

תוכן העניינים:

2	פרק 7
2	משוואות טריגונומטריות
2	פתרון כללי של משוואות טריגונומטריות (במעלות):
2	שאלות:
5	פתרון משוואות טריגונומטריות בתחום נתון:
5	שאלות:
6	פתרון של משוואות טריגונומטריות (ברדיאנים):
6	הגדרת הרדיאן:
6	קשר בין רדיאנים למעלות:
6	פתרונות משוואות טריגונומטריות ברדיאנים:
7	שאלות:
9	תשובות סופיות:
12	תרגול נוסף:
12	פתרון בתחום הנתון:
12	מעבר ממעלות לרדיאנים:
13	משוואות שונות בתחום נתון עם רדיאנים:
15	תשובות סופיות:

פרק 7

משוואות טריגונומטריות

פתרון כללי של משוואות טריגונומטריות (במעלות):

להלן נוסחאות הפתרון של המשוואות הטריגונומטריות היסודיות כאשר x הוא משתנה ו- α היא זווית נתונה/ידועה:

המשוואה	הפתרון
$\sin x = \sin \alpha$	$x_1 = \alpha + 360^\circ k$, $x_2 = 180^\circ - \alpha + 360^\circ k$
$\cos x = \cos \alpha$	$x_{1,2} = \pm \alpha + 360^\circ k$
$\tan x = \tan \alpha$	$x = \alpha + 180^\circ k$
$\cot x = \cot \alpha$	$x = \alpha + 180^\circ k$

כאשר k מספר שלם.

שאלות:

1) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (פונקצית הסינוס):

$$\text{א. } \sin x = \frac{1}{2} \quad \text{ב. } \sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{ג. } \sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ד. } \sin x = -\frac{1}{2}$$

2) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (פונקצית הקוסינוס):

$$\text{א. } \cos x = \frac{1}{2} \quad \text{ב. } \cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

3) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (פונקצית הטנגנס):

$$\text{א. } \tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{ב. } \tan x = -1$$

(4) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (זווית כללית):
 א. $\sin x = 0.7$ ב. $\cos x = -0.6$ ג. $\tan x = 5$

(5) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (משוואות לא מסודרות):

א. $\sin 3x = \frac{1}{2}$ ב. $2 \cos 2x = -\sqrt{3}$

ג. $\tan 5x = -1$ ד. $3 \sin 2x = 2$

ה. $3 \cos 3x = 1$ ו. $2 \tan 4x = 1$

(6) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (ארגומנט מורכב):

א. $\sin(2x + 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ב. $\cos(75^\circ - 3x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ג. $\tan(50^\circ - x) = 1.3$

(7) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (פונקציות עם ארגומנטים שונים):

א. $\sin x = \sin 3x$ ב. $\sin 2x = \sin(x + 30^\circ)$

ג. $\sin x = \sin(120^\circ - x)$ ד. $\cos x = \cos 3x$

ה. $\cos x = \cos(40^\circ - x)$ ו. $\tan x = \tan 3x$

ז. $\tan 2x = \tan(60^\circ - x)$

(8) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (משוואות מיוחדות):

א. $\sin x = 0$ ב. $\sin x = 1$

ג. $\sin x = -1$ ד. $\cos x = 0$

ה. $\cos x = 1$ ו. $\cos x = -1$

ז. $\tan x = 0$ ח. $\tan x = 1$

9) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (טכניקה אלגברית):

<p>א. $\cos^2 x = \frac{3}{4}$</p> <p>ב. $\sin^2 x = \frac{1}{4}$</p> <p>ג. $\tan^2 2x = 3$</p> <p>ד. $\sin x \cos 3x = 0$</p> <p>ה. $\sin 2x - 2 \sin^2 2x = 0$</p> <p>ו. $2 \cos^2 x + \sqrt{3} \cos x = 0$</p> <p>ז. $2 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$</p> <p>ח. $3 \sin^2 x - \sin x = 2$</p> <p>ט. $6 \sin^2 x - \sin x - 1 = 0$</p> <p>י. $\cos^2 x + 2 \cos x = 3$</p> <p>יא. $\tan^2 x - 3 \tan x - 4 = 0$</p> <p>יב. $\tan^2 x = 4 \tan x - 1$</p> <p>יג. $\cos x - \frac{2}{\cos x} + 1 = 0$</p> <p>יד. $\frac{\sin x}{\cos x - 1} = 0$</p> <p>טו. $\frac{\cos 2x}{\tan x + 1} = 0$</p>	<p>א. $\sin x = \cos x$</p> <p>ב. $\sin x = \cos(x + 45^\circ)$</p> <p>ג. $\cos x = \frac{2}{3} \sin^2 x$</p> <p>ד. $2 \cos^2 x = 3 \sin x$</p> <p>ה. $\sin^2 x - \cos x = \frac{1}{4}$</p> <p>ו. $\sin^2 x + 2 \cos^2 x = 1.5$</p> <p>ז. $\cos^2 x - \sin^2 x = \sin x$</p> <p>ח. $\sin x - \tan x = 0$</p>
--	--

10) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (שימוש בזהויות יסוד):

<p>א. $\sin x = -\sin 3x$</p> <p>ב. $\cos 2x = -\cos 3x$</p> <p>ג. $\sin(x + 30^\circ) = -\cos x$</p> <p>ד. $\sin 3x = -\cos(180^\circ - x)$</p>	<p>א. $\sin x = 2 \cos x$</p> <p>ב. $3 \sin x = \cos x$</p> <p>ג. $4 \sin x = 7 \cos x$</p> <p>ד. $2 \sin x = -5 \cos x$</p> <p>ה. $\sin^2 x = 8 \cos^2 x$</p> <p>ו. $3 \sin^2 x = \cos^2 x$</p>
--	--

11) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (שימוש בזהויות ממעגל היחידה):

<p>א. $\sin x = 2 \cos x$</p> <p>ב. $3 \sin x = \cos x$</p> <p>ג. $4 \sin x = 7 \cos x$</p> <p>ד. $2 \sin x = -5 \cos x$</p> <p>ה. $\sin^2 x = 8 \cos^2 x$</p> <p>ו. $3 \sin^2 x = \cos^2 x$</p>	<p>א. $\sin x = -\sin 3x$</p> <p>ב. $\cos 2x = -\cos 3x$</p> <p>ג. $\sin(x + 30^\circ) = -\cos x$</p> <p>ד. $\sin 3x = -\cos(180^\circ - x)$</p>
--	--

12) כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (חלוקה בקוסינוס):

<p>א. $\sin x = 2 \cos x$</p> <p>ב. $3 \sin x = \cos x$</p> <p>ג. $4 \sin x = 7 \cos x$</p> <p>ד. $2 \sin x = -5 \cos x$</p> <p>ה. $\sin^2 x = 8 \cos^2 x$</p> <p>ו. $3 \sin^2 x = \cos^2 x$</p>	<p>א. $\sin x = -\sin 3x$</p> <p>ב. $\cos 2x = -\cos 3x$</p> <p>ג. $\sin(x + 30^\circ) = -\cos x$</p> <p>ד. $\sin 3x = -\cos(180^\circ - x)$</p>
--	--

13 כתוב את הפתרון הכללי של המשוואות הבאות (זהויות של זווית כפולה):

- | | |
|-----------------------------|------------------------------------|
| א. $\sin x - \sin 2x = 0$ | ב. $\sqrt{2} \sin x + \sin 2x = 0$ |
| ג. $4 \cos x = \sin 2x$ | ד. $2 \cos 2x + \sin 4x = 0$ |
| ה. $3 \cos x - \cos 2x = 0$ | ו. $\cos 2x = 2 \sin x$ |
| ז. $\sin x + \cos 2x = 1$ | ח. $2 \sin^2 x = \cos 2x + 2$ |

פתרון משוואות טריגונומטריות בתחום נתון:

כדי למצוא את הפתרונות של משוואה טריגונומטרית בתחום נתון, נמצא תחילה את הפתרון הכללי שלה ולאחר מכן נציב ערכים ב- k ונבחר את הערכים שנמצאים בתחום הנתון.

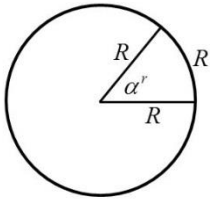
שאלות:

14 מצא את כל הפתרונות של המשוואות הבאות בתחום הנתון לידן:

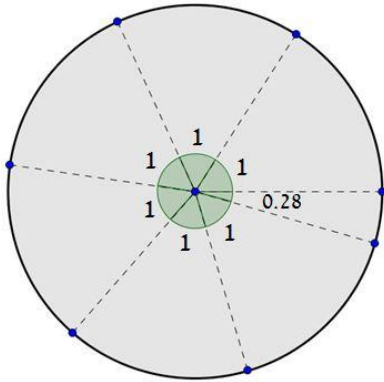
- א. $[0^\circ : 180^\circ]$, $8 \sin x - 4 = 0$
- ב. $[-90^\circ : 90^\circ]$, $\sin 2x = \sin(x + 60^\circ)$
- ג. $[-90^\circ : 90^\circ]$, $3 \cos(2x + 30^\circ) + 1 = 0$
- ד. $[0^\circ : 360^\circ]$, $\cos(50^\circ - x) = -\cos x$
- ה. $[-30^\circ : 30^\circ]$, $2 \sin 3x - 5 \cos 3x = 0$
- ו. $[0^\circ : 180^\circ]$, $2 \cos^2 3x = \sin 6x + 1$
- ז. $[-180^\circ : 180^\circ]$, $\cos 4x + 1 = 3 \sin 2x$
- ח. $[-180^\circ : 180^\circ]$, $\cos 2x + \cos^2 x + \sin x = 0$

פתרון של משוואות טריגונומטריות (ברדיאנים):

הגדרת הרדיאן:



זווית של רדיאן אחד מוגדרת להיות הזווית המרכזית המתאימה לקשת שאורכה שווה לרדיוס המעגל. עבור מעגל שרדיוסו R , תימצאנה 2π רדיאנים על היקפו, שכן היקף מעגל הוא $P = 2\pi \cdot R$.



באיור שלפניך ניתן לראות חלוקה של מעגל ל- $2\pi = 6.28$ קשתות אשר שוות לרדיוס המעגל. הזווית של כל קשת כזאת שווה לרדיאן אחד, כאשר הזווית האחרונה שווה ל- 0.28 מרדיאן. מקבלים 2π רדיאנים.

קשר בין רדיאנים למעלות:

- נוסחת מעבר מזווית α° (במעלות) לזווית α^r (ברדיאנים): $\alpha^r = \frac{\pi}{180} \alpha^\circ$.
- נוסחת מעבר מזווית α^r (ברדיאנים) לזווית α° (במעלות): $\alpha^\circ = \frac{180}{\pi} \alpha^r$.

פתרונות משוואות טריגונומטריות ברדיאנים:

להלן נוסחאות הפתרון של המשוואות הטריגונומטריות היסודיות כאשר x הוא משתנה ו- α היא זווית ידועה הנתונה ברדיאנים:

הפתרון	המשוואה
$x_1 = \alpha + 2\pi k$, $x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_{1,2} = \pm \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$
$x = \alpha + \pi k$	$\cot x = \cot \alpha$

כאשר k מספר שלם.

שאלות:

(15) המר את הזוויות הבאות ממעלות לרדיאנים :

א. 30°	ב. 90°	ג. 75°	ד. 120°
ה. 210°	ו. 315°	ז. 18°	ח. 285°
ט. -15°	י. -80°	יא. 510°	יב. -390°

(16) המר את הזוויות הבאות מרדיאנים למעלות :

א. π	ב. 2π	ג. 4π	ד. 1.5π
ה. $\frac{1}{2}\pi$	ו. $\frac{\pi}{4}$	ז. $\frac{\pi}{6}$	ח. $\frac{1}{18}\pi$
ט. $\frac{13}{18}\pi$	י. $\frac{19}{12}\pi$	יא. $1\frac{1}{6}\pi$	יב. $2\frac{1}{4}\pi$

(17) פתור את המשוואות הבאות בתחום שלידן (משוואות יסודיות שונות) :

א. $\left[0: \frac{1}{3}\pi\right]$, $2\sin 3x = 1$	ב. $\sqrt{3} + 2\cos x = 0$, $[0: \pi]$
ג. $[0: 2\pi]$, $3 - 3\tan \frac{x}{2} = 0$	ד. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $[0: \pi]$
ה. $\left[0: \frac{1}{2}\pi\right]$, $4\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) - 2 = 0$	ו. $\sin x = \sin\left(\frac{2}{3}\pi - 2x\right)$, $\left[-\frac{5\pi}{18}: \frac{5\pi}{18}\right]$
ז. $\left[0: \frac{\pi}{3}\right]$, $5 - 5\tan(4x - 0.1\pi) = 0$	ח. $\sin\left(2x - \frac{\pi}{5}\right) = 0.7$, $\left[-\frac{\pi}{4}: \frac{\pi}{4}\right]$

(18) פתור את המשוואות הבאות בתחום שלידן (טכניקה אלגברית) :

א. $\left[0: \frac{\pi}{2}\right]$, $\sin^2 x = \frac{3}{4}$	ב. $16\cos^2 2x - 1 = 0$, $\left[-\frac{\pi}{8}: \frac{\pi}{8}\right]$
ג. $[0: \pi]$, $2\tan^2 x - 18 = 0$	ד. $3\sin x \cos x + 3\cos x = 0$, $\left[-\frac{\pi}{3}: \frac{\pi}{3}\right]$
ה. $\left[-\frac{\pi}{2}: \frac{\pi}{2}\right]$, $\sin^2 x - 5\sin x \cos x = 0$	ו. $2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0$, $[-\pi: \pi]$
ז. $[-\pi: 0]$, $4\cos^2 x - \sqrt{2}\cos x - 1 = 0$	ח. $\tan^2 x - 7\tan x + 10 = 0$, $[0: 2\pi]$

19 פתור את המשוואות הבאות בתחום שלידן (שימוש בזהויות יסוד):

א. $0 \leq x \leq \pi$, $\sin x = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

ב. $0 \leq x \leq \pi$, $\tan x = 4 \sin x$

ג. $0 \leq x \leq 2\pi$, $2 \sin^2 x = 3 \cos x$

20 פתור את המשוואות הבאות בתחום שלידן (שימוש בזהויות ממעגל היחידה):

א. $[-\pi : \pi]$, $\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = -\sin x$

ב. $[0 : \pi]$, $\sin\left(2x + \frac{2}{9}\pi\right) = -\cos 2x$

ג. $[0 : \pi]$, $\sin 4x = -\cos(\pi - x)$

ד. $\left[-\frac{\pi}{2} : \frac{\pi}{2}\right]$, $\tan x = -\tan 2x$

21 פתור את המשוואות הבאות בתחום שלידן (זהויות של זווית כפולה):

א. $-\pi \leq x \leq \pi$, $\sin 2x + \cos^2 x = 0$

ב. $[-\pi : \pi]$, $\cos 4x + 1 = 3 \sin 2x$

ג. $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $2 \sin^2 x = \cos 2x + 2$

ד. $0 \leq x \leq \pi$, $\cos 4x + \sin^2 x = 1$

תשובות סופיות:

- $x_1 = 45^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 135^\circ + 360^\circ k$.ג $x_1 = 30^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 150^\circ + 360^\circ k$.א (1)
 $x_1 = -30^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 210^\circ + 360^\circ k$.ד $x_1 = -60^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 240^\circ + 360^\circ k$.ג
 $x_{1,2} = \pm 150^\circ + 360^\circ k$.ג $x_{1,2} = \pm 60^\circ + 360^\circ k$.א (2)
 $x = 135^\circ + 180^\circ k$.ג $x = 30^\circ + 180^\circ k$.א (3)
 $x_1 = 44.427^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 135.573^\circ + 360^\circ k$.א (4)
 $x = 78.69^\circ + 180^\circ k$.ג $x_{1,2} = 126.87^\circ + 360^\circ k$.ג
 $x_1 = 75^\circ + 180^\circ k$, $x_2 = -75^\circ + 180^\circ k$.ג $x_1 = 10^\circ + 120^\circ k$, $x_2 = 50^\circ + 120^\circ k$.א (5)
 $x_1 = 20.9^\circ + 180^\circ k$, $x_2 = 69.09^\circ + 180^\circ k$.ד $x = -9^\circ + 36^\circ k$.ג
 $x = 6.64^\circ + 45^\circ k$.א $x_{1,2} = \pm 23.5^\circ + 120^\circ k$.ה
 $x_1 = 105^\circ + 180^\circ k$, $x_2 = -45^\circ + 180^\circ k$.א (6)
 $x = -2.431^\circ + 180^\circ k$.ג $x_1 = 10^\circ + 120^\circ k$, $x_2 = 40^\circ + 120^\circ k$.ג
 $x_1 = 30^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 50^\circ + 120^\circ k$.ג $x_1 = 180^\circ k$, $x_2 = 45^\circ + 90^\circ k$.א (7)
 $x = 90^\circ k$.ד $x = 60^\circ + 180^\circ k$.ג
 $x = 20^\circ + 60^\circ k$.א $x = 180^\circ k$.א $x = 20^\circ + 180^\circ k$.ה
 $x = 270^\circ + 360^\circ k$.ג $x = 90^\circ + 360^\circ k$.ג $x = 180^\circ k$.א (8)
 $x = 180^\circ + 360^\circ k$.א $x = 360^\circ k$.ה $x = 90^\circ + 180^\circ k$.ד
 $x = 45^\circ + 180^\circ k$.ה $x = 180^\circ k$.א
 $x_{1,2} = \pm 30^\circ + 360^\circ k$, $x_{3,4} = \pm 150^\circ + 360^\circ k$.א (9)
 $x_1 = 30^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 150^\circ + 360^\circ k$, $x_3 = 330^\circ + 360^\circ k$, $x_4 = 210^\circ + 360^\circ k$.ג
 $x_1 = 180^\circ k$, $x_2 = 30^\circ + 60^\circ k$.ד $x_1 = 30^\circ + 90^\circ k$, $x_2 = -30^\circ + 90^\circ k$.ג
 $x_1 = 90^\circ k$, $x_2 = 15^\circ + 180^\circ k$, $x_3 = 75^\circ + 180^\circ k$.ה
 $x_1 = 90^\circ + 180^\circ k$, $x_{2,3} = \pm 150^\circ + 360^\circ k$.א
 $x_1 = 90^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 210^\circ + 360^\circ k$, $x_3 = -30^\circ + 360^\circ k$.א
 $x_1 = 90^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = -41.8^\circ + 360^\circ k$, $x_3 = 221.8^\circ + 360^\circ k$.ה
 $x_1 = 30^\circ + 360^\circ k$, $x_2 = 150^\circ + 360^\circ k$, $x_3 = -19.4^\circ + 360^\circ k$, $x_4 = 199.4^\circ + 360^\circ k$.ט

$$\begin{aligned}
 & x_1 = -45^\circ + 180^\circ k, x_2 = 75.964^\circ + 180^\circ k \quad .\aleph \quad x = 360^\circ k \quad .\beth \\
 & x = 360^\circ k \quad .\aleph \quad x_1 = 75^\circ + 180^\circ k, x_2 = 15^\circ + 180^\circ k \quad .\beth \\
 . x = 45^\circ + 90^\circ k, x \neq -45^\circ + 180^\circ k \quad .\aleph & \quad x = 180^\circ + 360^\circ k \quad .\beth \\
 & x = 22.5^\circ + 180^\circ k \quad .\beth \quad x = 45^\circ + 180^\circ k \quad .\aleph \quad \mathbf{(10)} \\
 x_1 = 30^\circ + 360^\circ k, x_2 = 150^\circ + 360^\circ k \quad .\beth & \quad x_{1,2} = \pm 60^\circ + 360^\circ k \quad .\aleph \\
 x_1 = 30^\circ + 120^\circ k, x_2 = -90^\circ + 360^\circ k \quad .\beth & \quad x_{1,2} = \pm 60^\circ + 360^\circ k \quad .\aleph \\
 . x = 180^\circ k \quad .\aleph \quad x_{1,2} = \pm 45^\circ + 360^\circ k, x_{3,4} = \pm 135^\circ + 360^\circ k \quad .\beth \\
 x_1 = 180^\circ + 360^\circ k, x_2 = 36^\circ + 72^\circ k \quad .\beth & \quad x_1 = 90^\circ k, x_2 = -90^\circ + 180^\circ k \quad .\aleph \quad \mathbf{(11)} \\
 . x_1 = 22.5^\circ + 90^\circ k, x_2 = 45^\circ + 180^\circ k \quad .\beth & \quad x = 120^\circ + 180^\circ k \quad .\aleph \\
 & x = 18.43^\circ + 180^\circ k \quad .\beth \quad x = 63.43^\circ + 180^\circ k \quad .\aleph \quad \mathbf{(12)} \\
 & x = -68.19^\circ + 180^\circ k \quad .\beth \quad x = 60.25^\circ + 180^\circ k \quad .\aleph \\
 & \quad x_1 = 70.52^\circ + 180^\circ k, x_2 = -70.52^\circ + 180^\circ k \quad .\aleph \\
 & \quad . x_1 = 30^\circ + 180^\circ k, x_2 = -30^\circ + 180^\circ k \quad .\beth \\
 & \quad \quad x_1 = 360^\circ k, x_2 = 60^\circ + 120^\circ k \quad .\aleph \quad \mathbf{(13)} \\
 & \quad \quad x_1 = 180^\circ k, x_{2,3} = \pm 135^\circ + 360^\circ k \quad .\beth \\
 x_1 = 45^\circ + 90^\circ k, x_2 = 135^\circ + 180^\circ k \quad .\beth & \quad x = 90^\circ + 180^\circ k \quad .\aleph \\
 x_1 = 21.1^\circ + 360^\circ k, x_2 = 158.9^\circ + 360^\circ k \quad .\beth & \quad x_{1,2} = \pm 106.307^\circ + 360^\circ k \quad .\aleph \\
 & \quad x_1 = 180^\circ k, x_2 = 30^\circ + 360^\circ k, x_3 = 150^\circ + 360^\circ k \quad .\beth \\
 . x_1 = -60 + 360^\circ k, x_2 = 60^\circ + 360^\circ k, x_3 = 120^\circ + 360^\circ k, x_4 = 240^\circ + 360^\circ k \quad .\aleph \\
 & \quad x = -80^\circ, 40^\circ, 60^\circ \quad .\beth \quad x = 30^\circ, 150^\circ \quad .\aleph \quad \mathbf{(14)} \\
 x = 22.733^\circ \quad .\aleph & \quad x = 115^\circ, 295^\circ \quad .\beth \quad x = 39.736^\circ, -69.736^\circ \quad .\aleph \\
 & \quad \quad x = 7.5^\circ, 37.5^\circ, 67.5^\circ, 97.5^\circ, 127.5^\circ, 157.5^\circ \quad .\beth \\
 . x = -138.19^\circ, -41.81^\circ, 90^\circ \quad .\aleph & \quad x = -165^\circ, -105^\circ, 15^\circ, 75^\circ \quad .\beth
 \end{aligned}$$

$$\frac{7\pi}{6} \text{ .ה} \quad \frac{2\pi}{3} \text{ .ז} \quad \frac{5\pi}{12} \text{ .ג} \quad \frac{\pi}{2} \text{ .ב} \quad \frac{\pi}{6} \text{ .א (15)}$$

$$-\frac{4\pi}{9} \text{ .ו} \quad -\frac{\pi}{12} \text{ .ט} \quad \frac{19\pi}{12} \text{ .ח} \quad \frac{\pi}{10} \text{ .י} \quad \frac{7\pi}{4} \text{ .י}$$

$$-\frac{13\pi}{6} \text{ .יב} \quad \frac{17\pi}{6} \text{ .יא}$$

$$90^\circ \text{ .ה} \quad 270^\circ \text{ .ז} \quad 720^\circ \text{ .ג} \quad 360^\circ \text{ .ב} \quad 180^\circ \text{ .א (16)}$$

$$285^\circ \text{ .ו} \quad 130^\circ \text{ .ט} \quad 10^\circ \text{ .ח} \quad 30^\circ \text{ .י} \quad 45^\circ \text{ .י}$$

$$.405^\circ \text{ .יב} \quad 210^\circ \text{ .יא}$$

$$x = \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \text{ .ז} \quad x = \frac{\pi}{2} \text{ .ג} \quad x = \frac{5\pi}{6} \text{ .ב} \quad x = \frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{18} \text{ .א (17)}$$

$$.x = 0.224\pi \text{ .ח} \quad x = 0.0875\pi \text{ .י} \quad x = \frac{2\pi}{9} \text{ .י} \quad x = 0 \text{ .ה}$$

$$x = 0.398\pi, 0.602\pi \text{ .ג} \quad \phi \text{ .ב} \quad x = \frac{\pi}{3} \text{ .א (18)}$$

$$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \text{ .י} \quad x = 0, 0.437\pi \text{ .ה} \quad \phi \text{ .ז}$$

$$.x = 0.352\pi, 0.437\pi, 1.352\pi, 1.437\pi \text{ .ח} \quad x = -\frac{\pi}{4}, -0.615\pi \text{ .י}$$

$$x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \text{ .ג} \quad x = 0, 0.42\pi, \pi \text{ .ב} \quad x = \frac{\pi}{8} \text{ .א (19)}$$

$$x = \frac{23\pi}{72}, \frac{59\pi}{72} \text{ .ב} \quad x = \frac{\pi}{12}, -\frac{11\pi}{12} \text{ .א (20)}$$

$$.x = \pm \frac{\pi}{3}, 0 \text{ .ז} \quad x = \frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{6}, \frac{9\pi}{10} \text{ .ג}$$

$$x = -\frac{11\pi}{12}, -\frac{7\pi}{12}, \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12} \text{ .ב} \quad x = \pm \frac{\pi}{2}, -0.148\pi, 0.852\pi \text{ .א (21)}$$

$$.x = 0, 0.38\pi, 0.61\pi, \pi \text{ .ז} \quad x = \pm \frac{\pi}{3} \text{ .ג}$$

תרגול נוסף:

פתרון בתחום הנתון:

(1) מצא פתרון בתחום $-180^\circ \leq x \leq 180^\circ$ למשוואות הבאות:

א. $\cos x = 2 \cos(x + 60^\circ)$ ב. $2 \sin x = \sin(x + 60^\circ)$

ג. $2 \cos x = \cos(x - 60^\circ)$ ד. $3 \sin x = \sin(x - 30^\circ)$

ה. $\sin x = 2 \sin(x + 45^\circ)$ ו. $3 \sin x = 2 \sin(x + 30^\circ)$

ז. $\sin 2x = 2 \sin x$ ח. $\sin 2x = \sqrt{3} \cos x$

ט. $\sin 2x = 2 \sin^2 x$

מעבר ממעלות לרדיאנים:

(2) לפניך מספר זוויות הנתונות ברדיאנים, כתוב את ערכן במעלות:

א. π	ב. 0.5π	ג. $\frac{\pi}{3}$	ד. $\frac{\pi}{4}$
ה. $\frac{\pi}{5}$	ו. $\frac{\pi}{6}$	ז. $\frac{\pi}{9}$	ח. $\frac{\pi}{12}$
ט. $\frac{5\pi}{12}$	י. $\frac{3\pi}{2}$	יא. $\frac{7\pi}{3}$	יב. $\frac{7\pi}{6}$

(3) לפניך מספר זוויות הנתונות במעלות, כתוב את ערכן ברדיאנים:

א. 90°	ב. 45°	ג. 30°	ד. 20°
ה. 10°	ו. 115°	ז. 135°	ח. 225°
ט. 315°	י. 345°		

(4) חשב את ערכי הביטויים הבאים:

א. $\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$	ב. $\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)$	ג. $\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$	ד. $\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)$
ה. $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$	ו. $\cos\left(\frac{3\pi}{2}\right)$	ז. $\cos\left(\frac{\pi}{6}\right)$	ח. $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$
ט. $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$	י. $\tan\left(\frac{3\pi}{2}\right)$	יא. $\tan\left(\frac{\pi}{6}\right)$	יב. $\tan\left(\frac{\pi}{4}\right)$

משוואות שונות בתחום נתון עם רדיאנים:

(5) מצא פתרון בתחום הרשום ליד כל משוואה:

א. $\cos 2x = \sin x$ בתחום $[0, 2\pi]$.

ב. $5\sin x = 3 - \cos 2x$ בתחום $[0, \pi]$.

ג. $3\cos 2x + 21\cos x = 9$ בתחום $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

ד. $3\sin 3x - \cos 6x = 1$ בתחום $[0, \pi]$.

(6) מצא למשוואות הטריגונומטריות הבאות את הפתרונות שבתחום $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$:

א. $\sin x = \frac{1}{2}$ ב. $\sin x = -1$

ג. $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ד. $\sin x = -\frac{1}{2}$

ה. $\sin x = 0$ ו. $2\sin x - 1 = 0$

ז. $\sin(2x) = \frac{1}{2}$ ח. $\sin(2x + 25^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

ט. $\sin(3x - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ י. $\sin(5x + 30^\circ) = -1$

יא. $2\sin(2x + 20^\circ) = 2$ יב. $3\sin(2x + 20^\circ) - 1 = 0$

(7) מצא למשוואות הטריגונומטריות הבאות את הפתרונות שבתחום $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$:

א. $\cos x = \frac{1}{2}$ ב. $\cos x = 1$

ג. $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ד. $\cos x = 0$

ה. $2\cos x + 1 = 0$ ו. $\cos 2x = \frac{1}{2}$

ז. $\cos 4x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ח. $\cos(2x + 35^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

ט. $\cos(3x - 30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ י. $\cos(5x - 30^\circ) = -1$

יא. $3\cos(2x + 20^\circ) = 1$

(8) מצא למשוואות הטריגונומטריות הבאות את הפתרונות שבתחום $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$:

א. $\tan x = 1$	ב. $\tan x = 2$
ג. $\tan x + 1 = 0$	ד. $2 \tan x - 1 = 0$
ה. $3 \tan x - 6 = 0$	ו. $\tan(2x + 15^\circ) = 1$
ז. $\tan(3x + 10^\circ) = 3$	ח. $2 \tan(3x + 20^\circ) = 8$
ט. $3 \tan(4x + 10^\circ) = 1$	י. $4 \tan(2x + 25^\circ) - 4 = 0$

(9) מצא למשוואות הטריגונומטריות הבאות את הפתרונות שבתחום $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$:

א. $\sin 2x = \sin x$	ב. $\sin 3x = \sin 5x$
ג. $\sin(2x + 20^\circ) = \sin(3x + 10^\circ)$	ד. $\sin(3x + 30^\circ) - \sin(3x) = 0$
ה. $\sin 3x = -\sin x$	ו. $\sin 4x = -\sin 6x$
ז. $\sin 4x + \sin(x + 30^\circ) = 0$	

(10) מצא למשוואות הטריגונומטריות הבאות את הפתרונות שבתחום $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$:

א. $\cos 2x = \cos x$	ב. $\cos 5x = \cos 3x$
ג. $\cos(3x + 10^\circ) = \cos(2x + 20^\circ)$	ד. $\cos 3x = -\cos x$
ה. $\cos 6x = -\cos 4x$	ו. $\cos 2x + \cos 6x = 0$

(11) מצא למשוואות הטריגונומטריות הבאות את הפתרונות שבתחום $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$:

א. $\sin 3x = \cos x$	ב. $\cos 4x = \sin x$
ג. $\sin x = \cos(2x + 60^\circ)$	ד. $\sin 2x = \cos 4x$
ה. $\sin x = \sqrt{3} \cos x$	ו. $\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0$
ז. $\sin x - \cos x = 0$	ח. $\sin x + \cos x = 0$

תשובות סופיות:

- $x = -120^\circ, 60^\circ$.ג $x = -150^\circ, 30^\circ$.ב $x = -180^\circ, 0^\circ, 180^\circ$.א (1)
 $x = -141.74^\circ, 38.26^\circ$.ו $x = -73.68^\circ, 106.32^\circ$.ה $x = -13.19^\circ, 166.8^\circ$.ד
 $x = \pm 180^\circ, 0^\circ, 45^\circ, -135^\circ$.ט $x = -90^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$.ח $x = -180^\circ, 0^\circ, 180^\circ$.ג
- 30° .ו 36° .ה 45° .ד 60° .ג 90° .ב 180° .א (2)
 210° .ז 420° .יא 270° .י 75° .ט 15° .ח 20° .ה
- $\frac{23\pi}{36}$.ו $\frac{\pi}{18}$.ה $\frac{\pi}{9}$.ד $\frac{\pi}{6}$.ג $\frac{\pi}{4}$.ב $\frac{\pi}{2}$.א (3)
 $\frac{23\pi}{12}$.י $\frac{7\pi}{4}$.ט $\frac{5\pi}{4}$.ח $\frac{3}{4}\pi$.ה
- 0 .ו $\frac{1}{2}$.ה $\frac{\sqrt{2}}{2}$.ד $\frac{1}{2}$.ג -1 .ב $\frac{\sqrt{3}}{2}$.א (4)
 1 .ז $\frac{\sqrt{3}}{3}$.יא \emptyset .י $\sqrt{3}$.ט $\frac{\sqrt{2}}{2}$.ח $\frac{\sqrt{3}}{2}$.ה
- $-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$.ג $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$.ב $\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}, \frac{3\pi}{2}$.א (5)
 $\frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{18}, \frac{13\pi}{18}, \frac{17\pi}{18}$.ד
- $\frac{\pi}{6}$.ו 0 .ה $-\frac{\pi}{6}$.ד $\frac{\pi}{3}$.ג $-\frac{\pi}{2}$.ב $\frac{\pi}{6}$.א (6)
 $-\frac{2\pi}{15}, \frac{4\pi}{15}$.ז $-\frac{\pi}{2}, -\frac{7\pi}{18}, \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{18}$.ט $\frac{\pi}{18}, \frac{11\pi}{36}$.ח $\frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$.ה
 $-0.0014\pi, 0.39\pi$.ז $\frac{7\pi}{36}$.יא
- $-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$.ד $-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}$.ג 0 .ב $-\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}$.א (7)
 $0, \frac{\pi}{9}$.ט $-\frac{2\pi}{9}, \frac{\pi}{36}$.ח $-\frac{11\pi}{24}, -\frac{\pi}{24}, \frac{\pi}{24}, \frac{11\pi}{24}$.ה $-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{6}$.ו
 $-0.251\pi, 0.14\pi$.יא $-\frac{\pi}{6}, \frac{7\pi}{30}$.ז
- 0.35π .ה 0.148π .ד $-\frac{\pi}{4}$.ג 0.35π .ב $\frac{\pi}{4}$.א (8)
 $-0.23\pi, 0.104\pi, 0.437\pi$.ח $-0.219\pi, 0.114\pi, 0.447\pi$.ה $-\frac{5\pi}{12}, \frac{\pi}{12}$.ו
 $-\frac{4\pi}{9}, \frac{\pi}{18}$.ז $-0.488\pi, -0.2382\pi, 0.0117\pi, 0.2617\pi$.ט

$$\begin{array}{l}
 \cdot \frac{-3\pi}{8}, \frac{-\pi}{8}, 0, \frac{\pi}{8}, \frac{3\pi}{8} \cdot \text{ב} \qquad \qquad \qquad \cdot \frac{-\pi}{3}, 0, \frac{\pi}{3} \cdot \text{א} \quad (9) \\
 \qquad \qquad \qquad \cdot \frac{-7\pi}{36}, \frac{5\pi}{36}, \frac{17\pi}{36} \cdot \text{ד} \qquad \qquad \qquad \cdot \frac{-7\pi}{30}, \frac{\pi}{18}, \frac{\pi}{6} \cdot \text{ג} \\
 \cdot \frac{-\pi}{2}, \frac{-2\pi}{5}, \frac{-\pi}{5}, 0, \frac{\pi}{5}, \frac{2\pi}{5}, \frac{\pi}{2} \cdot \text{ה} \qquad \qquad \qquad \cdot \frac{-\pi}{2}, 0, \frac{\pi}{2} \cdot \text{ו} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \cdot \frac{-13\pi}{30}, \frac{-5\pi}{18}, \frac{-\pi}{30}, \frac{11\pi}{30}, \frac{7\pi}{18} \cdot \text{ז} \\
 \cdot \frac{-13\pi}{30}, \frac{-\pi}{30}, \frac{\pi}{18}, \frac{11\pi}{30} \cdot \text{ח} \qquad \qquad \cdot \frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{4}, 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \cdot \text{ב} \qquad \qquad \qquad 0 \cdot \text{א} \quad (10) \\
 \qquad \qquad \qquad \cdot \frac{-\pi}{2}, \frac{-3\pi}{10}, \frac{-\pi}{10}, \frac{\pi}{10}, \frac{3\pi}{10}, \frac{\pi}{2} \cdot \text{ה} \qquad \qquad \qquad \cdot \frac{-\pi}{2}, \frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \cdot \text{ד} \\
 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \cdot \frac{-3\pi}{8}, \frac{-\pi}{4}, \frac{-\pi}{8}, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{8} \cdot \text{ו} \\
 \cdot \frac{\pi}{18} \cdot \text{ג} \qquad \qquad \cdot \frac{-3\pi}{10}, \frac{-\pi}{6}, \frac{\pi}{10}, \frac{\pi}{2} \cdot \text{ב} \qquad \qquad \qquad \cdot \frac{-3\pi}{8}, \frac{\pi}{8}, \frac{\pi}{4} \cdot \text{א} \quad (11) \\
 \cdot \frac{-\pi}{4} \cdot \text{ה} \qquad \qquad \cdot \frac{\pi}{4} \cdot \text{ז} \qquad \qquad \cdot \frac{\pi}{6} \cdot \text{ו} \qquad \qquad \cdot \frac{\pi}{3} \cdot \text{ד} \qquad \qquad \cdot \frac{-\pi}{4}, \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12} \cdot \text{ב}
 \end{array}$$