תוכן העניינים:

פרק 10

גיאומטריה אוקלידית – מרובעים

מרובע כללי:

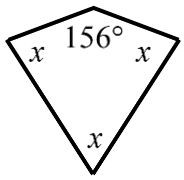
הגדרה: מרובע הוא מצולע בעל 4 צלעות.

משפט: סכום זוויות במרובע הוא 360°.

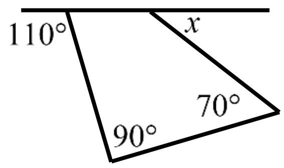
שאלות יסודיות:

1) בסרטוטים שלפניך מופיעים מרובעים שונים.
חלק מהזוויות מסומנות ב- x.
מצא את x ואת הזוויות של כל מרובע.

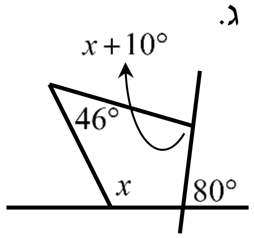
א.



ב.

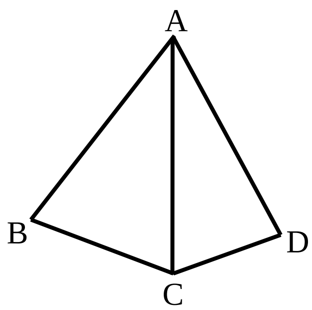


ג.

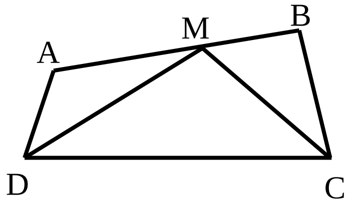


2) מצא את זוויות המרובע בכל אחד מהמקרים הבאים:
כל זווית במרובע (פרט לראשונה) גדולה ב- 10° מהזווית הקודמת לה.
זוויות המרובע מתייחסות זו לזו כמו: $1:2:3:4$.

3) המשולשים ABC ו-ACD שבציור הם
משולשים שווי שוקיים ($AB = AC = AD$).
נתון: $\sphericalangle BAD = 80^\circ$.
חשב את גודלה של הזווית BCD.

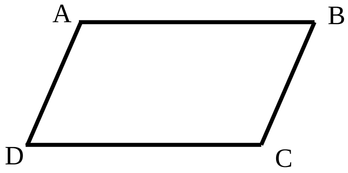


4) בסרטוט שלפניך נתון מרובע ABCD.
CM חוצה את זווית C ו-DM חוצה את זווית D.
ידוע כי: $CM = DM$, $\sphericalangle A = 130^\circ$, $\sphericalangle DMC = 110^\circ$.
מצא את שאר זוויות המרובע ABCD.



המקבילית:

הגדרה: מקבילית היא מרובע שבו שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות.

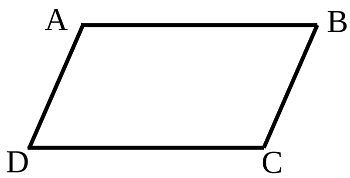


- במקבילית כל שתי צלעות נגדיות שוות זו לזו.
- במקבילית כל שתי זוויות נגדיות שוות.
- במקבילית סכום כל שתי זוויות סמוכות הוא 180°.
- במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.
- היקף מקבילית = סכום הצלעות, שטח מקבילית = צלע · גובה לצלע.

כדי להוכיח כי מרובע הוא מקבילית נשתמש באחת הדרכים הבאות:

- מרובע שבו כל זוג צלעות נגדיות מקבילות הוא מקבילית.
- מרובע שבו כל זוג צלעות נגדיות שוות הוא מקבילית.
- מרובע שבו זוג צלעות שוות ומקבילות הוא מקבילית.
- מרובע שבו כל זוג זוויות נגדיות שוות הוא מקבילית.
- מרובע שאלכסוניו חוצים זה את זה הוא מקבילית.

שאלות – תכונות המקבילית:

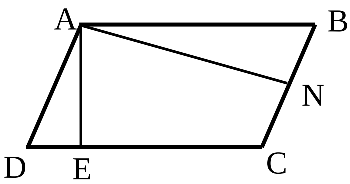


5) נתונה מקבילית ABCD. בכל אחד מהסעיפים הבאים הזוויות מיוצגות ע"י תבניות מספר שונות. מצא את זוויות המקבילית בכל מקרה.

א. $\sphericalangle A = x$, $\sphericalangle B = x - 70^\circ$.

ב. $\sphericalangle B = 3x - 130^\circ$, $\sphericalangle D = x + 10^\circ$.

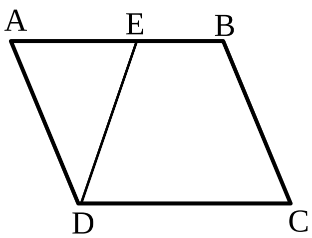
ג. $\sphericalangle A = x + 20^\circ$, $\sphericalangle C = 100^\circ - x$.



6) המרובע ABCD הוא מקבילית

ובו: $AE \perp CD$, $AN \perp BC$.

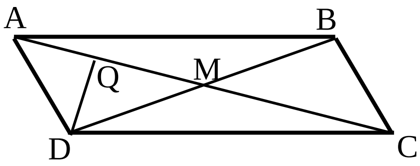
הוכח כי: $\sphericalangle DAE = \sphericalangle BAN$.



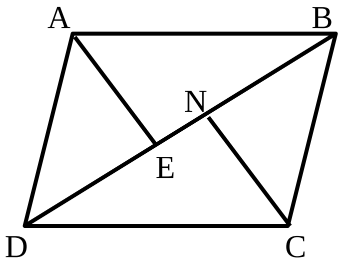
7) במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך שמתקיים: $DE = BC$.

הוכח כי: $\sphericalangle EAD = \sphericalangle EDC$.

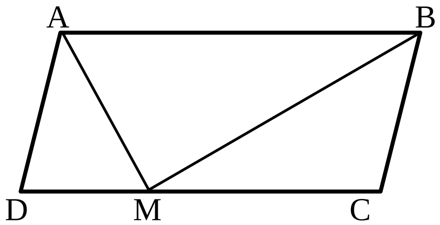
8) נתונה מקבילית ABCD שאלכסוניה נפגשים בנקודה M. נתון: $AC = 20$ ס"מ, $BC = \frac{1}{2}BD$ ו- $DQ \perp AC$.
חשב את אורך הקטע AQ.



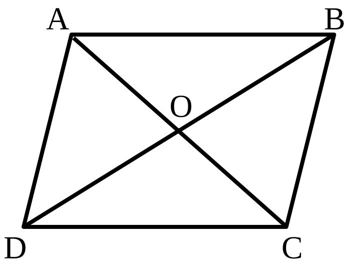
9) הוכח כי במקבילית הקודקודים הנגדיים נמצאים במרחקים שווים מאלכסון המקבילית שאינו עובר דרכם, כלומר הוכח: $AE = CN$.



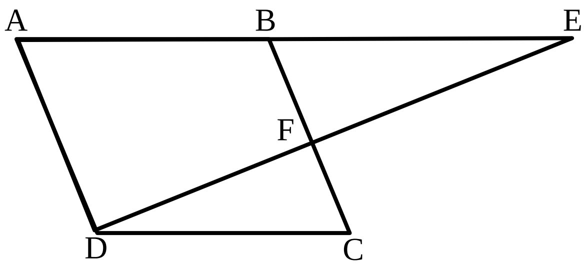
10) במקבילית ABCD הקטעים AM ו-BM הם חוצי הזוויות של A ו-B בהתאמה אשר נפגשים בנקודה M שעל הצלע DC.
א. הוכח כי: $AB = 2BC$.
ב. הוכח כי המשולש AMB הוא ישר זווית.



11) המרובע ABCD הוא מקבילית.
O – פגישת האלכסונים.
נתון: $AO = x+1$, $BO = x+8$, $DO = 3x-10$.
מצא את אורכי האלכסונים AC ו-BD.



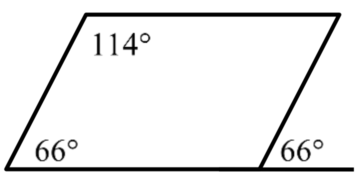
12) נתונה מקבילית ABCD ובה:
$\sphericalangle BEF = \frac{1}{2}\sphericalangle EAD$, $\sphericalangle ADC = 120°$.
הוכח כי: $BC \perp ED$.



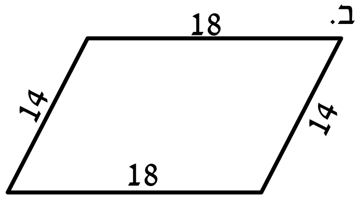
שאלות – הוכחת מקבילית:

13) בסרטוטים שלפניך מופיעים מרובעים שונים.
קבע אלו מהם הם מקביליות וציין מדוע.

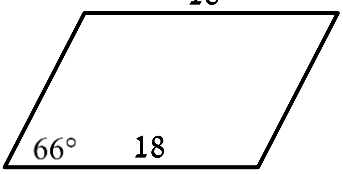
א.



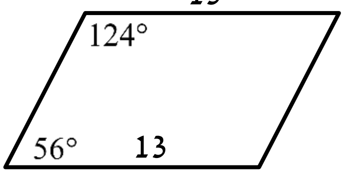
ב.



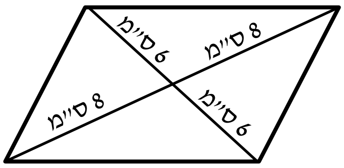
ג.



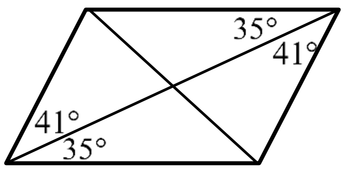
ד.



ה.

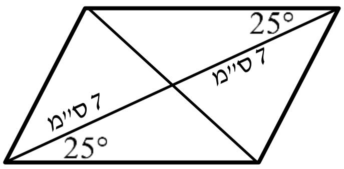


ו.

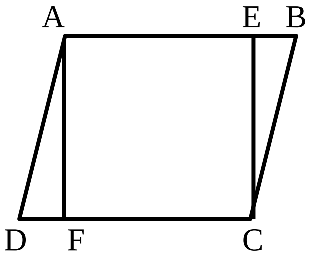


ז.

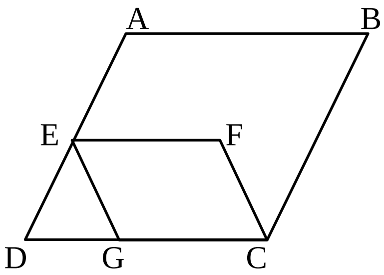
ח.



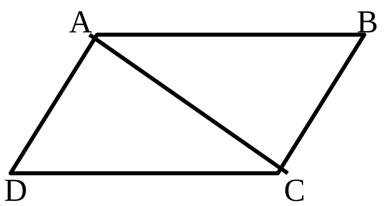
14) במקבילית ABCD הנקודות E ו-F
נמצאות על הצלעות AB ו-CD בהתאמה.
נתון: $\angle DAF = \angle BCE$.
הוכח כי המרובע AECF הוא מקבילית.



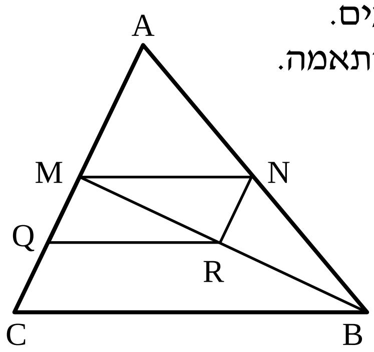
15) במקבילית ABCD הנקודות E ו-G
נמצאות על הצלעות AD ו-DC בהתאמה כך
שהמשולש DEG הוא שווה צלעות.
הנקודה F נמצאת בתוך המקבילית כך
שהקטע EF מקביל לצלע AB.
א. הוכח: $\angle DAB = \angle EGC$.
ב. נתון: $\angle GCF = \angle ABC$.
הוכח כי EFCG מקבילית.



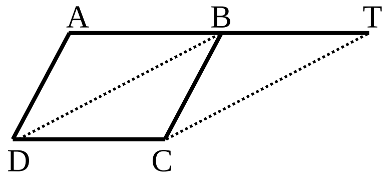
16) במרובע ABCD נתון כי
הצלעות AB ו-DC שוות.
כמו כן: $BC \perp AC$, $AD \perp AC$.
הוכח כי המרובע ABCD הוא מקבילית.



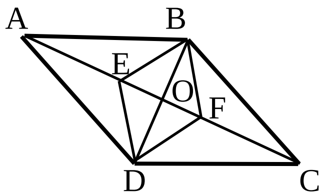
17) נתון משולש ABC ובו הקטע MN הוא קטע אמצעים.
הנקודות Q ו-R הן אמצעי הקטעים MC ו-BM בהתאמה.
א. הוכח כי המרובע MNRQ הוא מקבילית.
ב. ידוע כי הקטע AN שווה לקטע QR.
איזה סוג משולש הוא AMB? נמק.



18) את הצלע AB במקבילית ABCD האריכו
כאורכה עד לנקודה T.
הוכח: BTCD מקבילית.
הערה: בסרטון השאלה מוצגת ללא הסרטוט הנתון.



19) הנקודה O היא מפגש אלכסוני המקבילית ABCD.
E ו-F הן נקודות על האלכסון AC.
נתון: AE = FC.
הוכח כי EBFD הוא מקבילית.



המלבן:

הגדרה: מלבן הוא מרובע שכל זוויותיו ישרות.

(מסקנה: מלבן הוא סוג של מקבילית).

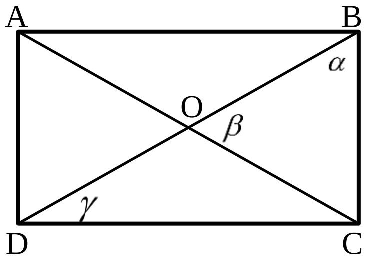
תכונות המלבן (בנוסף לתכונות המקבילית):

- ארבע זוויות המלבן שוות והן זוויות ישרות.
- האלכסונים במלבן שווים זה לזה
- היקף מלבן סכום הצלעות, שטח מלבן צלע גובה לצלע.

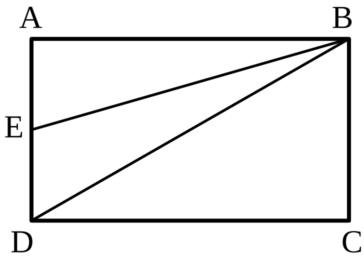
כדי להוכיח כי מרובע הוא מלבן נשתמש באחת הדרכים הבאות:

- מרובע שבו שלוש זוויות ישרות הוא מלבן.
- מקבילית שבה זווית ישרה היא מלבן.
- מקבילית שבה האלכסונים שווים היא מלבן.

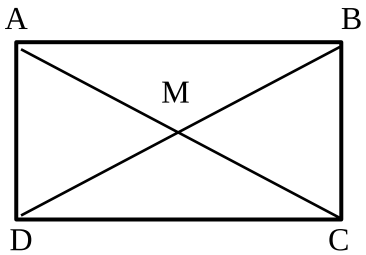
שאלות – תכונות המלבן:



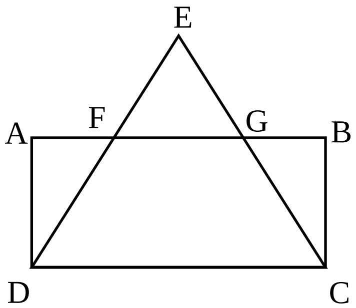
20) המרובע ABCD הוא מלבן.
מעבירים את האלכסונים AC ו-BD.
חשב את הזוויות β , α ו- γ במקרים הבאים:
א. β קטנה ב- $15°$ מ- α.
ב. $\alpha = 2\gamma$.
ג. $\gamma = 28°$.



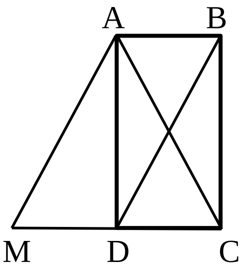
21) במלבן ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AD.
נתון: $\sphericalangle AEB = 70°$, $BD = 2BC$.
חשב את גודלה של הזווית EBD.



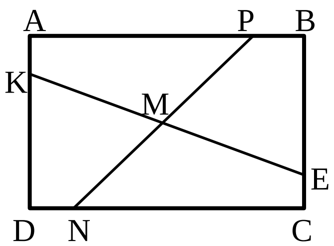
22) נתון מלבן ABCD שבו $DM = MC$.
הוכח: $\sphericalangle MAB = \sphericalangle MBA$.



23) המרובע ABCD הוא מלבן.
המשכי הקטעים DF ו-CG נפגשים
בנקודה E.
נתון: $EF = EG$.
הוכח: $FD = GC$.

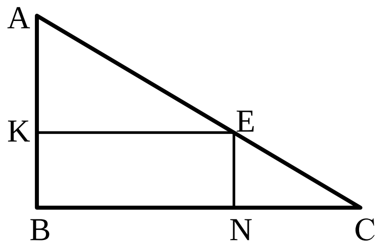


24) המרובע ABCD הוא מלבן.
המרובע ABDM הוא מקבילית.
הוכח כי המשולש ACM הוא שווה שוקיים.



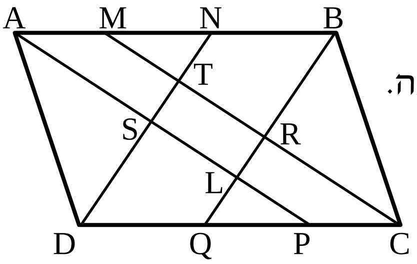
25) מרובע ABCD הוא מלבן.
נתון: $AK = CE$, $AP = CN$.
הוכח: $PM = NM$, $KM = EM$.

26) $\triangle ABC$ הוא משולש ישר זווית $(\sphericalangle B = 90^\circ)$.
המרובע KENB חסום במשולש זה.
נתון כי: $\sphericalangle NEC = \sphericalangle A$, $\sphericalangle AEK = \sphericalangle C$.
הוכח כי המרובע KENB הוא מלבן.

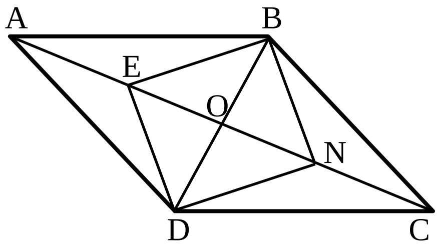


שאלות – הוכחת מלבן:

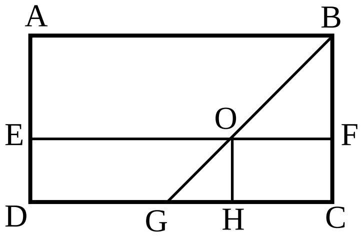
27) נתונה מקבילית ABCD ובה AP, BQ, CM ו-DN
הם חוצי הזוויות $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$, $\sphericalangle C$ ו-$\sphericalangle D$ בהתאמה.
הוכח: TRLS מלבן.



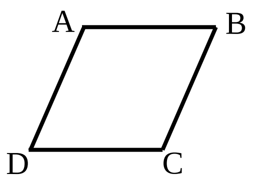
28) מרובע ABCD הוא מקבילית.
מעבירים את האלכסונים AC ו-BD
אשר נחתכים בנקודה O.
נתון: $2BD = AC$.
E – אמצע AO. N – אמצע CO.
הוכח כי המרובע BNDE הוא מלבן.



29) במלבן ABCD נתון:
$\sphericalangle ABO = \sphericalangle BOF$, $OH \perp DC$.
הוכח: EOHD הוא מלבן.



המעוין:



הגדרה : מעוין הוא מרובע שכל צלעותיו שוות.

(מסקנה : מעוין הוא סוג של מקבילית).

תכונות המעוין (בנוסף לתכונות המקבילית):

- במעוין כל הצלעות שוות.
- במעוין האלכסונים מאונכים זה לזה.
- במעוין האלכסונים הם חוצי זוויות.
- היקף מעוין = צלע · 4, שטח מעוין = צלע · גובה לצלע = (אלכסון · אלכסון)/2.

כדי להוכיח כי מרובע הוא מעוין נשתמש באחת הדרכים הבאות:

- מרובע שבו כל הצלעות שוות הוא מעוין.
- מקבילית שבה שתי צלעות סמוכות שוות היא מעוין.
- מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.
- מקבילית שבה אלכסון חוצה זווית היא מעוין (מספיק אחד).

שאלות – תכונות המעוין:

30) המרובע ABCD הוא מעוין.

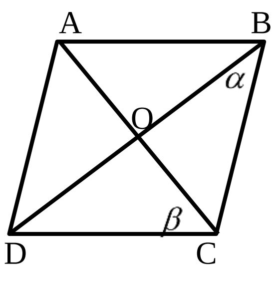
חשב בכל אחד מהמקרים הבאים את α ו- β.

א. $\sphericalangle A = 138^\circ$.

ב. $\beta = 3.5\alpha$.

ג. $\beta = \alpha + 20^\circ$.

ד. $\sphericalangle B = \beta$.



31) המרובע ABCD הוא מעוין.

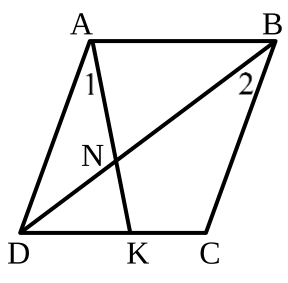
מעבירים את האלכסון BD ואת הקטע AK

אשר נחתכים בנקודה N.

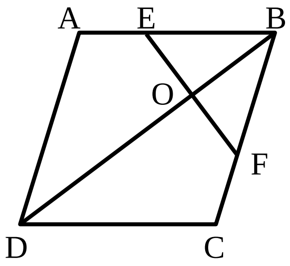
ידוע כי: $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle B_2$.

א. הוכח כי המשולש ADN הוא שווה שוקיים.

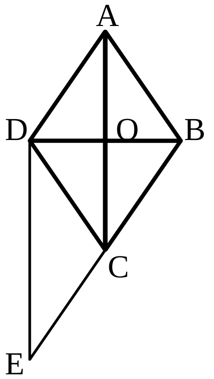
ב. הוכח כי: $\sphericalangle AND = \sphericalangle C$.



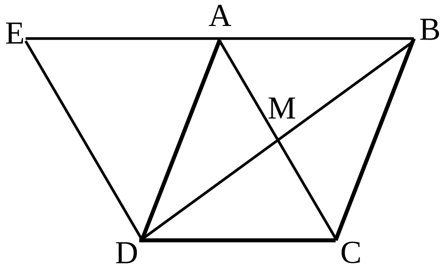
32) מעוין ABCD הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות AB ו-BC בהתאמה.
נתון: $EF \perp BD$, $\sphericalangle DCB = 120°$.
הוכח כי משולש EBF הוא שווה צלעות.



33) נתון מעוין ABCD.
הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC.
נתון: $\sphericalangle CDE = \sphericalangle BCA$.
הוכח כי המשולש BDE הוא ישר זווית.

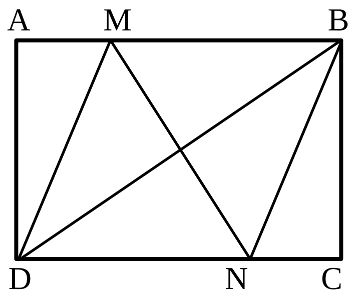


34) נתון מעוין ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה M. האריכו את הצלע AB עד לנקודה E כך שמתקיים: $DE \perp BD$.
הוכח: $AD = AE$.

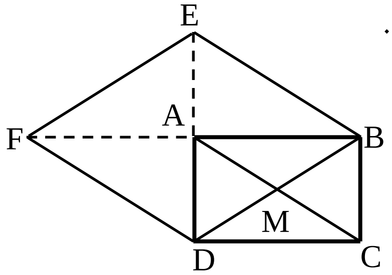


שאלות – הוכחת מעוין:

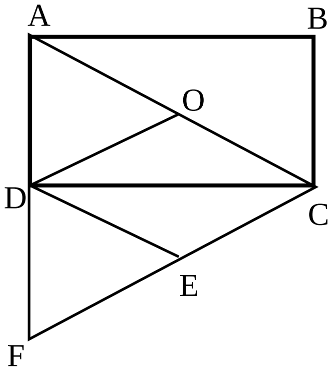
35) במלבן ABCD מעבירים את האלכסון BD.
הנקודות M ו-N נמצאות על הצלעות AB ו-DC בהתאמה.
נתון: $AM = CN$ ו- $DM = DN$.
הוכח כי הקטע MN חוצה את הזוויות BMD ו-BND.



36) נתון מלבן ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה M.
האריכו את הצלע AB כאורכה עד לנקודה F
ואת הצלע AD כאורכה עד לנקודה E
כמתואר בשרטוט.
הוכח: המרובע EBDF הוא מעוין.



37) ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נחתכים בנקודה O.
הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AD
כך שמתקיים: $AD = DF$.
נתון: $FE = CE$.
הוכח כי DOCE הוא מעוין.

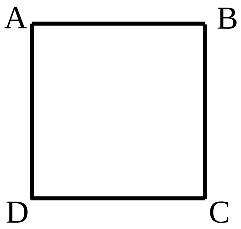


הריבוע:

הגדרה: ריבוע הוא מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו שוות.

(מסקנה: ריבוע הוא סוג של מקבילית, סוג של מלבן וסוג של מעוין).

מכאן, שבנוסף לתכונות שבהגדרת הריבוע מתקיים
כי אלכסוני הריבוע חוצים זה את זה, שווים זה לזה,
מאונכים זה לזה וחוצים את זוויות הריבוע.
היקף ריבוע = צלע · 4, שטח ריבוע = $(\text{צלע})^2$ = $(\text{אלכסון})^2/2$

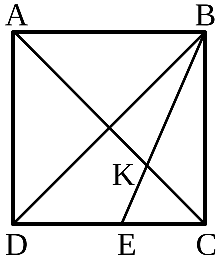


כדי להוכיח כי מרובע הוא ריבוע נשתמש באחת הדרכים הבאות:

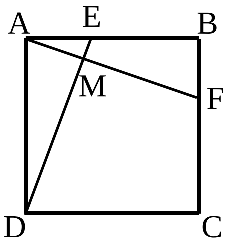
- מלבן שבו האלכסונים מאונכים הוא ריבוע.
- מלבן שבו אלכסון חוצה זווית הוא ריבוע.
- מלבן שבו שתי צלעות סמוכות שוות הוא ריבוע.
- מעוין שבו האלכסונים שווים הוא ריבוע.
- מעוין שבו זווית ישרה הוא ריבוע.

שאלות – תכונות הריבוע:

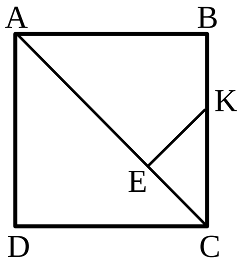
38) המרובע ABCD הוא ריבוע.
מעבירים את האלכסונים AC ו-BD.
BE חוצה זווית DBC וחותך את AC בנקודה K.
הוכח: $CE = CK$.



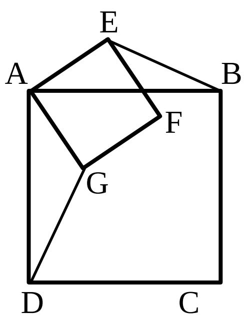
39) בריבוע ABCD מעבירים את הקטעים AF ו-DE.
נתון כי $AE = BF$.
הוכח: $DE \perp AF$.



40) המרובע ABCD הוא ריבוע. מעבירים את האלכסון AC. מהנקודה E שעל האלכסון מעבירים את הקטע KE אשר מאונך לאלכסון.
נתון: $AE = AB$.
הוכח כי: $CE = KE = BK$.

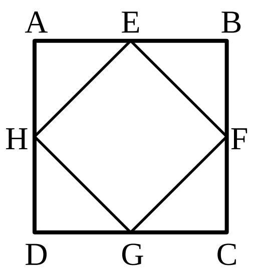


41) המרובעים ABCD ו-AEFG הם ריבועים.
הוכח: $BE = DG$.

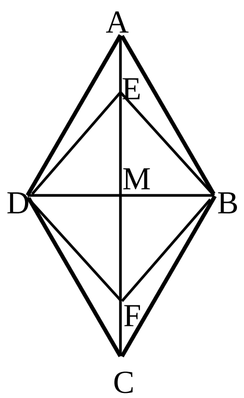


שאלות – הוכחת ריבוע:

42) הנקודות E, F, G, H הן אמצעי צלעות הריבוע ABCD.
הוכח כי EFGH הוא ריבוע.



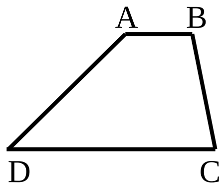
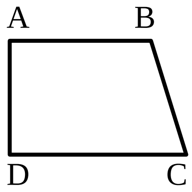
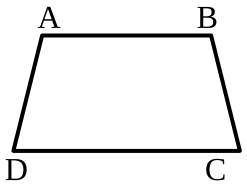
43) נתון מעוין ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה M.
נתון: $AE = FC$, $MB = \frac{1}{2}AB$, $\sphericalangle EBA = 15°$.
הוכח: המרובע EBFD הוא ריבוע.



הטרפז:

הגדרה: טרפז הוא מרובע שבו זוג אחד בלבד של צלעות נגדיות מקבילות.

היקף טרפז= סכום הצלעות, שטח טרפז = (גובה · סכום הבסיסים)/2.

סוג הטרפז	טרפז כללי	טרפז ישר זווית	טרפז שווה שוקיים
איור מתאים			

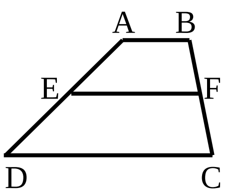
משפטים הנוגעים לטרפז שווה שוקיים:

- בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו.
- (משפט הפוך) טרפז שבו הזוויות שליד אותו בסיס שוות זו לזו הוא טרפז שווה שוקיים.
- בטרפז שווה שוקיים האלכסונים שווים זה לזה.
- (משפט הפוך) טרפז שבו האלכסונים שווים זה לזה הוא טרפז שווה שוקיים.

קטע אמצעים בטרפז:

הגדרה: קטע אמצעים בטרפז הוא קטע המחבר את אמצעי השוקיים בטרפז.

- קטע אמצעים בטרפז מקביל לבסיסים ושווה למחצית סכומם.
- (משפט הפוך) קטע היוצא מאמצע שוק אחת בטרפז ומקביל לבסיסים, חוצה את השוק השנייה (כלומר הוא קטע אמצעים בטרפז).

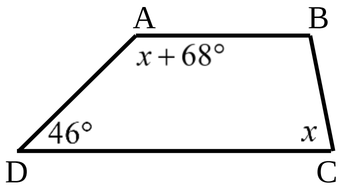


שאלות – תכונות הטרפז הכללי:

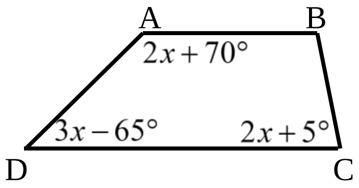
44) בסרטוטים שלפניך נתונים טרפזים כלליים $(AB \parallel CD)$.

מצא את x ואת זוויות הטרפז בכל מקרה.

א.



ב.

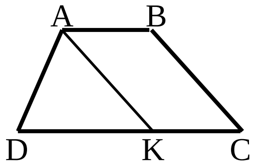


45) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.

מעבירים את הקטע AK. נתון: $AK \parallel BC$, $AK = DK$,

6 ס"מ = AB, 14 ס"מ = DC.

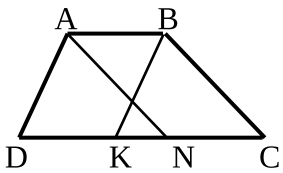
חשב את אורך השוק BC.



46) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.

נתון כי: $AD \parallel BK$, $AN \parallel BC$.

הוכח כי: $DK = CN$.

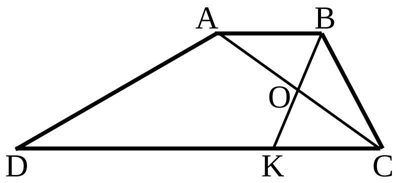


47) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.

מעבירים את האלכסון AC ואת הקטע BK

אשר חוצים זה את זה בנקודה O.

ידוע כי: $\sphericalangle D = 30°$, $\sphericalangle C = 60°$.



א. חשב את אורך DC, הבסיס הגדול,

אם ידוע כי: 7 ס"מ = AB, 9 ס"מ = BC.

ב. הוכח כי אם $AB = BC$ אז: $DC = 3AB$.

48) נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$ ובו

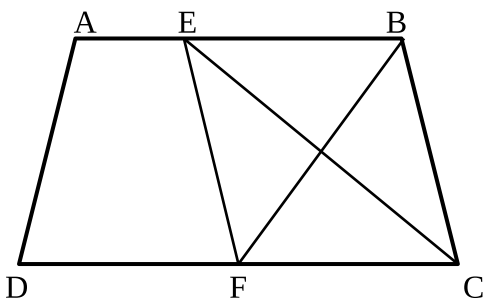
הקטעים CE ו-BF חוצים את זוויות

הקדקודים C ו-B בהתאמה. הוכח:

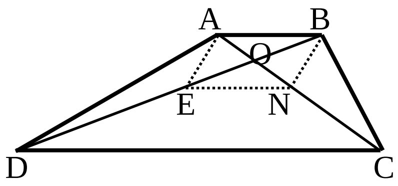
א. $BF \perp CE$.

ב. המשולש EBC הוא שווה שוקיים.

ג. המרובע EBCF הוא מעוין.

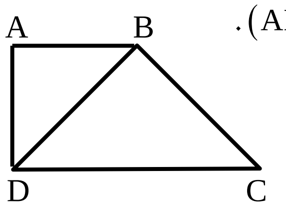


49) מרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
O- היא נקודת פגישת האלכסונים.
נתון: $AO = NO$, $BO = EO$.
הוכח כי המרובע ENCD הוא טרפז.

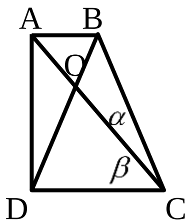


שאלות – תכונות טרפז שווה שוקיים וישר זווית:

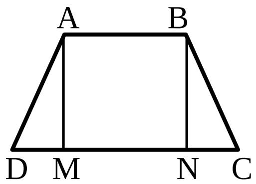
50) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית $(AB \parallel CD\ ,\ \measuredangle D = 90°)$.
האלכסון BD חוצה את זווית D
ונתון בנוסף כי: $BD = BC$ וכי: 15 ס"מ = AD.
חשב את אורכי בסיסי הטרפז.



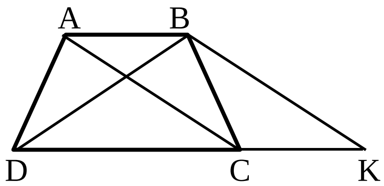
51) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית
$(AB \parallel CD\ ,\ AD \perp DC)$.
נתון כי: $BD = BC$, $\beta = 2\alpha$ ו- $\measuredangle DOC = 80°$.
חשב את זוויות הטרפז.



52) מרובע ABCD הוא טרפז שווה
שוקיים $(AB \parallel CD\ ,\ AD = BC)$.
נתון כי: $BN \perp DC$, $AM \perp DC$.
הוכח כי: $DM = CN$.



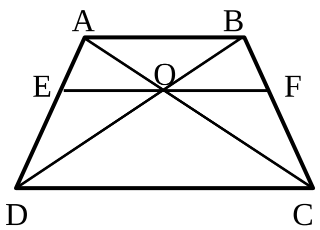
53) מרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים
$(AB \parallel CD\ ,\ AD = BC)$.
דרך הנקודה B מעבירים מקביל ל-AC הפוגש
את המשך הבסיס DC בנקודה K.
הוכח כי משולש BDK הוא שווה שוקיים.



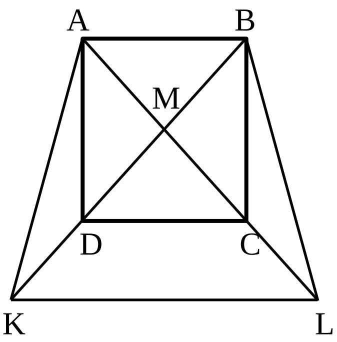
54) מרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים
$(AB \parallel CD\ ,\ AD = BC)$. O היא פגישת האלכסונים.
נתון כי: $EF \parallel DC$ כאשר EF עובר דרך O. הוכח:

א. $\measuredangle BOF = \measuredangle COF$.

ב. $EO = FO$.



55) נתון ריבוע ABCD. הנקודה M היא מפגש האלכסונים AC ו-BD. ממשיכים את האלכסונים ויוצרים את הטרפז השווה שוקיים ABLK. ידוע גם כי DC הוא קטע אמצעים משולש KML.



א. קבע אלו מהטענות הבאות ניתן להוכיח:

i. המשולש KML הוא ישר זווית ושווה שוקיים.

ii. הקטעים BK ו-BL מאונכים זה לזה.

iii. המרובע DCLK הוא טרפז שווה שוקיים.

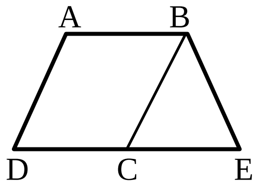
iv. הקטעים DK ו-AD שווים זה לזה.

ב. הוכח כי: $3DK = AL$.

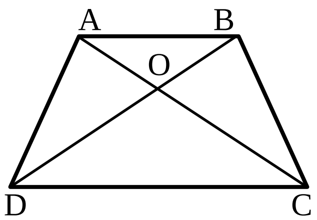
ג. נתון כי $AD = 8\sqrt{2}$ ס"מ. חשב את היקף הטרפז ABLK.

שאלות – הוכחת טרפז שווה-שוקיים וישר זווית:

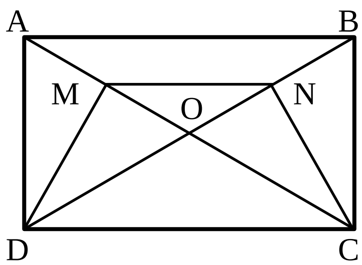
56) המרובע ABCD הוא מקבילית. הקטע DE הוא קו ישר ונתון כי: $\sphericalangle A + \sphericalangle E = 180°$. הוכח כי המרובע ABED הוא טרפז שווה שוקיים.



57) במרובע ABCD הנקודה O היא פגישת האלכסונים. נתון כי: $AO = BO$, $CO = DO$. הוכח כי מרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.

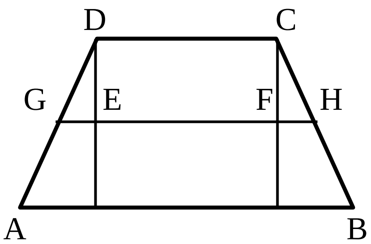


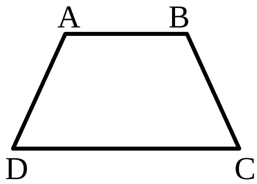
58) נתון מלבן ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה O. נתון: $MN \parallel DC$. הוכח: DMNC טרפז שווה שוקיים.



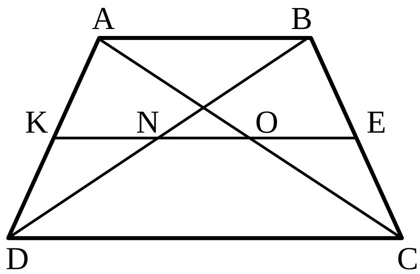
שאלות – קטע אמצעים בטרפז:

59) בטרפז ABCD $(AB \parallel CD)$ הורדו מקצות הבסיס הקטן אנכים לבסיס הגדול. קטע האמצעים GH חותך גבהים אלה בנקודות E ו-F. נתון: $GE = 3$ ס"מ, $EF = 12$ ס"מ, $FH = 2$ ס"מ. חשב את בסיסי הטרפז.

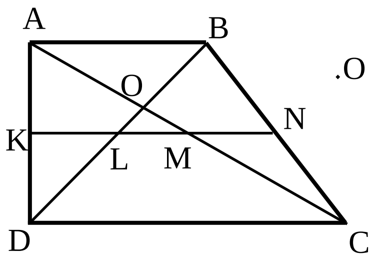




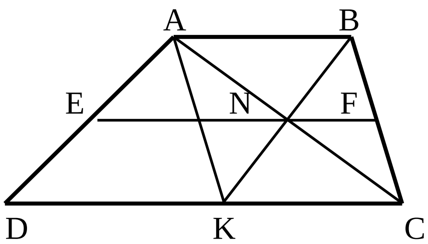
60) סכום כל אורכי הצלעות של טרפז שווה שוקיים הוא 54 ס"מ. אורך קטע האמצעים הוא 13 ס"מ.
מצא את אורך שוק הטרפז.



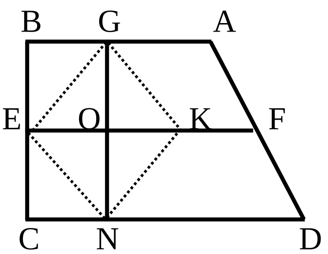
61) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
KE הוא קטע אמצעים בטרפז, החותך את אלכסוני הטרפז בנקודות N ו-O.
א. הוכח כי: $KN = EO$.
ב. בטרפז הנ"ל נתון:
$AB =$ 14 ס"מ, $DC =$ 26 ס"מ.
חשב את אורכי הקטעים KN, NO ו-EO.
ג. בטרפז הנ"ל נתון: $KE =$ 13 ס"מ,
$NO =$ 3 ס"מ. חשב את בסיסי הטרפז.



62) KN הוא קטע אמצעים בטרפז ישר זווית ABCD שאלכסוניו $(AB \parallel CD\ ,\ AD \perp AB)$ נפגשים בנקודה O.
נתון: $AD =$ 12 ס"מ, $DC = 2AB$ $\measuredangle ADB = 45^\circ$.
חשב את אורך הקטע LM
והוכח כי: $KL = LM = MN$.



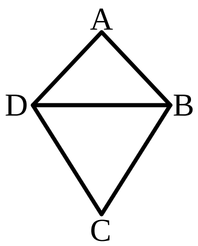
63) מרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
EF הוא קטע אמצעים. AC ו-BK נפגשים בנקודה N הנמצאת על EF.
א. הוכח כי מרובע ABCK הוא מקבילית.
ב. נתון: $EF =$ 13 ס"מ, $EN =$ 9 ס"מ.
חשב את בסיסי הטרפז AB ו-DC
ואת הקטע DK.



64) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית $(AB \parallel CD\ ,\ \measuredangle B = 90^\circ)$. EF קטע אמצעים בטרפז.
G ו-N הן נקודות על AB ו-CD בהתאמה המקיימות: $GN \perp DC$.
בנוסף נתון: $KO = EO$, $\measuredangle D < 90^\circ$.
הוכח כי מרובע GENK הוא מעוין.

הדלתון:

הגדרה:
דלתון הוא מרובע שבו שני זוגות של צלעות סמוכות שוות.
(מסקנה: דלתון הוא מרובע שניתן לפרק לשני משולשים שווי שוקיים בעלי בסיס משותף).

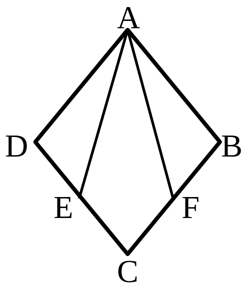


תכונות האלכסונים בדלתון:

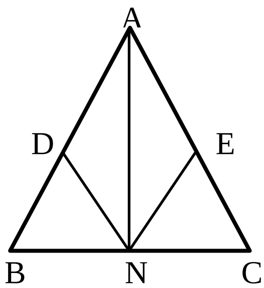
- האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש, חוצה את האלכסון המשני ומאונך לו.
- האלכסון הראשי אינו בהכרח גדול מהאלכסון המשני.
- היקף דלתון = סכום הצלעות, שטח דלתון = (אלכסון · אלכסון)/2.

שאלות – דלתון:

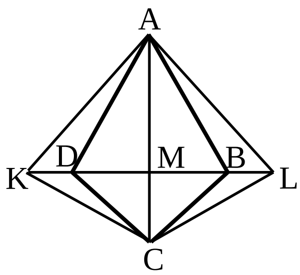
65) נתון מעוין ABCD. הנקודות E ו-F נמצאות על הצלעות DC ב-BC בהתאמה כך שהמרובע AFCE הוא דלתון.
הוכח: $\sphericalangle DAE = \sphericalangle FAB$.



66) במשולש שווה שוקיים ABC $(AB = AC)$
מקצים נקודות D ו-E על השוקיים.
נתון כי: $AD = AE$.
הנקודה N היא אמצע BC.
הוכח כי ADNE הוא דלתון.

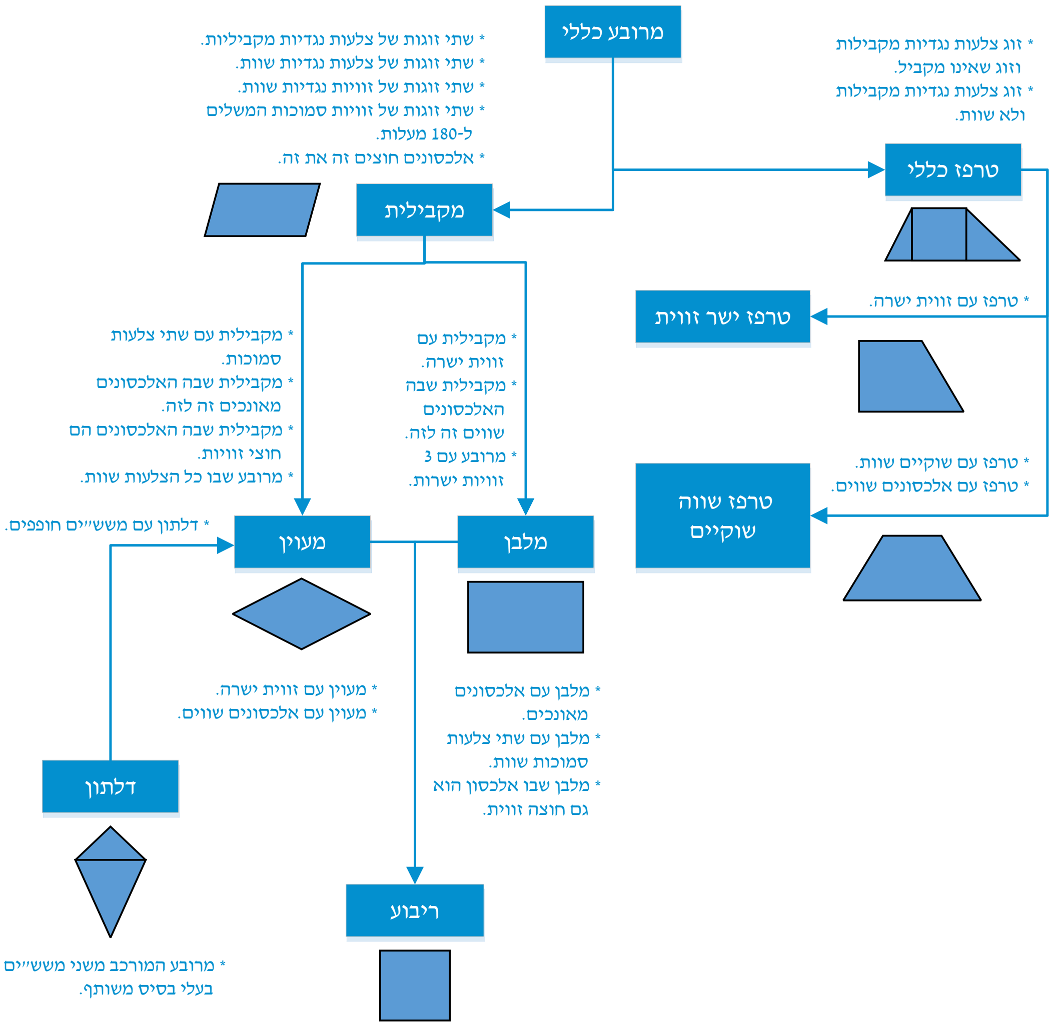


67) בדלתון ABCD האריכו את האלכסון המשני משני צדיו כמתואר בשרטוט כך שמתקיים: $KD = BL$.
הוכח: המרובע ALCK הוא דלתון.



סיכום משפחת המרובעים:

להלן דיאגרמה מסכמת של כל משפחת המרובעים ותכונותיהם :



תשובות סופיות:

1) א. $x=68^\circ$.   ב. $x=50^\circ$.   ג. $x=102^\circ$

2) א. $75^\circ, 85^\circ, 95^\circ, 105^\circ$ ב. $36^\circ, 72^\circ, 108^\circ, 144^\circ$

3) 140°.

4) $\sphericalangle B=90^\circ, \sphericalangle C=\sphericalangle D=70^\circ$

5) א. $125^\circ, 55^\circ$ ב. $100^\circ, 80^\circ$ ג. $120^\circ, 60^\circ$.

6) שאלת הוכחה   7) שאלת הוכחה

8) 5 ס״מ.   9) שאלת הוכחה

10) שאלת הוכחה   11) AC = 20 ס״מ, BD = 34 ס״מ.

12) שאלת הוכחה

13) מקביליות: א׳, ב׳, ד׳, ה׳, ו׳.   אינן מקביליות: ג׳, ז׳, ח׳.

14) שאלת הוכחה   15) שאלת הוכחה

16) שאלת הוכחה   17) שאלת הוכחה

18) שאלת הוכחה   19) שאלת הוכחה

20) א. $\alpha=65^\circ, \beta=50^\circ, \gamma=25^\circ$ ב. $\alpha=\beta=60^\circ, \gamma=30^\circ$

ג. $\alpha=62^\circ, \beta=56^\circ$

21) 10°.   22) שאלת הוכחה

23) שאלת הוכחה   24) שאלת הוכחה

25) שאלת הוכחה   26) שאלת הוכחה

27) שאלת הוכחה   28) שאלת הוכחה

29) שאלת הוכחה

30) א. $\alpha=21^\circ, \beta=69^\circ$ ב. $\alpha=20^\circ, \beta=70^\circ$

ג. $\alpha=35^\circ, \beta=55^\circ$ ד. $\alpha=30^\circ, \beta=60^\circ$.

31) שאלת הוכחה   32) שאלת הוכחה

33) שאלת הוכחה   34) שאלת הוכחה

35) שאלת הוכחה   36) שאלת הוכחה

37) שאלת הוכחה   38) שאלת הוכחה

39) שאלת הוכחה   40) שאלת הוכחה

41) שאלת הוכחה
42) שאלת הוכחה
43) שאלת הוכחה

44) א. $46°, 134°, 66°, 114°$; $x = 66°$
ב. $40°, 140°, 75°, 105°$; $x = 35°$

45) 8 ס"מ.
46) שאלת הוכחה
47) א. 25 ס"מ.
ב. שאלת הוכחה
48) שאלת הוכחה
49) שאלת הוכחה
50) א. 15 ס"מ, 30 ס"מ.
ב. שאלת הוכחה
51) $90°$, $90°$, $60°$, $120°$
52) שאלת הוכחה
53) שאלת הוכחה
54) שאלת הוכחה
55) א. ניתן להוכיח את טענות : i, iii.
ב. שאלת הוכחה
ג. 69.71 ס"מ $\approx P_{ABLK} = 16\sqrt{5} + 24\sqrt{2}$.

56) שאלת הוכחה
57) שאלת הוכחה
58) שאלת הוכחה
59) 22 ס"מ ו-12 ס"מ
60) 14 ס"מ.

61) א. שאלת הוכחה ב. 7 ס"מ $KN = EO =$, 6 ס"מ $NO =$
ג. 10 ס"מ $AB =$, 16 ס"מ $DC =$.

62) 6 ס"מ.

63) 8 ס"מ $AB =$, 18 ס"מ $DC =$, 10 ס"מ $DK =$.
64) שאלת הוכחה
65) שאלת הוכחה
66) שאלת הוכחה
67) שאלת הוכחה