

שאלון 471

קדם אנליזה של פונקצית השורש הריבועי

תוכן העניינים:

2.....	פונקצית השורש:
2.....	סיכום כללי:
3.....	שאלות:
9.....	תשובות סופיות:
10.....	פעולת השורש על פונקציה נתונה:
10.....	סיכום כללי:
10.....	שאלות:
13.....	תשובות סופיות:

פונקצית השורש:

סיכום כללי:

פונקצית השורש:

פונקציה הכוללת ביטוי או ביטויים עם שורש נקראת פונקצית שורש.
דוגמאות לפונקציות שונות עם שורשים:

$$f(x) = \sqrt{x}, f(x) = \sqrt{x-2}, f(x) = \sqrt{3x-1}, f(x) = \sqrt{x^2-4}, f(x) = \sqrt{3-2x-x^2}$$

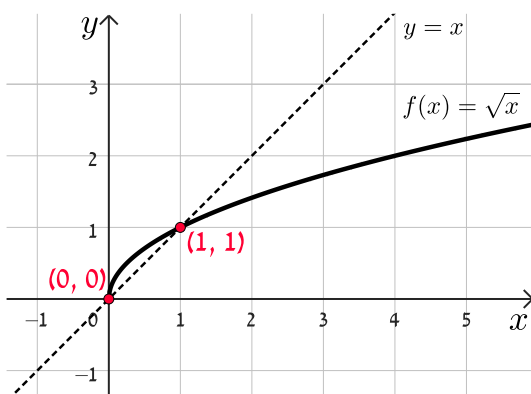
תחום ההגדרה של פונקצית שורש:

ביטוי שבתוך השורש צריך להיות אי-שלילי.
דוגמאות:

$$\begin{aligned} f(x) = \sqrt{x} &\rightarrow x \geq 0 \\ f(x) = \sqrt{3x-1} &\rightarrow x \geq \frac{1}{3} \\ f(x) = \sqrt{x^2-4} &\rightarrow x \leq -2, x \geq 2 \end{aligned}$$

גרף פונקצית השורש:

באיור הבא ניתן לראות את הקשר שבין גרף פונקצית השורש לבין גרף פונקצית
הקו הישר מהצורה: $y = x$.



- הפונקציות נחתכות ב- $(0,0)$ וב- $(1,1)$.
- עבור $0 < x < 1$, גרף השורש נמצא מעל לישר.
- עבור $x > 1$, גרף השורש נמצא מתחת לישר.

שאלות:

(1) מצאו את תחומי ההגדרה של פונקציות השורש הבאות:

א. $f(x) = \sqrt{x-5}$

ב. $f(x) = \sqrt{2x-5}$

ג. $f(x) = 2\sqrt{x-5}$

ד. $f(x) = \sqrt{2x} - 5$

(2) מצאו את תחומי ההגדרה של פונקציות השורש הבאות:

א. $f(x) = x + \sqrt{x}$

ב. $f(x) = \frac{\sqrt{x}-7}{2}$

ג. $f(x) = 7 - \sqrt{x}$

ד. $f(x) = 7x - \sqrt{x}$

(3) מצאו את תחומי ההגדרה של פונקציות השורש הבאות:

א. $f(x) = \sqrt{3x-1}$

ב. $f(x) = \frac{\sqrt{1-3x}-x}{3}$

ג. $f(x) = \frac{1}{5} \cdot (3x)^2 + \sqrt{3x}$

ד. $f(x) = x^2 - 3x + 3\sqrt{x}$

(4) מצאו את תחומי ההגדרה של פונקציות השורש הבאות:

א. $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x - 3}$

ב. $f(x) = \sqrt{49 - x^2}$

ג. $f(x) = \sqrt{x^2 + 10x}$

ד. $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 1}$

ה. $f(x) = \sqrt{x^2 - 10x + 25}$

ו. $f(x) = \sqrt{x^2 + 1}$

ז. $f(x) = \sqrt{x^2 + 25}$

ח. $f(x) = \sqrt{x^2 + 3x + 4}$

ט. $f(x) = \sqrt{12 - x - x^2}$

י. $f(x) = \sqrt{(x+4)(x-2)-7}$

יא. $f(x) = \sqrt{x + (x+2)^2}$

יב. $f(x) = \sqrt{3(x+2) + x(x-1)}$

(5) מצאו את תחומי ההגדרה של פונקציות השורש הבאות:

א. $f(x) = x^2 - \sqrt{x^2 - x - 12}$

ב. $f(x) = 4 + \sqrt{24 - 5x - x^2} - \frac{x}{3}$

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = 4\sqrt{x+a}$, פרמטר a .

ידוע כי הנקודה $A(3,4)$ נמצאת על גרף הפונקציה.

א. מהו ערכו של הפרמטר a ?

ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = x + 2 + \sqrt{bx + 4}$, $b \neq 0$ פרמטר.

ידוע כי הפונקציה מוגדרת בתחום: $x \leq 4$.

א. (1) מהו ערכו של הפרמטר b ?

(2) כתבו את נקודת קצה תחום ההגדרה של הפונקציה.

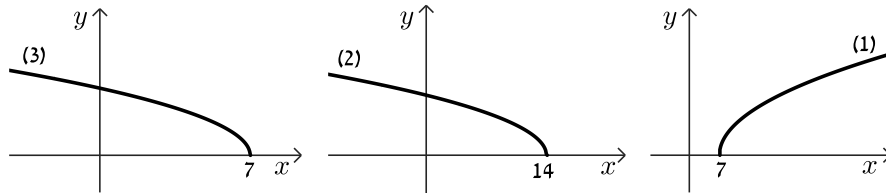
ב. (1) מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .

(2) כתבו את משוואתו של ישר העובר דרך נקודת החיתוך של הפונקציה $f(x)$

עם ציר ה- y ונקודת הקצה של הפונקציה שמצאתם בסעיף א (2).

ג. מצאו את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

(8) נתונות שתי הפונקציות: $f(x) = 2x - 14$ ו- $g(x) = 7 - x$.



א. קבעו איזה מבין הגרפים (1)-(3) מתאים לפונקציה $\sqrt{f(x)}$

ואיזה מתאים לפונקציה $\sqrt{g(x)}$.

ב. איזו מבין הפונקציות הבאות מתאימה לגרף הנוסף שלא מתאים לפונקציות

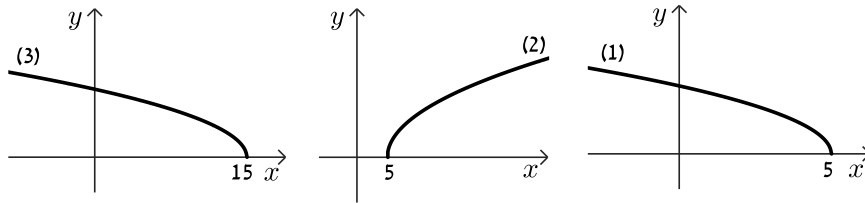
$$\sqrt{f(x)} \text{ ו- } \sqrt{g(x)}?$$

פונקציה 1: $h(x) = \sqrt{7 - 2x}$

פונקציה 2: $k(x) = \sqrt{14 - 2x}$

פונקציה 3: $j(x) = \sqrt{14 - x}$

9 נתונות שתי הפונקציות: $f(x) = 15 - 3x$ ו- $g(x) = 5x - 25$.



א. קבעו איזה מבין הגרפים (1)-(3) מתאים לפונקציה $\sqrt{f(x)}$ ואיזה מתאים לפונקציה

$$\sqrt{g(x)}$$

ב. איזו מבין הפונקציות הבאות מתאימה לגרף הנוסף שלא מתאים לפונקציות $\sqrt{f(x)}$ ו-

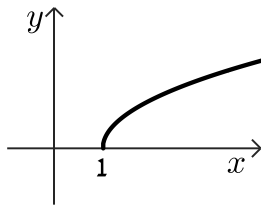
$$\sqrt{g(x)}$$

פונקציה 1: $h(x) = \sqrt{3x - 45}$

פונקציה 2: $k(x) = \sqrt{45 - 3x}$

פונקציה 3: $j(x) = \sqrt{x + 15}$

10 נתונות שלוש הפונקציות הבאות: $h(x) = \sqrt{x - 1}$, $g(x) = \sqrt{1 - x}$, $f(x) = \sqrt{x + 1}$.



א. הגרף הבא מתאים לאחת מן הפונקציות הנ"ל.

קבעו לאיזו פונקציה מתאים לגרף. נמקו.

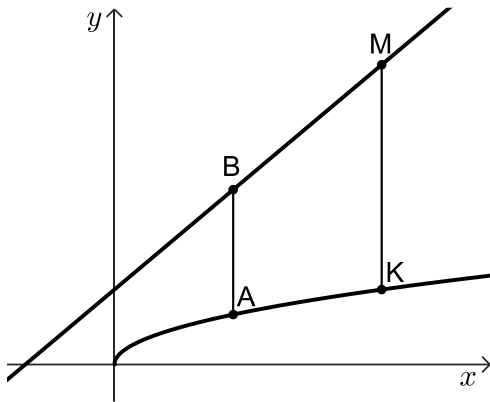
ב. באלו מן הפונקציות הבאות הנקודה שבה $x = 10$

קיימת על הגרפים שלהם?

11 באיור שלפניכם נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x}$ ונתון הישר: $g(x) = 2x + 3$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$, והנקודה B נמצאת על גרף הישר $g(x)$

ובה $y = 11$. ידוע כי הקטע AB מקביל לציר ה- y .



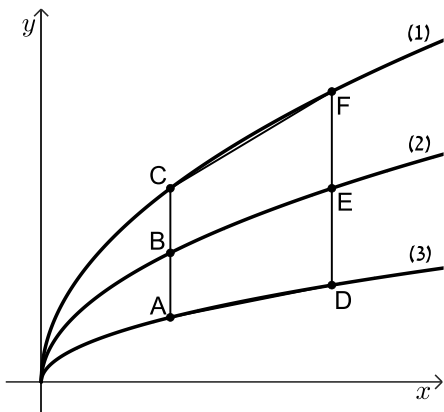
- א. מצאו את שיעורי הנקודה B.
 - ב. חשבו את שיעורי הנקודה A.
 - ג. חשבו את אורך הקטע AB.
 - ד. מסמנים נקודות K ו-M על הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בהתאמה כך שהקטע KM מקביל לציר ה- y . ידוע כי שיעור ה- x של הנקודה K הוא 9.
- (1) מצאו את שיעורי הנקודה K.
 - (2) מצאו את שיעורי הנקודה M.
 - (3) חשבו את אורך הקטע KM.
 - (4) חשבו את שטח של טרפז ABMK.

12 נתונות הפונקציות: $f(x) = \sqrt{x-3}$ ו- $g(x) = \sqrt{11-x}$.

- א. כתבו את תחום ההגדרה של כל פונקציה.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות זו עם זו.
- ג. באיזה תחום מתקיים: $f(x) > g(x)$ ובאיזה תחום מתקיים: $f(x) < g(x)$?

13 באיור שלפניכם מתוארים הגרפים של הפונקציות: $h(x) = 3\sqrt{x}$, $g(x) = 2\sqrt{x}$, $f(x) = \sqrt{x}$.

הנקודות A, B, C, D, E ו-F נמצאות על הגרפים של הפונקציות כמופיע באיור.



א. התאימו את גרפים של הפונקציות למשוואות שלהן.

ב. ידוע כי הנקודות A, B ו-C נמצאות על הישר $x = 4$.

הוכיחו כי הנקודה B היא אמצע הקטע AC.

ג. מגדירים טרפז ADFC $(AC \parallel DF)$.

ידוע כי שיעור ה- y של הנקודה E הוא 6.

(1) כתבו את שיעורי הנקודה E.

(2) מהו אורכו של גובה הטרפז?

(3) מצאו את שיעורי הנקודות D ו-F.

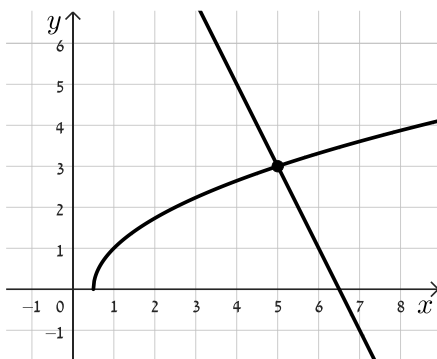
(4) מצאו את שטחו של הטרפז ADFC.

ד. מעבירים את הקטע BE.

הוכיחו כי מתקיים: $\frac{S_{ADEB}}{S_{ADFC}} = \frac{1}{2}$.

14 ברצוננו לפתור את אי השוויון הבא: $13 - 2x < \sqrt{2x - 1}$.

כדי לבצע זאת מגדירים שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{2x - 1}$ ו- $g(x) = 13 - 2x$.



הגרפים של שתי הפונקציות מופיעות באיור הבא:

א. היעזרו בתרשים וכתבו את נקודת החיתוך של שתי הפונקציות.

ב. כתבו את פתרון אי השוויון על סמך האיור.

ג. נתייחס לאי השוויון באופן אלגברי

ונפתור אותו בשתי הדרכים הבאות:

(1) פתרו את אי-שוויון באופן ישיר ע"י העלאה בריבוע

ומציאת חיתוך עם תחום ההגדרה.

(2) מצאו את נקודת החיתוך בין שתי הפונקציות וקבעו את הפתרון המתאים.

(3) הסבירו את ההבדל בשתי הגישות, באיזו גישה קיבלתם את הפתרון הנכון?

מה הסיבה לפתרון השגוי?

ד. על סמך האיור, מה יהיה פתרון אי השוויון: $13 - 2x > \sqrt{2x - 1}$?

תשובות סופיות:

- (1) א. $x \geq 5$ ב. $x \geq 2.5$ ג. $x \geq 5$ ד. $x \geq 0$
- (2) א. $x \geq 0$ ב. $x \geq 0$ ג. $x \geq 0$ ד. $x \geq 0$
- (3) א. $x \geq \frac{1}{3}$ ב. $x \leq \frac{1}{3}$ ג. $x \geq 0$ ד. $x \geq 0$
- (4) א. $x \leq -3, x \geq 1$ ב. $-7 \leq x \leq 7$ ג. $x \leq -10, x \geq 0$
 ד. כל x ה. כל x ו. כל x
 ז. כל x ח. כל x ט. $-4 \leq x \leq 3$
 י. $x \leq -5, x \geq 3$ יא. $x \leq -4, x \geq -1$ יב. כל x
- (5) א. $x \leq -3, x \geq 4$ ב. $-8 \leq x \leq 3$
- (6) א. $a = -2$ ב. $x \geq 2$
- (7) א. (1) $b = -1$ א. (2) $(4, 6)$ ב. (1) $(0, 4)$
 ב. (2) $y = \frac{1}{2}x + 4$ ג. $(-5, 0)$
- (8) א. גרף 1: $\sqrt{f(x)}$, גרף 3: $\sqrt{g(x)}$ ב. פונקציה 3.
- (9) א. גרף 1: $\sqrt{f(x)}$, גרף 2: $\sqrt{g(x)}$ ב. פונקציה 2.
- (10) א. $h(x)$ ב. $h(x), f(x)$
- (11) א. $B(4, 11)$ ב. $A(4, 2)$ ג. $AB = 9$ יח"א.
- ד. (1) $K(9, 3)$ ד. (2) $M(9, 21)$ ד. (3) $KM = 18$ יח"א ד. (4) 67.5 יח"ש.
- (12) א. עבור $f(x): x \geq 3$, עבור $g(x): x \leq 11$ ב. $(7, 2)$
- ג. עבור $f(x) > g(x): 7 < x \leq 11$, עבור $f(x) < g(x): 3 \leq x < 7$
- (13) א. גרף 1: $h(x)$, גרף 2: $g(x)$, גרף 3: $f(x)$ ב. ראו בסרטון.
- ג. (1) $E(9, 6)$ ג. (2) 5 יח"א ג. (3) $D(9, 3)$ ג. (4) 25 יח"ש.
 ד. ראו בסרטון.
- (14) א. $(5, 3)$ ב. $x > 5$ ג. (1) $5 < x < 8.5$
 ג. (2) $g(x) < f(x)$ עבור $x > 5$ ג. (3) ראו בסרטון ד. $\frac{1}{2} \leq x < 5$

פעולת השורש על פונקציה נתונה:

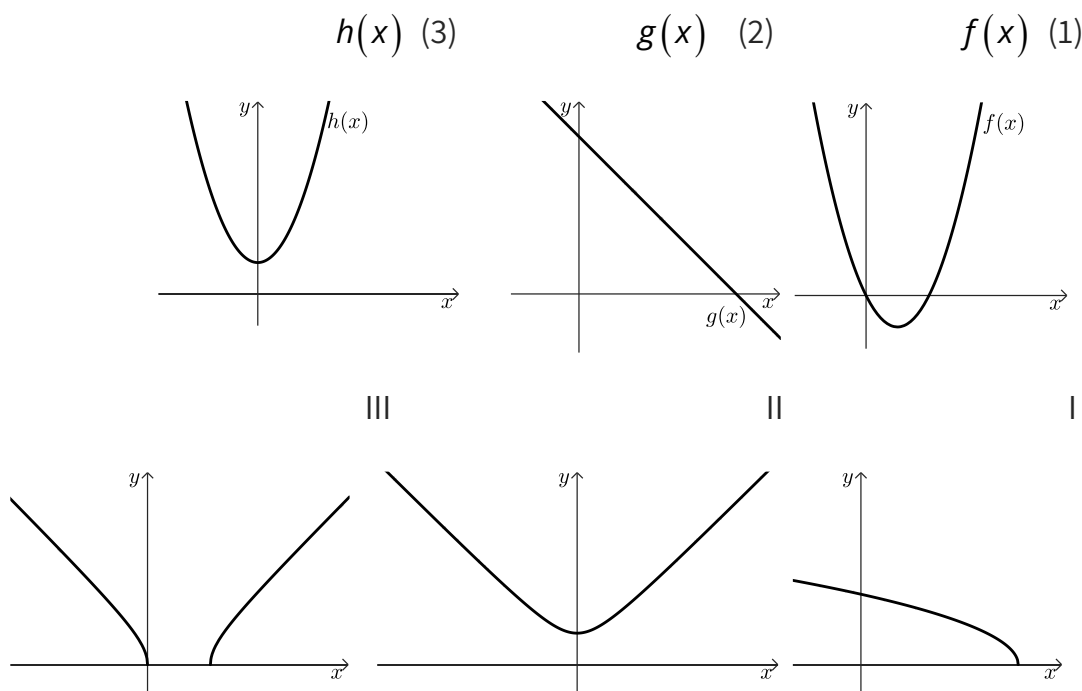
סיכום כללי:

פעולת שורש על פונקציה מוגדרת באופן הבא: $g(x) = \sqrt{f(x)}$ כאשר $f(x)$ היא פונקציה כלשהי.

- תחום ההגדרה של $g(x)$ יהיה $f(x) \geq 0$.
- תחומי החיוביות יישארו חיוביים.
- תחומי השליליות ייעלמו, שכן $g(x)$ אינה מוגדרת עבור $f(x) < 0$.
- כל נקודה (x, y) שעל גרף הפונקציה $f(x)$ יהפוך ל- $(x, \sqrt{y})$ על גרף הפונקציה $g(x)$.

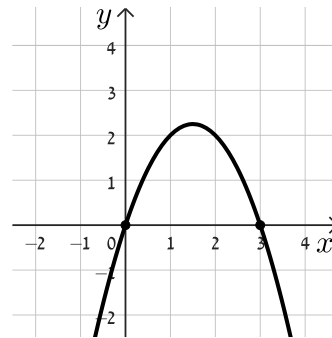
שאלות:

- (1) לפניכם הגרפים של 3 פונקציות: $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$,
ו-3 גרפים של השורשים של הפונקציות, כלומר: $\sqrt{f(x)}$, $\sqrt{g(x)}$ ו- $\sqrt{h(x)}$.
קבעו איזה גרף מהגרפים I ו-II מתאים לכל פונקציה מהפונקציות (1)-(3).

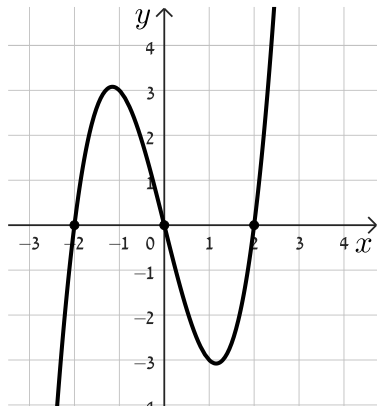


(2) סרטטו באותה מערכת הצירים את גרף פונקצית השורש של הפונקציה $f(x)$ הנתונה בכל סעיף.

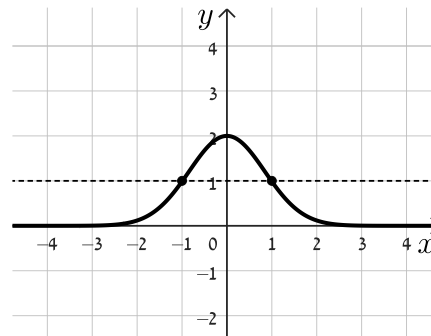
א.



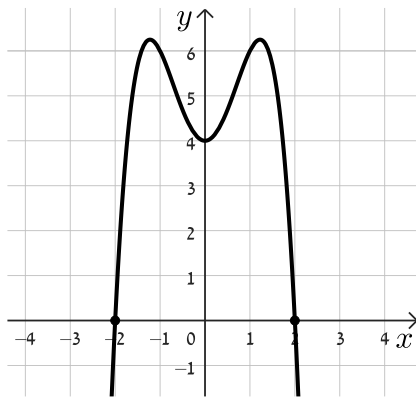
ב.



ג.

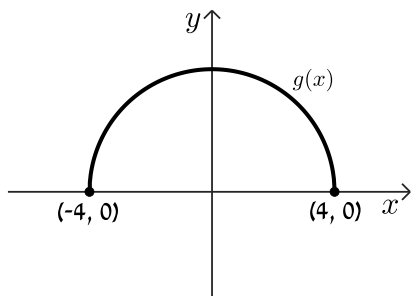


ד.



(3) נתונה הפונקציה $f(x)$. מגדירים: $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

היעזרו בגרף הפונקציה $g(x)$ וקבעו איזו מבין הפונקציות הבאות היא $f(x)$:



א. $f(x) = 4x - x^2$

ב. $f(x) = x^2 - 16$

ג. $f(x) = 16 - x^2$

ד. $f(x) = x^2 - 8x + 16$

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{4}x(x+3)$.

מגדירים את הפונקציה: $g(x) = \sqrt{f(x)}$ ואת הפונקציה: $h(x) = \frac{1}{f(x)}$

א. (1) כתבו את הפונקציה $g(x)$ בצורה מפורשת.

(2) מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$?

ב. (1) כתבו את הפונקציה $h(x)$ בצורה מפורשת.

(2) מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$?

ג. הראו כי שלושת הגרפים של הפונקציות $f(x)$, $g(x)$ ו- $h(x)$ נחתכים באותן הנקודות ומצאו אותן.

ד. באיור שלפניכם מתוארים הגרפים של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$.

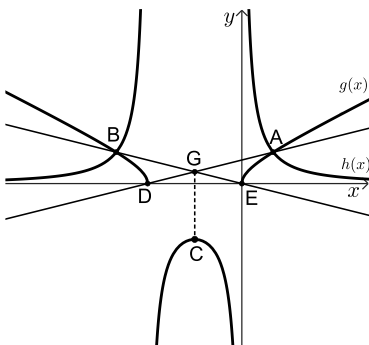
הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של הגרפים של הפונקציות (ברביע הראשון).

הנקודות D ו-E הן נקודות קיצון הקצה של הפונקציה $g(x)$.

הנקודה C היא נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$.

מעבירים ישרים AD ו-BE אשר נחתכים בנקודה G.

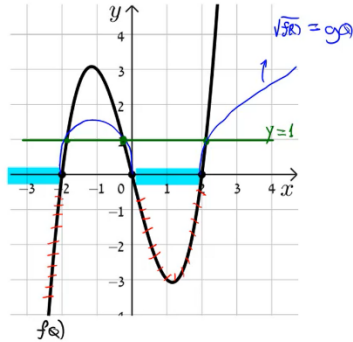
מצאו את אורך הקטע CG.



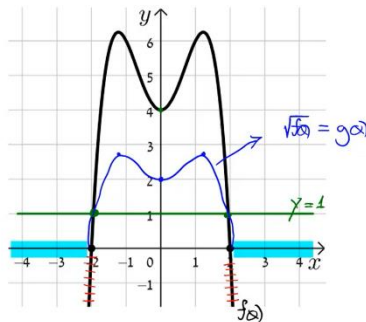
תשובות סופיות:

(1) I: $g(x)$, II: $h(x)$, III: $f(f)$

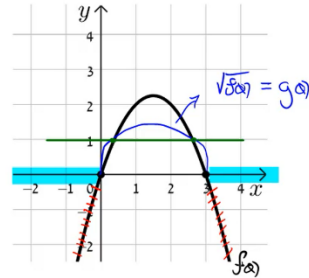
ב. ראו סרטוט:



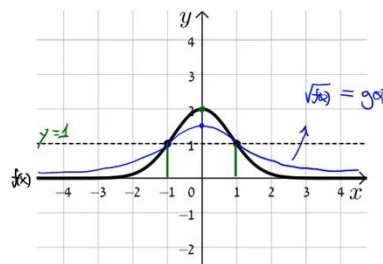
ד. ראו סרטוט:



(2) א. ראו סרטוט:



ג. ראו סרטוט:



(3) ג. $f(x) = 16 - x^2$

א. (2) $x \leq -3, x \geq 0$

(4) א. (1) $g(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x(x+3)}$

ב. (2) $x \neq 0, x \neq -3$

ב. (1) $h(x) = \frac{4}{x(x+3)}$

ד. CG = 2.152 יח"א.

ג. $(1,1)$, $(-4,1)$