

שאלון 471

בעיות קיצון בפונקצית פולינום

תוכן העניינים:

2.....	בעיות קיצון במספרים:
2.....	שאלות:
2.....	תשובות סופיות:
3.....	בעיות קיצון גאומטריות במישור:
3.....	שאלות:
4.....	תשובות סופיות:
5.....	בעיות קיצון גאומטריות במרחב:
5.....	שאלות:
6.....	תשובות סופיות:
7.....	בעיות קיצון בפונקציות וגרפים:
7.....	שאלות:
8.....	תשובות סופיות:

בעיות קיצון במספרים:

שאלות:

- (1) נתונים שני מספרים שאחד מהם גדול ב-8 מהשני.
מצא את שני המספרים שמכפלתם מינימלית.
- (2) מהי התוצאה הגדולה ביותר שאפשר לקבל אם מחסרים ממספר את ריבועו?
- (3) x ו- y הם שני מספרים המקיימים: $x + y = 20$.
א. הבע את y באמצעות x .
ב. הבע את המכפלה $x \cdot y$ באמצעות x .
ג. מצא את שני המספרים שמכפלתם היא מקסימלית.
- (4) הסכום של שני מספרים הוא 14.
א. מצא מה צריכים להיות שני המספרים כדי שסכום הריבועים שלהם יהיה מינימלי.
ב. מצא את סכום הריבועים המינימלי של שני המספרים.
- (5) הסכום של שלושה מספרים חיוביים הוא 36.
המספר השני גדול פי 2 מהמספר הראשון.
א. סמן ב- x את המספר הראשון והבע באמצעותו את המספר השלישי.
ב. מצא את הערך של x שעבורו מכפלת שלושת המספרים תהיה מקסימלית.

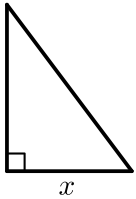
תשובות סופיות:

- (1) -4 ו- 4 .
- (2) 0.25.
- (3) א. $y = 20 - x$ ב. $M = 20x - x^2$ ג. 10, 10.
- (4) א. 7, 7 ב. 98.
- (5) א. $3x - 36, 2x, x$ ב. $x = 8$ המספרים: 8, 16, 12.

בעיות קיצון גאומטריות במישור:

שאלות:

(1) באיור שלפניך נתון משולש ישר זווית שבו סכום אורכי הניצבים הוא 12 ס"מ.



מסמנים ב- x את אורכו של אחד מהניצבים.

א. (1) הבע באמצעות x את אורכו של הניצב השני.

(2) הבע באמצעות x את שטח המשולש.

ב. מצא את x עבורו שטח המשולש הוא מקסימלי.

(2) נתון מלבן ABCD שהיקפו הוא 72 ס"מ.

נסמן ב- x את אורך הצלע AB.

א. הבע באמצעות x את אורך הצלע BC.

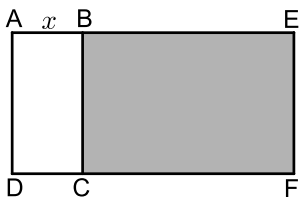
על הצלע BC בנו מלבן נוסף BEFC

(המלבן האפור בציור).

אורך הצלע BE גדולה פי 3 מאורך הצלע AB.

ב. (1) הבע באמצעות x את שטח המלבן BEFC.

(2) מצא עבור איזה ערך של x שטח המלבן BEFC הוא מקסימלי.



(3) במלבן ABCD נתון: $AB = DC = 12$ ס"מ, $AD = BC = 8$ ס"מ.

על צלעות המלבן הקצו קטעים שווים: $BK = BL = DM = DN = x$

ונוצרו ארבעה משולשים ששטחם צבוע באיור.

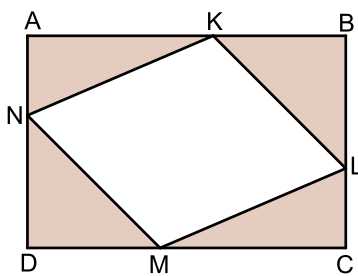
א. הבע באמצעות x את כל השטח הצבוע באיור.

ב. מה צריך להיות ערכו של x כדי שהשטח

הצבוע יהיה מינימלי?

א. חשב את שטח המרובע KLMN

כאשר השטח הצבוע הוא מינימלי.



(4) נתונה מדשאה מלבנית שמידותיה הן 10 מטרים ו-8 מטרים.

רוצים להקצות שטח המיועד לשתילי תבלינים המורכב

משני ריבועים זהים ומלבן כמתואר בצויר

(השטח הירוק).

מסמנים ב- x את אורך הצלע של הריבועים.

א. הבע באמצעות x את כל השטח המיועד

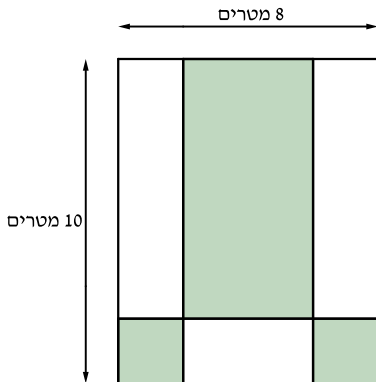
לשתילי התבלינים.

ב. מה צריך להיות x עבורו השטח המיועד

לשתילי התבלינים יהיה מינימלי?

ג. בהנחה ש-1 מ"ר של שתילי תבלינים עולה 50 ש,

מה יהיה המחיר המינימלי של שתילי התבלינים?



תשובות סופיות:

(1) א. (1) $12 - x$ ס"מ א. (2) $S = 6x - \frac{x^2}{2}$ ב. $x = 6$

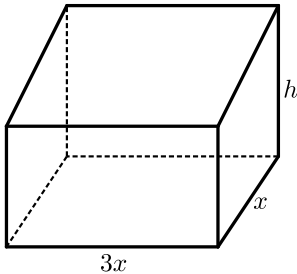
(2) א. $BC = AD = 36 - x$ ב. (1) $S_{BEFC} = 108x - 3x^2$ ב. (2) $x = 18$

(3) א. $S = 2x^2 - 20x + 96$ ב. $x = 5$ ג. $S_{KLMN} = 50$ סמ"ר

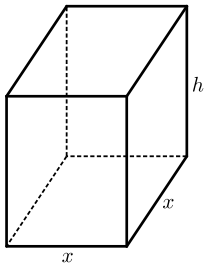
(4) א. $S = 4x^2 - 28x + 80$ ב. 3.5 מטר $x =$ ג. 1550 ש.

בעיות קיצון גאומטריות במרחב:

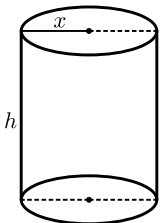
שאלות:



- (1) בונים תיבה שגובהה h מטרים.
בסיס התיבה הוא מלבן שמקצוע אחד בו אורך פי 3 מהמקצוע השני.
מסמנים ב- x את אורכו של מקצוע הבסיס הקטן.
נתון: $x + h = 18$.
א. הבע את h באמצעות x .
ב. הבע באמצעות x את נפח התיבה.
ג. מצא את x עבורו נפח התיבה הוא מקסימלי.



- (2) נתונה תיבה שגובהה h ובסיסה ריבוע שצלעו x מטרים.
נתון כי: $2x + h = 60$.
א. הבע את h באמצעות x .
ב. הבע באמצעות x את שטח הפנים של התיבה.
ג. מצא את מידות התיבה עם שטח הפנים המקסימלי.



- (3) נתון גליל שרדיוס בסיסו הוא x ס"מ וגובהו h ס"מ.
נתון כי: $3x + h = 72$.
א. הבע את h באמצעות x .
ב. הבע באמצעות x את שטח המעטפת של הגליל.
ג. מצא מה צריך להיות רדיוס הבסיס כדי ששטח המעטפת של הגליל יהיה מקסימלי.

- (4) נתונה תיבה שבסיסה ריבוע ושטח הפנים שלה הוא 96 סמ"ר מצא את מידות התיבה שנפחה מקסימלי.

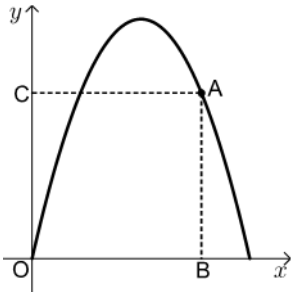
- (5) מכל הגלילים שהקיף פרשת המעטפת הוא k , מצאו את נפחו של הגליל בעל הנפח המקסימלי.

תשובות סופיות:

- (1) א. $h = 18 - x$ ב. $V = 54x^2 - 3x^3$ ג. $x = 12$
- (2) א. $h = 60 - 2x$ ב. $P = 240x - 6x^2$ ג. $20 \times 20 \times 20$
- (3) א. $h = 72 - 3x$ ב. $M = 144\pi x - 6\pi x^2$ ג. 12 ס"מ.
- (4) $4 \cdot 4 \cdot 4$ ס"מ.
- (5) $V = \frac{k^3}{216\pi}$ יחידות נפח.

בעיות קיצון בפונקציות וגרפים:

שאלות:



(1) הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x) = -x^2 + 9x$.

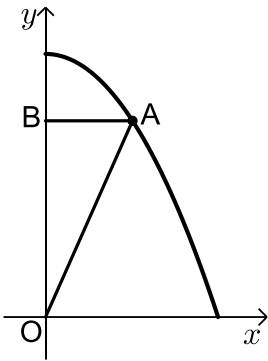
מורידים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC.

נסמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודה A.

א. הבע באמצעות x את שיעורי הנקודה A.

(2) הבע באמצעות x את היקף המלבן ABOC.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A עבורם היקף המלבן ABOC הוא מקסימלי.



(2) נתון גרף הפונקציה: $f(x) = 27 - x^2$ ברביע הראשון.

ישר המקביל לציר ה- x חותך את גרף הפונקציה בנקודה A

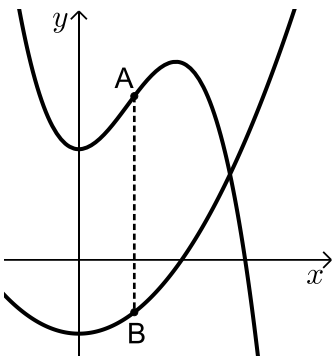
שנמצאת ברביע הראשון, ואת ציר ה- y בנקודה B.

מחברים את הנקודה A עם ראשית הצירים O.

א. מה צריך להיות שיעור ה- x של הנקודה A

כדי ששטח המשולש AOB יהיה מקסימלי?

ב. מהו השטח המקסימלי של המשולש AOB?



(3) בסרטוט שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = -2x^3 + 4x^2 + 3 \text{ ו- } g(x) = x^2 - 2$$

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$

והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$.

הקטע AB מקביל לציר ה- y .

שיעור ה- x של הנקודות A ו-B הוא חיובי.

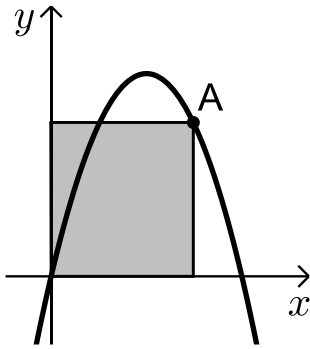
הנקודה A נמצאת מעל הנקודה B, כמתואר בסרטוט.

נסמן ב- x את שיעור ה- x של הנקודות A ו-B.

א. הבע באמצעות x את אורך הקטע AB.

ב. מצא את הערך של x שבעבורו אורך הקטע AB הוא מקסימלי.

ג. עבור הערך של x שמצאת בסעיף ב', מצא את המרחק של הנקודה B מציר ה- x .



(4) נתונה הפונקציה $f(x) = 6x - x^2$.

מנקודה A שעל הפונקציה ברביע הראשון הורידו אנכים לצירי השיעורים כך שנוצר מלבן כמתואר בשרטוט. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?

תשובות סופיות:

(1) א. $A(x, -x^2 + 9x)$ ב. $A(5, 20)$ א. $P_{ABOC} = -2x^2 + 20x$ (2) ב. $S = 27$ יח"ש

(2) א. $x_A = 3$

(3) א. $AB = -2x^3 + 3x^2 + 5$ ב. $x = 1$ ג. $d = 1$

(4) $A(4, 8)$