

תוכן העניינים:

2	פרק 7
2	הסתברות קלאסית
2	הגדרות כלליות:
3	שאלות יסודיות:
3	שאלות עם שני ניסויים:
4	שאלות עם הסתברות מותנית:
5	שאלות עם נעלמים:
5	שאלות הנפתרות ע"י טבלה דו-מימדית:
7	התפלגות בינומית ונוסחת ברנולי – שאלות יסודיות:
7	התפלגות בינומית ונוסחת ברנולי – שאלות עם הסתברות מותנית:
8	התפלגות בינומית ונוסחת ברנולי – שאלות עם נעלמים:
9	תשובות סופיות:
10	תרגול נוסף - שאלות שונות לפי נושאים:
10	כפל וחיבור הסתברויות – מאורעות בלתי תלויים:
11	כפל וחיבור הסתברויות – מאורעות תלויים:
13	תרגילים הכוללים שימוש בדיאגרמת עץ:
15	תרגילים עם נעלמים – כפל וחיבור הסתברויות, דיאגרמת עץ:
19	התפלגות בינומית ונוסחת ברנולי:
27	טבלה דו מימדית:
33	תרגילי חישוב הכוללים שימוש בנוסחאות בהסתברות:
35	תרגילי הוכחה בעזרת נוסחאות ההסתברות:
37	תשובות סופיות:
41	תרגול נוסף - שאלות משולבות:
49	תשובות סופיות:
50	תרגול מבגרויות:
56	תשובות סופיות:

פרק 7

הסתברות קלאסית

הגדרות כלליות:

1. ההסתברות להתרחשות מאורע A: $P(A) = \frac{\text{מספר האפשרויות הרצויות}}{\text{מספר האפשרויות הכולל}}$
2. המאורע המשלים למאורע A: $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.
3. חיתוך ואיחוד מאורעות A ו-B: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
4. מאורעות זרים הם מאורעות שלא יכולים להתקיים בו זמנית.
עבור מאורעות זרים A ו-B מתקיים: $P(A \cap B) = 0$, $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
5. מאורעות נקראים בלתי תלויים אם קיום האחד מהם לא משפיע על ההסתברות לקיומו של השני.
עבור מאורעות בלתי תלויים A ו-B מתקיים: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$.
6. אם מתקיים: $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ המאורעות תלויים.
7. הסתברות מותנית של מאורע A בהינתן מאורע B מוגדרת: $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$.
8. צורה כללית של טבלת הסתברויות עבור מאורעות A ו-B:

	\bar{A}	A	
$P(B)$	$P(\bar{A} \cap B)$	$P(A \cap B)$	B
$P(\bar{B})$	$P(\bar{A} \cap \bar{B})$	$P(A \cap \bar{B})$	\bar{B}
1	$P(\bar{A})$	$P(A)$	

קשרים מידיים מהטבלה:

- $P(A \cap B) + P(\bar{A} \cap B) = P(B)$
- $P(A \cap \bar{B}) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{B})$
- $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$
- $P(\bar{A} \cap B) + P(\bar{A} \cap \bar{B}) = P(\bar{A})$

9. התפלגות בינומית: חישוב k הצלחות מתוך n ניסיונות בלתי תלויים כאשר ההסתברות להצלחה בניסיון בודד היא p נתונה ע"י: $P_n(k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$.

שאלות יסודיות:

- (1) בכד 3 כדורים כחולים ו-7 כדורים לבנים. מה ההסתברות להוצאת כדור כחול בהוצאה אקראית של כדור מהכד?
- (2) בכד 2 כדורים כחולים, 3 כדורים אדומים ו-7 כדורים לבנים. מה ההסתברות שבהוצאה אקראית של כדור מהכד לא ייצא כדור אדום?
- (3) מהי ההסתברות שבסיבוב סביבון לא יתקבל "נס"?
- (4) עבור שני מאורעות, A ו-B נתון: $P(A) = 0.6$, $P(\bar{B}) = 0.3$, $P(A \cap B) = 0.4$. מצא את $P(A \cup B)$.
- (5) עבור שני מאורעות, A ו-B נתון: $P(\bar{A}) = 0.2$, $P(\bar{B}) = 0.5$, $P(A \cup B) = 0.95$. מצא את $P(A \cap B)$.
- (6) עבור שני מאורעות, A ו-B נתון: $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.25$, $P(A \cup B) = 0.65$. קבע האם המאורעות זרים והאם הם תלויים.
- (7) נתון כי שני מאורעות, A ו-B בלתי תלויים. בנוסף נתון: $P(A) = 0.75$, $P(B) = 0.4$. מצא את $P(A \cup B)$.

שאלות עם שני ניסויים:

- (8) בכד 3 כדורים כחולים ו-7 כדורים אדומים. אדם מוציא באקראי כדור מהכד, ולאחריו מוציא עוד כדור (ללא החזרה של הכדור הראשון).
 - א. מה ההסתברות ששני הכדורים כחולים?
 - ב. מה ההסתברות ששני הכדורים באותו צבע?
 - ג. מה ההסתברות ששני הכדורים אינם באותו צבע?
- (9) בכד 3 כדורים כחולים, 2 כדורים אדומים ו-5 כדורים ירוקים. אדם מוציא באקראי כדור מהכד, מחזיר אותו לכד ואז מוציא עוד כדור.
 - א. מה ההסתברות ששני הכדורים כחולים?
 - ב. מה ההסתברות ששני הכדורים באותו צבע?
 - ג. מה ההסתברות ששני הכדורים אינם באותו צבע?

10 בחדר 4 גברים ו-5 נשים. מוציאים באקראי שלושה אנשים מהחדר (בלי החזרה).
מה ההסתברות שמתוך השלושה יש יותר גברים מנשים?

11 נתונים שני כדים: בכד א' שלושה כדורים כחולים ואחד לבן ובכד ב' שני כדורים כחולים ושלושה לבנים. לואיזה מטילה מטבע לא הוגנת שבה הסיכוי לקבלת "עץ" כפול מהסיכוי לקבלת "פלי". אם יוצא "עץ" היא מוציאה כדור מכד א' ואם יוצא "פלי" היא מוציאה שני כדורים מכד ב'.
מה ההסתברות שלא ייצא ללואיזה אף כדור לבן?

12 ליואב יש בכיסו הימני 3 גולות כחולות ו-5 שחורות ובכיסו השמאלי 4 גולות כחולות ו-4 שחורות. יואב מוציא גולה מכיסו הימני.
אם היא כחולה הוא מחזיר אותה לכיס הימני ואם היא שחורה הוא מעביר אותה לכיס השמאלי. אחר כך הוא מוציא גולה מכיסו השמאלי.
מה ההסתברות ששתי הגולות שהוציא באותו צבע?

שאלות עם הסתברות מותנית:

13 בכד 3 כדורים כחולים ו-7 כדורים אדומים.
אדם מוציא באקראי כדור מהכד, ולאחריו מוציא עוד כדור.
א. מה ההסתברות ששני הכדורים כחולים?
ב. מה ההסתברות ששני הכדורים באותו צבע?
ג. ידוע ששני הכדורים באותו צבע. מה ההסתברות ששניהם כחולים?

14 בכד 3 כדורים כחולים, 2 כדורים אדומים ו-5 כדורים ירוקים.
אדם מוציא באקראי כדור מהכד, מחזיר אותו לכד ואז מוציא עוד כדור.
א. מה ההסתברות ששני הכדורים כחולים?
ב. מה ההסתברות ששני הכדורים באותו צבע?
ג. ידוע ששני הכדורים באותו צבע. מה ההסתברות ששניהם כחולים?

15 בחדר 4 גברים ו-5 נשים.
מוציאים באקראי שלושה אנשים מהחדר (בלי החזרה).
ידוע שמתוך השלושה יש יותר גברים מנשים.
מה ההסתברות שכולם גברים?

16 נתונים שני כדים : בכד א' שלושה כדורים כחולים ואחד לבן ובכד ב' שני כדורים כחולים ושלושה לבנים. לואיזה מטיילה מטבע לא הוגן שבה הסיכוי לקבלת "עץ" כפול מהסיכוי לקבלת "פלי". אם יוצא "עץ" היא מוציאה כדור מכד א' ואם יוצא "פלי" היא מוציאה שני כדורים מכד ב'.

- א. מה ההסתברות שלא ייצא ללואיזה אף כדור לבן?
 ב. ידוע שללואיזה לא יוצא אף כדור לבן, מה ההסתברות שבהטלת המטבע יוצא "עץ"?

17 במשחק מזל הסיכוי להרוויח 10 ₪ הוא 0.3 והסיכוי להרוויח 20 ₪ הוא 0.2. ישנו סיכוי של 0.5 לא להרוויח כלל. אדם שיחק במשחק פעמיים וידוע שהרוויח יותר מ-20 ₪. מה הסיכוי שהרוויח 40 ₪?

18 בכד מספר מסוים של כדורים. 3 כחולים והשאר אדומים.

הסיכוי להוציא שני כדורים אדומים מהכד (בלי החזרה) הוא $\frac{5}{14}$.
 כמה כדורים בכד?

שאלות עם נעלמים :

19 ההסתברות של צלף לפגוע במטרה בירייה הראשונה היא p והיא גדולה מההסתברות שלו להחטיא. אם הוא פוגע, עולה ההסתברות שלו לפגוע בירייה הבאה ב-0.1 ואם הוא מחטיא היא יורדת ב-0.1. הצלף ירה למטרה פעמיים. ההסתברות שפגע במטרה בדיוק בירייה אחת היא 0.38.
 א. מצא את p .
 ב. מה ההסתברות שהצלף פגע פעמיים במטרה אם ידוע שהוא פגע בה לפחות פעם אחת?

שאלות הנפתרות ע"י טבלה דו-מימדית :

20 70% מאוהדי מכבי ת"א הם גברים והשאר נשים. 40% מהאוהדים מעשנים. נתון כי 45% מהאוהדים הם גברים שאינם מעשנים.
 א. מהו אחוז הנשים המעשנות מבין אוהדי מכבי?
 ב. בוחרים באקראי אוהד מכבי. מה ההסתברות שהוא גבר או שהוא מעשן?
 ג. בוחרים באקראי אישה שאוהדת מכבי. מה ההסתברות שהיא מעשנת?
 ד. האם מין האוהד והעובדה שהוא מעשן הם מאורעות תלויים?

- (21)** 65% מהפחיות המיוצרות במפעל משקאות הן רגילות והשאר דיאט.
80% מהפחיות המיוצרות תקינות והשאר פגומות.
נתון כי 7% מהפחיות הן פחיות דיאט פגומות.
- א. בוחרים באקראי פחית. מה ההסתברות שהיא פחית רגילה ותקינה?
ב. בוחרים באקראי פחית דיאט. מה ההסתברות שהיא פגומה?
ג. בוחרים באקראי פחית פגומה. מה ההסתברות שהיא דיאט?
ד. האם סוג הפחית ותקינותה הם מאורעות תלויים?
- (22)** 80% מהתלמידים בכיתה עברו את המבחן בתנ"ך ו-70% עברו את המבחן בהיסטוריה.
75% מבין התלמידים שעברו את המבחן בתנ"ך עברו גם את המבחן בהיסטוריה.
- א. בוחרים באקראי תלמיד. מה ההסתברות שהוא נכשל בשתי הבחינות?
ב. תלמיד נכשל במבחן בהיסטוריה. מה ההסתברות שהוא עבר את המבחן בתנ"ך?
ג. ידוע שתלמיד עבר בדיוק מבחן אחד. מה ההסתברות שזה המבחן בתנ"ך?
- (23)** בעיר גדולה ל-80% מהתושבים יש רישיון נהיגה.
מבין בעלי רישיון הנהיגה 30% הם גברים.
60% מהגברים הם בעלי רישיון נהיגה. בחרו באקראי שתי נשים מהעיר.
מה ההסתברות שלשתייהן אין רישיון נהיגה?
- (24)** 10% מהאנשים באוכלוסייה עיוורי צבעים. קיימת בדיקה הבוחנת אם אדם הוא עיוור צבעים. אם עיוור צבעים ניגש לבדיקה ישנו סיכוי של 80% שהבדיקה תקבע שהוא עיוור צבעים. אם אדם שאינו עיוור צבעים ניגש לבדיקה ישנו סיכוי של 5% שהבדיקה תקבע שהוא עיוור צבעים. מהם אחוזי האמינות של הבדיקה (אחוז המקרים בהם הבדיקה מאבחנת נכונה את הנבדק)?
- (25)** בסניף "תנו לחיות לחיות" בירושלים יש כלבים וחתולים בלבד, בעלי פרווה כהה או פרווה בהירה. 55% מהחיות בסניף הם כלבים. אחוז החתולים בעלי הפרווה הכהה גדול פי 3 מאחוז הכלבים בעלי הפרווה הבהירה. מבין בעלי הפרווה הכהה 60% הם כלבים. בוחרים באקראי חתול מהסניף.
מה ההסתברות שהוא בהיר פרווה?
- (26)** בית ספר תיכון מציע לתלמידיו 3 מגמות ריאליות לבחירה: פיזיקה, כימיה ומחשבים. 40% מתלמידי מגמות אלה הם בנים. הבנים מהווים 2/5 מתלמידי הפיזיקה, 5/12 מתלמידי הכימיה ו-1/3 מתלמידי המחשבים. 1/4 מהבנים הם תלמידי פיזיקה.
- א. האם יש תלות בין העובדה שתלמיד לומד פיזיקה למין התלמיד?
ב. מהו אחוז לומדי המחשבים מקרב הבנים?

התפלגות בינומית ונוסחת ברנולי – שאלות יסודיות:

- (27) אדם מסובב חמש פעמים סביבון. מה ההסתברות שיקבל פעמיים "נס"?
- (28) מה ההסתברות לקבלת 5 פעמים "נס" בשמונה סיבובי סביבון?
- (29) הסיכוי לעבור את מבחן התיאוריה הוא 0.7. עשרה אנשים ניגשים למבחן התיאוריה. מהי ההסתברות שבדיוק שישה מהם יעברו?
- (30) בכד 6 כדורים כחולים ו-4 לבנים. אדם מוציא מהכד כדור, מסתכל על צבעו ומחזיר אותו לכד. הוא חוזר על הפעולה 4 פעמים נוספות. מה ההסתברות שמתוך חמשת הכדורים הוציא:
- בדיוק ארבע יהיו כחולים?
 - חמישה יהיו כחולים?
 - לפחות ארבעה יהיו כחולים?
 - הרוב יהיו כחולים?
 - לפחות אחד יהיה כחול?
 - הראשון והאחרון בלבד יהיו כחולים?

התפלגות בינומית ונוסחת ברנולי – שאלות עם הסתברות מותנית:

- (31) בכד 6 כדורים כחולים ו-4 לבנים. אדם מוציא מהכד כדור, מסתכל על צבעו ומחזיר אותו לכד. הוא חוזר על הפעולה 4 פעמים נוספות. ידוע שרוב הכדורים שהוציא כחולים. מה ההסתברות שכולם כחולים?
- (32) יערה מצליחה לקלוע לסל בשלושה מכל ארבעה ניסיונות. כדי להתקבל לנבחרת הכדורסל של בית הספר עליה להצליח לקלוע ברוב הפעמים מתוך 6 ניסיונות קליעה לסל. ידוע שיערה התקבלה לנבחרת הכדורסל. מה ההסתברות שהצליחה לקלוע את כל הקליעות?
- (33) בוחרים שלושה גברים באקראי מעיר גדולה. ההסתברות שכולם מעשנים היא 0.027. מה ההסתברות שרובם מעשנים?
- (34) בוחרים שלוש נשים מעיר גדולה. ההסתברות ששתיים מהן מעשנות קטנה פי 4 מההסתברות ששתיים מהן לא מעשנות. מה ההסתברות שכולן מעשנות?

(35) בכד 10 כדורים, חלקם לבנים והשאר שחורים. נמרוד מוציא 9 פעמים כדור מהכד (עם החזרה). הסיכוי שיצאו פי 2 כדורים שחורים מלבנים גדול פי $3\frac{3}{8}$ מהסיכוי שיצאו פי 2 כדורים לבנים משחורים. מצא כמה כדורים מכל צבע בכד.

התפלגות בינומית ונוסחת ברנולי – שאלות עם נעלמים:

(36) בחדר x גברים ו- $3x$ נשים. מוציאים באקראי שני אנשים מהחדר. ההסתברות שהם יהיו מאותו מין היא 0.6.
 א. מצא את גודלו של x .
 ב. חוזרים על התהליך 4 פעמים.
 מה הסיכוי שבשלוש מתוך 4 הפעמים ייצאו מהחדר שתי נשים?

(37) במבחן רב ברירה עם 5 שאלות שוות ניקוד, לכל שאלה יש n תשובות מהן רק אחת נכונה. ישנו סיכוי של 50% ששי יידע את התשובה הנכונה לשאלה במבחן. אם שי לא יודע את התשובה לשאלה הוא מנחש.
 ההסתברות ששי יקבל במבחן 60 גדולה פי $1\frac{1}{3}$ מההסתברות שיקבל 80.
 מצא את ערכו של n .

(38) כדי להתקבל לקורס טיס יש לעבור גיבוש וראיון. כל המועמדים ניגשים גם לראיון וגם לגיבוש. 40% מהניגשים לגיבוש עוברים אותו ו-35% מהניגשים לראיון עוברים אותו. $\frac{5}{17}$ מאלה שלא התקבלו לקורס טיס לא התקבלו בגלל הריאיון בלבד. שלושה חברים ניסו להתקבל לקורס טיס. ידוע שרובם התקבלו. מה ההסתברות שכולם התקבלו?

תשובות סופיות:

- (1) $\frac{3}{10}$ (2) $\frac{3}{4}$ (3) $\frac{3}{4}$
- (4) $P(A \cup B) = 0.9$ (5) $P(A \cap B) = 0.35$ (6) לא זרים ותלויים
- (7) $P(A \cup B) = 0.85$ (8) א. $\frac{1}{15}$ ב. $\frac{8}{15}$ ג. $\frac{7}{15}$ (9) א. $\frac{9}{100}$ ב. $\frac{19}{50}$ ג. $\frac{31}{50}$
- (10) $\frac{17}{42}$ (11) $\frac{8}{15}$ (12) $\frac{77}{144}$
- (13) א. $\frac{1}{15}$ ב. $\frac{8}{15}$ ג. $\frac{1}{8}$ (14) א. $\frac{9}{100}$ ב. $\frac{19}{50}$ ג. $\frac{9}{38}$ (15) $\frac{2}{17}$
- (16) א. $\frac{8}{15}$ ב. $\frac{15}{16}$ (17) $\frac{1}{4}$ (18) 8 כדורים
- (19) א. $p = 0.6$ ב. $\frac{21}{40}$ (20) א. 15% ב. 0.85 ג. 0.5 ד. כן
- (21) א. 0.52 ב. 0.2 ג. 0.35 ד. בלתי תלויים (22) א. 0.1 ב. $\frac{2}{3}$ ג. $\frac{2}{3}$
- (23) $\frac{1}{225}$ (24) 93.5% (25) $\frac{1}{3}$
- (26) א. בלתי תלויים ב. 12.5% (27) 0.264
- (28) 0.023 (29) 0.2001
- (30) א. 0.259 ב. 0.078 ג. 0.337 ד. 0.683 ה. 0.98976 ו. 0.023
- (31) 0.114 (32) 0.214 (33) 0.216
- (34) 0.008 (35) 4 לבנים, 6 שחורים (36) א. $x = 4$ ב. 0.299
- (37) $n = 5$ (38) $\frac{1}{18}$

תרגול נוסף - שאלות שונות לפי נושאים:

כפל וחיבור הסתברויות – מאורעות בלתי תלויים:

- (1) בבניין העירייה יש שני מתקני הבטחה נגד פורצים. ההסתברות שהמתקן הראשון יפעל בזמן אמת היא 0.92 וההסתברות שהמתקן השני יפעל בזמן אמת היא 0.86.
- א. מה ההסתברות שהמתקן הראשון יפעל והשני לא?
 ב. מה ההסתברות ששני המתקנים יפעלו?
 ג. מה ההסתברות שאף מתקן לא יפעל?
- (2) צובעים את הפאות של קובייה בת 8 פאות כך: 3 פאות כחולות, 2 פאות אדומות, 2 פאות צהובות ופאה אחת ירוקה. זורקים את הקובייה פעמיים. חשב את ההסתברויות הבאות:
- א. שתי הפאות הן בצבע ירוק.
 ב. שתי הפאות הן בצבע כחול.
 ג. שתי הפאות באותו הצבע.
- (3) בכד יש 6 כדורים שחורים ו-4 לבנים. מוציאים כדור מהכד ולאהר הסתכלות בצבעו מחזירים אותו לכד ומוציאים כדור נוסף. חשב את ההסתברויות הבאות:
- א. ששני הכדורים שהוצאו הם שחורים.
 ב. ששני הכדורים הם מאותו הצבע.
 ג. שהכדור השני הוא לבן.
- (4) בכד יש 4 כדורים אדומים, 3 כדורים לבנים ו-2 כדורים כחולים. מוציאים שני כדורים מהכד עם החזרה, דהיינו, לאחר הוצאת הכדור הראשון, מחזירים אותו בחזרה לכד ורק אז מוציאים את הכדור השני. חשב את ההסתברויות הבאות:
- א. ששני הכדורים שהוצאו הם לבנים.
 ב. ששני הכדורים שהוצאו הם מאותו הצבע.
 ג. ששני הכדורים שהוצאו לא כחולים.
 ד. שהכדור השני הוא כחול.

5) כדי לקבל תואר במכללת חולון יש לעבור לפחות שניים מתוך שלושה מבחנים. ההסתברות שדורון יעבור את המבחן הראשון היא 0.9. ההסתברות שיעבור את המבחן השני היא 0.6 וההסתברות שיעבור את המבחן השלישי היא 0.8.

- א. מה ההסתברות שדורון יעבור רק מבחן אחד?
- ב. מה ההסתברות שדורון יעבור את שלושת המבחנים?
- ג. מה ההסתברות שדורון יעבור לכל היותר שני מבחנים?
- ד. מה ההסתברות שדורון יקבל תואר?

6) בתוך שקית ישנם 4 קלפים אדומים, 3 קלפים צהובים וקלף אחד ירוק. מוציאים עם החזרה שלושה קלפים מהשקית.

- א. מה ההסתברות שבכל שלושת הפעמים יצא הקלף הירוק?
- ב. מה ההסתברות שיצאו שני קלפים צהובים?
- ג. מה ההסתברות שכל הקלפים יהיו בעלי אותו הצבע?

כפל וחיבור הסתברויות – מאורעות תלויים :

7) תלמיד הרוצה להוציא רישיון לרכב צריך לעבור בחינה עיונית ולאחר מכן בחינה מעשית. ההסתברות שיעבור את הבחינה העיונית היא 0.7. אם הוא עבר את הבחינה העיונית אז ההסתברות שיעבור את הבחינה המעשית היא 0.9 ואם הוא נכשל בבחינה העיונית אז ההסתברות שיעבור את הבחינה המעשית היא 0.5.

- א. מה ההסתברות שיעבור התלמיד רק את הבחינה המעשית?
- ב. מה ההסתברות שהתלמיד ייכשל בשתי הבחינות?
- ג. מה ההסתברות שתלמיד יעבור את שתי הבחינות?

8) בכד 5 כדורים אדומים ו-3 כדורים ירוקים. מוציאים באקראי כדור מהכד, אם הוא אדום אז מחזירים אותו חזרה לכד ומוציאים כדור נוסף. אם הוא ירוק אז משאירים אותו בחוץ ומוציאים כדור נוסף.

- א. מה ההסתברות ששני הכדורים שהוצאו הם ירוקים?
- ב. מה ההסתברות שהכדור השני שהוצא הוא אדום?
- ג. מה ההסתברות ששני הכדורים שהוצאו בעלי אותו הצבע?

- 9** בתוך ארגז ישנם 7 ספלים הממוספרים מ-1 עד 7. מוציאים ספל אחד, משאירים אותו בחוץ ומוציאים ספל נוסף.
 א. מה ההסתברות ששני הספלים שהוצאו הם בעלי מספרים זוגיים?
 ב. מה ההסתברות ששני הספלים שהוצאו הם בעלי מספרים המתחלקים ב-3?
 ג. מה ההסתברות ששני הספלים שהוצאו הם בעלי מספרים שסכומם גדול מ-10?
- 10** במעטפה יש 30 בולים, מתוכם 6 בולים פגומים. מוציאים שני בולים בזה אחר זה (ללא החזרה) מהמעטפה.
 א. מה ההסתברות ששני הבולים שהוצאו הם פגומים?
 ב. מה ההסתברות שהבול הראשון שהוצא אינו פגום אך הבול השני פגום?
 ג. מה ההסתברות שהבול השני פגום?
 ד. מה ההסתברות ששני הבולים או פגומים או אינם פגומים?
- 11** בכיתה ישנם 24 בנים ו-18 בנות. מוציאים באקראי 3 ילדים מהכיתה בזה אחר זה. חשב את ההסתברויות הבאות:
 א. שכל שלושת הילדים יהיו בנים.
 ב. שכל שלושת הילדים יהיו מאותו המין.
 ג. שתהיה בקבוצה לפחות בת אחת.
 ד. שיהיה בקבוצה לכל היותר בן אחד.
- 12** בתוך שקית יש 6 חטיפי "מקופלת" ו-4 חטיפי "במבה" מוציאים באקראי 3 חטיפים מהשקית בזה אחר זה. חשב את:
 א. ההסתברות שיצאו 3 חטיפי במבה.
 ב. ההסתברות שיצאו לכל היותר שני חטיפי במבה.
 ג. ההסתברות שיצאו לפחות שני חטיפי מקופלת.
- 13** צלף יורה למטרה שלוש פעמים. ההסתברות שיקלע בפעם הראשונה היא 0.7. ההסתברות שיקלע לאחר מכן תלויה בקליעה הקודמת. אם קלע הצלף בירייה הקודמת אז ההסתברות שלו לקלוע שנית היא 0.8 אך אם הוא החטיא אז ההסתברות שלו לקלוע כעת היא 0.6.
 א. מה ההסתברות שיקלע בכל שלושת הפעמים?
 ב. מה ההסתברות שיקלע בירייה השלישית בלבד?
 ג. מה ההסתברות שיקלע הקלע בירייה אחת בלבד?
 ד. מה ההסתברות שיקלע לכל היותר פעם אחת?

- 14** שחקן כדורגל בועט לשער שלוש פעמים. ההסתברות שיבקיע בפעם הראשונה היא 0.6. ההסתברות שיבקיע לאחר מכן תלויה בבקיעה הקודמת. אם השחקן הבקיע אז ההסתברות שיבקיע שנית היא 0.8 אך אם הוא החמיץ אז ההסתברות שיחמיץ שנית היא 0.3. חשב את:
- ההסתברות שיבקיע השחקן בכל שלושת הפעמים.
 - ההסתברות שיבקיע השחקן בפעם השנייה בלבד.
 - ההסתברות שיבקיע השחקן פעם אחת בלבד.
 - ההסתברות שיבקיע השחקן לפחות פעם אחת.

תרגילים הכוללים שימוש בדיאגרמת עץ:

- 15** בעיר מסוימת 40% מהתושבים הם גברים והשאר נשים. ידוע כי 40% מהגברים מרכיבים משקפיים ו-60% מהנשים לא מרכיבות משקפיים. בוחרים באקראי תושב מהעיר. חשב את ההסתברויות הבאות:
- שנבחר גבר שלא מרכיב משקפיים.
 - שנבחרה אישה שמרכיבה משקפיים.
 - שהתושב שנבחר מרכיב משקפיים.
- 16** צלף יורה למטרה שלוש פעמים. אם בירייה הקודמת הוא פגע אז ההסתברות שיפגע שוב בירייה הבאה היא 0.8 אך אם הוא החטיא בירייה הקודמת אז ההסתברות שיפגע בירייה שאחריה היא 0.6. הצלף החטיא בירייה הראשונה. חשב את ההסתברויות הבאות:
- הצלף יחטיא גם בשתי היריות הבאות.
 - הצלף יפגע בירייה השלישית.
 - הצלף יפגע בירייה אחת בלבד.
 - הצלף יחטיא בירייה השלישית.
- 17** אם ביום מסוים יורד גשם אז ההסתברות שביום שאחריו לא ירד גשם היא 0.4 אך אם ביום מסוים לא יורד גשם ההסתברות שירד גשם ביום שאחריו היא 0.9. ביום שלישי ירד גשם. חשב את ההסתברויות הבאות:
- ביום חמישי לא ירד גשם.
 - בימים שלישי, רביעי וחמישי ירד גשם.
 - בימים רביעי וחמישי לא ירד גשם.

- 18** במפעל שמיכות שלושה פסי ייצור. פס הייצור הראשון מייצר 40% מהמוצרים, פס הייצור השני מייצר 30% מהמוצרים ופס הייצור השלישי מייצר את ה-30% הנותרים. 50% מהמוצרים של פס הייצור הראשון, 10% מהמוצרים של פס הייצור השני ו-80% ממוצרי הפס השלישי מיועדים ליצוא. בוחרים באקראי מוצר. חשב את:
- ההסתברות שהמוצר מיוצר על ידי פס הייצור השני ומיועד ליצוא.
 - ההסתברות שהמוצר מיועד ליצוא.
 - ההסתברות שהמוצר לא יוצר על ידי פס הייצור הראשון ואינו מיועד ליצוא.

- 19** במשחק "חיש-חש" אפשר לזכות ב-100 ₪, 50 ₪ או לא לזכות כלל. ההסתברות לזכות במשחק בודד ב-100 ₪ היא 0.2, ההסתברות לזכות ב-50 ₪ היא 0.35 וההסתברות לא לזכות כלל היא 0.45. רועי משחק פעמיים. חשב את:

- ההסתברות שרועי יזכה ב-50 ₪ בסה"כ.
- ההסתברות שרועי יזכה לפחות ב-100 ₪.
- ההסתברות שרועי לא יזכה במשחק השני.

- 20** בכד א' יש 5 כדורים אדומים ו-2 כדורים לבנים. בכד ב' יש 4 כדורים אדומים ו-6 כדורים לבנים. בוחרים באקראי כד ומוציאים ממנו בזה אחר זה שני כדורים בלי החזרה.
- מה ההסתברות שיצאו שני כדורים בעלי אותו הצבע?
 - מה ההסתברות שהכדור השני הוא אדום?
 - מבין כל האפשרויות בהן הכדור השני הוא אדום, מה ההסתברות שגם הכדור הראשון שיצא יהיה אדום?

- 21** זורקים קוביית משחק פעם אחת. אם היא מראה מספר המתחלק ב-3 בלי שארית רושמים אותו אך אם היא מראה מספר אחר זורקים אותה שנית. חוזרים על התהליך פעם שנייה ושלישית כאשר בפעם השלישית רושמים את המספר שהתקבל. חשב את ההסתברויות הבאות:
- המספר שנרשם הוא זוגי.
 - המספר שנרשם גדול מ-4.
 - המספר שנרשם מתחלק ב-3 בלי שארית.
 - המספר שנרשם לא מתחלק ב-3.

(22) ישנם שני כדים. בכד א' יש 4 כדורים כחולים ו-2 כדורים צהובים ובכד ב' יש 3 כדורים כחולים ו-6 כדורים צהובים. זורקים קובייה. אם מתקבל מספר המתחלק ב-3 בלי שארית אז מוציאים כדור מכד א' ואם מתקבל מספר שאינו מתחלק ב-3 אז מוציאים כדור מכד ב'. לאחר מכן זורקים את הקובייה שנית וחוזרים על התהליך ומוציאים כדור שני. (ההוצאות הן בלי החזרה).

- א. מה ההסתברות שיבחרו שני כדורים כחולים?
- ב. מה ההסתברות שיבחרו שני כדורים צהובים?
- ג. מה ההסתברות שיבחרו שני כדורים מאותו הצבע?

(23) בכד יש 4 כדורים ירוקים ו-2 כדורים לבנים. מוציאים כדור מהכד, אם הוא ירוק אז משאירים אותו בחוץ ומוציאים כדור נוסף ואם הוא לבן אז מחזירים אותו לכד ולאחר מכן מוציאים כדור נוסף. חוזרים על התהליך פעם שנייה ולאחר מכן מוציאים כדור שלישי. חשב את ההסתברויות הבאות:

- א. מה ההסתברויות ששלושת הכדורים שהוצאו יהיו ירוקים?
- ב. מה ההסתברות ששלושת הכדורים שהוצאו יהיו בעלי אותו הצבע?
- ג. מה ההסתברות שיצאו לפחות שני כדורים ירוקים?
- ד. מה ההסתברות שיצא בדיוק כדור לבן אחד?

(24) בכד יש 8 כדורים שחורים ו-5 כדורים סגולים. מוציאים בלי החזרה 3 כדורים. מה ההסתברות שיצא לפחות כדור אחד סגול?

תרגילים עם נעלמים – כפל וחיבור הסתברויות, דיאגרמת עץ:

מציאת ההסתברות P:

(25) קלע יורה למטרה פעמיים. ההסתברות שיקלע בירייה בודדת היא p ($p > 0.5$). מצא את p אם ידוע כי ההסתברות שיקלע פעם אחת בדיוק היא 0.48.

(26) 44% מעובדי מפעל הם מנהלים והשאר הם פועלים. ההסתברות שפועל מעשן היא 0.7 וההסתברות שמנהל מעשן היא p . בוחרים באקראי עובד מהמפעל. מצא את p אם ידוע כי ההסתברות שהעובד שנבחר מעשן היא 0.48.

- (27)** במפעל מסוים המונה 5000 עובדים, 1500 הם מנהלים והשאר הם פועלים פשוטים. ההסתברות שמנהל מעשן היא p וההסתברות שפועל מעשן היא $2p+0.1$. בוחרים באקראי עובד. מצא את ההסתברות p אם ידוע כי ההסתברות שהעובד שנבחר אינו מעשן היא 0.59.
- (28)** ההסתברות שקלע יפגע במטרה בירייה בודדת היא p . הקלע יורה שתי יריות. מצא את p אם ידוע כי ההסתברות שיפגע בשתי הפעמים קטנה פי 16 מההסתברות שיחטיא בשתייהן.
- (29)** שני צלפים יורים למטרה ירייה אחת. ידוע כי ההסתברות שהצלף הראשון יפגע גדולה פי 3 מההסתברות שהצלף השני יפגע. מצא את ההסתברות של כל צלף לפגוע בירייה בודדת אם ידוע כי ההסתברות שבדיוק אחד מהם יפגע היא 0.66.
- (30)** במשחק "חיש חש" אפשר לזכות ב-200 ₪, 100 ₪ או לא לזכות כלל. ידוע כי ההסתברות לזכות ב-200 ₪ היא 0.1 וההסתברות לזכות ב-100 ₪ היא p . שחקן משחק שני משחקים. ההסתברות שלא יזכה כלל גדולה פי 36 מההסתברות שיזכה ב-400 ₪.
א. מצא את p .
ב. חשב את ההסתברות של השחקן לזכות לפחות ב-200 ₪.
- (31)** אלי ורפי משחקים שני משחקי שחמט. כל משחק יכול להסתיים בניצחון לאחד השחקנים או בתיקו. ידוע כי ההסתברות של אלי לנצח במשחק בודד היא 0.36 וההסתברות שינצח בתחרות כולה (שני המשחקים יחדיו) היא 0.2304.
א. מצא את ההסתברות שרפי ינצח במשחק בודד.
ב. חשב את ההסתברות שהתחרות כולה תסתיים בתיקו.
- (32)** שני שחקני שחמט משחקים שני משחקים. כל משחק יכול להסתיים בניצחון לאחד הצדדים או בתיקו. ההסתברות של כל שחקן לנצח במשחק בודד היא זהה. ההסתברות שהשחקן הראשון ינצח לפחות במשחק אחד היא 0.64.
מצא את ההסתברות של כל שחקן לנצח במשחק בודד.

- (33)** צלף יורה שלוש יריות למטרה. אם הצלף פוגע בירייה מסוימת אז ההסתברות שיפגע גם בירייה הבאה היא q . אם הצלף מחטיא בירייה מסוימת אז ההסתברות שיפגע בירייה הבאה היא p . הצלף מחטיא בירייה הראשונה. ידוע כי ההסתברות שהצלף יפגע בירייה השנייה והשלישית היא 0.12 וההסתברות שהצלף יפגע בירייה השנייה ויחטיא בשלישית היא 0.18.
- א. מצא את p ו- q .
 ב. חשב את ההסתברות שהצלף יפגע בירייה השלישית.
 ג. חשב את ההסתברות שהצלף יפגע בירייה אחת לפחות.

- (34)** שני שחקני כדורסל זורקים זריקה אחת לסל. ההסתברות שהשחקן הראשון יקלע היא p וההסתברות שהשחקן השני יחטיא היא q ($q > 0.5$). ידוע כי ההסתברות ששני השחקנים יקלעו היא 0.28 וההסתברות ששני השחקנים יחטיאו היא 0.18. מצא את p ו- q .

מציאת מספר x :

- (35)** בכד יש x כדורים. 8 מהם ירוקים והשאר כחולים. מוציאים באקראי עם החזרה שני כדורים מהכד. מצא את x אם ידוע כי ההסתברות להוציא שני כדורים ירוקים היא 0.64.
- (36)** בכד יש 12 כדורים חלקם אדומים וחלקם שחורים. מוציאים עם החזרה שני כדורים מהכד. מצא את מספר הכדורים האדומים שבכד אם ידוע כי ההסתברות ששני הכדורים שהוצאו הם שחורים היא $\frac{4}{9}$.
- (37)** במעטפה יש 8 מכתבים. רובם מיועדים להישלח בתוך הארץ והשאר לחו"ל. מוציאים באופן אקראי מהמעטפה שני מכתבים בלי החזרה בזה אחר זה. מצא את מספר המכתבים המיועדים להישלח לחו"ל אם ידוע כי ההסתברות שהמכתב הראשון שהוצא מיועד לארץ והשני לחו"ל היא $\frac{3}{14}$.
- (38)** בכד יש 8 כדורים ירוקים והשאר כחולים. מוציאים עם החזרה שני כדורים מהכד. מצא כמה כדורים יש בכד אם ידוע כי ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים היא $\frac{4}{9}$ ויש יותר כדורים ירוקים מכחולים.

(39) בתוך קלמר יש 5 עפרונות ועוד x עטים. מוציאים כלי כתיבה מהקלמר, אם הוא עפרון אז מחזירים אותו לקלמר ומוציאים כלי כתיבה נוסף. אם הוא עט אז משאירים אותו בחוץ ומוציאים כלי כתיבה נוסף.

מצא כמה עטים יש בקלמר אם ידוע כי ההסתברות להוציא שני עטים היא $\frac{1}{6}$.

(40) בקופסא א' ישנם 5 זוגות נעליים ו-3 זוגות מגפיים. בקופסא ב' יש 8 פריטים x - זוגות נעליים והשאר הם זוגות מגפיים. מוציאים באקראי מקופסא א' זוג כלשהו ומעבירים אותו לקופסא ב'. לאחר מכן מוציאים מקופסא ב' זוג. כמה זוגות נעליים יש בקופסא ב' אם ידוע כי ההסתברות להוציא בפעם השנייה

זוג מגפיים היא $\frac{17}{24}$.

(41) בקלמר יש 6 עפרונות ו-3 עטים. בתיק יש 9 כלי כתיבה - x עפרונות והשאר עטים. מוציאים באקראי מהקלמר כלי כתיבה ומכניסים אותו לתיק. לאחר מכן מוציאים מהתיק כלי כתיבה נוסף.

מצא כמה עפרונות יש בתיק אם ידוע כי ההסתברות שכלי הכתיבה שהוצא

מהקלמר שונה מכלי הכתיבה שהוצא מהתיק היא $\frac{13}{30}$.

(42) בתוך כד ישנם 8 כדורים, חלקם אדומים וחלקם לבנים. מוציאים באקראי כדור, מניחים אותו בצד ומוציאים כדור נוסף. מצא כמה כדורים יש מכל צבע אם ידוע כי ההסתברות שהכדור השני שהוצא

הוא לבן היא $\frac{3}{8}$.

(43) בתוך כד ישנם 10 כדורים, חלקם צהובים וחלקם כחולים. מוציאים באקראי כדור, מתבוננים בו ולאחר מכן מוציאים כדור נוסף. מצא כמה כדורים יש מכל צבע בכד אם ידוע כי ההסתברות שיצא לפחות כדור

אחד כחול היא $\frac{44}{45}$.

(44) בתוך שק ישנם 9 כדורים, חלקם סגולים וחלקם ירוקים. מוציאים באקראי כדור, אם הוא סגול אז משאירים אותו בחוץ ואם הוא ירוק אז מחזירים אותו חזרה לכד. לאחר מכן מוציאים כדור נוסף. מצא כמה כדורים מכל צבע יש בשק אם ידוע כי ההסתברות שהכדור השני

שיבחר יהיה סגול היא $\frac{11}{36}$.

התפלגות בינומית ונוסחת ברנולי:

תרגילים יסודיים:

(45) צלף יורה למטרה. ידוע כי מתוך 2000 יריות הוא פוגע ב-1200 מהן. הצלף יורה 4 יריות למטרה. חשב את ההסתברויות הבאות:

- שהצלף יפגע בדיוק פעמיים במטרה.
- שהצלף יפגע במטרה בכל ארבעת הפעמים.
- שהצלף יפגע לפחות פעמיים במטרה.
- שהצלף לא יפגע במטרה כלל.

(46) ב-70% מהמכוניות יש רדיו. בוחרים באקראי 5 מכוניות. חשב את ההסתברויות הבאות:

- בדיוק ב-3 מתוך 5 המכוניות יהיה רדיו.
- בכל 5 המכוניות יהיה רדיו.
- ב-4 מתוך 5 המכוניות יהיה רדיו.
- לפחות ב-3 מכוניות יהיה רדיו.

(47) במכללה המונה 20,000 סטודנטים ישנם 6000 בנים והשאר בנות. בוחרים באקראי 5 סטודנטים. חשב את ההסתברויות הבאות:

- מתוך 5 הסטודנטים תהיה לכל היותר בת אחת.
- מתוך 5 הסטודנטים יהיה לכל היותר בן אחד.
- יבחרו 3 סטודנטים בנים מתוך החמישה.
- יבחרו לכל היותר 3 סטודנטים בנים.

(48) בבה"ס הספר 40% מהתלמידים הם בנים והשאר בנות. בוחרים באופן אקראי 4 תלמידים. חשב את ההסתברויות הבאות:

- שנבחרו 2 בנים ו-2 בנות.
- שתבחר בת אחת.
- שיבחרו יותר בנים מבנות.
- שמספר הבנים שנבחרו יהיה שונה ממספר הבנות שנבחרו.

- (49)** רפי וגיל משחקים 4 משחקי שש-בש. מתוך 60 משחקים בודדים ששיחקו השניים, ניצח רפי ב-48 פעמים. חשב את:
- ההסתברות שרפי ינצח במשחק אחד.
 - שגיל ינצח בתחרות.
 - שרפי ינצח בתחרות.
 - שהתחרות תסתיים בתיקו.

- (50)** טנק יורה טיל על חומה. ההסתברות שהטיל יפגע בחומה היא 0.6. כדי להפיל את החומה יש לפגוע בה לפחות עם 3 טילים. הטנק יורה 4 טילים. מה ההסתברות שהטנק יפיל את החומה?

הוצאה עם החזרה:

- (51)** בתוך סל קניות יש 6 תפוחים ו-4 תפוזים. מוציאים עם החזרה 4 פירות מהסל. חשב את ההסתברויות הבאות:
- להוציא שני תפוחים ושני תפוזים.
 - להוציא 3 תפוחים ותפוז אחד.
 - רוב הפירות שמוציאים יהיו תפוחים.
 - לא להוציא תפוחים כלל.
- (52)** בתוך קופסה יש 4 כדורים אדומים ו-2 כדורים ירוקים. מוציאים עם החזרה 4 כדורים מהקופסה. חשב את ההסתברויות הבאות:
- שכל הכדורים שהוצאו הם מאותו הצבע.
 - שהוצאו לפחות שני כדורים ירוקים ולכל היותר 3 כדורים ירוקים.
 - שהוצא לפחות כדור אחד אדום ולכל היותר 3 כדורים אדומים.
- (53)** בתוך קלמר יש 8 עפרונות ו-2 עטים. מוציאים עם החזרה 5 כלי כתיבה מהקלמר.
- הראה כי ההסתברות להוציא 3 עפרונות ו-2 עטים גדולה פי 4 מההסתברות להוציא 2 עפרונות ו-3 עטים.
 - חשב את ההסתברות להוציא 5 כלי כתיבה מאותו הסוג.
 - חשב את ההסתברות להוציא כלי כתיבה שונים.

בעיות שונות – התפלגות בינומית אחת:

54 זורקים קובייה 4 פעמים. חשב את ההסתברויות הבאות:

- א. שיתקבל בכל פעם המספר 4.
- ב. שיתקבל בדיוק פעמיים המספר 3.
- ג. שיתקבל פעמיים מספר הקטן מ-4.
- ד. שיתקבל בכל ארבעת הפעמים מספר המתחלק ב-3 בלי שארית.

55 במבחן יש 5 שאלות ולכל שאלה 3 תשובות שרק אחת מהן נכונה.

- א. מה ההסתברות לענות נכון בניחוש על כל השאלות?
- ב. מה ההסתברות לקבל ציון של 60 במבחן?
- ג. נניח שתלמיד יודע את התשובות הנכונות ל-2 מתוך 5 השאלות. מה ההסתברות שתלמיד זה יקבל 100 במבחן?
- ד. מה ההסתברות שהתלמיד בסעיף הקודם יקבל ציון של 60 לפחות?

56 ההסתברות ששחקן כדורסל יקלע לסל בזריקה בודדת היא 0.7.

- השחקן זורק כדורים עד שהוא קולע 4 פעמים.
- מה ההסתברות שהשחקן יזרוק בדיוק 6 כדורים?

57 זורקים קובייה עד שהמספר 5 מתקבל בדיוק 4 פעמים.

- מה ההסתברות לזרוק את הקובייה בדיוק 5 פעמים?

תרגילים הכוללים שתי התפלגויות בינומיות:

58 בעיר מסוימת 40% מהגברים מרכיבים משקפיים ו-30% מהבנות מרכיבות משקפיים.

- א. בוחרים באקראי 4 גברים. מה ההסתברות שבדיוק 3 מהם מרכיבים משקפיים?
- ב. בוחרים באקראי 5 נשים. מה ההסתברות שלכל היותר אישה אחת תרכיב משקפיים?
- ג. מה ההסתברות שמבין 4 הגברים ו-5 הנשים שנבחרו יהיו בדיוק 3 גברים שמרכיבים משקפיים ואישה אחת לכל היותר שמרכיבה משקפיים?

59 2 קלעים יורים למטרה. ההסתברות שהקלע הראשון יפגע היא 0.9 וההסתברות שהקלע השני יפגע היא 0.6. הקלע הראשון יורה 5 יריות והקלע השני יורה 3 יריות. חשב את ההסתברויות הבאות:

- שהקלע הראשון יפגע בדיוק ב-2 יריות והקלע השני יפגע רק בירייה אחת במטרה.
- שני הקלעים יפגעו כל אחד 3 פעמים במטרה.
- שני הקלעים לא יפגעו כלל במטרה.
- שני הקלעים יפגעו אותו מספר פגיעות כל אחד במטרה.

60 בכד א' יש 4 כדורים לבנים ו-6 כדורים שחורים. בכד ב' יש 8 כדורים לבנים ו-2 כדורים שחורים. מוציאים באקראי 4 כדורים עם החזרה מכד א' ו-5 כדורים עם החזרה מכד ב'.

- הראה כי ההסתברות להוציא שני כדורים לבנים ושני כדורים שחורים מכד א' גדולה פי 54 מההסתברות להוציא כדור לבן אחד ו-4 כדורים שחורים מכד ב'.
- חשב את ההסתברות להוציא 4 כדורים שחורים מכד א' וגם מכד ב'.
- חשב את ההסתברות להוציא 3 כדורים שחורים מכד א' וגם מכד ב'.
- מה היא ההסתברות להוציא לפחות 3 כדורים שחורים מכד א' וגם מכד ב'?

61 במשפחה מרובת ילדים 40% מהבנים ו-30% מהבנות היו בחופשה בחו"ל. בוחרים באקראי 5 בנים ו-5 בנות.

- חשב את ההסתברות שבדיוק בן אחד ובת אחת היו בחו"ל.
- חשב את ההסתברות שבדיוק שני בנים היו בחו"ל ואף אחת מהבנות שנבחרו לא הייתה בחו"ל.
- חשב את ההסתברות שכל הבנים שנבחרו לא היו בחו"ל ו-2 בנות היו בחו"ל.
- חשב את ההסתברות שבדיוק 2 מתוך 10 הילדים שנבחרו היו בחו"ל.

62 זורקים שתי קוביות משחק – אחת ירוקה והשנייה כחולה, 4 פעמים כל אחת. חשב את ההסתברויות הבאות:

- שיתקבל מספר הגדול מ-4 פעם אחת בקובייה הירוקה ו-3 פעמים בקובייה הכחולה.
- שיתקבל המספר 5 בשתי הקוביות בכל הזריקות שלהן.
- שיתקבל מספר זוגי בקובייה הירוקה ב-3 מתוך 4 הזריקות שלה ומספר אי-זוגי בקובייה הכחולה ב-3 מתוך 4 הזריקות שלה.
- שיתקבל מספר הגדול מ-3 לפחות 3 פעמים בקובייה הירוקה ולכל היותר 3 פעמים בקובייה הכחולה.

תרגילים מורכבים – מציאת ההסתברות להצלחה בניסיון בודד:

- 63) כדי להתקבל למגמת הנדסה במכללת חולון סטודנט צריך לעבור לפחות אחד משני מבחנים. ההסתברות להצליח במבחן הראשון היא 0.2 וההסתברות להצליח במבחן השני היא 0.5.
בוחרים 5 סטודנטים שרוצים להתקבל למגמה הנ"ל.
א. מה ההסתברות שסטודנט בודד יתקבל למגמה?
ב. מה ההסתברות ששניים מתוך 5 הסטודנטים יתקבלו למגמה?
ג. מה ההסתברות שלפחות 2 מתוך 5 הסטודנטים יתקבל למגמה?

- 64) בעיר מסוימת המונה 500,000 תושבים, ישנם 300,000 גברים והשאר נשים. ידוע כי 40% מהגברים מעשנים ו-90% מהנשים מעשנות.
א. בוחרים תושב באופן אקראי. מה ההסתברות שהוא תושב מעשן?
ב. בוחרים 5 מהתושבים הנ"ל.
i. מה ההסתברות שלכל היותר תושב אחד הוא מעשן?
ii. מה ההסתברות שכל התושבים שנבחרו הם מעשנים?

65) ענה על השאלות הבאות:

- א. מצא את ההסתברות שבמשפחה שבה 5 ילדים יהיו בדיוק 3 בנות אם ידוע כי ההסתברויות להולדת בן ובת זהים.
ב. מבין כל המשפחות בעיר מסוימת בעלות 5 ילדים בוחרים באקראי 4 משפחות.
i. מה ההסתברות שבדיוק ל-3 מהמשפחות הנ"ל יהיו 3 בנות?
ii. מה ההסתברות שלפחות ל-3 משפחות מהמשפחות הנ"ל יהיו 3 בנות?

- 66) בכיתה שבה 45 תלמידים ישנם 18 בנים. בוחרים באקראי 3 תלמידים מהכיתה.
א. מה ההסתברות שתבחרנה בדיוק שתי בנות?
ב. חוזרים על התהליך הנ"ל כל חצי שנה.
מה ההסתברות שבמשך שנתיים יבחרו רק פעם אחת שתי בנות ובן?

תרגילים המכילים התפלגות שבה יותר משתי אפשרויות בניסיון בודד:

67 פאות של קובייה הן אדומות. פאה אחת היא כחולה ועוד שתי פאות הן צהובות. זורקים את הקובייה 4 פעמים.

- א. מה ההסתברות לקבל ב-3 מתוך 4 הזריקות צבע אדום?
- ב. מה ההסתברות לקבל לכל היותר פעם אחת צבע כחול?
- ג. מה ההסתברות לקבל בכל 4 הזריקות את הצבע הצהוב?
- ד. מה ההסתברות לקבל צבע זהה בכל 4 הזריקות?

68 שחקן שחמט מנוסה מנצח ב-70% מהמשחקים, ב-20% מהם הוא נשאר בתיקו ובשאר הוא מפסיד. השחקן משחק בטורניר 4 משחקים ברצף.

- א. מה ההסתברות שהשחקן ינצח ב-3 מתוך 4 המשחקים?
- ב. מה ההסתברות שהשחקן יסיים בתיקו בכל 4 המשחקים?
- ג. מה ההסתברות שהשחקן יפסיד לכל היותר במשחק אחד?
- ד. מה ההסתברות שהשחקן ינצח לפחות ב-3 משחקים?

69 בכד יש 4 כדורים שחורים, 3 כדורים לבנים ו-3 כדורים כחולים. מוציאים עם החזרה 5 כדורים מהכד.

- א. הראה כי ההסתברות שבדיוק 2 כדורים יהיו לבנים זהה להסתברות שבדיוק 2 כדורים יהיו כחולים.
- ב. מה ההסתברות שבדיוק 4 כדורים הם לבנים?
- ג. מה ההסתברות שבדיוק 4 כדורים הם שחורים?
- ד. מה ההסתברות שבדיוק 4 כדורים יהיו מאותו הצבע?

70 אדם מתקשר לחברו. ההסתברות שהחבר יענה לטלפון היא 0.6, ההסתברות שהקו יהיה תפוס היא 0.3 וההסתברות שלא יענה כלל היא 0.1. מתקשרים 4 פעמים. חשב את ההסתברויות הבאות:

- א. פעמיים בדיוק הקו יהיה תפוס.
- ב. לכל היותר פעם אחת לא יענו.
- ג. החבר יענה לטלפון בכל 4 הפעמים.
- ד. החבר יענה לשיחה לכל היותר 3 פעמים.

- 71) צובעים את הפאות של סביבון בעל 8 פאות כך : 3 פאות באדום, 2 פאות בכחול, 2 פאות בירוק ופאה אחת בצהוב.
- א. מה ההסתברות שמתוך 4 פעמים שמסובבים את הסביבון הוא לא ייפול אף פעם על פאה אדומה?
- ב. מה ההסתברות שמתוך 5 פעמים שמסובבים את הסביבון הוא ייפול 4 פעמים על פאה כחולה?
- ג. מה ההסתברות שמתוך 3 פעמים שמסובבים את הסביבון הוא ייפול לפחות פעמיים על פאה צהובה?
- ד. מה ההסתברות שמתוך 4 פעמים שמסובבים את הסביבון הוא ייפול פעם אחת לכל היותר על פאה ירוקה?

תרגילים הכוללים נעלמים – התפלגות בינומית:

- 72) אם מוציאים מתוך פס ייצור לקיסמי שיניים 4 קיסמי שיניים ההסתברות שכולם פגומים היא 0.0001.
- א. מה ההסתברות להוציא קיסם שיניים פגום מפס הייצור?
- ב. מה ההסתברות שמתוך 4 הקיסמים כולם יהיו תקינים?
- ג. מה ההסתברות שמתוך 4 הקיסמים שניים בדיוק יהיו פגומים?
- 73) מבדיקה של משרד הרישוי נמצא כי מתוך 2000 נבחנים שעשו טסט ראשון, 1400 עברו בהצלחה.
- א. חשב את ההסתברות להצליח לעבור את בחינת הנהיגה.
- ב. חשב את ההסתברות לבחור 5 תלמידים שמתוכם 3 עברו את בחינת הנהיגה.
- ג. חשב את ההסתברות לבחור 4 תלמידים שמתוכם אף אחד לא עבר את בחינת הנהיגה.
- 74) אם בוחרים 4 תושבים מעיר מסוימת אז ההסתברות שלפחות אחד מהם ירכיב משקפיים היא 0.8704.
- א. חשב את ההסתברות שתושב אחד ירכיב משקפיים.
- ב. בוחרים 5 תושבים. מה ההסתברות שלפחות 4 מהם ירכיבו משקפיים?

(75) ההסתברות להוציא עפרון מקלמר היא p והיא יותר גדולה מההסתברות להוציא כלי כתיבה אחר. ידוע שמבין שני כלי כתיבה שמוציאים מהקלמר עם החזרה ההסתברות שאחד מהם בדיוק יהיה עפרון היא 0.32.

א. מצא את p .

ב. חשב את ההסתברות שמתוך 5 כלי כתיבה שמוציאים מהקלמר אף אחד לא יהיה עפרון.

(76) קלע יורה למטרה 4 פעמים. ההסתברות שלו לפגוע בירייה בודדת היא p .
א. מצא את p אם ידוע כי ההסתברות של הקלע לפגוע פעמיים שווה להסתברות שלו לפגוע 3 פעמים.

ב. מצא את ההסתברות של הקלע לפגוע פעם אחת במטרה.

(77) בעיר מסוימת ההסתברות שלמשפחה יהיה מחשב בבית היא p .
בוחרים באקראי 5 משפחות מעיר זו.

א. מצא את p אם ידוע כי ההסתברות שלשתי משפחות בדיוק יהיה מחשב קטנה פי 4 מההסתברות של-3 משפחות יהיה מחשב.

ב. הראה כי ההסתברות של-4 משפחות בדיוק יהיה מחשב גדולה פי 2 מההסתברות של-3 משפחות בדיוק יהיה מחשב.

(78) ההסתברות להצליח במבחן מסוים היא p .

ידוע שאם בוחרים 3 תלמידים אז ההסתברות שלושתם יעברו את המבחן קטנה פי 16 מ- p .

א. מצא את p .

ב. חשב את ההסתברות ששלושתם יכשלו במבחן.

טבלה דו מימדית:

תרגילים הכוללים הסתברות מותנה:

- (79)** בעיר מסוימת 70% מהתושבים תומכים בקיום פעילויות אחה"צ לילדים.
 ל-60% מהתושבים יש ילדים בבית ול-40% אין ילדים כלל.
 ל-36% מהתושבים יש ילדים והם תומכים בקיום פעילויות אחה"צ.
- א. מה הוא אחוז התושבים שאינם תומכים בקיום פעילויות אחה"צ ויש להם ילדים?
 ב. מה הוא אחוז התומכים בקיום הפעילויות מבין התושבים שיש להם ילדים?
 ג. מה הוא אחוז התושבים שאינם תומכים בקיום פעילויות אחה"צ לילדים
 מבין התושבים שאין להם ילדים?
- (80)** במכללה המונה 16,000 סטודנטים, נערכו שני מבחני סוף סמסטר.
 9600 סטודנטים עברו את המבחן הראשון ו-20% מכלל הסטודנטים עברו את השני.
 1920 סטודנטים עברו את שני המבחנים.
- א. מה הוא אחוז הסטודנטים שלא עברו אף מבחן?
 ב. מה הוא אחוז הסטודנטים שעברו את המבחן הראשון מבין אלו שעברו את המבחן השני?
 ג. מה הוא אחוז הסטודנטים שעברו את המבחן השני מבין אלו שעברו את המבחן הראשון?
 ד. מה הוא אחוז הסטודנטים שלא עברו אף מבחן מבין אלו שלא עברו את המבחן הראשון?
- (81)** בחברה מסוימת מספר הנשים גדול פי 3 ממספר הגברים.
 ידוע כי ההסתברות לבחור עובד שהוא מרכיב משקפיים היא 0.4.
 30% מבין העובדים שמרכיבים משקפיים הם גברים.
- א. מה ההסתברות לבחור עובד שהוא אישה שאינה מרכיבה משקפיים?
 ב. בוחרים עובד באקראי, ידוע שנבחר גבר.
 מה ההסתברות שהוא מרכיב משקפיים?
 ג. בוחרים עובד באקראי, ידוע שהעובד שנבחר מרכיב משקפיים.
 מה ההסתברות שזו אישה?

- 82** במדינה מסוימת 60% מהאזרחים בעד הממשלה ו-40% הם נגד. 48% מהאזרחים הם גמלאים ו-25% מהגמלאים בעד הממשלה.
- א. מה הוא אחוז האזרחים שאינם גמלאים מבין אלה שנגד הממשלה?
 ב. בוחרים אזרח באקראי. ידוע כי הוא בעד הממשלה. מה ההסתברות שהוא לא גמלאי?
 ג. בוחרים אזרח באקראי. ידוע כי הוא נגד פעולות הממשלה. מה ההסתברות שהוא גמלאי?

- 83** מחצית מתלמידי התיכון נעזרים במורים פרטיים. בסוף השנה נערך מבחן מסכם והתברר כי 60% מבין התלמידים שנעזרו במורים פרטיים עברו את המבחן בהצלחה. 20% מהתלמידים שלא נעזרו במורים פרטיים נכשלו במבחן.
- א. איזה אחוז מתלמידי התיכון עברו את המבחן בהצלחה?
 ב. איזה אחוז מבין התלמידים שלא נעזרים במורים פרטיים עברו את המבחן?
 ג. בוחרים באופן אקראי תלמיד. ידוע כי הוא נכשל במבחן. מה ההסתברות שהוא לא נעזר במורים פרטיים?

- 84** מספר הבנות במכללה גדול פי 1.5 ממספר הבנים. 20% מהבנים לומדים מקצוע הומאני, ו-36% מכלל הסטודנטים לומדים מקצוע ריאלי.
- א. מה הוא אחוז הבנות שלומדות מקצוע ריאלי?
 ב. בוחרים באופן אקראי סטודנט. ידוע כי נבחרה בת. מה ההסתברות שהיא לומדת מקצוע הומאני?
 ג. מה הוא אחוז הבנים מבין כל אלו שלומדים מקצוע הומאני?

תרגילים הניתנים לפתירה גם על ידי דיאגרמת עץ:

- 85** במפעל מסוים $\frac{3}{7}$ מהעובדים הם נשים ו $\frac{4}{7}$ הם גברים. 70% מהנשים הן מעשנות ו $\frac{7}{8}$ מהגברים מעשנים.
- א. מה הוא אחוז העובדים שלא מעשנים במפעל?
 ב. בוחרים עובד וידוע כי נבחר עובד מעשן. מה ההסתברות שזו אישה?
 ג. מבין העובדים שלא מעשנים, מה ההסתברות לבחור גבר?

- 86) בכפר מסוים $\frac{2}{3}$ מהתושבים הם גברים ו- $\frac{1}{3}$ הם נשים.
 ידוע כי 60% מהגברים מרכיבים משקפיים ו-25% מהנשים לא מרכיבות משקפיים.
 א. מה ההסתברות להיתקל בגבר שלא מרכיב משקפיים בכפר?
 ב. בוחרים באקראי תושב. ידוע כי נבחרה אישה.
 מה ההסתברות שהיא מרכיבה משקפיים?
 ג. בוחרים באקראי תושב.
 i. מה ההסתברות שהוא מרכיב משקפיים?
 ii. פי כמה גדול אחוז הגברים שמרכיבים משקפיים מאחוז הנשים שמרכיבות משקפיים?

- 87) בכד יש 8 כדורים כחולים ו-4 כדורים ירוקים.
 מוציאים באקראי בלי החזרה שני כדורים מהכד.
 א. מה ההסתברות להוציא שני כדורים כחולים?
 ב. מה ההסתברות שהכדור השני שיצא הוא כחול?
 ג. אם ידוע שהכדור השני שהוצא הוא כחול, מה ההסתברות שהכדור הראשון גם יהיה כחול?

- 88) בכד יש 10 כדורים צהובים ו-4 כדורים שחורים.
 מוציאים באקראי בלי החזרה שני כדורים מהכד.
 א. מה ההסתברות להוציא שני כדורים צהובים?
 ב. מה ההסתברות שהכדור השני שיצא הוא צהוב?
 ג. אם ידוע כי הכדור השני שהוצא הוא צהוב, מה ההסתברות שגם הראשון הוא צהוב?

- 89) בכד א' יש 5 כדורים לבנים ו-3 כדורים שחורים. בכד ב' יש 4 כדורים לבנים וכדור אחד שחור. מוציאים כדור מכד א'. אם הוא שחור אז מוציאים כדורים נוסף מכד א' ואם הוא לבן אז מוציאים כדור מכד ב'. ידוע כי הכדור השני שהוצא הוא שחור. חשב את ההסתברות שהכדור הוצא מכד ב'.

- 90) בכד א' יש 3 כדורים ירוקים ו-2 כדורים אדומים. בכד ב' יש 4 כדורים ירוקים וכדור אחד אדום. מוציאים כדור מכד א'. אם הוא ירוק אז מוציאים כדור נוסף מכד א' ואם הוא אדום אז מוציאים כדור מכד ב'. ידוע שהכדור השני שהוצא הוא אדום. מה ההסתברות שהוא הוצא מכד א'?

- 91) בכד יש 5 כדורים אדומים, 3 כדורים כחולים ו-2 כדורים צהובים. מוציאים בלי החזרה שני כדורים מהכד.
א. מה ההסתברות להוציא שני כדורים אדומים?
ב. מה ההסתברות להוציא שני כדורים מאותו הצבע?
ג. ידוע כי שני הכדורים שהוצאו הם מאותו הצבע, מה ההסתברות שהם אדומים?
- 92) בכד יש 6 כדורים אדומים, 3 כדורים לבנים ו-2 כדורים סגולים. מוציאים בלי החזרה שני כדורים מהכד. ידוע כי שני הכדורים שהוצאו הם בעלי אותו הצבע, מה ההסתברות ששניהם סגולים?
- 93) קלע יורה שתי יריות למטרה. ההסתברות שיפגע בירייה הראשונה היא 0.6. אם הוא פגע בירייה הראשונה אז ההסתברות שיפגע גם בשנייה היא 0.8. אם הוא החטיא בירייה הראשונה אז ההסתברות שיפגע בשנייה היא 0.5.
א. מה ההסתברות שהקלע יפגע בירייה אחת בדיוק?
ב. מה ההסתברות שהקלע יפגע בירייה השנייה?
ג. ידוע כי הקלע פגע בירייה השנייה.
מה ההסתברות שהוא פגע גם בירייה הראשונה?
ד. ידוע כי הקלע פגע בירייה השנייה.
מה ההסתברות שהוא פגע במטרה פעם אחת בדיוק?
- 94) בארץ מסוימת כל יום הוא יום שמש או יום גשום. ההסתברות ליום שמש לאחר יום שמש היא 0.4 וההסתברות ליום גשום לאחר יום גשום היא 0.7. ביום ראשון היה גשום.
א. מה ההסתברות שהיום השלישי יהיה גם גשום?
ב. ידוע כי היום השלישי הוא גשום.
מה ההסתברות שהיום השני יהיה יום שמש?

תרגילים בהסתברות מותנה ונוסחת בייס עם נעלם אחד:

- 95** בעיר מסוימת המונה 200,000 תושבים ידוע כי 120,000 מהם מרכיבים משקפיים. מחצית מהתושבים שמעשנים הם מרכיבים משקפים ו-20% מהתושבים שמרכיבים משקפיים הם מעשנים.
- מהו אחוז התושבים שמעשנים?
 - מהו אחוז התושבים שמעשנים ומרכיבים משקפיים?
 - מהו אחוז התושבים שלא מעשנים ולא מרכיבים משקפיים?

- 96** 45% מהסטודנטים באוניברסיטה משתמשים במחשב נייד והשאר משתמשים במחברות. $\frac{4}{9}$ מבין הסטודנטים שמתמשים במחשב נייד אינם מרכיבים משקפיים והסטודנטים שמתמשים במחברות ולא מרכיבים משקפיים מהווים 60% מכלל הסטודנטים שלא מרכיבים משקפיים.
- מהו אחוז הסטודנטים שמתמשים במחשב נייד ולא מרכיבים משקפיים?
 - מהו אחוז הסטודנטים שמתמשים במחברות מבין אלו שמרכיבים משקפיים?
 - מה ההסתברות לבחור סטודנט שלא מרכיב משקפיים?

- 97** בחברה מסוימת עובדים פי 4 גברים מנשים.
- ל-75% מהגברים אין תואר שני ו- $\frac{6}{7}$ מבין העובדים בלי תואר שני הם גברים.
- מהו אחוז הגברים בחברה בלי תואר שני?
 - בוחרים באקראי עובד. ידוע כי יש לו תואר שני. מה ההסתברות שזו אישה?
 - הראה כי ההסתברות להיתקל באקראי באישה העובדת בחברה זהה להסתברות להיתקל בגבר עם תואר שני.

- 98** במפעל מסוים יש פי 3 עובדים גברים מנשים. ל- $\frac{2}{7}$ מהנשים יש רישיון נהיגה ומספר הגברים בעלי הרישיון במפעל מהווים $\frac{6}{7}$ מכלל העובדים עם רישיון.
- הראה כי למחצית מהעובדים יש רישיון נהיגה.
 - מה ההסתברות לבחור גבר מבין העובדים בלי רישיון נהיגה?
 - מה ההסתברות לבחור אישה בלי רישיון מבין כל הנשים העובדות במפעל?

תרגילים בהסתברות מותנה ונוסחת בייס עם שני נעלמים:

- 99** בעיר מסוימת 45% מהתושבים הם גברים ו-55% הם נשים.
 $\frac{3}{8}$ מבין מרכיבי המשקפים בעיר הם גברים ו-50% מהתושבים שאינם מרכיבים משקפיים הם נשים.
 א. מהו אחוז מרכיבי המשקפיים בעיר?
 ב. בוחרים באקראי תושב. ידוע כי הוא גבר. מה ההסתברות שהוא מרכיב משקפיים?
 ג. פי כמה גדולה ההסתברות לפגוש אישה שלא מרכיבה משקפיים מגבר שמרכיב משקפיים?

- 100** במשחק כדורגל 27% מהצופים הם ילדים והשאר מבוגרים.
 40% מבין האוהדים של קבוצה א' הם ילדים ו-80% מבין האוהדים של קבוצה ב' הם מבוגרים. לאיזו קבוצה יש יותר אוהדים?

תרגילים הכוללים טבלה שבה יש שלוש עמודות או שורות:

- 101** בארץ מסוימת יש 3 מפלגות – מפלגה א', ב' ו-ג'. בבחירות מצביעים גברים ונשים. ידוע כי 55% מהאזרחים הם גברים. 60% מהאזרחים הצביעו למפלגה א'. 15% הצביעו למפלגה ב' ו-25% הצביעו למפלגה ג'. 75% מבין המצביעים למפלגה א' הם גברים ו-80% מבין המצביעים למפלגה ג' הם נשים.
 א. מצא איזה חלק מהגברים הצביע למפלגה א'.
 ב. מצא איזה חלק מהנשים הצביע למפלגה ב'.
- 102** במפעל מסוים מייצרים שוקולד ווניל על ידי 3 מכונות. מכונה א' מייצרת 80% מהמוצרים. מכונה ב' מייצרת 6% מהמוצרים ומכונה ג' מייצרת 14%. ידוע כי מכונה א' מייצרת 80% ממוצרי הווניל ומכונה ב' מייצרת פי 5 יותר ממוצרי הווניל מאשר מוצרי השוקולד.
 סך כל מוצרי הווניל שהמפעל מייצר הם 76% מכלל המוצרים.
 א. מהו אחוז מוצרי השוקולד המיוצרים על ידי מכונה ב' ?
 ב. איזה חלק מבין מוצרי השוקולד מיוצרים על ידי מכונה א' ?
 ג. איזה חלק מבין המוצרים של מכונה ג' מהווים מוצרי הווניל ?

- 103** במשק יש תרנגולים, אפרוחים ואווזים מפותמים. עקב בצורת קשה 47% מהעופות איבדו משקל רב. אחוז האווזים במשק הוא 20%. ידוע כי 75% מהאפרוחים ומהאווזים ירדו במשקל ו-1/6 מהתרנגולות ירדו גם כן במשקל.
- א. מה הוא אחוז התרנגולים במשק?
 ב. מה ההסתברות לבחור תרנגול שלא איבד משקל כלל?
 ג. בוחרים עוף מהמשק. ידוע כי הוא לא איבד משקל כלל. מה ההסתברות שהוא אפרוח?

תרגילי חישוב הכוללים שימוש בנוסחאות בהסתברות:

- 104** A ו-B הם שני מאורעות בלתי תלויים בניסוי מקרי.
 נתון: $P(A) = 0.9$, $P(B) = 0.4$.
 חשב את:
 א. $P(A \cap B)$
 ב. $P(A \cup B)$
- 105** A ו-B הם שני מאורעות בלתי תלויים בניסוי מקרי.
 נתון: $P(A \cap B) = 0.3$, $P(B) = 0.5$. חשב את:
 א. $P(A)$
 ב. $P(A \cup B)$
 ג. $P(\bar{A} \cap \bar{B})$
 ד. $P(\bar{A} \cup \bar{B})$ (רמז: אם A ו-B בלתי תלויים אז גם \bar{A} ו- \bar{B} בלתי תלויים).
- 106** A ו-B הם שני מאורעות בלתי תלויים בניסוי מקרי.
 נתון: $P(A \cup B) = 0.92$, $P(A) = 0.8$. חשב את:
 א. $P(B)$
 ב. $P(A \cap B)$
 ג. הראה כי מתקיים התנאי: $P(A/B) = P(A)$

(107) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי.

נתון: $P(A \cap B) = 0.1$, $P(A) = 0.4$, $P(\bar{B}) = 0.75$.

א. הוכח כי המאורעות A ו-B הם בלתי תלויים.

ב. חשב את: $P(\bar{A} \cup \bar{B})$

(הסתמך על הטענה כי אם A ו-B בלתי תלויים אז גם \bar{A} ו- \bar{B} בלתי תלויים).

(108) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי.

נתון: $P(B) = \frac{2}{5}$, $P(A/B) = \frac{3}{4}$, $P(B/A) = \frac{3}{8}$. חשב את:

א. $P(A)$

ב. $P(A \cap B)$

ג. $P(A \cup B)$

(109) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי.

נתון: $\frac{P(A/B)}{P(B/A)} = \frac{1}{2}$, $P(A \cup B) = \frac{14}{15}$, $P(A \cap B) = \frac{4}{15}$.

חשב את $P(A)$ ואת $P(B)$.

(110) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי.

נתון: $\frac{P(A/B)}{P(B/A)} = \frac{2}{5}$, $P(A \cup B) = 0.55$, $P(A \cap B) = 0.15$.

חשב את: $P(A)$ ואת $P(B)$.

(111) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי.

נתון: $P(A) > P(B)$, $P(A \cap B) = 0.18$, $P(A \cup B) = 0.72$.

חשב את $P(A)$ ואת $P(B)$ אם ידוע כי המאורעות A ו-B הם בלתי תלויים.

(112) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי.

נתון: $P(A) > P(B)$, $P(A \cap B) = 0.24$, $P(A \cup B) = 0.86$.

חשב את $P(A)$ ואת $P(B)$ אם ידוע כי המאורעות A ו-B הם בלתי תלויים.

תרגילי הוכחה בעזרת נוסחאות ההסתברות:

(113) A ו-B הם מאורעות הניסוי מקרי. נתון: $A \subseteq B$.

א. הוכח: $P(A) = P(A/B) \cdot P(B)$

ב. A ו-B הם מאורעות תלויים.

(114) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי. הוכח:

א. $P(A \cap B) + P(A \cap \bar{B}) = P(A)$

ב. $P(A \cap \bar{B}) = P(A)(1 - P(B/A))$

(115) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי. הוכח: $P(A/B) + P(\bar{A}/B) = 1$.

(116) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי.

נתון: $P(A) = 0.7$, $P(B) = 0.9$. הוכח:

א. $0.9 \leq P(A \cup B) \leq 1$

ב. $0.6 \leq P(A \cap B) \leq 0.7$

(117) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי.

נתון: $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.7$. הוכח:

א. $0.1 \leq P(A \cap B) \leq 0.4$

ב. $0.7 \leq P(A \cup B) \leq 1$

(118) בניסוי מקרי ההסתברות למאורע A היא: $P(A) = 0.4$,

ההסתברות למאורע B היא: $P(B) = 0.2$. הוכח:

א. $0.4 \leq P(\bar{A} \cap \bar{B}) \leq 0.6$

ב. $0.8 \leq P(\bar{A} \cup \bar{B}) \leq 1$

(119) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי.
נתון: $P(A) = 0.3$, $P(B) = 0.8$. הוכח:

א. $0.1 \leq P(A \cap B) \leq 0.3$

ב. $\frac{1}{3} \leq P(B/A) \leq 1$

ג. $\frac{1}{8} \leq P(A/B) \leq \frac{3}{8}$

(120) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי שמרחב המדגם שלו הוא Ω . הוכח:

א. $\overline{A \cap B} = \Omega - A \cup B$

ב. $P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B)$

ג. אם A ו-B הם מאורעות בלתי תלויים אז גם \overline{A} ו- \overline{B} יהיו בלתי תלויים.

(121) א. הוכח בעזרת דיאגרמת וון את הנוסחה:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

ב. הוכח בעזרת דיאגרמת וון כי כאשר A ו-B הם קבוצות זרות אז מתקיים:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

(122) A ו-B הם שני מאורעות בניסוי מקרי. הוכח כי הנתונים הבאים הם בלתי

אפשריים לקיום: $P(\overline{A}) = 0.6$, $P(B) = 0.8$, $P(\overline{A} \cap B) = 0.7$.

תשובות סופיות:

- (1) א. 0.1288 ב. 0.7912 ג. 0.0112
- (2) א. $\frac{1}{64}$ ב. $\frac{9}{64}$ ג. $\frac{9}{32}$
- (3) א. $\frac{9}{25}$ ב. $\frac{13}{25}$ ג. $\frac{2}{5}$
- (4) א. $\frac{1}{9}$ ב. $\frac{29}{81}$ ג. $\frac{49}{81}$ ד. $\frac{2}{9}$
- (5) א. 0.116 ב. 0.432 ג. 0.568 ד. 0.876
- (6) א. $\frac{1}{512}$ ב. $\frac{135}{512}$ ג. $\frac{23}{128}$
- (7) א. 0.15 ב. 0.15 ג. 0.63
- (8) א. $\frac{3}{28}$ ב. $\frac{295}{448}$ ג. $\frac{223}{448}$
- (9) א. $\frac{1}{7}$ ב. $\frac{1}{21}$ ג. $\frac{4}{21}$
- (10) א. $\frac{1}{29}$ ב. $\frac{24}{145}$ ג. 0.2 ד. $\frac{97}{145}$
- (11) א. $\frac{253}{1435}$ ב. $\frac{71}{287}$ ג. $\frac{1182}{1435}$ ד. $\frac{561}{1435}$
- (12) א. $\frac{1}{30}$ ב. $\frac{29}{30}$ ג. $\frac{2}{3}$
- (13) א. 0.448 ב. 0.072 ג. 0.164 ד. 0.212
- (14) א. 0.348 ב. 0.056 ג. 0.964 ד. 0.176
- (15) א. 0.24 ב. 0.24 ג. 0.4
- (16) א. 0.16 ב. 0.72 ג. 0.28 ד. 0.36
- (17) א. 0.28 ב. 0.36 ג. 0.04
- (18) א. 0.03 ב. 0.47 ג. 0.33
- (19) א. 0.315 ב. 0.4825 ג. 0.45
- (20) א. $\frac{52}{105}$ ב. $\frac{39}{70}$ ג. $\frac{64}{117}$
- (21) א. $\frac{1}{2}$ ב. $\frac{23}{54}$ ג. $\frac{19}{27}$ ד. $\frac{8}{27}$
- (22) א. $\frac{73}{405}$ ב. $\frac{118}{405}$ ג. $\frac{191}{405}$
- (23) א. $\frac{1}{5}$ ב. $\frac{32}{135}$ ג. $\frac{52}{75}$ ד. $\frac{37}{75}$
- (24) $\frac{115}{143}$
- (25) $P=0.6$
- (26) $P=0.2$
- (27) $P=0.2$
- (28) $P=0.2$

0.28 .ב. $P=0.3$.א. (30)

$P_1=0.9$, $P_2=0.3$ (29)

$P=0.4$ (32)

0.3796 .ב. $P=0.5$.א. (31)

$P=0.7$, $Q=0.6$ (34)

0.51 .ג. 0.33 .ב. $P=0.3$, $Q=0.4$.א. (33)

4 (36)

$x=10$ (35)

12 (38)

2 (37)

$x=2$ (40)

$x=4$ (39)

5 אדומים ו-3 לבנים (42)

$x=5$ (41)

3 סגולים ו-6 ירוקים (44)

8 כחולים ו-2 צהובים (43)

0.16807 .ב. 0.3087 .א. (46)
0.83692 .ד. 0.36015 .ג.

0.0256 .ד. 0.8208 .ג. 0.1296 .ב. 0.3456 .א. (45)

0.1536 .ב. 0.3456 .א. (48)
0.6544 .ד. 0.1792 .ג.

0.1323 .ג. 0.52822 .ב. 0.03078 .א. (47)
0.96922 .ד.

0.4752 (50)

0.4752 .ד. 0.8192 .ג. 0.0272 .ב. 0.0256 .א. (49)

$\frac{64}{81}$.ג. $\frac{32}{81}$.ב. $\frac{17}{81}$.א. (52)

0.4752 .ד. 0.3456 .ב. 0.3456 .א. (51)
0.0256

$\frac{1}{81}$.ד. $\frac{3}{8}$.ג. $\frac{25}{216}$.ב. $\frac{1}{1296}$.א. (54)

0.672 .ג. 0.328 .ב. (53)

0.21609 (56)

$\frac{19}{27}$.ד. $\frac{1}{27}$.ג. $\frac{40}{243}$.ב. $\frac{1}{243}$.א. (55)

0.52822 .ב. 0.1536 .א. (58)
0.08113 .ג.

$\frac{5}{1944}$ (57)

0.0176 .ג 0.00082 .ב (60)
0.02752 .ד

0.0193.ד $6.4 \cdot 10^{-7}$.ג 0.0157 .ב 0.0023.א (59)

$5.95 \cdot 10^{-7}$.ב $\frac{256}{6561}$.א (62)

0.17543.ד 0.024 .ג 0.05808.ב 0.09335.א (61)

0.2929 .ד 0.0625.ג

0.08704 .ב $P=0.6$.א (64)
0.07776 .ג

0.91296 .ג 0.2304 .ב $P=0.6$.א (63)

0.304 .ב $\frac{1053}{2365}$.א (66)

0.09346 .ג 0.08392 .ב $P = \frac{5}{16}$.א (65)

0.0016.ב 0.4116.א (68)
0.6517.ד 0.9477.ג

0.0756 .ד $\frac{1}{81}$.ג 0.86805 .ב $\frac{1}{4}$.א (67)

0.1296.ג 0.9477.ב 0.2646.א (70)
0.8074.ד

0.1335 .ג 0.0768 .ב 0.02835 .א (69)

0.6561 .ב $P=0.1$.א (72)
0.0486 .ג

$\frac{189}{256}$.ד $\frac{11}{256}$.ג $\frac{15}{1024}$.ב $\frac{625}{4096}$.א (71)

0.08704 .ב $P=0.4$.א (74)

0.0081 .ג 0.3087 .ב $P=0.7$.א (73)

0.1536 .ב $P=0.6$.א (76)

0.00032 .ב $P=0.8$.א (75)

$\frac{27}{64}$.ב $P = \frac{1}{4}$.א (78)

$P=0.8$.א (77)

20% .ג 60% .ב 32% .א (80)
80% .ד

15% .ג 60% .ב 24% .א (79)

0.9 .ג 0.8 .ב 10% .א (82)

0.7 .ג 0.48 .ב 0.47 .א (81)

12.5% .ג $\frac{14}{15}$.ב 4% .א (84)

$\frac{1}{3}$.ג 80% .ב 70% .א (83)

$P=0.65$.א $P=0.75$.ב $P = \frac{4}{15}$.א (86)
1.6.א

$P = \frac{5}{14}$.ג $P = 0.375$.ב 20% .א (85)

$P = \frac{9}{13}$.ג $P = \frac{5}{7}$.ב $P = \frac{45}{91}$.א (88)

$P = \frac{7}{11}$.ג $P = \frac{2}{3}$.ב $P = \frac{14}{33}$.א (87)

$$P = \frac{15}{19} \quad \text{(90)}$$

$$P = \frac{7}{13} \quad \text{(89)}$$

$$P = \frac{1}{19} \quad \text{(92)}$$

$$P = \frac{5}{7} \quad \text{.ג} \quad P = \frac{14}{45} \quad \text{.ב} \quad P = \frac{2}{9} \quad \text{.א} \quad \text{(91)}$$

$$P = \frac{18}{67} \quad \text{.ב} \quad P = 0.67 \quad \text{.א} \quad \text{(94)}$$

$$\text{.ג} P = \frac{12}{17} \quad \text{.א} \quad P = 0.68 \quad \text{.ב} \quad P = 0.32 \quad \text{.א} \quad \text{(93)}$$

$$P = \frac{5}{17}$$

$$P = 0.5 \quad \text{.ג} \quad 50\% \quad \text{.ב} \quad 20\% \quad \text{.א} \quad \text{(96)}$$

$$28\% \quad \text{.ג} \quad 12\% \quad \text{.ב} \quad 24\% \quad \text{.א} \quad \text{(95)}$$

$$P = \frac{5}{7} \quad \text{.ג} \quad P = \frac{9}{14} \quad \text{.ב} \quad \text{(98)}$$

$$P = \frac{1}{3} \quad \text{.ב} \quad 60\% \quad \text{.א} \quad \text{(97)}$$

$$\text{ב' } \quad \text{(100)}$$

$$2 \text{ פי } \text{.ג} \quad P = \frac{1}{3} \quad \text{.ב} \quad 40\% \quad \text{.א} \quad \text{(99)}$$

$$\frac{51}{70} \quad \text{.ג} \quad 0.8 \quad \text{.ב} \quad 1\% \quad \text{.א} \quad \text{(102)}$$

$$P = \frac{2}{9} \quad \text{.ב} \quad P = \frac{9}{11} \quad \text{.א} \quad \text{(101)}$$

$$0.94 \quad \text{.ב} \quad 0.36 \quad \text{.א} \quad \text{(104)}$$

$$\frac{8}{53} \quad \text{.ג} \quad P = 0.4 \quad \text{.ב} \quad 48\% \quad \text{.א} \quad \text{(103)}$$

$$0.48 \quad \text{.ב} \quad 0.6 \quad \text{.א} \quad \text{(106)}$$

$$0.7 \quad \text{.ג} \quad 0.2 \quad \text{.ג} \quad 0.8 \quad \text{.ב} \quad 0.6 \quad \text{.א} \quad \text{(105)}$$

$$0.9 \quad \text{.ג} \quad 0.3 \quad \text{.ב} \quad 0.8 \quad \text{.א} \quad \text{(108)}$$

$$0.9 \quad \text{.ב} \quad \text{(107)}$$

$$P(A) = 0.2 \quad , \quad P(B) = 0.5 \quad \text{(110)}$$

$$P(A) = 0.4 \quad , \quad P(B) = 0.8 \quad \text{(109)}$$

$$P(A) = 0.8 \quad , \quad P(B) = 0.3 \quad \text{(112)}$$

$$P(A) = 0.3 \quad , \quad P(B) = 0.6 \quad \text{(111)}$$

תרגול נוסף - שאלות משולבות:

- (1) בקלמר יש 6 עפרונות ו-3 עטים. בתיק יש 9 כלי כתיבה - x עפרונות והשאר עטים. מוציאים באקראי כלי כתיבה מהקלמר ומכניסים אותו לתיק. לאחר מכן מוציאים מהתיק כלי כתיבה נוסף.
- א. מצא כמה עפרונות יש בתיק אם ידוע כי ההסתברות שכלי הכתיבה שהוצא מהקלמר שונה מכלי הכתיבה שהוצא מהתיק היא $\frac{13}{30}$.
- ב. מחזירים את המצב לקדמותו ומבצעים את הפעולה הבאה: מוציאים באקראי כלי כתיבה מהקלמר, מתבוננים בו ומחזירים אותו חזרה. אם יצא עט אז לוקחים y עטים מהתיק ושמים בקלמר, ואם יצא עפרון אז לוקחים 3 עפרונות מהקלמר ושמים אותם בתיק. לאחר מכן מוציאים שני כלי כתיבה מהתיק בזה אחר זה. מצא את y אם ידוע כי ההסתברות לקבל שני עפרונות מהתיק היא: $\frac{50}{99}$.
- (2) נתון שק עם 16 כדורים בתוכו המחולקים לשני צבעים: אדום וכחול. מוציאים מהכד שני כדורים בזה אחר זה ללא החזרה. ידוע כי ההסתברות לקבל שני כדורים בצבעים שונים גדולה ב- $\frac{1}{32}$ מההסתברות לקבל שני כדורים בצבעים שונים אילו הוצאה הייתה עם החזרה.
- א. מצא כמה כדורים מכל צבע יש בשק אם ידוע כי יש יותר כדורים כחולים.
- ב. שני ושרון משחקות את המשחק הבא:
- תחילה הן מחזירות את כל הכדורים לשק. שני מוציאה 3 כדורים בזה אחר זה ללא החזרה מהשק, מתבוננת בהם ומחזירה חזרה. שרון מוציאה 3 כדורים עם החזרה בזה אחר זה ומתבוננת בהם. כל אחת מהבנות טוענת כי שיטתה היא זו שתיתן הסתברות גבוהה יותר להוציא 3 כדורים מאותו הצבע. מי מהבנות צודקת?
- ג. שי, אחיהן הגדול של הבנות, הכניס מספר כדורים אדומים לשק. מוציאים 4 כדורים עם החזרה מהשק. ידוע כי ההסתברות לקבל 3 כדורים כחולים וכדור אדום אחד, זהה להסתברות לקבל 3 כדורים אדומים וכדור אחד כחול. כמה כדורים אדומים הכניס שי לשק?

3) בבית ספר מסוים 52% מהתלמידים הם בנים והשאר בנות. ידוע כי ההסתברות להיתקל בתלמיד (או תלמידה) המרכיב משקפיים גדולה ב-0.14 מההסתברות להיתקל בשתי בנות שאינן מרכיבות משקפיים ברחבי בית הספר (מניחים כי מספר התלמידים בבית הספר הוא גדול).

א. מצא את אחוז התלמידים שמרכיבים משקפיים אם ידוע כי החלק היחסי של הבנים שמרכיבים משקפיים בבית הספר מכלל מרכיבי המשקפיים

$$\text{הוא } \frac{11}{15}.$$

ב. איזה חלק מבין כלל התלמידים שאינם מרכיבים משקפיים מהווים קבוצת הבנים?

ג. בוחרים בבית הספר 4 תלמידים. ידוע כי כולם לא מרכיבים משקפיים. מה ההסתברות שרובם בנים?

4) בכד כדורים בשלושה צבעים שונים: כחול, צהוב וירוק. ידוע כי מספר הכדורים הירוקים גדול ב-2 ממספר הכדורים הצהובים וכי מספר הכחולים גדול ב-2 ממספר הכדורים הירוקים.

מוציאים מהכד שני כדורים בזה אחר זה ללא החזרה. ההסתברות להוציא שני

$$\text{כדורים באותו הצבע היא: } \frac{49}{153}.$$

א. מצא כמה כדורים מכל צבע יש בכד.

ב. על 5 מהכדורים רשום מספר ועל שאר הכדורים רשומה אות. ידוע כי ההסתברות לבחור כדור צהוב עם מספר זהה להסתברות לבחור כדור כחול עם מספר וכי הסתברויות אלו קטנות פי 3 (כל אחת) מההסתברות לבחור כדור ירוק שרשומה עליו אות. חשב את ההסתברות לבחור כדור כחול שרשומה עליו אות.

ג. מוציאים מהכד שני כדורים בזה אחר זה ללא החזרה. ידוע כי שני הכדורים ירוקים. מה ההסתברות שלפחות על אחד מהם רשומה אות?

5) אבי קנה תפוחים ותפוזים. ידוע כי כמות התפוחים שקנה גדולה פי 3 מכמות התפוזים. במקביל קנתה אודט, בת זוגתו של אבי, תפוחים ותפוזים. אודט קנתה פי 3 יותר תפוזים מתפוחים. כשהגיעו השניים הביתה, הם שמו את כל הפירות שקנו במגירה במקרר, מעורבבים יחדיו. ידוע כי בסה"כ קנו שני בני הזוג 32 פירות וכי כמות התפוחים שקנתה אודט מהווה $\frac{5}{14}$ מבין כל התפוחים שבמגירה.

א. מצא כמה פירות קנה כל אחד מבני הזוג.

ב. ענה על השאלות הבאות:

i. אודט רוצה להכין סלט פירות המורכב משני תפוחים ותפוז. מה ההסתברות של אודט להוציא את כל הפירות שצריכה בזה אחר זה ללא החזרה?

ii. ידוע כי אודט הוציאה את כל הפירות שצריכה, מה ההסתברות שהפרי הראשון שהוציאה הוא תפוח?

ג. ענה על השאלות הבאות:

i. שרון, בתה של אודט, ניגשת למגירה ורוצה לקחת תפוז. היא מוציאה 4 פירות עם החזרה מהמגירה, מה ההסתברות ששרון תוציא בדיוק תפוז אחד? הנח כי כמות הפירות שבמגירה היא לאחר הכנת הסלט.

ii. ידוע כי מתוך 4 הבחירות, הוציאה שרון בדיוק תפוז אחד, מה ההסתברות שהוא הפרי האחרון שהוציאה?

6) על קובייה בת 5 פאות רושמים המספרים 1, 2 ו-3 כך שהמספר 2 רשום על שלוש פאות ואילו המספרים 1 ו-3 רשומים כל אחד על פאה אחת בלבד. זורקים את הקובייה 5 פעמים.

א. ענה על השאלות הבאות:

i. מה ההסתברות לקבל לפחות 4 פעמים את המספר 2?

ii. ידוע כי התקבל המספר 2 לפחות 4 פעמים, מה ההסתברות לקבל בדיוק 4 פעמים את המספר 2?

iii. מה ההסתברות לא לקבל את אותו המספר בכל הזריקות?

ב. לוקחים 5 קוביות זהות וזורקים כל אחת פעם אחת בדיוק. מסתכלים על המספרים שהתקבלו בכל קובייה ומחשבים את ההסתברויות שבסעיף הקודם. האם התוצאות תשתנה? אם כן חשב אותן והסבר, אם לא – תן הסבר מתאים.

ג. מה ההסתברות לקבל בזריקות הראשונה והחמישית בלבד את המספר 2?

7 מפעל מייצר שבבי תקשורת אלחוטית. 3% מהשבבים במפעל אינם תקינים. 90% מהשבבים התקינים ו-2% מהשבבים הפגומים מזוהים במהלך בדיקה שגרתית (טסט) במעבדה כתקינים.

- א. מה ההסתברות ששבב יזוהה כתקין?
 במסגרת הבדיקות במעבדה מבצעים 4 טסטים לכל שבב באופן בלתי תלוי אחד בשני. אם שבב זוהה בכל הפעמים כתקין, אז הוא נמכר במחיר מלא.
 אם הוא זוהה ב-3 טסטים כתקין אז הוא נמכר בחצי מחיר.
 בכל מקרה אחר השבב נשלח חזרה למחלקת הייצור במפעל ואינו נמכר.
- ב. מה ההסתברות ששבב יימכר במחיר מלא?
 ג. מה ההסתברות ששבב יחזור חזרה למפעל?

8 בכד יש פי 4 כדורים כחולים מאדומים. מוציאים כדור מהכד. אם הוא כחול אז משאירים אותו בחוץ, אחרת מחזירים אותו לכד. לאחר מכן מוציאים כדור נוסף.

ידוע כי ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים היא: $\frac{58}{175}$.

- א. כמה כדורים מכל צבע יש בכד?
 ב. ידוע כי הכדור השני שהוצא הוא כחול, מה ההסתברות שהכדור הראשון שנבחר הוא אדום?
 ג. חוזרים על התהליך 5 פעמים באופן בלתי תלוי. ידוע כי בכל חמשת הפעמים הכדור השני שהוצא הוא כחול, מה ההסתברות שברוב הפעמים הכדור הראשון שיצא הוא אדום?

9 בחדר x גברים ו- $x+5$ נשים. זורקים קוביית משחק מאוזנת. אם מתקבל מספר הגדול מ-4 אז מוסיפים לחדר x גברים ואם מתקבל מספר הקטן או שווה ל-4 אז מוסיפים לחדר x נשים. לאחר מכן מוציאים אדם מהחדר.

- א. מצא כמה נשים יש בחדר אם ידוע כי ההסתברות לבחור אישה היא $\frac{5}{7}$.
 ב. מה ההסתברות שתצא אישה מהחדר לאחר שנוספו לחדר נשים אם ידוע כי וודאי יצאה אישה מהחדר?
 אנשי החדר לובשים חולצות שחורות או לבנות בלבד. ידוע כי החלק היחסי של האנשים הלובשים חולצות לבנות בחדר גדול פי 16 מהחלק היחסי של הגברים הלובשים חולצות שחורות. כמו כן ההסתברות של הגברים מבין כל אלו שלובשים חולצות שחורות היא 0.25.
 ג. מצא מה ההסתברות לבחור גבר הלובש חולצה שחורה בחדר.
 ד. בוחרים 5 אנשים מהחדר (ללא הוצאה) וידוע כי כולם לובשים חולצות שחורות. מה ההסתברות שרובם נשים?

10 ללינוי שתי חבילות דפים, האחת בצבע כחול והשנייה בצבע כתום. בסה"כ יש ללינוי פי 3 דפים כחולים מכתומים. ביום חורפי אחד הלכה לחברתה, ספיר, כששתי החבילות בידה ובדרך נרטבו חלק מהדפים עקב הגשמים העזים. כשהגיעה לביתה של ספיר, מיינו השתיים את החבילות וגילו את הדברים הבאים:

1. 0.2 מבין הדפים הכתומים התרטבו.
2. כמות הדפים הכתומים היבשים שווה לכמות הדפים הרטובים הכוללת.
 - א. מה ההסתברות לבחור דף כחול רטוב מבין כל הדפים?
 - ב. איזה אחוז מהדפים הכחולים הם יבשים?
 - ג. ספיר הוציאה באופן אקראי 6 דפים מהתיק של לינוי ללא הסתכלות. הנח כי כמות הדפים גדולה מאוד.
 - i. מה הסיכוי שספיר תוציא לפחות דף אחד יבש?
 - ii. מה הסיכוי שספיר תוציא לפחות דף אחד כחול יבש?

11 כדי לקבל עבודה בחברת מחשבים יש לעבור שני ראיונות באופן הבא: ראיון ראשון עם המהנדס הראשי של החברה. אם המועמד עבר את הראיון הראשון בהצלחה אז עליו לעבור ראיון נוסף עם מנכ"ל החברה. ידוע כי ההסתברות לעבור את הראיון הראשון היא p וכי ההסתברות לעבור את הראיון השני קטנה ב-0.1 מההסתברות לעבור את הראיון הראשון. הסיכוי להתקבל לחברה הוא 0.12 (לעבור בהצלחה את שני הראיונות).

- א. מצא את p .
- ב. 6 אנשים מגישים מועמדות ביום מסוים. מה הסיכוי שרובם יתקבלו לעבודה בחברה?
- ג. ידוע כי רוב המועמדים התקבלו. מה הסיכוי כי בדיוק 4 מועמדים התקבלו?

12 מפעל מייצר נורות בשלושה פסי ייצור: A, B ו-C. ידוע כי 25% מהנורות מיוצרות בפס ייצור A. כמו כן נתון כי: 3% מהנורות שמיוצרות בפס ייצור A הן פגומות. 2% מהנורות שמיוצרות בפס ייצור B הן פגומות. 5% מהנורות שמיוצרות בפס ייצור C הן פגומות. סה"כ המפעל מייצא בממוצע 965 נורות תקינות מתוך כל 1000 נורות שהוא מייצר.

- א. מצא את אחוז הנורות המיוצרות בפסי הייצור B ו-C.
- ב. בוחרים באקראי נורה, ידוע כי היא תקינה, מה ההסתברות שהיא מפס ייצור C?
- ג. כמה נורות מייצר המפעל ביום עבודה אם ידוע כי כמות הנורות התקינות שהתקבלו בפס ייצור B הוא 44100 יחידות?

- 13** בכד יש 4 כדורים אדומים, 3 כדורים כחולים ו-2 כדורים לבנים. מוצאים באקראי כדור מהכד. אם הוא אדום אז משאירים אותו בחוץ ומוציאים מכד כדור נוסף, אך אם הוא לא אדום מחזירים אותו לכד ומוציאים כדור נוסף.
- א. חשב את ההסתברות להוציא שני כדורים בעלי אותו הצבע.
 ב. מוציאים שני כדורים מהכד, ידוע כי שניהם מאותו הצבע, מה ההסתברות ששניהם כחולים?
 ג. כעת משנים את כללי במשחק בצורה הבאה: מוציאים כדור מהכד, מתבוננים בו ומחזירים אותו בחזרה לכד. חוזרים על התהליך 6 פעמים. מה ההסתברות שבמחצית המקרים יצא כדור לבן?
- 14** מפעל מייצר כפיות ומזלגות פלסטיק (חד-פעמיים). ההסתברות לבחור מזלג במפעל היא p . בוחרים באקראי 4 כלים.
- א. מצא את p אם ידוע כי ההסתברות שייבחרו 3 מזלגות קטנה פי 4 מההסתברות שיבחר מזלג אחד מתוך הארבעה.
 המפעל מייצר כפיות ומזלגות בשני צבעים – שחור או לבן.
 ידוע כי רבע מהמזלגות הם בצבע לבן ו- $\frac{2}{3}$ מהכפיות הם בצבע שחור.
- ב. מה היא ההסתברות לבחור כלי שחור?
 ג. ידוע כי נבחר כלי שחור, מה ההסתברות שהוא מזלג?
- 15** תלמיד הלומד נהיגה ניגש לטסט ראשון.
- ידוע כי ההסתברות שיעבור את הטסט היא p , $(p > 0.5)$.
- אם התלמיד נכשל בטסט הראשון הוא ניגש שנית וכעת ההסתברות שלו לעבור גדולה ב-0.1. אם הוא נכשל פעם נוספת אז הוא ניגש בפעם האחרונה כאשר גם כעת ההסתברות שלו לעבור גדולה ב-0.1 מהפעם הקודמת.
 ידוע כי הסיכוי של התלמיד לעבור את הטסט השני הוא 0.28.
- א. מצא את p .
 ב. מה הסיכוי של התלמיד לעבור טסט כלשהו?
 ג. ידוע כי התלמיד עבר טסט, מה הסיכוי שהוא עבר את הטסט השלישי?

- 16** לשני קוביית משחק הגונה בעלת 6 פאות הממוספרות מ-1 עד 6 ולשרון סביבון חנוכה הגון בעל 4 פאות הממוספרות מ-1 עד 4. הבנות משחקות את המשחק הבא: שני מטילה את הקובייה ושרון מסובבת את הסביבון.
- אם הקובייה מראה מספר הגדול מ-3 והסביבון מראה מספר הגדול מ-2 אז כל אחד מהבנות מקבלת נקודה.
 - אם הקובייה מראה מספר הקטן או שווה ל-3 והסביבון מראה מספר הגדול מ-2 אז שרון מקבלת נקודה.
 - אם הקובייה מראה מספר הגדול מ-3 אך הסביבון מראה מספר הקטן או שווה ל-2 אז שני מקבלת נקודה.
 - אם הקובייה מראה מספר הקטן או שווה ל-3 והסביבון מראה מספר הקטן או שווה ל-2 אז אף אחת מהבנות לא מקבלת נקודה.
- הבנות מטילות את הקובייה והסביבון פעמיים.
- א. מה ההסתברות שלשני יהיו יותר נקודות?
 - ב. ידוע כי שני צברה יותר נקודות, מה ההסתברות שבהטלה הראשונה לא קיבלה שני נקודה?
 - ג. האם התוצאות של הסעיפים הקודמים ישתנו אם שני תשחק עם הסביבון במקום הקובייה ושרון תשחק עם הקובייה במקום הסביבון? נמק.

- 17** חנות מוכרת חרוזים בשלושה צבעים בלבד: כסף, זהב ולבן. נטלי קנתה חרוזים מכל צבע. ידוע כי כמות החרוזים הכסופים קטנה פי 3 מכמות החרוזים הזהובים וכי כמות החרוזים הזהובים קטנה פי 3 מכמות החרוזים הלבנים. המוכרת ריכזה עבור נטלי את כל החרוזים בשקית אחת.
- א. מצא כמה חרוזים קנתה נטלי מכל סוג אם ידוע כי ההסתברות להוציא מהשקית שני חרוזים בצבעים שונים בזה אחר זה ללא החזרה היא: $\frac{360}{779}$.
 - ב. החרוזים מיוצרים ע"י שתי חברות: ניצוץ וקריסטל. ידוע כי כמות החרוזים הכסופים תוצרת ניצוץ וכמות החרוזים הזהובים תוצרת ניצוץ זהות. כמו כן כמות החרוזים הזהובים תוצרת קריסטל גדולה פי 5 מכמות החרוזים הזהובים תוצרת ניצוץ. מצא את ההסתברות לבחור חרוז בצבע כסף מתוצרת קריסטל.
 - ג. בוחרים 4 חרוזים, ידוע כי כולם תוצרת ניצוץ.
 - א. מהסתברות שבדיוק 2 מהם יהיו כסופים היא: $\frac{27}{128}$.
- מצא את ההסתברות לבחור חרוז תוצרת קריסטל אם ידוע כי חרוזי הכסף תוצרת ניצוץ אינם מהווים רוב מכמות כל חרוזי ניצוץ שברשותה של נטלי.

- 18) בבחירות מקומיות בעיר מסוימת ישנם שלושה מתמודדים - מתמודד א', מתמודד ב' ומתמודד ג'. ידוע כי $\frac{43}{90}$ מתושבי העיר הם מבוגרים ו- $\frac{47}{90}$ הם צעירים. 60% מבין המצביעים למועמד א' הם מבוגרים, 60% מבין המצביעים למועמד ב' הם צעירים וידוע כי ההסתברות למצוא בעיר תושב צעיר שהצביע למועמד ג' היא $\frac{1}{9}$. $\frac{24}{43}$ מהמבוגרים הצביעו למועמד א'.
- א. מי מהמתמודדים קיבל את רוב הקולות?
 ב. בוחרים באקראי תושב מהעיר. חשב את ההסתברויות שנבחר צעיר המצביע למתמודד ב'.
 ג. בוחרים באקראי תושב. ידוע כי הוא הצביע למתמודד ג'. מה ההסתברות כי הוא צעיר?
 ד. בוחרים באקראי 4 תושבים וידוע כי כולם הצביעו למתמודד ג'. מה ההסתברות כי לפחות אחד מהם מבוגר?

תשובות סופיות:

- (1) א. 5 עפרונות ב. $y = 3$.
- (2) א. 10 כדורים כחולים ו-6 אדומים. ב. שרון צודקת. ג. 4 כדורים.
- (3) א. 30% ב. $\frac{3}{7}$ ג. $\frac{513}{2401} = 0.21366$.
- (4) א. 4 כדורים צהובים, 6 כדורים ירוקים ו-8 כדורים כחולים. ב. $\frac{7}{18}$ ג. $\frac{4}{5}$.
- (5) א. אבי קנה 12 פירות ואודט קנתה 20 פירות. ב. i. $\frac{819}{2480}$ ii. $\frac{2}{3}$.
- ג. i. 0.16613 ג. ii. $\frac{1}{4}$.
- (6) א. i. 0.33696 א. ii. $\frac{10}{13}$ א. iii. $\frac{576}{625}$ ב. לא ג. 0.02304.
- (7) א. 0.8736 ב. 0.58244 ג. 0.08047.
- (8) א. 3 כדורים אדומים ו-12 כחולים. ב. $\frac{14}{69}$ ג. 0.05982.
- (9) א. 8 נשים ב. $\frac{11}{15}$ ג. 0.05 ד. $\frac{675}{1024}$.
- (10) א. 0.15 ב. 80% ג. i. 0.999936 ג. ii. 0.995904.
- (11) א. $P = 0.4$ ב. 0.00254 ג. $\frac{55}{58}$.
- (12) א. פס ייצור B – 33.33% פס ייצור C – 41.66% ב. $\frac{475}{1158} = 0.41018$.
- ג. 135,000 יחידות ליום.
- (13) א. $\frac{53}{162}$ ב. $\frac{18}{53}$ ג. 0.103266.
- (14) א. $p = \frac{1}{3}$ ב. $\frac{25}{36}$ ג. 0.36.
- (15) א. $p = 0.6$ ב. 0.976 ג. $\frac{6}{61}$.
- (16) א. $\frac{5}{16}$ ב. 0.2 ג. לא, מכיוון שיש סימטריה בהסתברויות ההטלות.
- (17) א. 60 בצבע כסף, 180 בצבע זהב ו-540 בצבע לבן. ב. $\frac{1}{26}$ ג. $\frac{11}{13}$.
- (18) א. מתמודד א' ב. 0.2 ג. $\frac{2}{3}$ ד. $\frac{65}{81}$.

תרגול מבגרויות:

- (1) $\frac{3}{4}$ מהתלמידים בכיתה אוהבים שוקולד או גלידה (כולל תלמידים האוהבים שוקולד וגם גלידה). 9 תלמידים לא אוהבים שוקולד וגם לא אוהבים גלידה.
- א. ענה על השאלות הבאות:
- בחרים באקראי תלמיד אחד מהכיתה. מהי ההסתברות שהוא לא אוהב שוקולד וגם לא אוהב גלידה?
 - מצא כמה תלמידים יש בכיתה.
- ב. כל תלמיד בכיתה שאוהב שוקולד כתב על פתק: אוהב, וכל תלמיד שלא אוהב שוקולד כתב על פתק: לא אוהב. ערבבו את כל הפתקים ובחרו מביניהם באקראי 5 פתקים עם החזרה. נתון כי ההסתברות שעל 3 מהם כתוב "אוהב" שווה להסתברות שעל 2 מהם כתוב "אוהב". מצא כמה תלמידים בכיתה אוהבים שוקולד.
- (2) בבית ספר מסוים 60% מכלל המורים (גברים ונשים) מתנגדים ללעיסת מסטיק בשיעור. מספר המורים (גברים) בבית הספר גדול פי 4 ממספר המורות (נשים). 0.57 מכלל המורים (גברים ונשים) הם גברים המתנגדים ללעיסת מסטיק. בחרים באקראי מורה (גבר או אישה).
- א. חשב את ההסתברות שהמורה שנבחר הוא אישה המתנגדת ללעיסת מסטיק.
- ב. ידוע שהמורה שנבחר הוא אישה.
- חשב את ההסתברות שהיא מתנגדת ללעיסת מסטיק.
 - מבין 5 מורות בבית הספר, מהי ההסתברות שלכל היותר 4 מורות מתנגדות ללעיסת מסטיק? (בתשובתך דייק עד 4 ספרות אחרי הנקודה העשרונית).
- (3) בתוך שק נמצאים 3 קלפים. לאחד הקלפים יש שני צדדים לבנים, לאחד הקלפים יש שני צדדים שחורים, ולאחד הקלפים יש צד אחד לבן וצד אחד שחור. מערבבים את הקלפים, ובעיניים עצומות מוציאים קלף מהשק ומניחים אותו על השולחן.
- מהי ההסתברות ששני צדי הקלף יהיו זהים?
 - מהי ההסתברות שהצד הגלוי לעין של הקלף יהיה לבן? נמק.
 - ידוע שהצד הגלוי לעין של הקלף הוא לבן. מהי ההסתברות ששני צדי הקלף הם לבנים?

4) במכללה מסוימת הסטודנטים למחשבים נבחנו בסוף השנה במבחן בהסתברות וסטטיסטיקה. במבחן יש שני תרגילים בהסתברות ותרגיל אחד בסטטיסטיקה. נבחן מקבל ציון עובר או ציון נכשל בכל תרגיל במבחן. כדי לקבל ציון עובר במבחן כולו על הנבחן לקבל ציון עובר בשני תרגילים לפחות מבין שלושה. הסיכוי שסטודנט יקבל ציון עובר בתרגיל בהסתברות הוא 60%, והסיכוי שסטודנט יקבל ציון עובר בסטטיסטיקה הוא 80%. ההסתברויות לקבל ציון עובר או נכשל בתרגילים השונים אינן תלויות זו בזו.

א. ענה על השאלות הבאות:

i. מהי ההסתברות שנבחן יקבל ציון עובר בשלושת התרגילים במבחן?

ii. מהי ההסתברות שנבחן יקבל ציון עובר בשני תרגילים במבחן וציון נכשל בתרגיל אחד?

iii. מהי ההסתברות שנבחן יקבל ציון עובר במבחן כולו?

ב. נבחן קיבל ציון עובר במבחן כולו.

מהי ההסתברות שהוא קיבל ציון עובר בשני התרגילים בהסתברות?

5) יוסי משחק שלושה משחקי שש-בש בזה אחר זה. בכל משחק הוא יכול לנצח או להפסיד (אין תיקו). אם יוסי ניצח באחד המשחקים, ההסתברות שהוא ינצח במשחק שאחריו היא p , ואם הוא הפסיד באחד המשחקים, ההסתברות שהוא יפסיד במשחק שאחריו גם היא p , נתון כי: $p > 0.5$.

א. אם ידוע כי יוסי ניצח במשחק הראשון:

i. הבע באמצעות p , את ההסתברות שיוסי יפסיד במשחק השני וינצח במשחק השלישי.

ii. חשב את p אם נתון כי ההסתברות שיוסי ינצח במשחק השלישי היא $\frac{13}{25}$.

ב. השתמש במה שחישבת, וחשב את ההסתברות שיוסי ינצח במשחק הראשון, אם נתון כי ההסתברות שיוסי ינצח בשלושת המשחקים היא 0.144.

6) במלאי של סוחר יש כובעים המיוצרים בשלושה מפעלים : מפעל A, מפעל B, מפעל C.

מלאי הכובעים הוא גדול מאוד. $\frac{1}{2}$ מהכובעים במלאי מיוצרים במפעל A.

$\frac{1}{3}$ מהכובעים במלאי מיוצרים במפעל B. שאר הכובעים במלאי מיוצרים במפעל C.

5% מהכובעים המיוצרים במפעל A הם פגומים.

1.5% מהכובעים המיוצרים במפעל B הם פגומים.

3.5% מהכובעים במלאי הם פגומים.

א. בוחרים באקראי כובע אחד מבין הכובעים המיוצרים במפעל C. מהי ההסתברות שהכובע פגום?

ב. מהי ההסתברות שבמדגם מקרי של 6 כובעים המיוצרים במפעל C יש לכל היותר כובע אחד פגום?

7) מטילים שתי קוביות משחק מאוזנות : קובייה A וקובייה B.

א. מהי ההסתברות שבקובייה A יתקבל מספר 4 או מספר 6 וגם בקובייה B יתקבל מספר 4 או מספר 6?

ב. מהי ההסתברות שלפחות באחת מהקוביות יתקבל מספר 4 או מספר 6?

ג. מטילים שש פעמים את שתי הקוביות A ו-B. מהי ההסתברות שבדיוק בשלוש הטלות יתקבל מספר 4 או מספר 6 לפחות באחת מהקוביות?

8) מטילים פעם אחת קוביית משחק מאוזנת.

א. ענה על השאלות הבאות :

i. מהי ההסתברות שיתקבל מספר זוגי גדול מ-3?

ii. האם המאורע "יתקבל מספר זוגי" והמאורע "יתקבל מספר גדול מ-3" הם מאורעות בלתי תלויים? נמק.

מטילים קוביית משחק מאוזנת 3 פעמים.

ב. מהי ההסתברות שיתקבל מספר זוגי גדול מ-3 בדיוק בשתי הטלות?

ג. מהי ההסתברות שיתקבל מספר זוגי גדול מ-3 רק בהטלה הראשונה ובהטלה השלישית?

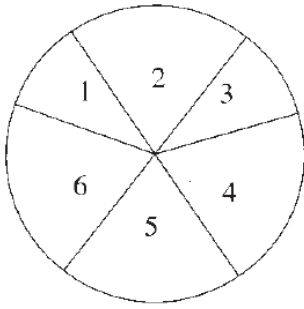
ד. מהי ההסתברות שיתקבל מספר זוגי גדול מ-3 בהטלה הראשונה ובהטלה השלישית?

9 מפעל מייצר מחשבים. 6% מהמחשבים המיוצרים במפעל הם לא תקינים. 95% מהמחשבים התקינים ו-2% מהמחשבים הלא-תקינים מזוהים על ידי היחידה לבקרת איכות כתקינים.

- א. מהי ההסתברות שמחשב יזוהה כתקין?
 ב. היחידה לבקרת איכות בודקת כל מחשב 4 פעמים. (הבדיקות אינן תלויות זו בזו). אם המחשב זוהה 4 פעמים כתקין, הוא נמכר עם התווית של המפעל. אם המחשב זוהה 3 פעמים כתקין, הוא נמכר במחיר נמוך בלי התווית של המפעל. אם המחשב זוהה לפחות 2 פעמים כלא-תקין, הוא נשלח למחזור.
- i. מהי ההסתברות שמחשב יימכר עם התווית של המפעל?
 ii. מהי ההסתברות שמחשב יישלח למחזור?
 בתשובתך דייק עד ארבע ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

10 במפעל לייצור נורות ניאון יש שלוש מכונות: A, B, C.

- מכונה A מייצרת 60% מהנורות.
 מכונה B מייצרת 30% מהנורות.
 מכונה C מייצרת 10% מהנורות.
 2% מהנורות שמייצרת מכונה A הן פגומות.
 3% מהנורות שמייצרת מכונה B הן פגומות.
 4% מהנורות שמייצרת מכונה C הן פגומות.
- א. ענה על השאלות הבאות:
 i. מצא את אחוז הנורות הפגומות במפעל.
 ii. בוחרים באקראי נורה אחת מבין הנורות הפגומות. מהי ההסתברות שהנורה שנבחרה יוצרה על ידי מכונה C?
 ב. בוחרים באקראי 5 נורות מבין הנורות המיוצרות במפעל. מהי ההסתברות שלכל היותר 3 מהן יהיו תקינות?



11) גלגל משחק מאוזן מחולק לשש גזרות.

על 2 גזרות שכל אחת היא $\frac{1}{10}$ מהעיגול, רשומים

המספרים 1 ו-3, ועל 4 גזרות שכל אחת היא $\frac{1}{5}$

מהעיגול, רשומים המספרים 2, 4, 5, 6 כמתואר בציור.
כאשר מסובבים את הגלגל הוא נעצר על אחד המספרים
(לא על הקו שבין הגזרות).

א. מסובבים את הגלגל פעם אחת.

מהי ההסתברות שהגלגל ייעצר על מספר זוגי?

מסובבים את הגלגל 5 פעמים.

ב. ענה על השאלות הבאות:

i. מהי ההסתברות שהגלגל ייעצר על מספר זוגי 2 פעמים לכל היותר?

ii. ידוע שהגלגל נעצר על מספר זוגי 2 פעמים לכל היותר.

מהי ההסתברות שהגלגל נעצר על מספר זוגי בדיוק 2 פעמים?

ג. מהי ההסתברות שרק בפעם הראשונה ובפעם האחרונה ייעצר הגלגל על מספר זוגי?

12) בשלוש קופסאות A, B, ו-C יש כדורים שחורים ולבנים.

בקופסה A יש 2 כדורים שחורים ו-3 כדורים לבנים.

בקופסה B יש 3 כדורים שחורים ו-2 כדורים לבנים.

בקופסה C יש 4 כדורים שחורים ו-1 כדור לבן.

א. בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה באקראי כדור אחד.

i. מהי ההסתברות להוציא כדור לבן?

ii. ידוע שהוצא כדור לבן. מהי ההסתברות שהכדור הוצא מקופסה B?

ב. מקופסה C מוציאים באקראי 2 כדורים זה אחר זה בלי החזרה.

מהי ההסתברות שאחרי הוצאת הכדורים לא נותר בקופסה C כדור לבן?

13) חקלאי מייצא פרחים לבנים ופרחים אדומים. במחסן של החקלאי:

$\frac{1}{12}$ מהפרחים הלבנים הם ורדים. $\frac{2}{3}$ מהפרחים האדומים הם ורדים.

25% מכלל הפרחים הם ורדים, והשאר הם תבצלות.

א. בוחרים באקראי פרח מבין הפרחים שבמחסן.

i. מהי ההסתברות שהפרח הוא אדום?

ii. מהי ההסתברות שהפרח הוא אדום אם ידוע שהוא ורד?

ב. נתון שמספר הוורדים האדומים במחסן הוא 300.

מהו מספר הפרחים במחסן?

14) ידוע שההסתברות להצליח במבחן הנהיגה (טסט) גדולה ב-0.2 מההסתברות להיכשל בו.

א. מהי ההסתברות להצליח במבחן הנהיגה?

ב. ראובן, שמעון לוי ויהודה הם 4 אנשים שנבחרו באקראי מבין הנבחנים במבחן הנהיגה.

i. מהי ההסתברות שבדיוק 2 מהם יצליחו במבחן הנהיגה?

ii. ידוע שרק 2 מהם הצליחו במבחן הנהיגה.

מהי ההסתברות שהיו אלה ראובן ושמעון?

iii. האם ההסתברות שלפחות אחד מהארבעה יצליח במבחן הנהיגה גדולה מההסתברות שלפחות אחד מהארבעה ייכשל במבחן הנהיגה? נמק.

תשובות סופיות:

- (1) א. i. 0.25 א. ii. 36 ב. 18.
- (2) א. 0.03 ב. i. 0.15 ב. ii. 0.9999.
- (3) א. $\frac{2}{3}$ ב. $\frac{1}{2}$ ג. $\frac{2}{3}$.
- (4) א. i. 0.288 א. ii. 0.456 א. iii. 0.744 ב. $\frac{15}{31}$.
- (5) א. i. $(1-p)^2$ א. ii. $p = 0.6$ ב. 0.4.
- (6) א. 0.03 ב. 0.9875.
- (7) א. $\frac{1}{9}$ ב. $\frac{5}{9}$ ג. 0.301.
- (8) א. i. $\frac{1}{3}$ א. ii. לא, המאורעות תלויים.
- ב. $\frac{2}{9}$ ג. $\frac{2}{27}$ ד. $\frac{1}{9}$.
- (9) א. 0.8942 ב. i. 0.6393 ב. ii. 0.0581.
- (10) א. i. 2.5% א. ii. 0.16 ב. 0.0059.
- (11) א. 0.6 ב. i. 0.31744 ב. ii. 0.74248 ג. 0.02304.
- (12) א. i. $\frac{2}{5}$ א. ii. $\frac{1}{3}$ ב. $\frac{2}{5}$.
- (13) א. i. $\frac{2}{7}$ א. ii. $\frac{16}{21}$ ב. 1575 פרחים.
- (14) א. 0.6 ב. i. $\frac{216}{625}$ ב. ii. $\frac{1}{6}$
- ב. iii. כן, $(0.9744 > 0.8704)$.