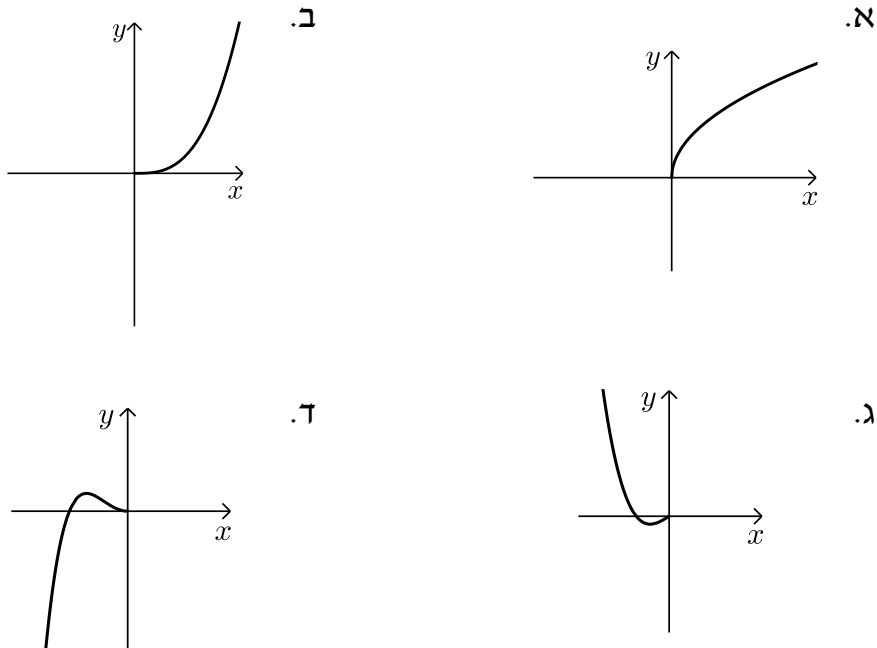
ה. $f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 1$

ו. $f(x) = 4x^5 - 3x^3 - 1$

2) הפונקציות המסורטטות להלן מוגדרות לכל x . השלם את ציור הגרף של הפונקציה כך שתקבל פונקציה זוגית:



3 הפונקציות המסורטטות להלן מוגדרות לכל x . השלם את ציור הגרף של הפונקציה כך שתקבל פונקציה אי-זוגית:



- 4 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = x^4 - 4x^2$ בתחום: $[0:3]$.
- א. חקור את הפונקציה בתחום הנ"ל לפי הסעיפים הבאים:
- i. תחום הגדרה.
 - ii. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
 - iii. מציאת נקודות קיצון וסיווגן.
 - iv. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
 - v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית.
- ג. התבסס על ממציאך מהסעיפים הקודמים וסרטט את הפונקציה בתחום: $[-3:3]$ (הוסף את סרטוט גרף הפונקציה בתחום $[-3:0]$ לגרף שסרטטת בסעיף הקודם).

5) נתונה הפונקציה הבאה : $f(x) = x^6 - 3x^2 + 3$.

- א. חקור את הפונקציה בתחום : $[0:4]$ לפי הסעיפים הבאים :
תחום הגדרה, מציאת חיתוך עם ציר ה- y , מציאת נקודות קיצון וסיווגן, כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה בתחום הנ"ל.
- ב. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? לא זו ולא זו?
נמק באמצעות חישוב מתאים.
- ג. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה ששרטטת בסעיף א', את עקום הפונקציה בתחום $[-4:0]$.
- ד. הוכח כי הפונקציה חיובית לכל x בתחום הגדרתה.

6) לפניך הפונקציה : $f(x) = -2x^6 + 3x^4 + a$, פרמטר a .

ידוע כי לפונקציה ערך מירבי של 1.

- א. מצא את a וכתוב את הפונקציה $f(x)$.
- ב. חקור את הפונקציה בתחום : $[-2:0]$ לפי הסעיפים הבאים :
כתיבת תחום הגדרה, מציאת נקודות חיתוך עם הצירים, מציאת נקודות קיצון וסיווגן, כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה.
- ג. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? לא זה ולא זה?
נמק באמצעות חישוב מתאים.
- ד. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים ושרטט את גרף הפונקציה בתחום : $[-2:2]$.

7) נתונה הפונקציה הבאה : $f(x) = 3x^3 - 9x$.

- א. חקור את הפונקציה בתחום : $[0:5]$ לפי הסעיפים הבאים :
כתיבת תחום הגדרה, מציאת נקודות חיתוך עם הצירים, מציאת נקודות קיצון וסיווגן, כתיבת תחומי עלייה וירידה, סרטוט סקיצה.
- ב. הוכח כי הפונקציה היא אי-זוגית.
- ג. התבסס על ממציאך מהסעיפים הקודמים ושרטט את הפונקציה בתחום : $[-5:5]$ (הוסף את סרטוט גרף הפונקציה בתחום $[-5:0]$ לגרף ששרטטת בסעיף הקודם).

- 8** לפניך הפונקציה הבאה: $f(x) = 5x^3 - 3x^5 + b$, פרמטר b . ידוע כי הישר $y = 2x$ עובר דרך כל הנקודות על גרף הפונקציה שמקיימות: $f'(x) = 0$.
- א. מצא את b וכתוב את הפונקציה $f(x)$.
 - ב. חקור את הפונקציה בתחום: $[0:2]$ לפי הסעיפים הבאים:
 - i. תחום הגדרה.
 - ii. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
 - iii. מציאת נקודות קיצון וסיווגן.
 - iv. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
 - v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - ג. בדוק האם הפונקציה היא זוגית/אי-זוגית או לא זו ולא זו. נמק את קביעתך באמצעות חישוב מתאים.
 - ד. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה של גרף הפונקציה את הגרף בתחום $[-2:0]$.

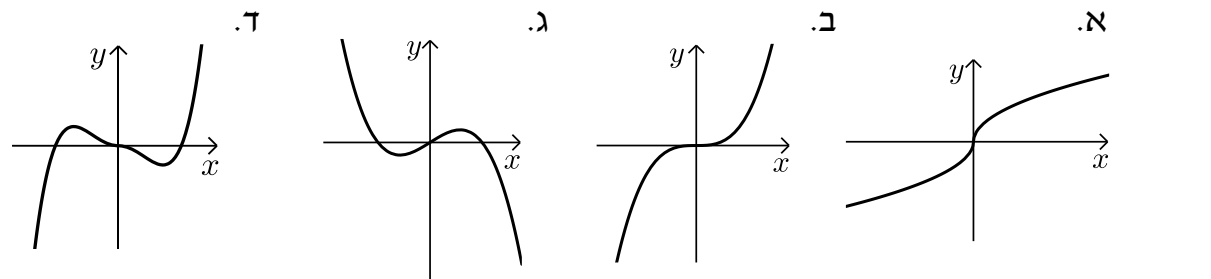
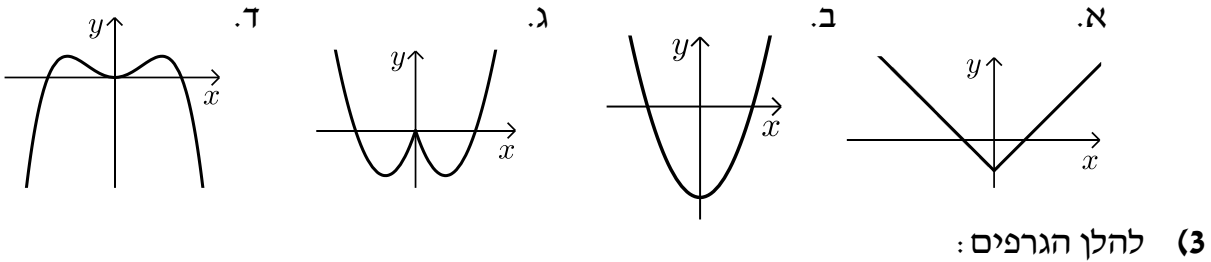
9 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^7 - x}{3}$.

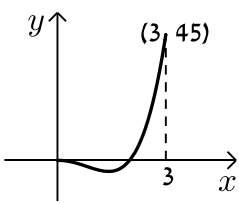
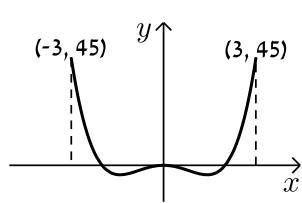
- א. חקור את הפונקציה בתחום: $[-4:0]$ לפי הסעיפים הבאים:
 - i. תחום הגדרה.
 - ii. מציאת נקודות חיתוך עם הצירים.
 - iii. מציאת נקודות קיצון וסיווגן (בתשובתך השאר עד 2 ספרות לאחר הנקודה העשרונית).
 - iv. כתיבת תחומי עלייה וירידה.
 - v. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. האם הפונקציה היא זוגית? אי-זוגית? או לא זו ולא זו? נמק ע"י חישוב מתאים.
- ג. הסתמך על ממציאך מהסעיפים הקודמים והוסף לסקיצה שעשית את גרף הפונקציה בתחום $[0:4]$.

תשובות סופיות:

הערה: בסוף התשובות מופיעים כל הסרטוטים לשאלות החקירה במרוכז.

- (1) זוגית: ב', ה'.
 אי-זוגית: ג',
 לא זו ולא זו: א', ד', ו'.
 (2) להלן הגרפים:



- (4) א. $0 \leq x \leq 3$. ii. $(0,0), (2,0)$. iii. $\max(3,45)$ קצה, $\min(\sqrt{2}, -4)$ קצה, $\max(0,0)$ קצה.
 iv. עולה: $\sqrt{2} < x < 3$, יורדת: $0 < x < \sqrt{2}$. ב. סעיף הוכחה.
 סרטוט עבור חלק v:  סרטוט עבור סעיף ג: 

- (5) א. תחום הגדרה: $0 \leq x \leq 4$, חיתוך עם ציר ה- y : $(0,3)$,
 נקודות קיצון: $\max(4, 4051)$ קצה, $\min(1,1)$ קצה, $\max(0,3)$ קצה,
 עולה: $1 < x < 4$, יורדת: $0 < x < 1$, ב. זוגית.
 ד. הוכחה עפ"י הסרטוט.

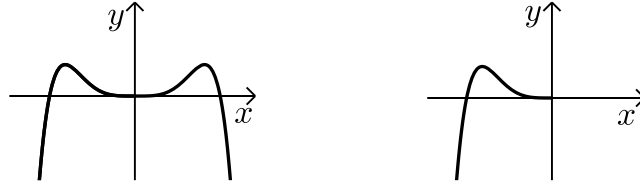
סרטוט עבור סעיף א:  סרטוט עבור סעיף ג: 

6 א. $a = 0$ ב. תחום הגדרה: $-2 \leq x \leq 0$, חיתוך עם הצירים: $(-1.225, 0), (0, 0)$,

נקודות קיצון: $\min(-2, -80)$ קצה, $\max(-1, 1)$ קצה, $\min(0, 0)$ קצה,

עולה: $-2 < x < -1$, יורדת: $-1 < x < 0$. ג. זוגית.

סרטוט עבור סעיף א: סרטוט עבור סעיף ד:

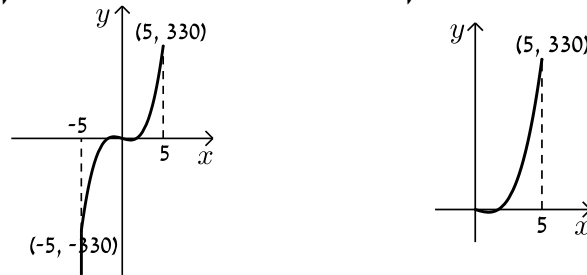


7 א. תחום הגדרה: $0 \leq x \leq 5$, חיתוך עם הצירים: $(0, 0), (\sqrt{3}, 0)$,

נקודות קיצון: $\max(5, 330)$ קצה, $\min(1, -6)$ קצה, $\max(0, 0)$ קצה,

עולה: $1 < x < 5$, יורדת: $0 < x < 1$. ב. אי-זוגית.

סרטוט עבור סעיף א: סרטוט עבור סעיף ג:

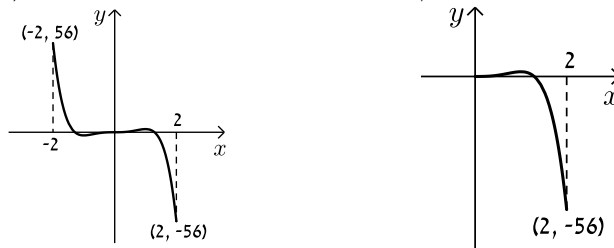


8 א. $b = 0$ ב. i $0 \leq x \leq 2$, ii $(0, 0), (1.29, 0)$, iii $\min(2, -56)$ קצה, $\max(1, 2)$ קצה,

iv. עולה: $0 < x < 1$, יורדת: $1 < x < 2$. ג. אי-זוגית.

סרטוט עבור סעיף ד:

סרטוט עבור חלק v:



9 א. i $-4 \leq x \leq 0$, ii $(-1, 0), (0, 0)$, iii $\min(0, 0)$ קצה, $\max(-0.723, 0.207)$ קצה,

iv. עולה: $-4 < x < -0.723$, יורדת: $-0.723 < x < 0$.

סרטוט עבור סעיף ד:

סרטוט עבור חלק v: ג. אי-זוגית.

