

שאלון 471

שאלות מסכמות בגאומטריה משולבת (ללא מעגל)

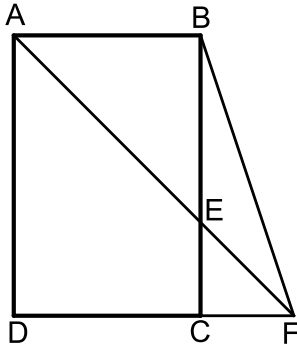
תוכן עניינים:

שאלות מסכמות בגאומטריה משולבת (ללא מעגל) 1

2.....	גאומטריה של המישור, טריגונומטריה ואנליטית:
2.....	שאלות:
14.....	תשובות סופיות:
17.....	גאומטריה של המישור וגאומטריה אנליטית:
17.....	שאלות:
26	תשובות סופיות:

גאומטריה של המישור, טריגונומטריה ואנליטית:

שאלות:



(1) באיור שלפניכם נתון מלבן ABCD שבו: $AD = 18$ ס"מ, $AB = 12$ ס"מ.

הנקודה E מחלקת את הצלע BC ביחס: $BE:CE=2:1$.

מעבירים קטע AE החותך את המשיך הצלע DC בנקודה F.

מחברים את הנקודה F עם הקודקוד B.

א. הוכיחו כי: $\triangle ABE \sim \triangle FCE$.

(2) מהו יחס הדמיון?

ב. (1) איזה סוג משולש הוא המשולש FCE?

(2) חשבו את אורך הצלע EF במשולש FCE.

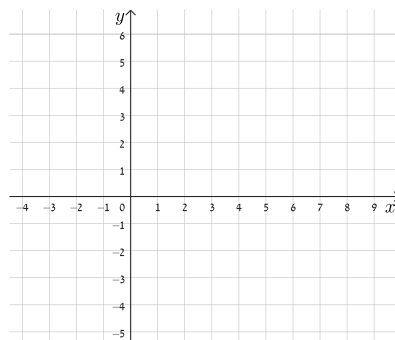
ג. מצאו את זווית $\angle BFE$.

ד. (1) חשבו את שטח המשולש BFE.

(2) חשבו את היחס שבין שטח המשולש BFE לבין שטח המרובע ADCE.

(2) קודקודי המרובע ABCD הם: $A(8,2)$, $B(2,6)$, $C(0,1)$, $D(6,-3)$.

א. סרטטו את המרובע ABCD במערכת הצירים שלפניכם:



ב. מה הוא סוג המרובע ABCD? הסבירו.

ג. מעבירים את האלכסון AC. מה הוא אורכו?

ד. מסמנים בנקודה E את אמצע הצלע CD ובנקודה H את אמצע האלכסון AC.

הוכיחו כי $\triangle CEH \sim \triangle ABC$.

ה. (1) חשבו את זווית $\angle ACD$.

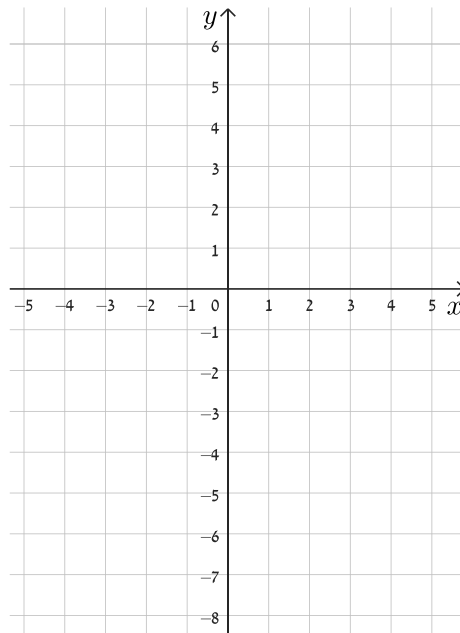
(2) חשבו את אורכי צלעות המרובע ABCD.

(3) חשבו את שטח המשולש ACD.

(4) חשבו את שטח המרובע ABCD.

ו. חשבו את היחס שבין שטח המשולש CEH לשטח המרובע ABCD.

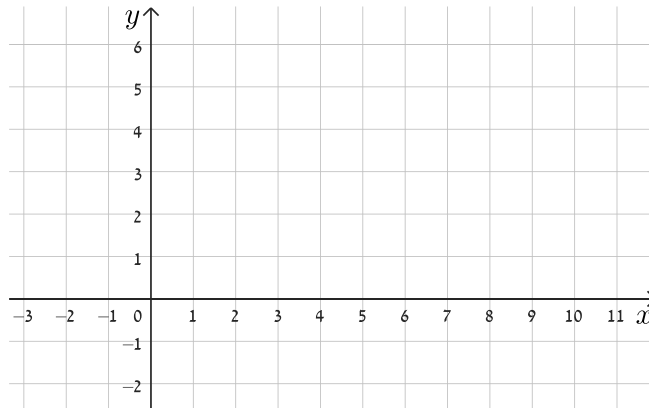
- 3 נתון מלבן ABCD ששיעורי קודקודיו הם: $A(-4,4)$, $B(0,5)$, $C(3,-7)$, $D(-1,-8)$.
א. סרטטו את המלבן ABCD במערכת צירים.



- ב. חשבו את היקף המלבן ואת שטחו.
ג. חשבו את אורכי האלכסונים של המלבן.
ד. מצאו את משוואות האלכסונים.
ה. מצאו את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים במלבן.
ו. מצאו את הזוויות הנוצרות בין אלכסוני המלבן לצלעות המלבן.
ז. מצאו את הזווית החדה שבין אלכסוני המלבן.

(4) נתון מרובע ABCD ששיעורי קודקודיו הם: $A(10,3)$, $B(2,-1)$, $C(3,4)$, $D(7,6)$.

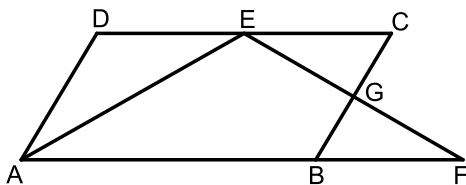
- א. (1) סרטטו את המרובע במערכת צירים.
(2) איזה מרובע הוא המרובע ABCD ? נמקו.



- ב. מעבירים את האלכסון BD.
(1) מצאו את משוואתו.
(2) מצאו את אורך האלכסון.
(3) מצאו את שיעורי הנקודה F, נקודת האמצע של האלכסון.
ג. הוכיחו כי משוואת הישר העובר דרך הנקודות C ו-F מקביל למשוואת הישר של הצלע AD.
ד. חשבו את הזווית AFB.
ה. חשבו את שטח המשולש AFB.

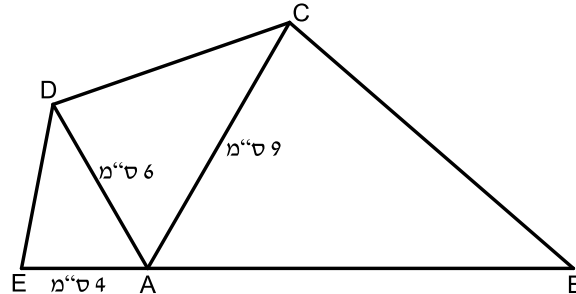
(5) המרובע ABCD הוא מקבילית שבו $AB = 2BC$.

- הנקודה E היא אמצע הצלע DC.
ממשיכים את AB מהכיוון של B עד לנקודה F כך שמתקיים: $AD = BF$.
מחברים את E עם F כך שהקטע EF חותך את הצלע BC בנקודה G.
ידוע גם כי: $\angle ADE = \angle AEF$.



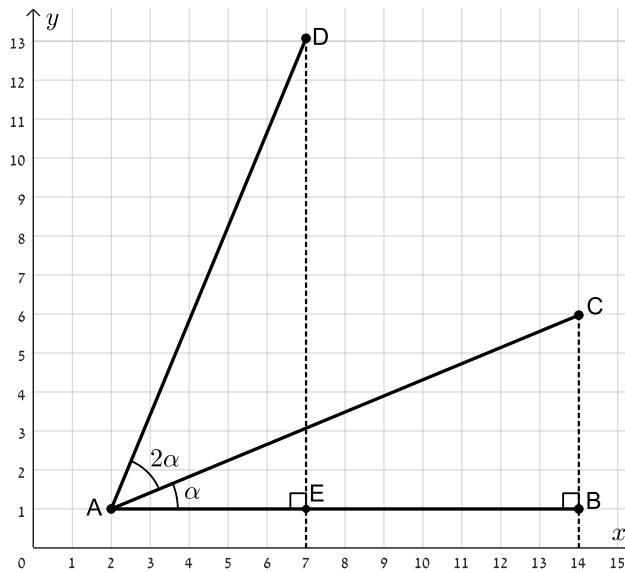
- א. הוכיחו כי המשולש ADE הוא שווה שוקיים.
ב. הוכיחו כי: $\triangle EGC \cong \triangle FGB$.
ג. הוכיחו כי: $\triangle ADE \sim \triangle AEF$.
ד. ידוע כי: $\angle DAE = 30^\circ$, $BG = 6$ ס"מ.
(1) חשבו את שטח המשולש FGB.
(2) חשבו את היקף המשולש ADE.

- (6) הנקודה A נמצאת על הישר BE.
הקטעים AB, AC, AD ו-AE מחלקים הזווית השטוחה $\angle EAB$ ל-3 זוויות שוות.
נתון: $AE = 4$ ס"מ, $AD = 6$ ס"מ, $AC = 9$ ס"מ.



- א. הוכיחו כי: $\triangle EAD \sim \triangle DAC$ וכתבו את יחס הדמיון.
- ב. ידוע כי: $\triangle EAD \sim \triangle CAB$.
 - (1) מצאו את אורך הצלע AB במשולש $\triangle CAB$.
 - (2) הסבירו מדוע מתקיים: $\triangle EAD \sim \triangle DAC \sim \triangle CAB$.
- ג. חשבו את שטח המשולש EAD.
- ד.
 - (1) היעזרו בתוצאתכם מסעיף ג' וחשבו את שטח המשולש BAC.
 - (2) ללא שימוש בתוצאתכם מסעיף ג', חשבו באופן ישיר את שטח המשולש BAC.
- ה.
 - (1) מהו המרובע EDCB? נמקו.
 - (2) חשבו את שטח המרובע EDCB.

(7) במערכת הצירים שלפניכם נתון ישר אופקי AB כאשר: $A(2,1)$, $B(14,1)$ כמתואר באיור:



הקטע AC מחלק את הזווית $\angle BAD$ לשתי זוויות המקיימות: $\angle DAC = 2\angle BAC$.
מסמנים נקודה E על AB ששיעוריה הם $E(7,1)$.

בשאלה זו נבחן האם שיפוע הישר העובר דרך AD גדול פי 3 משיפוע הישר העובר דרך AC.
מסמנים: $\angle BAC = \alpha$. הניחו כי: $\alpha = 22.5^\circ$ וענו על הסעיפים הבאים:

- א. (1) כתבו את אורך הקטע AB.
 - (2) חשבו את אורך הקטע AC.
 - (3) כתבו את שיעורי הנקודה C.
 - (4) כתבו את שיפוע הישר העובר דרך AC.
 - ב. (1) כתבו את אורך הקטע AE.
 - (2) חשבו את אורך הקטע AD.
 - (3) כתבו את שיעורי הנקודה D.
 - (4) חשבו את שיפוע הישר העובר דרך AD.
- כזכור, הקשר שבין שיפוע ישר m והזווית של הישר עם הכיוון החיובי של ציר ה- x הוא: $m = \tan \alpha$.

ג. (1) הראו כי הקשר הנ"ל מתקיים עבור השיפועים שמצאתם בסעיפים הקודמים והזווית α הנתונה בשאלה.

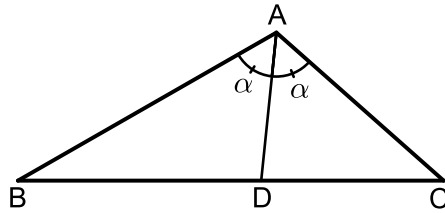
(2) האם ניתן להסיק כי: $m_{AD} = 3 \cdot m_{AC}$? נמקו.

(3) על סמך הסעיף הקודם, הסבירו מדוע: $\tan(3\alpha) \neq 3 \tan \alpha$.

(4) האם לדעתכם קיימת זווית $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ שעשויה לקיים: $\tan(3\alpha) = 3 \tan \alpha$?

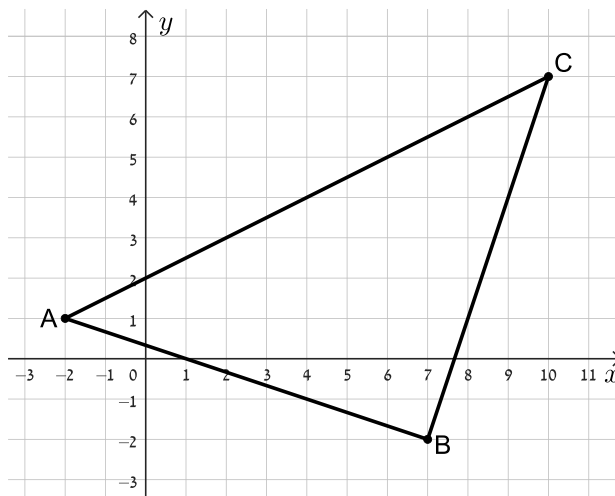
נמקו.

- (8) נתון משולש ABC ובו הקטע AD הוא חוצה זווית $\angle BAC$. ידוע כי: $AB = 8$ ס"מ, $AC = 6$ ס"מ ו- $AD = 4$ ס"מ. בשאלה זו נבחן האם מתקיים הקשר: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$ ונסיק מסקנות בהתאם.



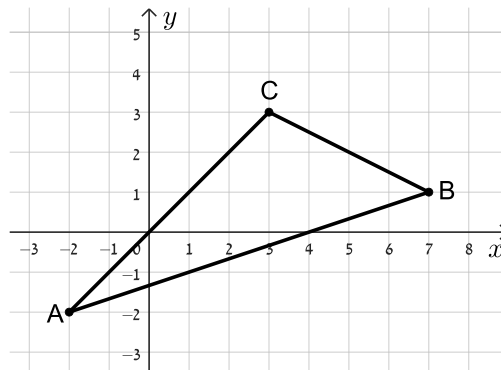
- א. (1) הביעו באמצעות $\sin \alpha$ את שטח המשולש ABD.
- (2) הביעו באמצעות $\sin \alpha$ את שטח המשולש ADC.
- (3) הביעו באמצעות $\sin 2\alpha$ את שטח המשולש ABC.
- ב. חברו משוואה מתאימה לפי שוויון השטחים שכתבתם ובטאו את $\sin 2\alpha$ באמצעות $\sin \alpha$.
- ג. האם קיבלתם: $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha$? מה מסקנתכם מהחישוב שביצעתם?

- (9) בשאלה שלפניכם נתון משולש ABC כמתואר באיור:



- א. מצאו את שיפוע הישר העובר דרך AB.
- ב. מצאו את שיפוע הישר העובר דרך AC.
- ג. חשבו את $\angle BAC$.
- ד. האם אפשר לטעון כי $\tan \angle BAC$ שווה להפרש בין שיפועי הישרים העוברים דרך AC ו-AB? הסבירו.
- ה. על סמך הסעיף הקודם, הסיקו האם הקשר הבא מתקיים: $\tan(\alpha - \beta) = \tan \alpha - \tan \beta$. הסבירו את טענתכם.

10 באיור שלפניכם נתון משולש ABC:



- א. מצאו את משוואות הישרים המכילים את צלעות המשולש.
 - ב. מצאו את משוואת הישר המכיל את הגובה לצלע AB.
 - ג. חשבו את זווית המשולש.
 - ד. חשבו את היקף המשולש.
 - ה. חשבו את שטח המשולש שתי דרכים:
 - (1) חישוב ע"י מכפלת צלע בגובה שלה.
 - (2) חישוב בעזרת נוסחת שטח משולש מטריגונומטריה.
- הראו כי מתקבל אותו שטח.

11 נתון קטע ששיעורי נקודות הקצה שלו הם: $A(1,3)$, $B(5,4)$.

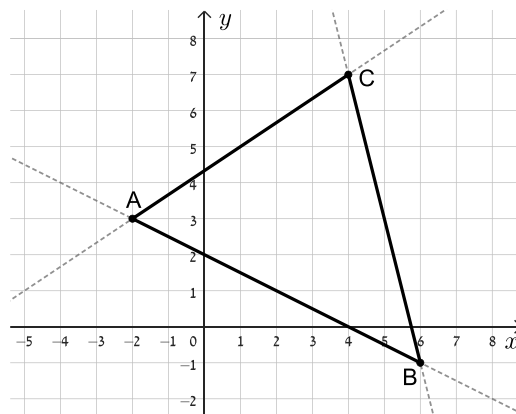
- א. (1) מצאו את השיפוע AB .
- (2) מצאו את שיעורי הנקודה C , אמצע הקטע AB .
- (3) מצאו את משוואת האנך האמצעי לקטע AB .
- ב. בחרו שתי נקודות D ו- E על האנך שאת משוואתו מצאתם בסעיף א (3) וחשבו את אורכי הקטעים AD , BD , AE ו- BE .
- ג. מה תוכלו לומר על המשולשים ABD ו- ABE ?
- ד. איזו מסקנה תוכלו להסיק לגבי נקודות הנמצאות על אנך אמצעי לקטע?

האנך האמצעי מחלק את מערכת הצירים לשני מישורים:

- מישור עליון (בו הנקודות נמצאות **מעל** לאנך).
- מישור תחתון (בו הנקודות נמצאות **מתחת** לאנך).
- נזכור כי בהינתן ישר $y = mx + b$ אזי נקודה (x_1, y_1)
 - היא מעל לישר אם: $y_1 > mx_1 + b$.
 - היא מתחת לישר אם: $y_1 < mx_1 + b$.
- ה. בחרו נקודה R הנמצאת מעל לאנך ונקודה T הנמצאת מתחת לאנך.
- (1) חשבו את מרחקי כל אחת מן הנקודות מקצות הקטע AB .
- (2) מה תוכלו להסיק לגבי נקודות שאינן נמצאות על האנך?

12 בשאלה זו נחקור את תכונת האנכים האמצעיים במשולש.

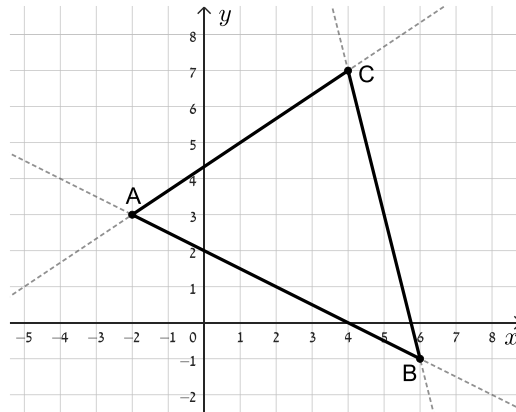
נתון משולש ABC כמתואר באיור הבא:



- א. מצאו את משוואות האנכים האמצעיים לצלעות AB ו- BC .
- ב. מצאו את נקודת החיתוך M של שני האנכים האמצעיים.
- ג. חשבו את אורכי הקטעים AM , BM , ו- CM . מה היא מסקנתכם?
- ד. הראו כי האנך האמצעי השלישי, שיוצא מאמצע AC , עובר דרך הנקודה M .

13 בשאלה זו נחקור את תכונת מפגש התיכונים במשולש.

נתון משולש ABC כמתואר באיור הבא:



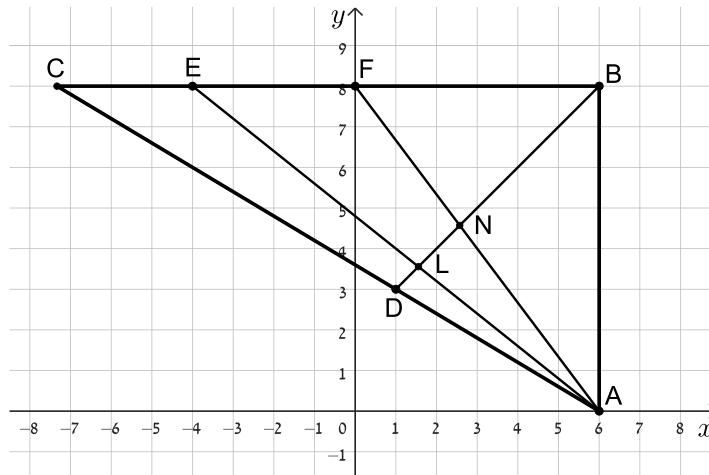
- א. מצאו את משוואות התיכונים לצלעות AB ו-BC.
- ב. מצאו את נקודת החיתוך K של שני התיכונים.
- ג. הראו כי התיכון השלישי, לצלע AC, גם עובר דרך הנקודה K.
- ד. חשבו את המרחקים של הנקודה K מכל אחד מקודקודי המשולש.
- ה. חשבו את המרחקים של הנקודה K מאמצעי הצלעות.
- ו. באיזה יחס מחלקת הנקודה K את אורכי התיכונים? נמקו.

14 נתון משולש ישר זווית ABC כמופיע במערכת הצירים הבאה:

הקטע BD הוא חוצה זווית $\angle ABC$ ושיעורי הנקודה C הם $C\left(-7\frac{1}{3}, 8\right)$.

מעבירים את הקטעים AE ו-AF.

חוצה הזווית BD חותך את הקטעים AE ו-AF בנקודות L ו-N בהתאמה.



א. (1) חשבו את היחס $\frac{AB}{BC}$.

(2) כתבו את משוואת הישר של הקטע BD ומצאו את שיעורי הנקודה D.

(3) חשבו את היחס $\frac{AD}{CD}$.

(4) מה תוכלו לומר על הקשר שבין היחסים אלו?

ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה L.

(2) חשבו את היחסים $\frac{AL}{LE}$ ו- $\frac{AB}{BE}$.

(3) מה תוכלו לומר על הקשר שבין יחסים אלו?

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה N.

(2) חשבו את היחסים $\frac{AN}{NF}$ ו- $\frac{AB}{BF}$.

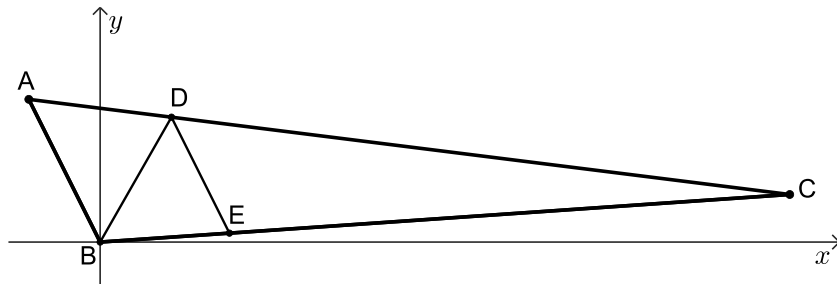
(3) מה תוכלו לומר על הקשר שבין יחסים אלו?

ד. נסחו השערה לגבי תכונה של חוצה זווית במשולש.

15 בסרטוט שלפניכם נתון משולש ABC שבו: $A(-3,6)$, $B(0,0)$, $C(29,2)$

דרך הנקודה B מעבירים את הקטע BD ששיפועו הוא 1.75.

הקטע DE מקביל לצלע AB של המשולש ABC.



א. מצאו את שיעורי הנקודה D.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה E.

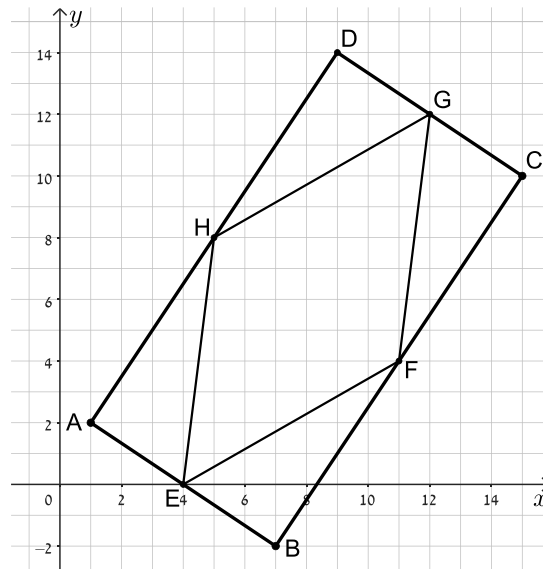
ג. הראו כי מתקיים: $\frac{BC}{AB} = \frac{CE}{BE}$.

הוכיחו זו באמצעות משפטי גאומטריה.

ד. הוכיחו כי BD חוצה זווית ABC.

ה. חשבו את $\angle ABD$ ואת $\angle ABC$.

16 נתון מלבן ABCD הממוקם במערכת צירים כמתואר בסרטוט:
מחברים את אמצעי צלעותיו לפי הסדר כך שמתקבל מרובע EFGH.

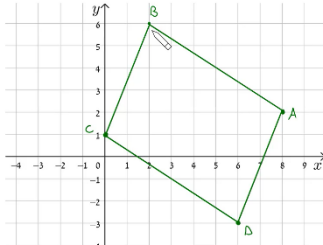


- א. מה הם שיעורי נקודות האמצע E, F, G, H?
 - ב. חשבו את אורכי צלעות המרובע EFGH.
 - ג. חשבו את זוויות המרובע EFGH.
 - ד. מה הוא סוג המרובע EFGH שהתקבל? נמקו.
 - ה. מה הוא היחס שבין היקף המלבן ABCD לבין היקף המרובע EFGH?
 - ו. מה הוא היחס שבין שטח המלבן ABCD לבין שטח המרובע EFGH?
 - ז. נסחו השערות מתאימות לגבי:
 - (1) סוג המרובע המתקבל כאשר מחברים את אמצעי צלעות מלבן.
 - (2) היחס שבין היקף המלבן והיקף המרובע שהתקבל.
 - רמז: התייחסו ליחס שבין צלעות המלבן הנתון בשאלה.
 - (3) היחס שבין שטח המלבן ושטח המרובע שהתקבל.
- השתמשו באמצעים גאומטריים כדי להוכיח את השערותיכם.

תשובות סופיות:

(1) א. (2) שאלה הוכחה א. (2) ב. (1) משולש ישר זווית ושווה שוקיים.

ב. (2) 8.48 ס"מ ג. 26.56° ד. (1) 36 סמ"ר ד. (2) $\frac{1}{4}$.

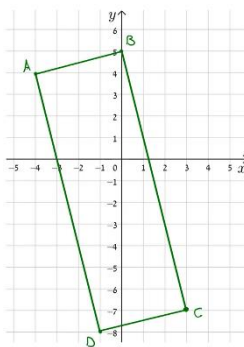


(2) א. להלן סרטוט: ב. מקבילית ג. 8.062 יח"א.

ד. שאלת הוכחה ה. (1) 40.81° .

ה. (2) $\sqrt{29} = AD = BC$, יח"א, $\sqrt{52} = AB = CD$, יח"א.

ה. (3) 19 יח"ש ה. (4) 38 יח"ש ו. $\frac{1}{8}$.



(3) א. להלן סרטוט: ב. $P_{ABCD} = 32.98$ יח"א, $S_{ABCD} = 51$ יח"ש.

ג. 13.038 יח"א.

ד. $AC: y = -\frac{11}{7}x - 2\frac{2}{7}$, $BD: y = 13x + 5$.

ה. $(-\frac{1}{2}, -1\frac{1}{2})$.

ו. $18.43^\circ, 71.56^\circ$ ז. 36.87° .

(4) א. (1) להלן סרטוט: א. (2) טרפז

ב. (1) $y = 1.4x - 3.8$.

ב. (2) 8.6 יח"א ב. (3) (4.5, 2.5).

(5) א. שאלת הוכחה ב. שאלת הוכחה

ג. שאלה הוכחה.

ד. (1) 31.17 סמ"ר ד. (2) 44.784 ס"מ.

(6) א. שאלת הוכחה ב. (1) $AB = 13.5$ ס"מ ב. (2) שאלת הוכחה.

ג. 10.39 סמ"ר ד. (1) 52.611 סמ"ר, ראו סרטון וידאו.

ה. (1) מרובע כללי ה. (2) 86.386 סמ"ר.

(7) א. (1) 12 יח"א א. (2) $AC = 12.98$ יח"א א. (3) $C(14, 5.97)$.

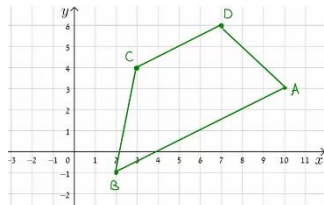
א. (4) $m_{AC} = 0.414$ ב. (1) $AE = 5$ יח"א ב. (2) $AD = 13.065$ יח"א.

ב. (3) $D(5, 13.071)$ ב. (4) $m_{AD} = 2.414$ ג. (1) ראו סרטון.

ג. (2) לא ניתן ג. (3) ראו סרטון ג. (4) לא קיימת זווית.

(8) א. (1) $S_{ABD} = 16 \cdot \sin \alpha$ א. (2) $S_{ADC} = 12 \cdot \sin \alpha$ א. (3) $S_{ABC} = 24 \cdot \sin(2\alpha)$.

ב. $\sin(2\alpha) = 1\frac{1}{6} \sin \alpha$ ג. לא.



9) א. $m_{AB} = -\frac{1}{3}$ ב. $m_{AC} = \frac{1}{2}$ ג. $\angle BAC = 45^\circ$.

ד. לא ה. השוויון לא מתקיים.

10) א. $AB: y = \frac{1}{3}x - \frac{4}{3}$, $AC: y = x$, $BC: y = -\frac{1}{2}x + 4$ ב. $y = -3x + 12$

ג. $\angle ACB = 108.435^\circ$, $\angle ABC = 45^\circ$, $\angle BAC = 26.56^\circ$ ד. $P_{ABC} = 21.03$ יח"א.
ה. $S_{ABC} = 15$ יח"ש, ראו סרטון וידאו.

11) א. (1) $m_{AB} = \frac{1}{4}$ א. (2) $C(3, 3.5)$ א. (3) $y = -4x + 15.5$

ב. $AE = BE = \sqrt{21.25}$, $AD = BD = \sqrt{8.5}$ ג. המשולשים שווים שוקיים.

ד. נקודות הנמצאות על אנך אמצעי לקטע, הן במרחקים שווים מקצות הקטע.

ה. (1) $RA = 5$ יח"א, $RB = 3.16$ יח"א, $TA = 5.38$ יח"א, $TB = 6.32$ יח"א.

ה. (2) כאשר נקודה נמצאת באחד מחצאי המישור שהאנך מחלק, היא לעולם תהיה קרובה יותר לקצה הקטע שבמחצית המישור בו היא נמצאת.

12) א. האנך ל- $AB: y = 2x - 3$, האנך ל- $BC: y = \frac{1}{4}x + 1\frac{3}{4}$ ב. $M\left(2\frac{5}{7}, 2\frac{3}{7}\right)$

ג. $AM = BM = CM = 4.748$ יח"א, נקודת מפגש האנכים האמצעיים נמצאת במרחק שווה מכל קודקודי המשולש. ד. ראו בסרטון.

13) א. התיכון ל- $AB: y = 3x - 5$, התיכון ל- $BC: y = 3$ ב. $K\left(2\frac{2}{3}, 3\right)$

ג. ראו בסרטון ד. $KA = 4.66$ יח"א, $KB = 5.2$ יח"א, $KC = 4.216$ יח"א.

ה. מרחק K מאמצע $AB: 2.108$ יח"א, מרחק K מאמצע $BC: 2.33$ יח"א,

מרחק K מאמצע $AC: 2.603$ יח"א ו. $2:1$

14) א. (1) $\frac{3}{5}$ א. (2) $BD: y = x + 2$, $D(1, 3)$ א. (3) $\frac{3}{5}$

א. (4) קיום משפט חוצה זווית ב. (1) $L\left(1\frac{5}{9}, 3\frac{5}{9}\right)$ ב. (2) $\frac{AB}{BE} = \frac{8}{10}$, $\frac{AL}{LE} = \frac{8}{10}$

ב. (3) היחסים שווים ג. (1) $N\left(2\frac{4}{7}, 4\frac{4}{7}\right)$ ג. (2) $\frac{AB}{BF} = \frac{4}{3}$, $\frac{AN}{NF} = \frac{4}{3}$

ג. (3) היחסים שווים ד. ראו בסרטון.

15) א. $D(3, 5.25)$ ב. $E\left(5\frac{7}{16}, \frac{3}{8}\right)$ ג. שאלת הוכחה.

ד. שאלת הוכחה ה. $\angle ABD = 56.31^\circ$, $\angle ABC = 112.62^\circ$

16) א. $E(4, 0)$, $F(11, 4)$, $G(12, 12)$, $H(5, 8)$

ב. $EF = 8.06$ יח"א, $FG = 8.06$ יח"א, $GH = 8.06$ יח"א, $EH = 8.06$ יח"א.

ג. $\angle HEF = \angle HGF = 53.13^\circ$, $\angle EHG = \angle EFG = 126.87^\circ$

ד. מעוין.

ה. $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ 2. ו. $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ 2. ז. (1) מעוין 2. ח. (2) $\frac{3}{5}\sqrt{5}$ 2. ט. (3) 2

גאומטריה של המישור וגאומטריה אנליטית:

שאלות:

(1) נתון מרובע ABCD ששיעורי קודקודיו הם: $A(-2,4)$, $B(8,1)$, $C(7,-3)$, $D(-3,0)$.

- א. סרטטו את המרובע ABCD במערכת צירים.
- ב. הוכיחו בשלוש דרכים שונות כי מדובר במקבילית.
- ג. חשבו את היקף המקבילית.
- ד. מצאו את שיעורי הנקודה K - נקודת מפגש אלכסוני המקבילית.

(2) נתון מרובע ABCD ששיעורי קודקודיו הם: $A(5,-3)$, $B(7,5)$, $C(-9,9)$, $D(-11,1)$.

- א. סרטטו את המרובע ABCD במערכת צירים.
- ב. הוכיחו בשלוש דרכים שונות כי מדובר במלבן.
- ג. חשבו את היקפו ואת שטחו של המלבן.
- ד. מצאו את שיעורי הנקודה K - נקודת מפגש אלכסוני המלבן.

(3) נתונה מקבילית ABCD ששיעורי שלושה מקודקודיה הם: $A(-9,-2)$, $B(-1,-5)$, $C(5,11)$.

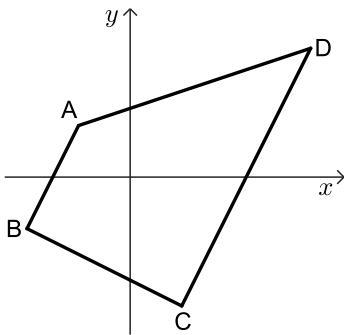
- א. חשבו את שיעורי הקודקוד הרביעי (קודקוד D).
- ב. האם המקבילית היא מעוין?
- ג. האם המקבילית היא מלבן?
- ד. (1) חשבו את אורכי צלעות המקבילית ואת אורכי אלכסוניה.
(2) חשבו את היקף המקבילית.
(3) חשבו את שטח המקבילית.

(4) נתונה מקבילית ABCD ששיעורי שלושה מקודקודיה הם: $A(-6,3)$, $C(2,-5)$, $D(1,2)$.

- א. חשבו את שיעורי הקודקוד B.
- ב. האם המקבילית היא מעוין?
- ג. האם המקבילית היא מלבן?
- ד. חשבו את אורכי צלעות המקבילית ואת אורכי אלכסוניה.
- ה. (1) מצאו את שיעורי הנקודה M - נקודת מפגש אלכסוני המקבילית.
(2) חשבו את שטח המקבילית.

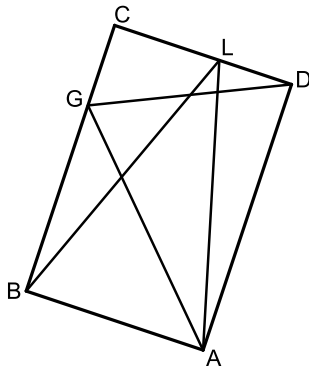
(5) נתונה מקבילית ABCD ששיעורי שלושה מקודקודיה הם: $A(6,4)$, $B(-5,-2)$, $C(-11,9)$.

- א. חשבו את שיעורי הקודקוד הרביעי (קודקוד D).
- ב. האם המקבילית היא מעוין?
- ג. האם המקבילית היא מלבן?
- ד. האם המקבילית היא ריבוע?
- ה. (1) חשבו את אורכי צלעות המקבילית ואת אורכי אלכסוניה.
(2) חשבו את היקף המקבילית.
(3) חשבו את שטח המקבילית בשתי דרכים:
i. בעזרת שימוש באורכי הצלעות בלבד.
ii. בעזרת שימוש באלכסונים בלבד.



(6) במערכת הצירים שלפניכם נתון מרובע ABCD ששיעורי קודקודיו הם: $A(-2,2)$, $B(-4,-2)$, $C(2,-5)$, $D(7,5)$.

- א. מה הוא סוג המרובע?
במרובע זה מעבירים קטע אמצעים EF (E היא אמצע הצלע AD ו-F היא אמצע הצלע BC).
- ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה F.
(2) מצאו את משוואת הישר EF.
- ג. האלכסון AC חותך את EF בנקודה K.
(1) מצאו את שיעורי הנקודה K.
(2) קבעו האם: $AK = CK$. נמקו.
- ד. הנקודה R היא נקודת החיתוך של CD עם ציר ה-x.
(1) מצאו את שיעורי הנקודה R.
(2) הישר AR חותך את EF בנקודה M. מצאו את שיעורי הנקודה M.
(3) קבעו האם: $AM = RM$. נמקו.
- ה. הנקודה P היא נקודה כלשהי הנמצאת על הצלע CD.
הישר AP חותך את EF בנקודה N.
הוכיחו כי: $AN = PN$ (ללא שימוש בשיעורי הנקודות במערכת הצירים).



(7) המרובע ABCD הוא מלבן שבו שלושה מקודקדיו הם:

$$A(1, -4), B(-5, -2), C(-2, 7)$$

א. חשבו את שטח המלבן ABCD.

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד D.

ג. בחרו נקודה G כלשהי על הצלע BC

ונקודה L כלשהי על הצלע CD.

חשבו את השטחים: S_{AGD} ו- S_{ABL} . מה קיבלתם?

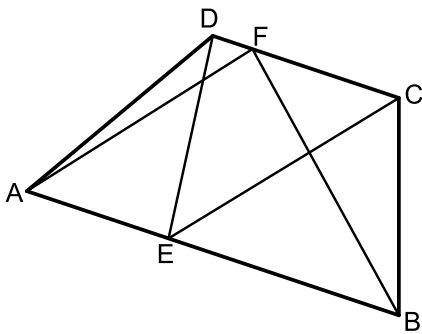
ד. בחרו זוג נקודות אחרות (במקום G ו-L) על אותן הצלעות

וחזרו על סעיף ג'. מה קיבלתם הפעם?

ה. בעקבות התוצאות של סעיפים ג' ו-ד', נסחו השערה כללית לכל מלבן ABCD.

ו. הוכיחו את השערתכם.

(8) המרובע ABCD הוא טרפז שבו שיעורי קודקדיו הם: $A(-5, 2), B(7, -2), C(7, 5), D(1, 7)$



א. הראו כי בסיסי הטרפז הם AB ו-CD.

ב. מסמנים נקודה E על AB ונקודה F על DC

בחרו נקודות המתאימות לדרישה כרצונכם

וענו על הסעיפים הבאים:

(1) חשבו את השטח: S_{AFB} .

(2) חשבו את סכום השטחים: $S_{ADE} + S_{ECB}$.

(3) מה קיבלתם? הסבירו.

ג. בחרו זוג נקודות אחרות (במקום E ו-F) על אותן הצלעות וחזרו על סעיף ב'.

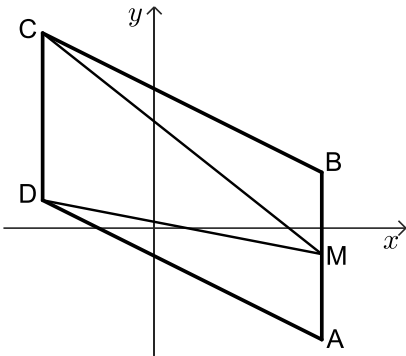
מה קיבלתם הפעם?

ד. בעקבות התוצאות של סעיפים ב' ו-ג', נסחו השערה כללית לכל טרפז ABCD.

ה. הוכיחו את השערתכם בעזרת כללים של גאומטריה של המישור.

9) המרובע ABCD הוא מקבילית שבה שלושה משיעורי קודקדיה הם:

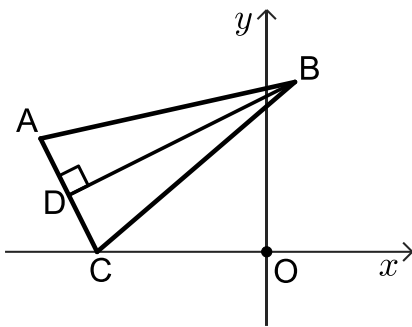
$$A(6, -4), B(6, 2), D(-4, 1)$$



- מצאו את שיעורי הקודקוד C.
- חשבו את שטח המקבילית ABCD.
(שימו לב: הצלע AB מקבילה לציר ה-y).
- בחרו נקודה כלשהי M על הצלע AB וענו על הסעיפים הבאים:
(1) חשבו את השטח: S_{DMC} .

(2) מצאו קשר בין השטח S_{DMC} לבין שטח המקבילית.

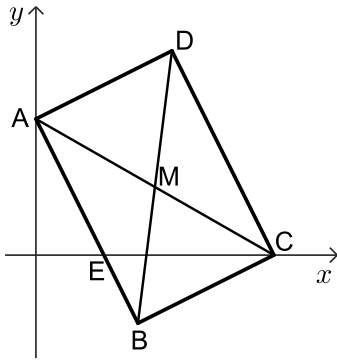
- חזרו על הסעיף הקודם, ובחרו נקודה אחרת P על AB במקום הנקודה M.
- בעקבות סעיפים ג' ו-ד' נסחו השערה כללית לכל מקבילית ABCD.
- הוכיחו את השערתכם תוך שימוש בכללי הגאומטריה של המישור.



10) במשולש שווה שוקיים ABC ($AB = BC$).

נתון $A(-8, 4)$, $B(1, 6)$ הקודקוד C נמצא על ציר ה-x.

- מצאו את אורך שוק המשולש.
- מצאו את שיעורי הנקודה C אם ידוע ש- $x_C < x_B$.
- BD הוא גובה לצלע AC.
- הסבירו ללא חישוב מדוע $AD = CD$.
- חשבו את אורך BD.
- חשבו את גודל הזווית $\angle ACB$.
- חשבו את גודל הזווית $\angle BCO$, (O ראשית הצירים).



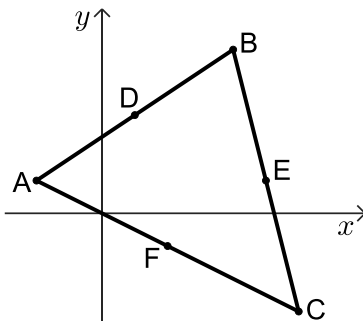
11 המרובע ABCD הוא מקבילית. אורך הצלע $BC = AD = \sqrt{20}$. נתון: $D(4,6)$, $B(3,-2)$.

הנקודה A נמצאת על ציר ה-y. O ראשית הצירים.

- מצאו שיעורי הנקודה A ($y_A < 6$).
 - הוכיחו כי המרובע ABCD הוא מלבן.
 - אלכסוני המלבן נפגשים בנקודה M. מצאו את שיעורי הקודקוד C.
- הצלע AB חותכת את ציר ה-x בנקודה E.
- מצאו את שיעורי הקודקוד E.
 - הוכיחו כי המשולשים CBE ו-AOE דומים, ומצאו את יחס הדמיון.
- (2) מצאו פי כמה גדול שטח המשולש CBE משטח המשולש AOE.
- חשבו את שטח המרובע ACBO.
 - חשבו את גודל הזווית $\angle ACB$.

12 במשולש ABC הנקודות D, E, F הן אמצעי הצלעות AB, BC, AC בהתאמה.

א. הוכיחו כי המרובע ADEF הוא מקבילית.
נתון: $A(-2,1)$, $F(2,-1)$, $E(5,1)$, $D(1,3)$.



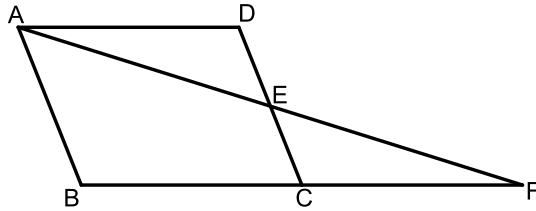
- מצאו את שיעורי הנקודה B.
- חשבו את שיעורי הנקודה C.
- הסבירו מדוע $\triangle DEF \sim \triangle CAB$.
- מהו היחס בין היקף המשולש DEF לבין היקף המשולש CAB?
- מהו היחס בין שטח המשולש DEF לבין שטח המשולש CAB?
- הוכיחו: $S_{\triangle ABF} = 2 \cdot S_{\triangle DEF}$.

(15) בסרטוט שלפניכם, נתון מרובע ABCD.

הנקודה E נמצאת באמצע הצלע DC.

המשך הקטע AE פוגש את המשך הצלע BC בנקודה F.

נתון: $\angle ADC = \angle DCF$.



א. הוכח כי: $AD = CF$.

ב. נתון גם כי C היא אמצע BF.

(1) הוכיחו: $BC \parallel AD$.

(2) הוכיחו: ABCD מקבילית.

(16) נתונה מקבילית ABCD. הקודקודים C ו-D מונחים על ציר ה-x.

נתון: $B(9,4)$, $D(2,0)$.

שטח המקבילית ABCD הוא 24 יח"ר.

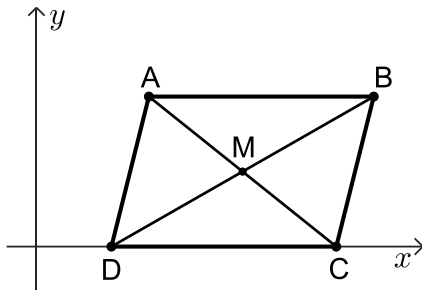
א. מצאו את אורך הצלע DC.

ב. מצאו את שיעורי הקודקודים A ו-C.

ג. מצאו את משוואות הישרים AC ו-BD.

ד. מצאו את שיעורי נקודת מפגש האלכסונים, M.

ה. האם המשולשים CDM ו-BCM הם שווים שטח? נמקו.



(17) במקבילית ABCD נתונים הקודקודים: $C(4,10)$, $D(4,4)$.

הצלע BC מונחת על הישר $y = \frac{1}{2}x + 8$

והאלכסון BD מונח על הישר: $y = 8 - x$.

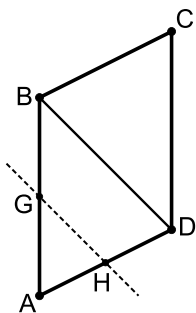
א. מצאו את שיעורי הקודקוד A.

ב. מצאו את משוואות הישרים עליהם מונחות הצלעות AB, CD ו-AD.

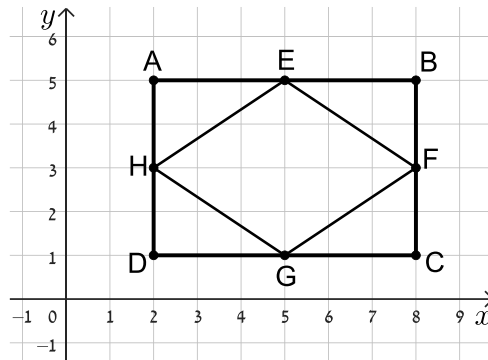
ג. מהו אורך הגובה מהקודקוד B לצלע CD?

ד. בסרטוט מופיע הישר $y = 5 - x$, החותך את המקבילית ABCD בנקודות G ו-H.

הוכיחו שהמשולשים ABD ו-AGH דומים.

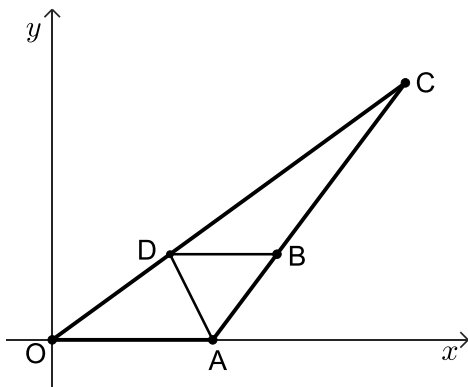


18 נתון מלבן ABCD הממוקם במערכת צירים כמתואר בסרטוט:
מחברים את אמצעי צלעותיו לפי הסדר, כך שמתקבל מרובע EFGH.



- מהו סוג המרובע שהתקבל?
- חשבו את היקף המרובע EFGH.
- חשבו את היחס בין שטח המשולש AEH לשטחו של המלבן ABCD.
- על סמך סעיף ג', מצאו איזה חלק מהווים שטחים ארבעת המשולשים מתו שטח המלבן.
- חשבו את שטח המרובע EFGH בשתי דרכים שונות.

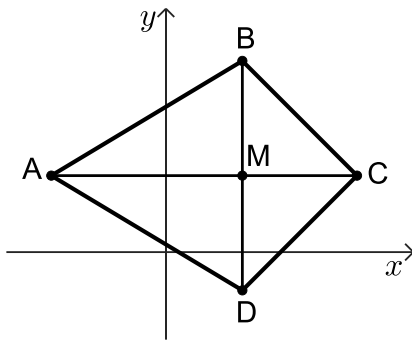
19 בסרטוט שלפניכם נתון משולש OAC ונתון כי: $A(15,0)$, $B(21,8)$, $C(33,24)$.



- דרך הנקודה B מעבירים ישר המקביל לציר ה-x.
- הישר חותך את הצלע OC בנקודה D כך ש- $AB = BD$.
- מצאו את שיעורי הנקודה D.
- חשבו את אורך הקטע AB.
- מהו סוג המרובע ABDO? נמקו.
- חשבו את שטח המרובע ABDO.
- נסמן נקודה: $E(5,0)$.
- הוכיחו כי המרובע ABDE הוא מעוין.
- מצאו נקודה נוספת K על ציר ה-x כך שהמרובע ADBK יהיה מקבילית.
- נקודה M נמצאת על ציר ה-x כך ששטח המשולש ADM גדול פי 2 משטח המשולש ODM. מצאו את שיעורי הנקודה M.
- הוכיחו כי: $\triangle BCD \sim \triangle ACO$.

(20) הנקודות $A(-3,2)$ ו- $C(5,2)$ הן שני קודקודים נגדיים של דלתון ABCD.

נקודת מפגש אלכסוני הדלתון ABCD היא $M(2,2)$ ונתון ששטח הדלתון הוא 24 יח"ר.



א. (1) האם AC הוא האלכסון הראשי בדלתון? נמקו.

(2) הסבירו מדוע האלכסון BD מקביל לציר ה-y.

ב. מצאו את אורך האלכסון BD.

ג. מצאו את שיעורי הנקודות B ו-D.

ד. הנקודה E נמצאת על הקטע AM,

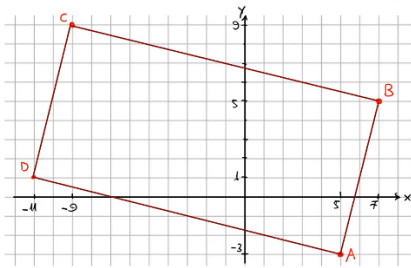
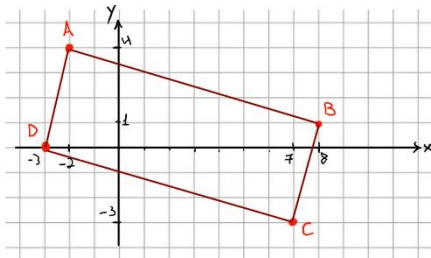
כך שהמרובע EBCD הוא מעוין.

מצאו את שיעורי הנקודה E.

ה. חשבו את גודל הזווית BEM.

ו. האם המרובע EBCD הוא ריבוע? נמקו.

תשובות סופיות:



(1) א. להלן סרטוט: ב. שאלת הוכחה.
ג. 29.13 יח"א ד. $K(2.5, 0.5)$.

(2) א. להלן סרטוט: ב. שאלה הוכחה.
ג. $P_{ABCD} = 49.478$ יח"א, $S_{ABCD} = 136$ יח"ש.
ד. $K(-2, 3)$.

(3) א. $D(-3, 14)$ ב. לא ג. כן
ד. (1) $AB = 8.54$ יח"א, $AD = 17.09$ יח"א,
 $AC = 19.1$ יח"א

ד. (2) 51.26 יח"א ד. (3) 146 יח"ש.

(4) א. $B(-5, -4)$ ב. כן ג. לא ד. $AB = BC = CD = AD = 7.07$ יח"א,

$AC = 11.31$ יח"א, $BD = 8.48$ יח"א ה. (1) $M(-2, -1)$ ה. (2) 48 יח"ש.

(5) א. $D(0, 15)$ ב. כן ג. כן ד. כן.

ה. (1) $AB = BC = CD = AD = 12.53$ יח"א, $AC = BD = 17.72$ יח"א ה. (2) 50.12 יח"א.
ה. (3) 157 יח"ש.

(6) א. טרפז ב. $F(-1, -3.5)$ ב. (1) $y = 2x - 1.5$ ג. (1) $K(0, -1.5)$.

ג. (2) כן ד. (1) $R(4.5, 0)$ ד. (2) $M(1.25, 1)$ ד. (3) שווים.

ה. שאלת הוכחה.

(7) א. 60 יח"ש ב. $D(4, 5)$ ג. $S_{ABL} = S_{AGD} = 30$ יח"ש ד. אותם השטחים.

ה. ראו סרטון. ו. ראו סרטון.

(8) א. ראו סרטון ב. (1) 42 יח"ש ב. (2) 42 יח"ש ב. (3) $S_{AFB} = S_{ADE} + S_{ECB}$.

ג. 45 יח"ש ד. ראו סרטון ה. ראו סרטון.

(9) א. $C(-4, 7)$ ב. 60 יח"ש ג. (1) 30 יח"ש ג. (2) $S_{DMC} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$.

ד. ראו סרטון ה. ראו סרטון ו. ראו סרטון.

(10) א. $\sqrt{85}$ ב. $C(-6, 0)$ ג. במש"ש, הגובה לבסיס הוא גם תיכון.

ד. $4\sqrt{5}$ ה. 75.963° ו. 40.6° .

- (11)** א. $A(0,4)$ ב. שאלת הוכחה ג. $C(7,0)$ ד. $E(2,0)$
- ה. (1) שאלת הוכחה, $\frac{2}{\sqrt{5}}$ ה. (2) $\frac{5}{4}$ ו. 21 יח"ר ז. 56.31°
- (12)** א. שאלת הוכחה ב. $B(4,5)$ ג. $C(6,-3)$ ד. שאלת הוכחה.
- ה. $\frac{1}{2}$ ו. $\frac{1}{4}$ ז. שאלת הוכחה.
- (13)** א. שאלת הוכחה ב. 12 ג. (1) 4.5 ג. (2) $6 = BD, 16 = CO$ ד. (2) המושלשים אינם דומים.
- ה. (1) 69.44° ד. (2) שאלת הוכחה
- (14)** א. שאלת הוכחה ב. טרפז ישר זווית ג. 72 יח"ש ד. מקבילית.
- ה. $F(-1,-2)$ ו. 2 ז. כן.
- (15)** א. שאלת הוכחה ב. (1) שאלת הוכחה ב. (2) שאלת הוכחה.
- (16)** א. 6 ב. $A(3,4), C(8,0)$ ג. $AC: y = -\frac{4}{5}x + \frac{32}{5}, BD: y = \frac{4}{7}x - \frac{8}{7}$
- ד. $M\left(5\frac{1}{2}, 2\right)$ ה. המשולשים שווים שטח.
- (17)** א. $A(0,2)$ ב. $AD: y = \frac{1}{2}x + 2, AB: x = 0, CD: x = 4$
- ג. 4 ד. שאלת הוכחה.
- (18)** א. מעוין ב. $4\sqrt{13}$ ג. $S_{AEH} = \frac{1}{8}S_{ABCD}$ ד. $\frac{1}{2}$ ה. 12 יח"ש.
- (19)** א. $D(11,8)$ ב. 10 ג. טרפז ד. 100 יח"ש. ה. שאלת הוכחה.
- ו. $K(25,0)$ ז. $M(-15,0)$ או $M(5,0)$ ח. שאלת הוכחה.
- (20)** א. (1) כן א. (2) ראו סרטון ב. 6 ג. $B(2,5), D(2,-1)$
- ד. $E(-1,2)$ ה. 45° ו. כן.