

שאלון 571

פעולות על פונקציות

תוכן עניינים:

3.....	הזזה אנכית:
3.....	סיכום כללי:
3.....	שאלות:
5.....	תשובות סופיות:
6.....	מתיחה וכיווץ אנכיים:
6.....	סיכום כללי:
6.....	שאלות:
7.....	תשובות סופיות:
8.....	הזזה אופקית:
8.....	סיכום כללי:
8.....	שאלות:
9.....	תשובות סופיות:
10.....	מתיחה וכיווץ אופקיים:
10.....	סיכום כללי:
10.....	שאלות:
11.....	תשובות סופיות:
12.....	שיקופים של פונקציה ביחס לצירים:
12.....	סיכום כללי:
13.....	שאלות:
14.....	תשובות סופיות:
15.....	פונקציה בריבוע:
15.....	סיכום כללי:
16.....	שאלות:
20.....	תשובות סופיות:

22	 ערך מוחלט של פונקציה:
22	 סיכום כללי:
24	 שאלות:
28	 תשובות סופיות:

הזזה אנכית:

סיכום כללי:

בהינתן פונקציה $y = f(x)$, כל הנקודות שעל גרף הפונקציה: $g(x) = f(x) + k$ מתקבלת ע"י הוספת קבוע k לערך ה- y . במילים אחרות, אם נקודה (x_0, y_0) נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ אז הנקודה $(x_0, y_0 + k)$ תמצא על גרף הפונקציה $g(x)$. הוספת קבוע מעלה ומורידה את גרף הפונקציה $f(x)$ ב- k יחידות.

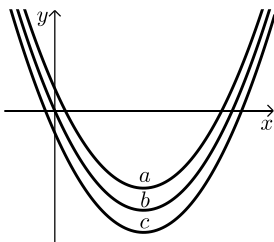
שאלות:

(1) סרטטו במערכת צירים אחת את גרף הפונקציה: $f(x) = x^2$

ואת הגרף: $y = f(x) + k$ עבור: $k = 1$ ו- $k = -4$.

(2) נתונה הפונקציה: $f(x) = -2x^2$. מגדירים את הפונקציה: $g(x) = f(x) + b$

- מהו ערך הפרמטר b עבורו גרף הפונקציה $g(x)$ יעבור בנקודה $(2, 10)$?
- מצאו את ערך הפרמטר b עבורו $g(x)$ תקבל ערך מקסימלי של 4.
- מצאו את ערך הפרמטר b עבורו $g(x)$ תקבל ערך מקסימלי של -3.



(3) לפניכם שלוש גרפים של פונקציות:

$$f(x) = x^2 - 6x, \quad g(x) = x^2 - 6x - 2, \quad h(x) = x^2 - 6x + 2$$

התאימו כל גרף מבין הגרפים b, a ו- c לכל פונקציה:

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 - 4x$.

מגדירים את הפונקציה: $g(x) = f(x) + A$

כאשר A הוא פרמטר השונה מאפס.

א. הביעו באמצעות A את הפונקציה $g(x)$.

ב. מהו A עבורו גרף הפונקציה $g(x)$ יהיה נמוך משל $f(x)$ ב-5 יחידות?

ג. מהו A עבורו גרף הפונקציה $g(x)$ יחתוך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = 3$?

(5) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \frac{3-2x}{x}$ ו- $g(x) = \frac{3}{x}$.

- א. הראו כי גרף הפונקציה $f(x)$ נמצא מתחת לגרף הפונקציה $g(x)$ לכל ערך של x וחשב בכמה יחידות $f(x)$ מתחת ל- $g(x)$.
- ב. כתבו פונקציה שערכיה יהיו גדולים משל $g(x)$ ב-4 יחידות לכל x .

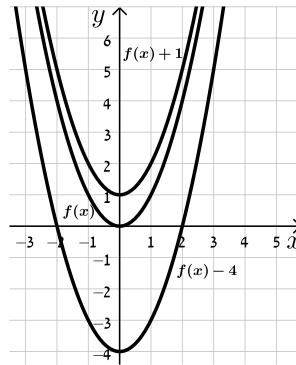
(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2}{x^2}$. מגדירים את הפונקציה: $g(x) = f(x) + B$, $B \neq 0$.

- א. מהן האסימפטוטות האופקיות של $f(x)$ ושל $g(x)$?
- ב. סרטטו במערכת צירים אחת באופן איכותי את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ עבור $B > 0$.
- ג. האם גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- x עבור $B > 0$? נמקו אלגברית וגרפית (היעזרו בסעיף הקודם).
- ד. מצאו את B עבורו גרף הפונקציה $g(x)$ יחתוך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 2$ וקבע איזה גרף מבין השנים יהיה מעל השני ובכמה יחידות.

(7) הפונקציה: $f(x) = \sqrt{x} + b$, (b פרמטר) חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 9$. מצאו בכמה יחידות היא נמוכה מהפונקציה: $g(x) = \sqrt{x}$.

תשובות סופיות:

(1) להלן סקיצה:



(2) א. $b = 18$ ב. $b = 4$ ג. $b = -3$

(3) התאמה: $f(x) \rightarrow b, g(x) \rightarrow c, h(x) \rightarrow a$

(4) א. $g(x) = x^3 - 4x + A$ ב. $A = -5$ ג. $A = 3$

(5) א. הוכחה. ב. $h(x) = \frac{3+4x}{x}$

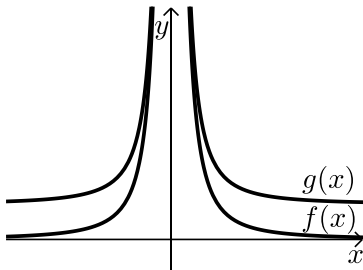
ב. להלן סקיצה:

(6) א. $f(x) \rightarrow y = 0, g(x) \rightarrow y = B$

ג. לא.

ד. $B = -\frac{1}{2}$. $f(x)$ נמצאת מעל $g(x)$ ב- $\frac{1}{2}$ יחידה.

(7) 3 יחידות.



סיכום כללי:

בהינתן פונקציה $y = f(x)$ ועליה נקודה כללית (x_0, y_0) , הפונקציה $g(x) = k \cdot f(x)$ מתקבלת ע"י הכפלת $f(x)$ בקבוע k ($k \neq 0$). נקודה על $g(x)$ תהיה מהצורה: $(x_0, k \cdot y_0)$.
הכפלת פונקציה בקבוע חיובי מותחת ומכווצת את גרף הפונקציה בצורה אנכית.
הכפלת פונקציה בקבוע שלילי מותחת ומכווצת את גרף הפונקציה בצורה אנכית והופכת אותו ביחס לציר ה- x .

שאלות:

(8) סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = 2x^2, \quad h(x) = 4x^2$$

(9) סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = \frac{1}{2}x^2, \quad h(x) = \frac{1}{4}x^2$$

(10) סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = x^2, \quad g(x) = -2x^2, \quad h(x) = -\frac{1}{2}x^2$$

(11) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = 8 - x^3$

א. מגדירים פונקציה חדשה: $g_1(x) = m \cdot f(x)$, $m > 1$.

סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g_1(x)$.

ב. מגדירים פונקציה חדשה: $g_2(x) = m \cdot f(x)$, $0 < m < 1$.

סרטטו במערכת צירים אחת את הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g_2(x)$.

ג. נסמן ב-A את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y ,

ב-B₁ את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g_1(x)$ עם ציר ה- y

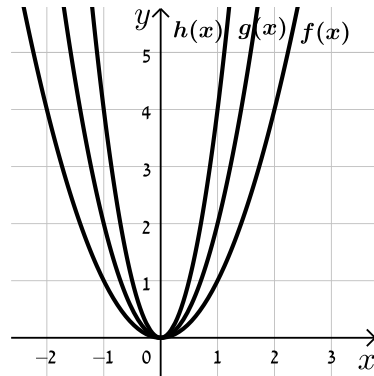
וב-B₂ את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g_2(x)$ עם ציר ה- y .

(1) מצאו את ערך הפרמטר m עבור סעיף א' שמקיים: $y_{B_1} - y_A = 24$.

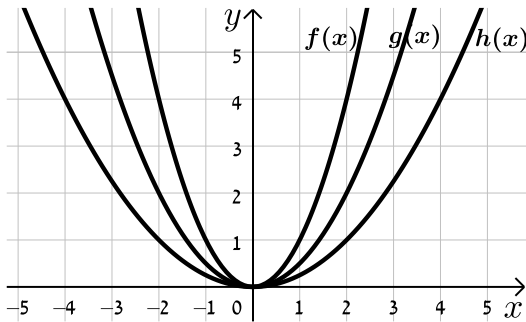
(2) מצאו את ערך הפרמטר m עבור סעיף ב' שמקיים: $y_A - y_{B_2} = 4$.

תשובות סופיות:

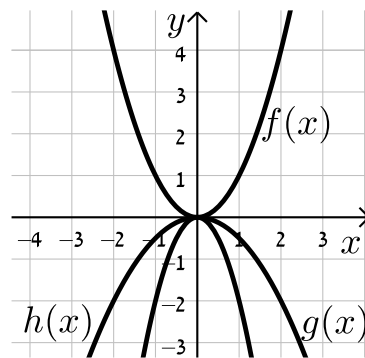
(8) להלן סרטוט:



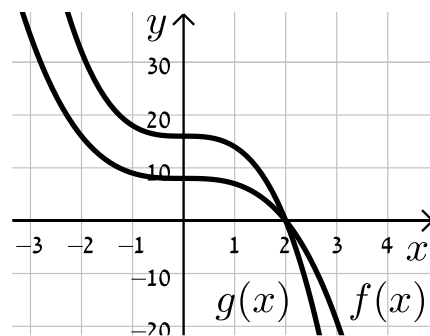
(9) להלן סרטוט:



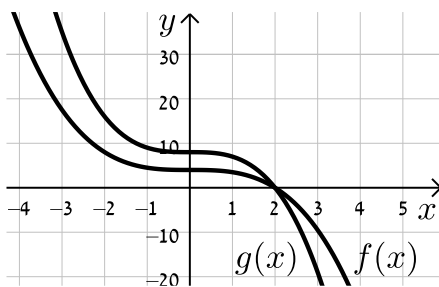
(10) להלן סרטוט:



(11) א. להלן סרטוט:



ב. להלן סרטוט:



ג. (2). $k = \frac{1}{2}$.

ג. (1). $m = 4$.

הזזה אופקית:

סיכום כללי:

כדי להזיז פונקציה $y = f(x)$, k יחידות ימינה נציב: $g(x) = f(x - k)$
וכדי להזיז אותה שמאלה ב- k יחידות נציב: $g(x) = f(x + k)$.

שאלות:

(12) לפניכם הפונקציה: $f(x) = x^2$.

סרטטו במערכת צירים אחת את גרף הפונקציה $f(x)$ ואת הגרפים של הפונקציות: $g(x) = f(x - 2)$ ו- $h(x) = f(x + 3)$.

(13) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2$.

א. כתבו ביטוי מפורש לפונקציה המתקבלת מהזזת $f(x)$

3 יחידות ימינה ו-4 יחידות למעלה.

ב. כתבו ביטוי מפורש לפונקציה המתקבלת מהזזת $f(x)$

4 יחידות שמאלה ו-2 יחידות למטה.

ג. כתבו ביטוי מפורש לפונקציה המתקבלת מהזזת $f(x)$

$\frac{1}{2}$ יחידה שמאלה ולמעלה.

(14) נתונה פונקציה $f(x) = x^2$. מזיזים את הפונקציה ומקבלים: $g(x) = f(x + a) + b$

כאשר a ו- b הם פרמטרים השונים מאפס.

א. מצאו את ערכי הפרמטרים a ו- b אם ידוע כי: $g(x) = x^2 + 2x$.

ב. מצאו את ערכי הפרמטרים a ו- b אם ידוע כי: $g(x) = x^2 - 4x + 7$.

(15) מזיזים את גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{x}$ 5 יחידות ימינה כך שמתקבלת הפונקציה $g(x)$.

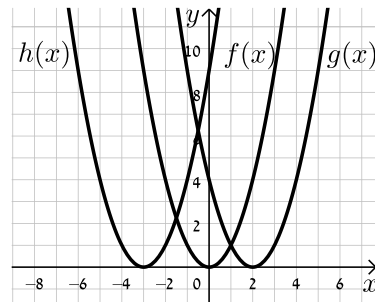
א. כתבו באופן מפורש את הפונקציה $g(x)$.

ב. מצאו בכמה יחידות יש להזיז את גרף הפונקציה $f(x)$

שמאלה על מנת שיחתוך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = 1$.

תשובות סופיות:

(12) להלן סרטוט:



ג. $g(x) = x^2 + x + \frac{3}{4}$ ב. $g(x) = x^2 + 8x + 14$ א. $g(x) = x^2 - 6x + 13$ (13)

ב. $a = -2, b = 3$ א. $a = 1, b = -1$ (14)

ב. 1. א. $g(x) = \sqrt{x-5}$ (15)

סיכום כללי:

כדי לכווץ פונקציה כלשהי $y = f(x)$ פי k (מניחים $k > 1$) נציב: $g(x) = f(k \cdot x)$.
 כדי להרחיב פונקציה כלשהי $y = f(x)$ פי k (מניחים $k > 1$) נציב: $g(x) = f(x / k)$.

שאלות:

16 נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2$. כתבו באופן מפורש וסרטטו במערכת צירים אחת את הפונקציות הבאות: $g(x) = f(2x)$, $h(x) = f(x / 2)$.

17 נתונה הפונקציה: $f(x) = 6x - 2x^2$. כתבו באופן מפורש וסרטטו במערכת צירים אחת את הפונקציות הבאות: $g(x) = f(2x)$, $h(x) = f(x / 4)$.

18 נתונה הפונקציה: $f(x) = 12x - 3x^3$. רוצים לכווץ את הפונקציה כך שנקודת החיתוך החיובית שלה עם ציר ה- x תקטן פי 4. כתבו פונקציה ממושטת המתארת את הכיווץ הנ"ל.

19 הפונקציה: $f(x) = \frac{x^4 - 8x}{16}$ חותכת את ציר ה- x בחלקו החיובי בנקודה A. מצאו כיווץ של הפונקציה כך ששיעורי הנקודה A יהיו $(1, 0)$.

20 נתונה הפונקציה: $f(x) = 6x - x^2$. רוצים לכווץ אותה פי k כך שנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x שאינה ראשית הצירים תקטן פי 3. נסמן את הפונקציה המכווצת ב- g .

- מצאו את ערכו של הפרמטר k .
- כתבו את הפונקציה המכווצת $g(x)$ בצורה מפורשת.
- סרטטו את הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ באותה מערכת צירים.
- הראו כיצד משתנה נקודת הקיצון במקרה זה.

תשובות סופיות:

$$g(x) = 4x^2, h(x) = \frac{x^2}{4} \quad (16)$$

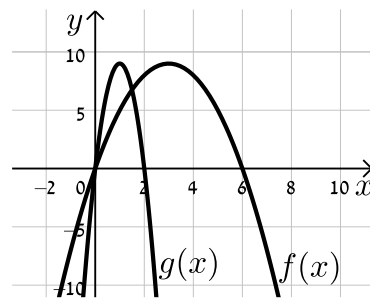
$$g(x) = 12x - 8x^2, h(x) = 1\frac{1}{2}x - \frac{x^2}{8} \quad (17)$$

$$f(4x) = 48x - 192x^3 \quad (18)$$

$$f(2x) = x^4 - x \quad (19)$$

$$g(x) = 18x - 9x^2 \quad \text{ב.} \quad k = 3 \quad \text{א.} \quad (20)$$

ג. להלן סרטוט:



ד. ערך ה- x של נקודת הקיצון מתכווץ פי 3 (במקום $\max(3, 9)$ הופך ל- $\max(1, 9)$).

שיקופים של פונקציה ביחס לצירים:

סיכום כללי:

שיקף ביחס ציר y :

כדי לשקף את גרף הפונקציה $y = f(x)$ סביב ציר ה- y נכפיל את ערך ה- x פי 1-.

הגרפים של הפונקציות $y_1 = f(x)$ ו- $y_2 = f(-x)$ מהווים שיקוף זה לזה ביחס לציר ה- y .

שיקף ביחס ציר x :

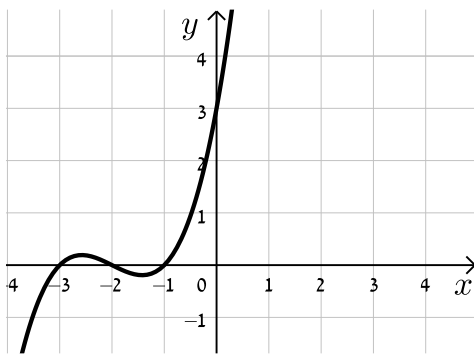
כדי לשקף את גרף הפונקציה $y = f(x)$ סביב ציר ה- x נכפיל את ערך הפונקציה פי 1-.

הגרפים של הפונקציות $y_1 = f(x)$ ו- $y_2 = -f(x)$ מהווים שיקוף זה לזה ביחס לציר ה- x .

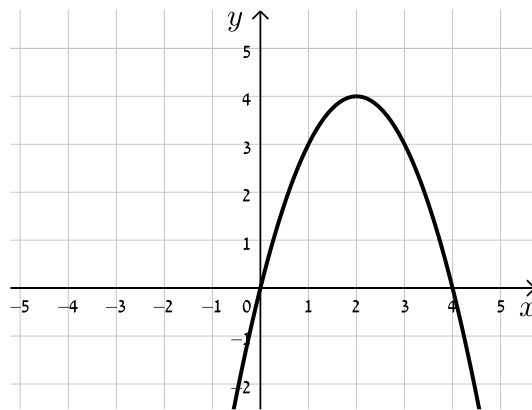
שאלות:

21 סרטטו במערכת צירים אחת את הפונקציות: $f(x) = (x-2)^2$ ו- $g(x) = f(-x)$ והראו כי ציר ה- y מהווה את ציר הסימטריה בין הגרפים.

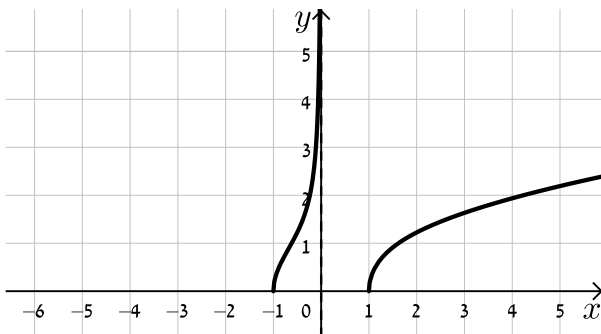
ב.



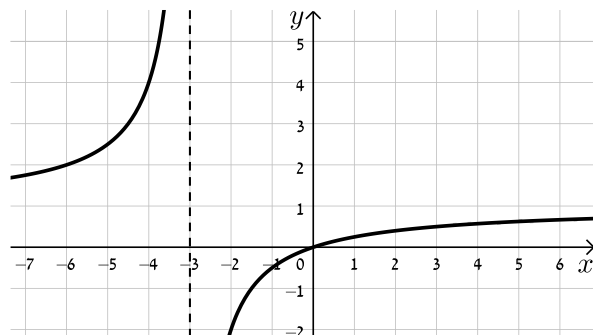
א.



ד.



ג.

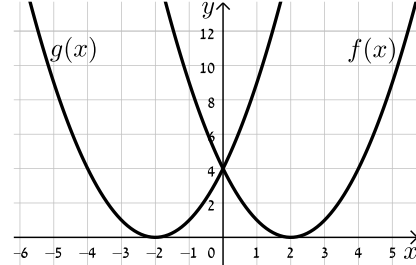
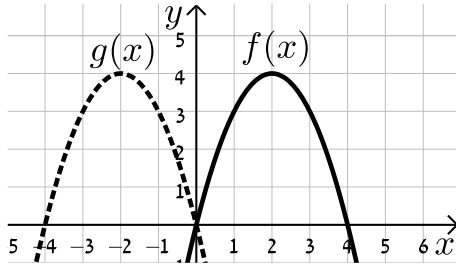


23 הראו כי הפונקציה $f(x) = x^4 + \sqrt{x^2 + 1}$ זהה לפונקציה $g(x) = f(-x)$ והסבירו מה ניתן לומר על הגרפים של הפונקציות הללו ועל הסימטריה שלהן זו לזו ביחס לציר ה- y .

תשובות סופיות:

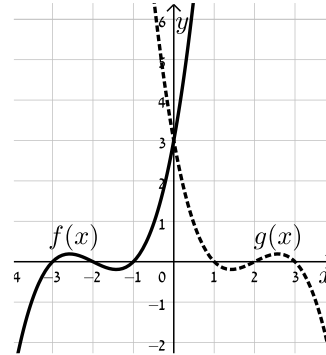
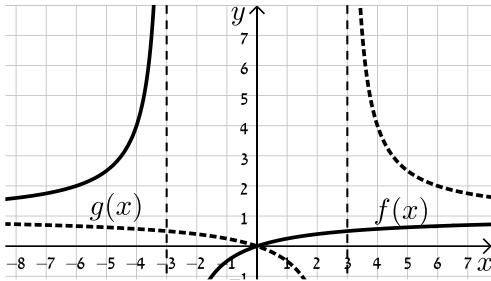
(21)

סעיף א

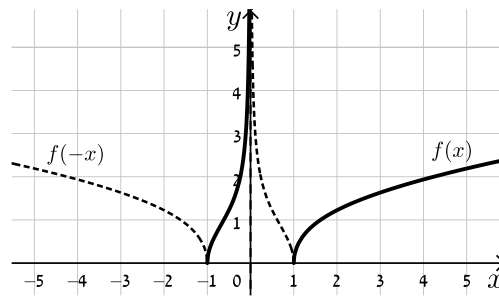


סעיף ב

סעיף ג



סעיף ד



(23) הפונקציות זהות. עבור שתיהן ציר ה- y מהווה ציר סימטריה.

פונקציה בריבוע:

סיכום כללי:

הגדרה:

נתונה פונקציה $f(x)$ ומגדירים: $g(x) = (f(x))^2$. עבור $g(x)$:

- תחומי החיוביות של $f(x)$ יישארו חיוביים עבור $g(x)$.
- תחומי השליליות של $f(x)$ יהפכו לחיוביים עבור $g(x)$.
- כל נקודה (x, y) שעל $f(x)$ תהפוך ל- (x, y^2) .

תובנות:

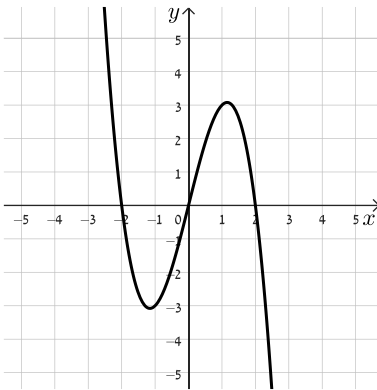
- נקודות שבהן $y = 0$ או $y = 1$ לא תשתננה.
- בנקודות שבהן $y > 1$, ערך ה- y יגדל.
- בנקודות שבהן $0 < y < 1$, ערך ה- y יקטן.

שאלות:

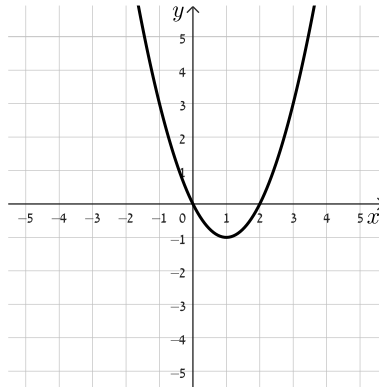
(1) בכל אחד מן הסעיפים הבאים נתונה פונקציה $f(x)$.

יש לסרטט באותה מערכת הצירים את הפונקציה $g(x) = (f(x))^2$.

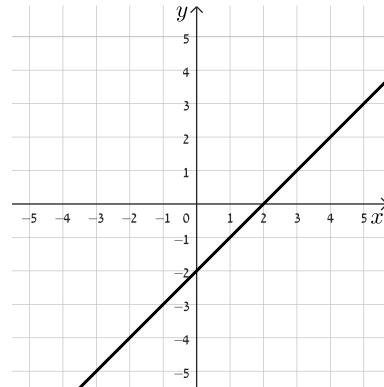
ג. $f(x) = 4x - x^3$



ב. $f(x) = x^2 - 2x$



א. $f(x) = x - 2$



(2) נתונה הפונקציה: $f(x) = x - 4$.

א. סרטטו במערכת הצירים הבאה את גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מה היא נקודת האפס של הפונקציה $f(x)$?

(2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?

ג. מגדירים פונקציה: $g(x) = (f(x))^2$.

(1) כתבו בצורה מפורשת את הפונקציה $g(x)$.

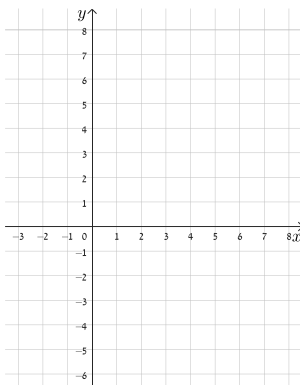
(2) הוסיפו למערכת הצירים סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

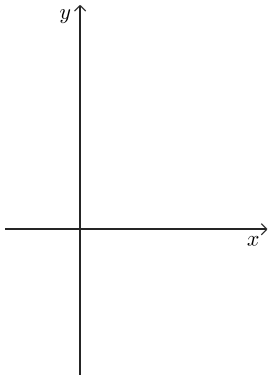
(3) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $g(x)$?

(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$?

ד. האם ניתן להסיק כי כאשר פונקציה $f(x)$ היא שלילית בתחום מסוים*

אז בהכרח הפונקציה $g(x)$ שמוגדרת: $g(x) = (f(x))^2$ תרד בתחום זה?





(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2x - x^2$.

מגדירים פונקציה: $g(x) = (f(x))^2$.

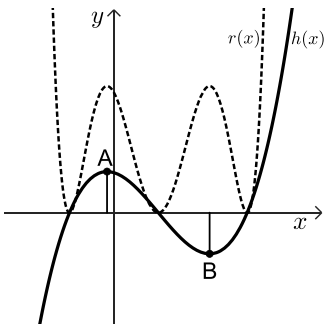
- א. (1) מה הן נקודות האפס של הפונקציה $f(x)$?
 (2) מה היא נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$? מה סוגה?
 (3) סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ במערכת הצירים הבאה.

- ב. (1) מה הן נקודות האפס של הפונקציה $g(x)$?
 (2) מה הן נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$? מה סוגן?
 (3) הוסיפו למערכת הצירים סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. הראו כי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ נחתכים בנקודות האפס ובנקודות הקיצון בלבד.

ד. כתבו את התחום בו: $f(x) > g(x)$.

(4) באיור שלפניכם מופיעות שתי פונקציות: $h(x)$ (קו רציף) ו- $r(x)$ (קו מקווקו).

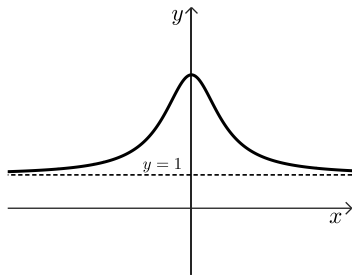


- ידוע כי פונקציה אחת היא הריבוע של הפונקציה השנייה.
 א. קבעו מי מבין הפונקציות $h(x)$ ו- $r(x)$ היא ריבוע של השנייה.
 נקודות הקיצון של הפונקציה המתוארת ע"י קו רציף מסומנות ב-A וב-B.
 כמו כן, ידוע כי הפונקציה הרציפה חותכת את ציר ה- x בנקודות שבהן: $x = -1, x = 1, x = 3$.
 שיעור ה- x של הנקודה A, x_A , נמצא בין $x = -1$ ל- $x = 1$,
 ושיעור ה- x של הנקודה B, x_B , נמצא בין $x = 1$ ל- $x = 3$.
 הוסיפו את נקודות החיתוך לסרטוט וענו על הסעיפים הבאים:

- ב. (1) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה עם העקום המתואר ע"י קו רציף?
 (2) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה עם העקום המתואר ע"י קו מקווקו?
 ג. על סמך ממצאיכם מהסעיף הקודם האם נכון לומר כי תחומי העלייה והירידה של פונקציה בריבוע תמיד יהיו הפוכים מתחומי העלייה והירידה של הפונקציה המקורית? נמקו.

ידוע כי הנקודה A נמצאת על הישר $y = 3$ וכי הנקודה B נמצאת על הישר $y = -3$.

- ד. מה הוא שיעור ה- y של כל אחת מנקודות הקיצון על גרף הפונקציה המקווקות?
 ה. בכמה נקודות יחתוך הישר $y = 4$ את גרף הפונקציה המקווקות?



(5) באיור שלפניכם נתונה הפונקציה $f(x)$ והישר $y = 1$.

לפונקציה $f(x)$ נקודת מקסימום על ציר ה- y שבה $y = 4$.

מגדירים את הפונקציה $g(x) = (f(x))^2$.

א. התייחסו לכל אחת מן הטענות הבאות וקבעו אם היא נכונה או שגויה.

נמקו את קביעתכם בכל מקרה באמצעות הסבר או חישוב מתאים.

(1) לכל x מתקיים: $g(x) > f(x)$.

(2) הנקודה $(0, 4)$ היא נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$.

(3) הפונקציה $g(x)$ לא חותכת את ציר ה- x .

(4) תחומי העלייה והירידה של שתי הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ הם הפוכים.

כלומר, כאשר $f(x)$ עולה אז $g(x)$ יורדת ולהיפך.

ב. התייחסו לתוצאות ממציאכם מהסעיף הקודם

והוסיפו לסרטוט את גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה $g(x)$ ונקודה B על גרף הפונקציה $f(x)$

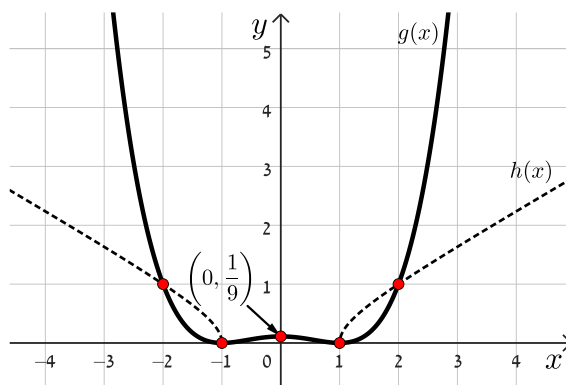
כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .

(1) מהו ערכו המירבי של הקטע AB?

(2) * ידוע כי $f(x) = 1 + \frac{3}{x^2 + 1}$.

מצאו את שיעורי הנקודה A הנמצאת ברביע הראשון ומקיימת: $AB = 3.75$.

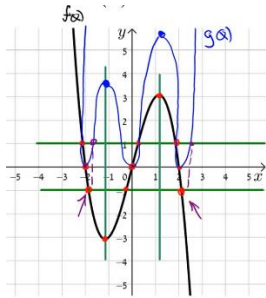
- 6 נתונה הפונקציה $f(x)$ ולה מגדירים את הפונקציות: $g(x) = (f(x))^2$ ו- $h(x) = \sqrt{f(x)}$.
באיור שלפניכם מתוארים הגרפים של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$.



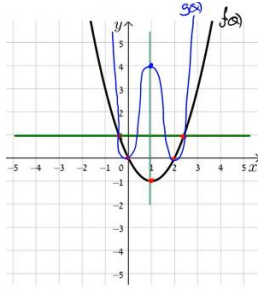
- מה הן נקודות האפס של הפונקציה $f(x)$?
- האם לפונקציה $f(x)$ יש נקודות קיצון? אם כן, מה הן ומה הוא סוגן?
- היעזרו בסרטוט וכתבו שתי נקודות, שאינן נקודות האפס, וגרף הפונקציה $f(x)$ עובר דרכן.
- ידוע כי $f(x) = ax^2 + c$, כאשר $a \neq 0$. מצאו את ערכי הפרמטרים a ו- c וכתבו את הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

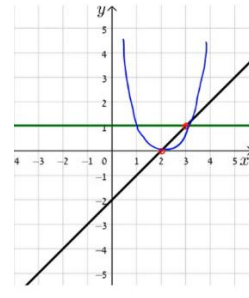
ג. להלן סרטוט:



ב. להלן סרטוט:



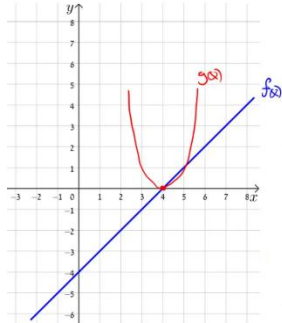
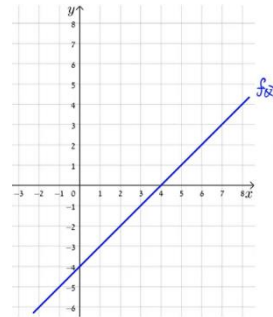
א. להלן סרטוט: (1)



ב. (2) חיוביות: $x > 4$, שליליות: $x < 4$.

ב. (1) $(4, 0)$

א. להלן סרטוט: (2)



ג. (2) להלן סרטוט:

$$g(x) = (x - 4)^2 \quad (1)$$

ג. (3) חיובית לכל $x \neq 4$.

ג. (4) עולה: $x > 4$, יורדת: $x < 4$.

ד. לא ניתן.

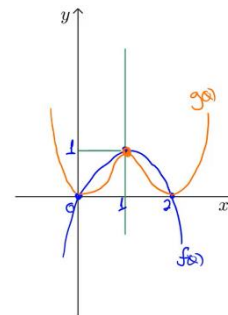
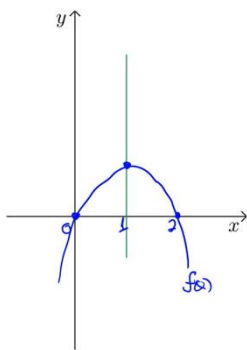
(3) א. $(0, 0)$, $(2, 0)$ א. (2) $\max(1, 1)$ א. (3) להלן סרטוט:

ב. (1) $(0, 0)$, $(2, 0)$ ב. (2) $\max: (1, 1)$, $\min: (2, 0)$, $(0, 0)$

ג. ראו בסרטון.

ב. (3) להלן סרטוט:

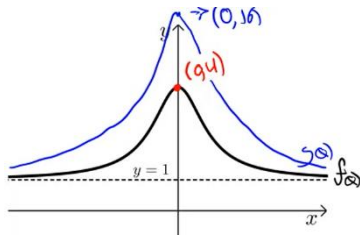
ד. $0 < x < 1$, $1 < x < 2$



(4) א. $r(x) = (h(x))^2$ ב. (1) עולה: $x < x_A$, $x > x_B$, יורדת: $x_A < x < x_B$.

ב. (2) עולה: $x > 3$, $1 < x < x_B$, $x_A < x < 1$, יורדת: $-1 < x < x_A$.

ג. לא נכונה ד. $r(x_A) = 9$, $r(x_B) = 9$ ה. 6 נקודות.



(5) א. נכון: 1,3 ב. להלן סרטוט: לא נכון: 2,4

ג. $AB = 12$ (1) ג. $A(1, 6.25)$ (2)

(6) א. $(-1, 0)$, $(1, 0)$ ב. כן, $\min\left(0, -\frac{1}{3}\right)$

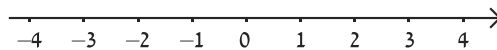
ג. $(-2, 1)$, $(2, 1)$ ד. $a = \frac{1}{3}$, $c = -\frac{1}{3}$, $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{1}{3}$

ערך מוחלט של פונקציה:

סיכום כללי:

ערך מוחלט של מספר:

ערך מוחלט של מספר מתאר את מרחק בציר המספרים מהאפס.
למשל: $|-2| = 2$.



תכונות הערך המוחלט:

- הערך המוחלט הוא גודל אי-שלילי.
- הערך המוחלט של מספרים נגדיים שווה.

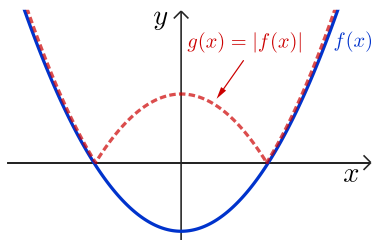
משוואה בערך מוחלט:

מאחר וערך מוחלט נועד לייצג את המרחק של ביטוי מהאפס, נפתור משוואות הכוללות ערך מוחלט מהצורה: $|f(x)| = a$ (כאשר: $a > 0$) ע"י המרתן לזוג משוואות: $f(x) = a$, $f(x) = -a$.

סיכום תכונות:

בהינתן פונקציה $f(x)$, נגדיר את פונקצית הערך המוחלט באופן הבא: $g(x) = |f(x)|$.
נקבל את התכונות הבאות:

- פונקצית הערך המוחלט $g(x) = |f(x)|$ היא תמיד אי-שלילית.
- לפונקציה $f(x)$ ולפונקציה $g(x) = |f(x)|$ אותן נקודות האפס.



- כאשר: $f(x) \geq 0$:

- לשתי הפונקציות אותם תחומי עלייה וירידה.
- לשתי הפונקציות אותן נקודות קיצון (מאותו הסוג).

- כאשר: $f(x) < 0$:

- הפונקציות **סימטריות** זו לזו ביחס לציר ה- x .
(במילים אחרות: ציר ה- x הוא ציר השיקוף של שתי הפונקציות).
- לפונקציות תחומי עלייה וירידה הפוכים
(תחום עלייה של $f(x)$ הוא תחום ירידה של $|f(x)|$ ולהיפך).
- לפונקציות נקודות קיצון הפוכות
(נקודת $\max$ של $f(x)$ היא נקודת $\min$ של $|f(x)|$ והפוך).
- נקודות האפס של $f(x)$ הן נקודות מינימום של $g(x) = |f(x)|$.

שאלות:

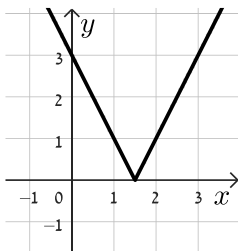
1) לפניכם שלושה גרפים של פונקציות מהצורה: $y = |ax + b|$,

התאימו לכל גרף את הפונקציה המתאימה לו.

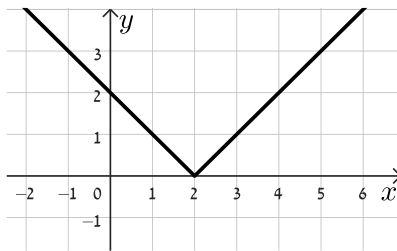
א. $y = |x - 2|$

ב. $y = |2x - 2|$

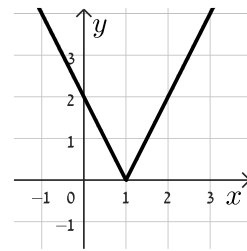
ג. $y = |2x - 3|$



(3)



(2)



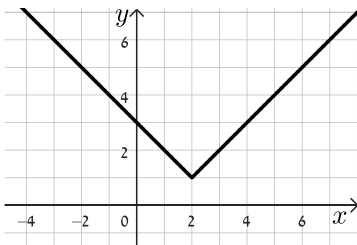
(1)

2) לפניכם שלושה גרפים וארבע פונקציות:

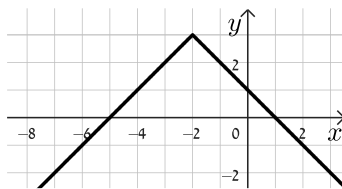
$f(x) = |x - 2| + 1$, $g(x) = |x + 3| + 2$, $h(x) = -|x - 1| + 4$, $k(x) = -|x + 2| + 3$

א. מצאו איזה גרף מתאים לכל פונקציה ולאילו פונקציה אין גרף מתאים.

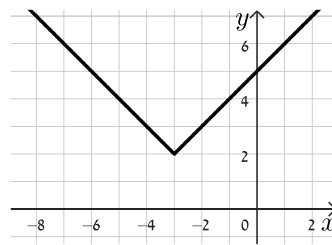
ב. סרטטו את הגרף המתאים לפונקציה החסרה.



(3)

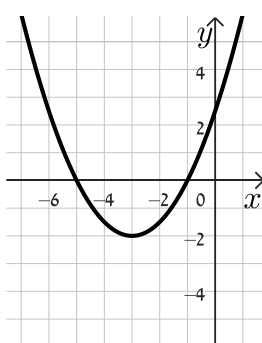


(2)

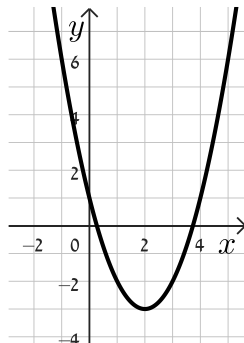


(1)

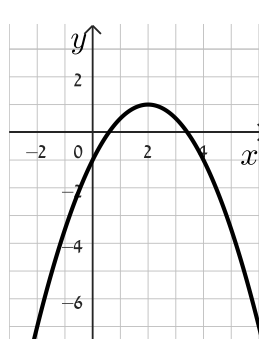
3) סרטטו את הגרפים של פונקציית הערך המוחלט של הפרבולות הבאות:



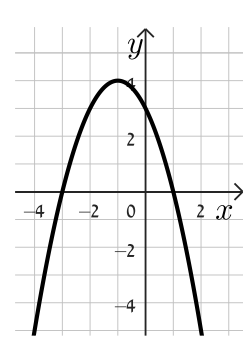
(4)



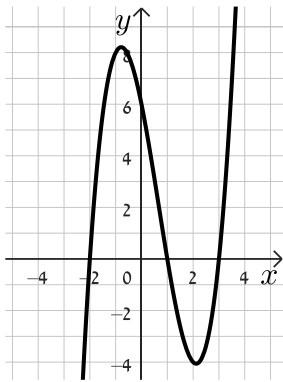
(3)



(2)



(1)



(4) באיור מופיע גרף הפונקציה $f(x)$ שהיא מוגדרת ורציפה לכל x .

א. לפניכם מספר ייצוגים אלגבריים של פונקציות שונות,

מצאו את הייצוג שמתאים לפונקציה $f(x)$.

$$f(x) = x(x-3)(x+2) \quad (1)$$

$$f(x) = x(x+1)(x-3) \quad (2)$$

$$f(x) = (x-1)(x+2)(x-3) \quad (3)$$

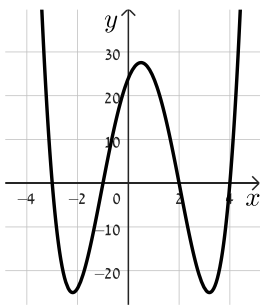
$$f(x) = x^2(x-3) \quad (4)$$

ב. סרטטו גרף אפשרי לפונקציה $g(x) = |f(x)|$.

ג. מצאו את נקודות האפס של הפונקציה $g(x)$.

ד. מהו תחום החיוביות של הפונקציה $g(x)$?

ה. כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 10$?



(5) באיור מופיע גרף הפונקציה $f(x)$ שהיא מוגדרת ורציפה לכל x .

שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הן:

$$\min(-2.2, -25), \max(0.6, 27), \min(3.1, -25)$$

ונקודות החיתוך שלה עם הצירים הן:

$$(-3, 0), (-1, 0), (2, 0), (4, 0), (0, 24)$$

א. יהי $g(x) = |f(x)|$.

(1) סרטטו את גרף הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.

(2) ציינו בגרף את נקודות הקיצון של $g(x)$.

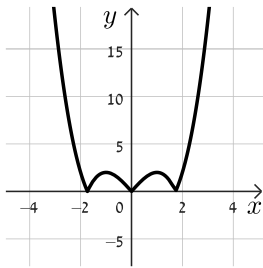
ב. פתרו את אי השוויון: $g(x) > f(x)$.

ג. כמה פתרונות יש למשוואה $g(x) = 15$?

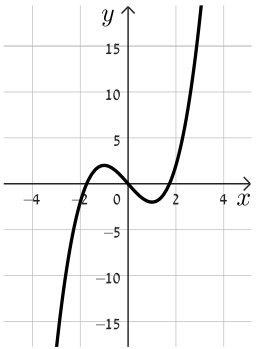
(1) 2 פתרונות. (2) 4 פתרונות. (3) 6 פתרונות. (4) 8 פתרונות.

ד. מגדירים פונקציה נוספת: $h(x) = g(x) + c$.

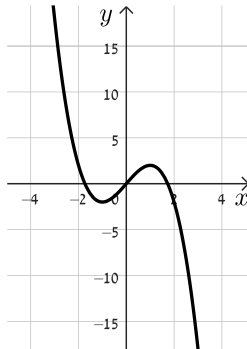
עבור איזה ערך של הקבוע c , הגרף של הפונקציה h יחתוך את ציר ה- x בדיוק 3 פעמים?



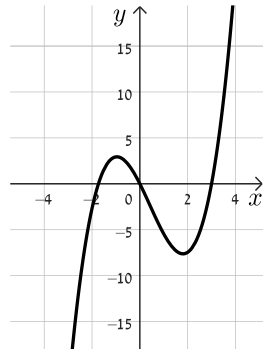
6 נתון גרף של פונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = |f(x)|$.
מי מבין הגרפים הבאים יכול להיות הגרף של $f(x)$?



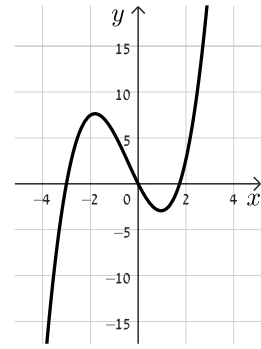
(4)



(3)

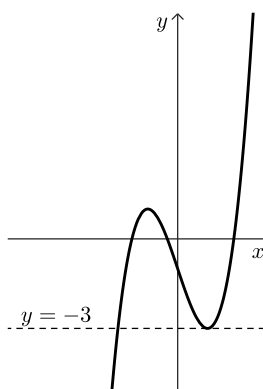


(2)

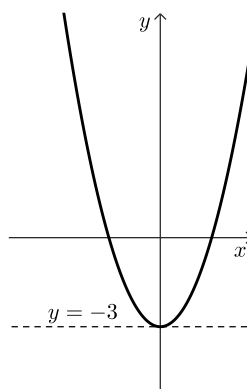


(1)

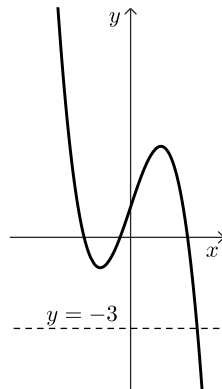
7 נתונה פונקציה $f(x)$ המקיימת: $f(x) + 3 = |f(x) + 3|$ לכל x .
בחרו מבין הגרפים הבאים את הגרף שמתאים לפונקציה $f(x)$.



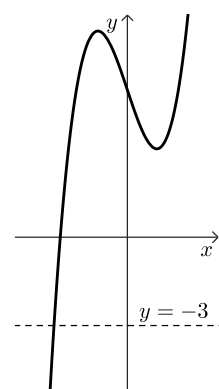
(4)



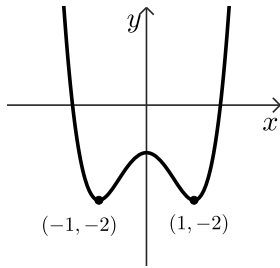
(3)



(2)



(1)



(8) לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.

קבעו לאילו מבין הערכים הבאים של a מתקיים:

$$f(x) - a = |f(x) - a|$$

בחרו את התשובה הנכונה (תיתכן יותר מתשובה נכונה אחת):

$$a = -3, a = -2, a = -1, a = 3, a = 5$$

(9) עבור כל אחת מהפונקציות הבאות, מצאו את שיעורי נקודות הקיצון וקבעו את סוגן:

א. $f(x) = |x^2 + 2x - 3|$

ב. $f(x) = |-2x + 4|$

ג. $f(x) = |-x^2 - x + 2|$

ד. $f(x) = |-x^2 + 4|$

ה. $f(x) = |x^2 + 1|$

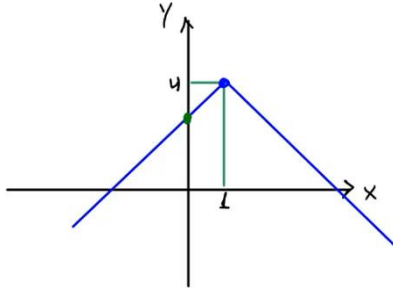
ו. $f(x) = |x^2 - 4| + 2$

ז. $f(x) = |-x^3|$

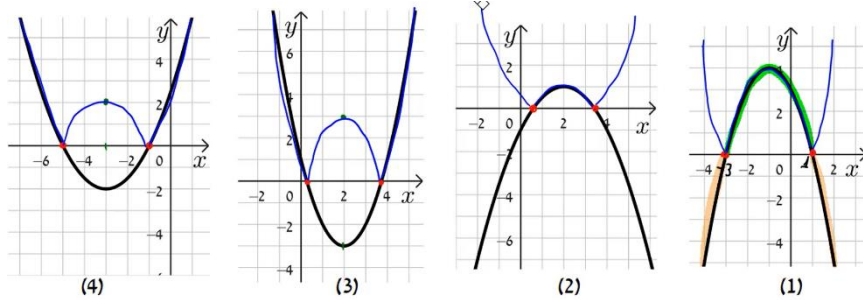
תשובות סופיות:

(1) א. גרף 2 ב. גרף 1 ג. גרף 3.

(2) א. $f(x)$: גרף 3, $g(x)$: גרף 1, $k(x)$: גרף 3 ב. להלן סרטוט:



(3) להלן סרטוטים:

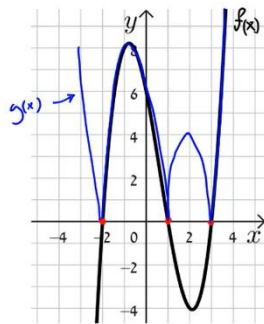


(4) א. ייצוג 3 ב. להלן סרטוט:

ג. $(-2, 0)$, $(1, 0)$, $(3, 0)$.

ד. $x < -2$, $-2 < x < 1$, $1 < x < 3$, $x > 3$.

ה. 2 פתרונות.



(5) א. להלן סרטוט:

ב. $-3 < x < -1$, $2 < x < 4$.

ג. 8 פתרונות ד. $c = -27$.

(6) גרפים 3 או 4.

(7) גרף 3.

(8) $a = -3$, -2 .

(9) א. $\min: (-3, 0)$, $(1, 0)$, $\max: (-1, 4)$.

ב. $\min: (2, 0)$ ג. $\min: (-2, 0)$, $(1, 0)$, $\max: (-0.5, 2.25)$.

ד. $\min: (-2, 0)$, $(2, 0)$, $\max: (0, 4)$ ה. $\min: (0, 1)$.

ו. $\min: (-2, 2)$, $(2, 2)$, $\max: (0, 6)$ ז. $\min: (0, 0)$.

