

שאלון 471

טרנספורמציות של פונקציות

תוכן העניינים:

טרנספורמציות של פונקציות.....1

1.....	תוכן עניינים
2.....	סיכום כללים:
4.....	הוספת קבוע לפונקציה:
4.....	שאלות:
5.....	הכפלת פונקציה בקבוע:
5.....	שאלות:
6.....	הזזת פונקציה ימינה ושמאלה:
6.....	שאלות:
7.....	שיקוף פונקציה ביחס לצירים:
7.....	שאלות:
8.....	תשובות סופיות:
11.....	פונקצית הערך המוחלט:
11.....	שאלות:
11.....	תשובות סופיות:

סיכום כללים:

- הוספת קבוע לפונקציה:
בהינתן פונקציה $y = f(x)$, כל הנקודות שעל גרף הפונקציה: $g(x) = f(x) + k$ מתקבלת ע"י הוספת קבוע k לערך ה- y . במילים אחרות, אם נקודה (x_0, y_0) נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ אז הנקודה $(x_0, y_0 + k)$ תמצא על גרף הפונקציה $g(x)$.
הוספת קבוע מעלה ומורידה את גרף הפונקציה $f(x)$ ב- k יחידות.
- הכפלת פונקציה בקבוע:
בהינתן פונקציה $y = f(x)$ ועליה נקודה כללית (x_0, y_0) , הפונקציה $g(x) = k \cdot f(x)$ מתקבלת ע"י הכפלת $f(x)$ בקבוע k ($k \neq 0$). נקודה על $g(x)$ תהיה מהצורה: $(x_0, k \cdot y_0)$. הכפלת פונקציה בקבוע חיובי מותחת ומכווצת את גרף הפונקציה בצורה אנכית. הכפלת פונקציה בקבוע שלילי מותחת ומכווצת את גרף הפונקציה בצורה אנכית והופכת אותו ביחס לציר ה- x .
- הזזת פונקציה ימינה ושמאלה:
כדי להזיז פונקציה $y = f(x)$ ב- k יחידות ימינה נציב: $g(x) = f(x - k)$
וכדי להזיז אותה שמאלה ב- k יחידות נציב: $g(x) = f(x + k)$.
- מתיחה וכיווץ אופקיים של פונקציה:
כדי לכווץ פונקציה כלשהי $y = f(x)$ פי k (מניחים $k > 1$) נציב: $g(x) = f(k \cdot x)$.
כדי להרחיב פונקציה כלשהי $y = f(x)$ פי k (מניחים $k > 1$) נציב: $g(x) = f(x / k)$.
- שיקוף גרף פונקציה ביחס לציר y :
כדי לשקף את גרף הפונקציה $y = f(x)$ סביב ציר ה- y נכפיל את ערך ה- x פי -1.
הגרפים של הפונקציות $y_1 = f(x)$ ו- $y_2 = f(-x)$ מהווים שיקוף זה לזה ביחס לציר ה- y .

- ערך מוחלט של פונקציה:
הערך המוחלט של: $y = f(x)$, מתקבל ע"י לקיחת ערכי ה- y בגודלם בלבד.
במילים אחרות, הערך המוחלט של $f(x)$ הוא: $y = |f(x)|$. הגרפים של
הפונקציות $f(x)$ ו- $|f(x)|$ זהים לחלוטין בערכם החיובי (ז"א בחלקם שמעל לציר
ה- x) וסימטריים לחלוטין בערכם השלילי ביחס לציר ה- x כאשר הגרף של $f(x)$ נמצא מתחת
לציר ה- x והגרף של $|f(x)|$ נמצא מעל לציר ה- x .

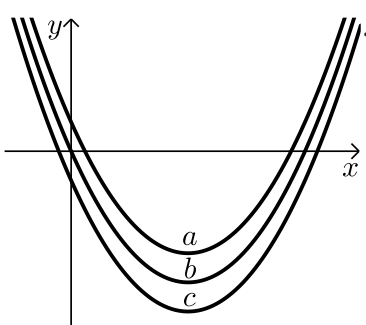
הוספת קבוע לפונקציה:

שאלות:

- (1) סרטטו במערכת צירים אחת את גרף הפונקציה $f(x) = x^2$ ואת הגרף $y = f(x) + k$ עבור $k = 1$ ו- $k = -4$.

- (2) נתונה הפונקציה: $f(x) = -2x^2$. מגדירים את הפונקציה: $g(x) = f(x) + b$
- א. מהו ערך הפרמטר b עבורו גרף הפונקציה $g(x)$ יעבור בנקודה $(2, 10)$?
- ב. מצאו את ערך הפרמטר b עבורו $g(x)$ תקבל ערך מקסימלי של 4.
- ג. מצאו את ערך הפרמטר b עבורו $g(x)$ תקבל ערך מקסימלי של -3.

- (3) לפניכם שלוש גרפים של פונקציות:



$$f(x) = x^2 - 6x, \quad g(x) = x^2 - 6x - 2, \quad h(x) = x^2 - 6x + 2$$

התאימו כל גרף מבין הגרפים a, b ו- c לכל פונקציה:

- (4) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x$.

$$g(x) = f(x) + A$$

כאשר A הוא פרמטר השונה מאפס.

א. הביעו באמצעות A את הפונקציה $g(x)$.

- ב. מהו A עבורו גרף הפונקציה $g(x)$ יהיה נמוך משל $f(x)$ ב-5 יחידות?
- ג. מהו A עבורו גרף הפונקציה $g(x)$ יחתוך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = 3$?

הכפלת פונקציה בקבוע:

שאלות:

(5) סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = 2x^2, \quad h(x) = 4x^2$$

(6) סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = \frac{1}{2}x^2, \quad h(x) = \frac{1}{4}x^2$$

(7) סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = -2x^2, \quad h(x) = -\frac{1}{2}x^2$$

(8) נתונה הפונקציה: $f(x) = 4x^3 - x$ ומגדירים גם את הפונקציה: $g(x) = -f(x)$.

א. מצאו את נקודות הקיצון ונקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציה $f(x)$.

ב. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. התייחסו לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ וענה על השאלות הבאות:

i. הוכיחו כי לשתי הפונקציות אותן נקודות חיתוך עם ציר ה- x .

ii. מה הקשר בין נקודת החיתוך עם ציר ה- y של כל פונקציה?

iii. מה הקשר בין נקודות הקיצון של כל פונקציה?

iv. האם, ואם כן – כיצד, משתנים תחומי העלייה והירידה של $g(x)$ ביחס ל- $f(x)$?

נמקו.

הזזת פונקציה ימינה ושמאלה:

שאלות:

(9) לפניכם הפונקציה: $f(x) = x^2$.

סרטטו במערכת צירים אחת את גרף הפונקציה $f(x)$ ואת הגרפים של

הפונקציות: $g(x) = f(x-2)$ ו- $h(x) = f(x+3)$.

(10) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2$.

א. כתבו ביטוי ממושט לפונקציה המתקבלת מהזזת $f(x)$ 3

יחידות ימינה ו-4 יחידות למעלה.

ב. כתבו ביטוי ממושט לפונקציה המתקבלת מהזזת $f(x)$ 4

יחידות שמאלה ו-2 יחידות למטה.

ג. כתבו ביטוי ממושט לפונקציה המתקבלת מהזזת $f(x)$

$\frac{1}{2}$ יחידה שמאלה ולמעלה.

(11) נתונה פונקציה $f(x) = x^2$. מזיזים את הפונקציה ומקבלים: $g(x) = f(x+a) + b$

כאשר a ו- b הם פרמטרים השונים מאפס.

א. מצאו את ערכי הפרמטרים a ו- b אם ידוע כי: $g(x) = x^2 + 2x$.

ב. מצאו את ערכי הפרמטרים a ו- b אם ידוע כי: $g(x) = x^2 - 4x + 7$.

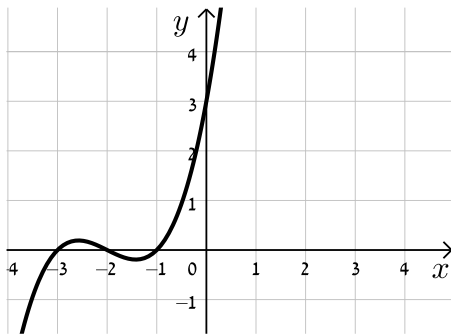
שיקוף פונקציה ביחס לצירים:

שאלות:

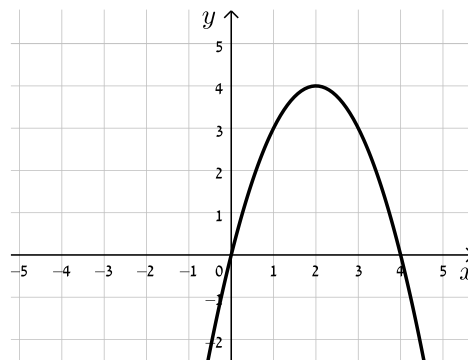
(12) סרטטו במערכת צירים אחת את הפונקציות: $f(x) = (x-2)^2$ ו- $g(x) = f(-x)$.
והראו כי ציר ה- y מהווה את ציר הסימטריה בין הגרפים.

(13) לפניכם סרטוטים של פונקציות שונות.
הוסיפו לכל מערכת צירים גרף משוקף ביחס לציר ה- y .

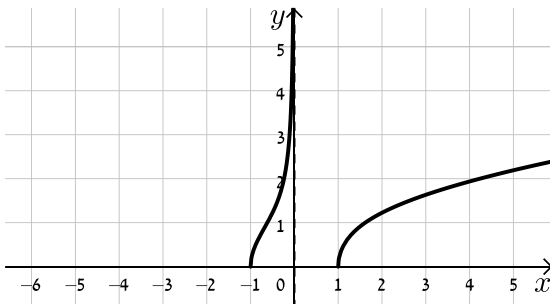
ב.



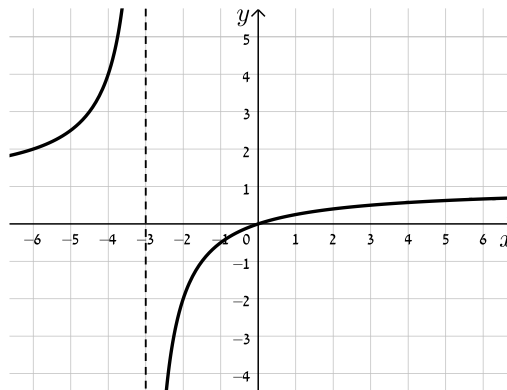
א.



ד.



ג.



תשובות סופיות:

הערה: כל הסרטוטים לשאלות המתאימות מופיעים במרכז בסוף התשובות.

(1) סרטוט בסוף.

(2) א. $b = 18$ ב. $b = 4$ ג. $b = -3$

(3) ההתאמה: $f(x) \rightarrow b, g(x) \rightarrow c, h(x) \rightarrow a$

(4) א. $g(x) = x^3 - 4x + A$ ב. $A = -5$ ג. $A = 3$

(5) סרטוט בסוף.

(6) סרטוט בסוף.

(7) סרטוט בסוף.

(8) א. נקודות קיצון: $\min\left(\frac{1}{\sqrt{12}}, -0.192\right), \max\left(-\frac{1}{\sqrt{12}}, 0.192\right)$, נקודות חיתוך עם הצירים:

$(0,0), \left(\frac{1}{2}, 0\right), \left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ ב. סרטוט בסוף ג. i. הוכחה ii. זו אותה נקודה iii. שיעורי ה- x

של נקודות הקיצון זהים, אך שיעורי ה- y הפוכים בסימנם וסוג הקיצון הפוך. iv. כל תחומי

העלייה והירידה מתהפכים.

(9) סרטוט בסוף.

(10) א. $g(x) = x^2 - 6x + 13$ ב. $g(x) = x^2 + 8x + 14$

ג. $g(x) = x^2 + x + \frac{3}{4}$

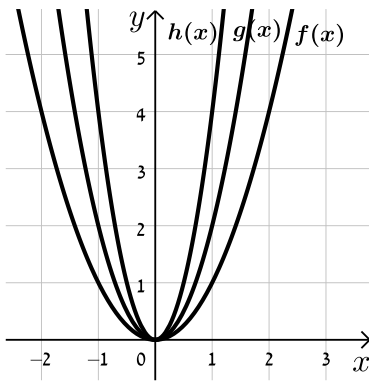
(11) א. $a = 1, b = -1$ ב. $a = -2, b = 3$

(12) סרטוט בסוף.

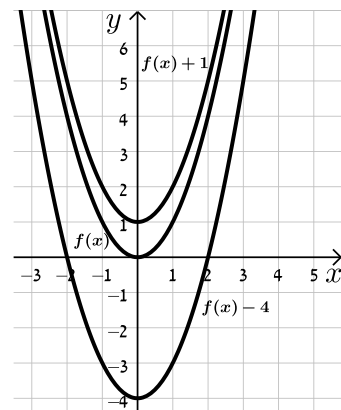
(13) סרטוטים בסוף.

סרטטים מרוכזים לפי מספרי שאלות:

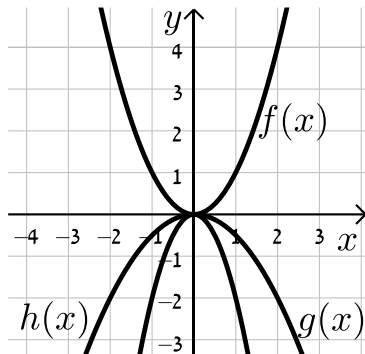
(5)



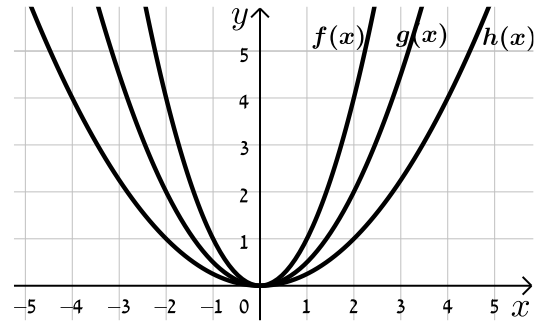
(1)



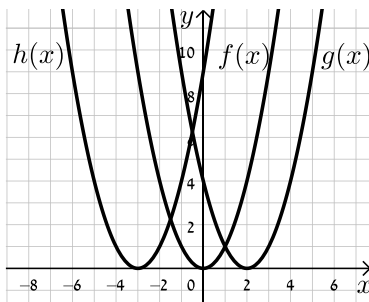
(7)



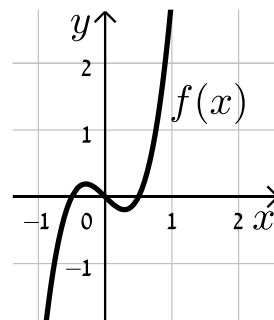
(6)



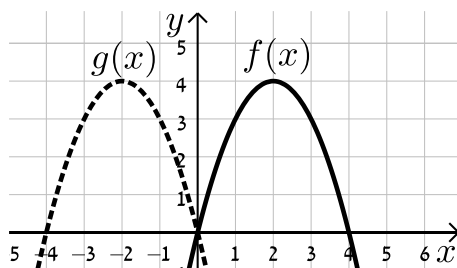
(9)



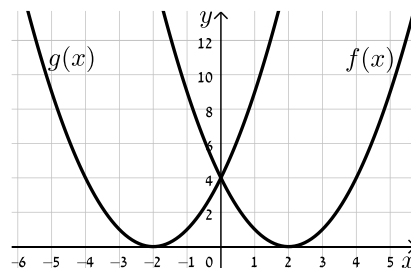
(8)



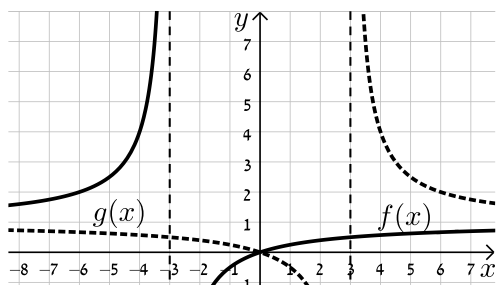
(13) סעיף א



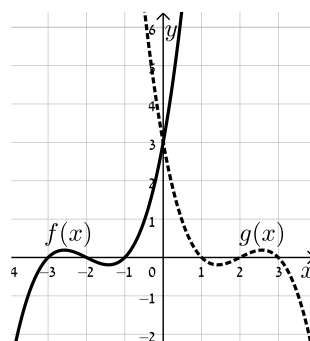
(12)



(13) סעיף ג'



(13) סעיף ב'



פונקצית הערך המוחלט:

שאלות:

(1) נתונות הפונקציות: $f(x) = x$ ו- $g(x) = |x|$.

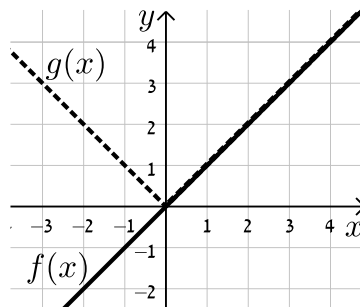
- מצאו את נקודת החיתוך של הגרפים עם ציר ה- x .
- סרטטו את שני הגרפים במערכת צירים אחת והסבר מה ההבדל ביניהם.
- כיצד ישתנו הגרפים עבור: $f(x) = x - 2$?
- כיצד ישתנו הגרפים עבור: $f(x) = 3(x - 2)$?
- כיצד ישתנו הגרפים עבור: $f(x) = 3x - 2$?

(2) סרטטו במערכת צירים אחת את זוגות הפונקציות הבאות:

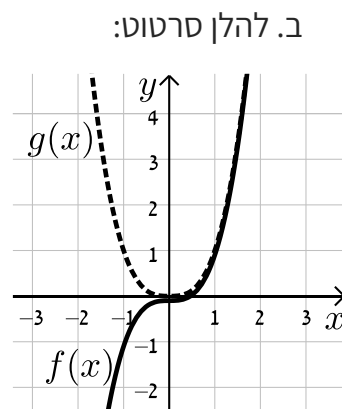
א. $f(x) = x^2 - 2x$ ו- $g(x) = |x^2 - 2x|$.

ב. $f(x) = x^3$ ו- $g(x) = |x^3|$.

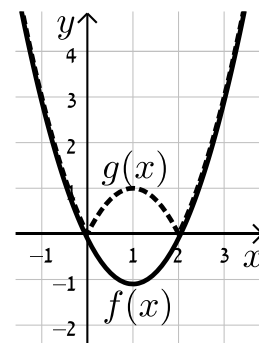
תשובות סופיות:



(1) א. $(0,0)$ ב. להלן סרטוט:



ב. להלן סרטוט:



(2) א. להלן סרטוט: