

שאלון 571

פונקציית החזקה עם מעריך טבעי

תוכן העניינים:

2.....	פונקציית החזקה עם מעריך טבעי:
2.....	סיכום כללי:
3.....	שאלות:
7.....	תשובות סופיות:

פונקציית החזקה עם מעריך טבעי:

סיכום כללי:

צורה כללית של פונקציית החזקה: $f(x) = x^n$ כאשר נעסוק ב- m טבעי בלבד.

כללים עבור כל m טבעי:

- הפונקציה עוברת בראשית הצירים $(0,0)$.
- בתחום $x < -1$ או $1 < x$ ככל ש- n יותר גדול, קצב השינוי של הפונקציה יותר גדול.
- בתחום $-1 < x < 1$ ככל ש- n יותר גדול, הפונקציה יותר קרובה לציר ה- x .

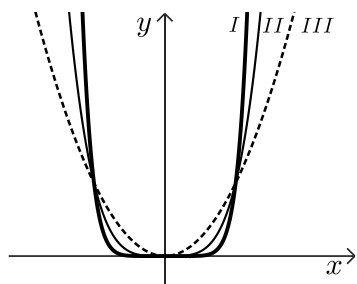
עבור m טבעי זוגי:

- קיימת סימטריה סביב ציר ה- y .
- הפונקציה מתחילה מלמעלה (באינסוף) ומסתיימת למעלה (באינסוף).
- לפונקציה יש נקודות מינימום בראשית הצירים $(0,0)$.

עבור m טבעי אי-זוגי:

- קיימת סימטריה סביב ראשית הצירים $(0,0)$.
- הפונקציה מתחילה מלמטה (במינוס אינסוף) ומסתיימת למעלה (באינסוף).
- לפונקציה יש נקודת פיתול בראשית הצירים $(0,0)$ - למעט כאשר $n=1$.

שאלות:



1 נתונות הפונקציות: $f(x) = x^8$, $g(x) = x^4$, $h(x) = x^2$.

לפניכם גרפים של שלוש פונקציות I-III.

א. התאימו לכל גרף מבין הגרפים I-III את הפונקציה המתאימה.

ב. עבור הטענות הבאות השלימו: $>$ (גדול מ-), $<$ (קטן מ-), $=$ (שווה):

$$h(-1) \text{ } f(1) \quad (1)$$

$$h(-0.1) \text{ } f(-0.1) \text{ } g(-0.1) \quad (2)$$

$$h(1) \text{ } f(1) \text{ } g(1) \quad (3)$$

$$h(2) \text{ } f(2) \text{ } g(2) \quad (4)$$

$$h(0) \text{ } f(0) \text{ } g(0) \quad (5)$$

2 לפניכם גרפים של הפונקציות: $f(x) = x^4$, $h(x) = x^n$ כאשר $n \neq 4$ מספר טבעי וזוגי.

א. קבעו ביחס לכל אחת מהטענות הבאות האם היא נכונה או לא. נמקו תשובתכם.

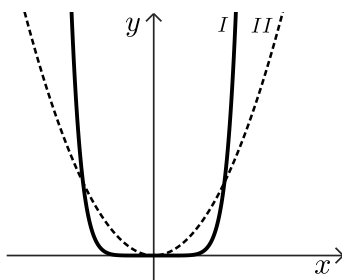
$$(1) \text{ אם: } f(0.5) > h(0.5) \text{ אז } n > 4.$$

$$(2) \text{ אם: } f(5) > h(5) \text{ אז } n > 4.$$

$$(3) h(5) = f(-5).$$

$$(4) \text{ אם: } h(-2) = 64 \text{ אז } n = 6.$$

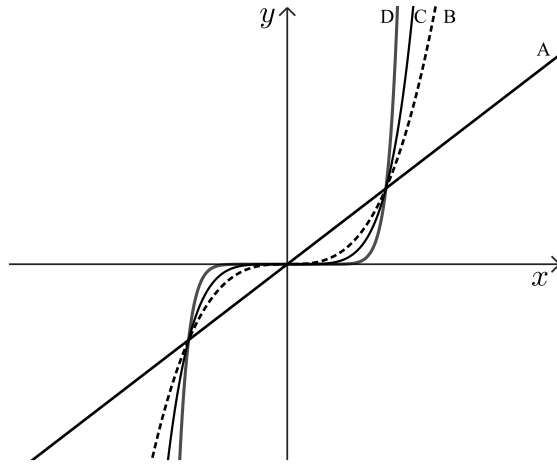
ב. נתון: $n > 4$. התאימו לכל גרף מבין הגרפים I-II את הפונקציה המתאימה.



3 נתונות הפונקציות: $f(x) = x$, $k(x) = x^{11}$, $g(x) = x^5$, $h(x) = x^3$.

לפניכם גרפים של ארבע פונקציות A-D.

א. התאימו לכל גרף מבין הגרפים A-D את הפונקציה המתאימה.



ב. עבור הטענות הבאות השלימו: $>$ (גדול מ-), $<$ (קטן מ-), $=$ (שווה):

$$(1) \quad k(-0.1) \quad ____ \quad h(-0.1) \quad ____ \quad f(-0.1) \quad ____ \quad g(-0.1)$$

$$(2) \quad k(0.1) \quad ____ \quad h(0.1) \quad ____ \quad f(0.1) \quad ____ \quad g(0.1)$$

$$(3) \quad k(2) \quad ____ \quad h(2) \quad ____ \quad f(2) \quad ____ \quad g(2)$$

$$(4) \quad k(0) \quad ____ \quad h(0) \quad ____ \quad f(0) \quad ____ \quad g(0)$$

$$(5) \quad |h(5)| \quad ____ \quad |h(-5)|$$

4 נתונות הפונקציות: $h(x) = x^n$, $f(x) = x^5$ כאשר $n > 1$ מספר טבעי ואי-זוגי.

א. קבעו ביחס לכל אחת מהטענות הבאות האם היא נכונה או לא. נמקו את תשובתכם.

$$(1) \quad \text{אם: } f(5) > h(5) \text{ אז: } n > 5.$$

$$(2) \quad \text{אם: } f(0.5) > h(0.5) \text{ אז: } n > 5.$$

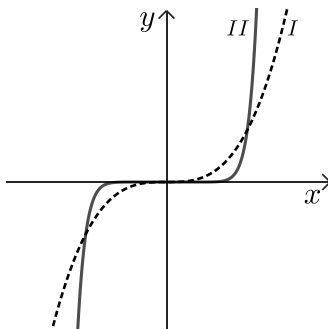
$$(3) \quad \text{אם: } f(-0.5) > h(-0.5) \text{ אז: } n > 5.$$

$$(4) \quad \text{תמיד מתקיים: } h(5) = f(-5).$$

$$(5) \quad \text{אם: } h(3) = -27 \text{ אז: } n = 3.$$

ב. נתון: $n > 5$.

התאימו לכל גרף מבין גרפים I-II את הפונקציה המתאימה.



(5) לפניכם רשימת היגדים המתאימים לפונקציית החזקה: $f(x) = x^n$.

עבור כל היגד, רשמו האם הוא מתאים לפונקציית חזקה עם מעריך זוגי (n זוגי) או לפונקציית חזקה עם מעריך אי-זוגי (n אי-זוגי).

- א. הפונקציה עולה לכל x .
- ב. לגרף הפונקציה יש נקודת פיתול.
- ג. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(-1, 1)$.
- ד. גרף הפונקציה עובר בנקודה $(0, 0)$.
- ה. גרף הפונקציה סימטרי ביחס לציר ה- y .
- ו. תחום החיוביות של הפונקציה $x > 0$.
- ז. גרף הפונקציה סימטרי ביחס לראשית הצירים.
- ח. הפונקציה יורדת כאשר $x < 0$.
- ט. לגרף הפונקציה יש נקודת מינימום.

(6) נתונים היגדים המתייחסים לפונקציה מהמשפחה: $f(x) = a \cdot x^n$.

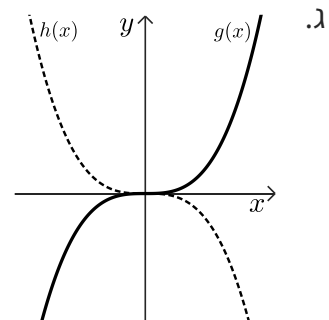
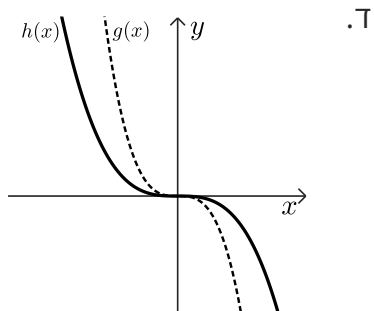
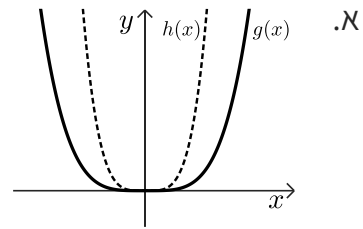
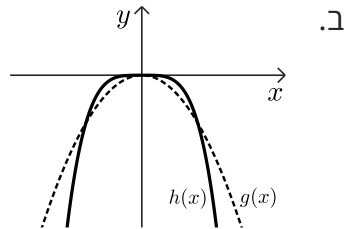
עבור כל אחד מההיגדים הציעו דוגמה לפונקציה מתאימה במידת האפשר.

- א. הפונקציה עולה לכל x .
- ב. כאשר $x \rightarrow \infty$ וגם כאשר $x \rightarrow -\infty$ מתקיים: $f(x) \rightarrow -\infty$.
- ג. הפונקציה עוברת ברביעים השני והרביעי בלבד.
- ד. הפונקציה היא אי-שלילית לכל x .
- ה. כאשר $x \rightarrow \infty$ מתקיים: $f(x) \rightarrow -\infty$ וכאשר $x \rightarrow -\infty$ מתקיים: $f(x) \rightarrow \infty$.
- ו. הפונקציה עוברת ברביעים השלישי והרביעי בלבד.

(7) בכל אחד מהסעיפים הבאים מופיעים הגרפים של שתי פונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$.

שתי הפונקציות הן ממשפחת הפונקציות: $f(x) = a \cdot x^n$.

הציעו ביטוי אלגברי מתאים לכל אחת מן הפונקציות בכל מקרה.



תשובות סופיות:

1) א. גרף 1 - $f(x)$, גרף 2 - $g(x)$, גרף 3 - $h(x)$.

ב. (1) $h(-1) = f(1)$

(2) $h(-0.1) > f(-0.1) < g(-0.1)$

(3) $h(1) = f(1) = g(1)$

(4) $h(2) < f(2) > g(2)$

(5) $h(0) = f(0) = g(0)$

2) א. (1) נכונה א. (2) לא נכונה א. (3) לא נכון א. (4) נכונה.

ב. גרף 1 - $h(x)$, גרף 2 - $f(x)$.

3) א. גרף A - $f(x)$, גרף B - $h(x)$, גרף C - $g(x)$, גרף D - $k(x)$.

ב. (1) $k(-0.1) > h(-0.1) > f(-0.1) < g(-0.1)$

(2) $k(0.1) < h(0.1) < f(0.1) > g(0.1)$

(3) $k(2) > h(2) > f(2) < g(2)$

(4) $k(0) = h(0) = f(0) = g(0)$

(5) $|h(5)| = |h(-5)|$

4) א. (1) לא נכונה א. (2) נכונה א. (3) לא נכונה א. (4) לא נכונה.

א. (5) לא נכונה ב. גרף 1 - $f(x)$, גרף 2 - $h(x)$.

5) א. אי זוגי ב. אי זוגי ג. זוגי ד. זוגי וגם אי זוגי ה. זוגי.

ו. אי זוגי ז. אי זוגי ח. זוגי ט. זוגי.

6) א. $f(x) = x^3, f(x) = 2x^3, f(x) = 10x^5$ ב. $f(x) = -x^2, f(x) = -8x^4$

ג. $f(x) = -\frac{1}{2}x^7, f(x) = -x^3$ ד. $f(x) = x^2, f(x) = 3x^{30}$

ו. אותן פונקציות כמו בסעיף ב'.

ב. $g(x) = -7x^2, h(x) = -7x^4$

ד. $g(x) = -10x^3, h(x) = -6x^3$

ה. אותן פונקציות כמו בסעיף ג'

א. $g(x) = 4x^4, h(x) = 8x^4$ 7)

ג. $g(x) = 2x^3, h(x) = -2x^3$