

שאלון 571

מושגים יסודיים בפונקציות

תוכן העניינים:

2.....	מבוא כללי:
2.....	סיכום כללי:
3.....	שאלות:
4.....	תשובות סופיות:
5.....	נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה של פונקציה:
5.....	סיכום כללי:
5.....	שאלות:
5.....	תשובות סופיות:
6.....	נקודות אפס ותחומי חיוביות ושליליות של פונקציה:
6.....	שאלות:
7.....	תשובות סופיות:
8.....	נקודות משותפות לשני גרפים:
8.....	שאלות:
9.....	תשובות סופיות:
10.....	סרטוט גרף על פי נתונים:
10.....	שאלות:
12.....	תשובות סופיות:

מבוא כללי:

סיכום כללי:

הגדרה:

פונקציה היא התאמה של מספר יחיד לכל מספר שנבחר.
המספר הנבחר נקרא בשם "משתנה חופשי" ומסומן ב- x .
המספר המתקבל נקרא בשם "משתנה תלוי" ומסומן ב- y או ב- $f(x)$.

ניתן לייצג פונקציה במספר דרכים:

- ייצוג מילולי.
- ייצוג על ידי טבלת ערכים.
- ייצוג גרפי של פונקציה.
- ייצוג אלגברי של פונקציה.

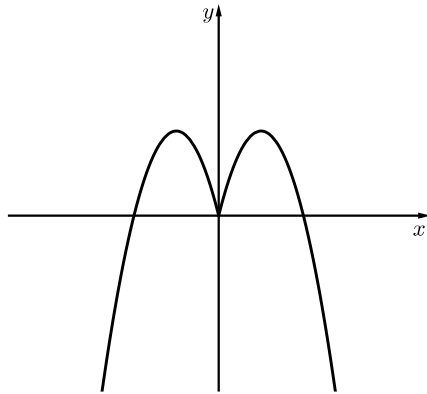
תחום ההגדרה של פונקציה:

אוסף כל המספרים עבורם המוגדרת מוגדרת.
אם פונקציה איננה מתאימה אף מספר לערך מסוים של המשתנה x , אומרים שהפונקציה איננה מוגדרת עבור ערך זה של x , או כי ערך זה של x איננו שייך לתחום ההגדרה של הפונקציה.

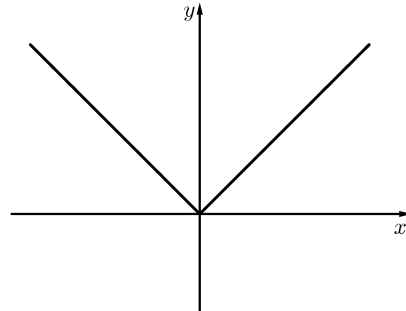
שאלות:

1) קבעו בכל אחד מהמקרים הבאים האם הגרף מייצג פונקציה. נמק.

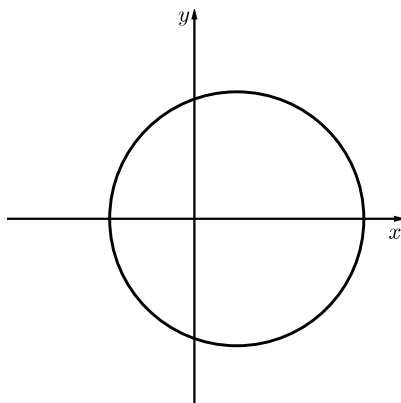
א.



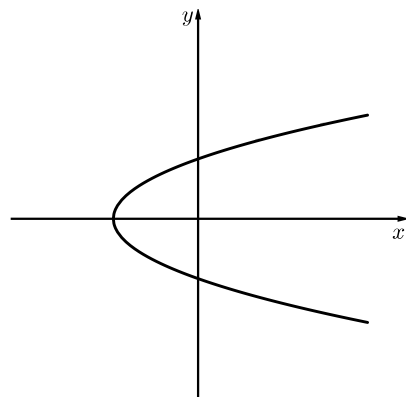
ב.



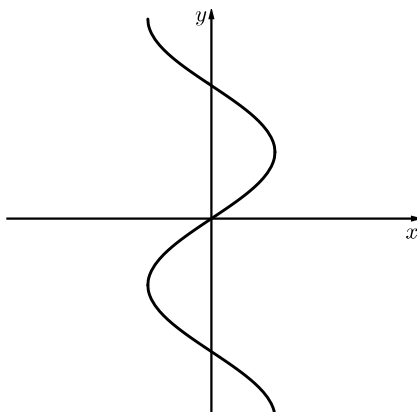
ג.



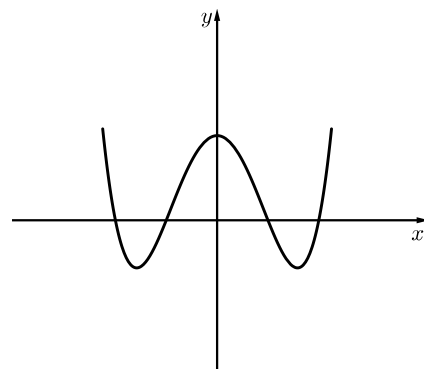
ד.



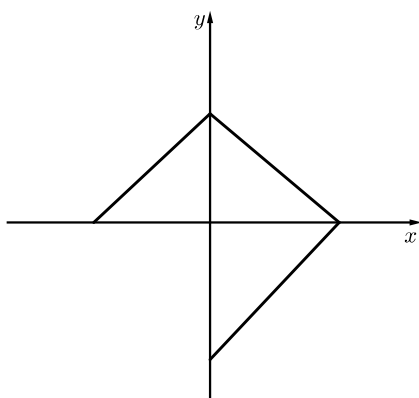
ה.



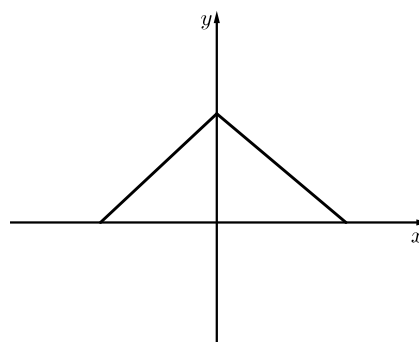
ו.



ח.



ז.



תשובות סופיות:

(1) פונקציות: א', ב', ה', ז'. אינן פונקציות: ג', ד', ו', ח'.

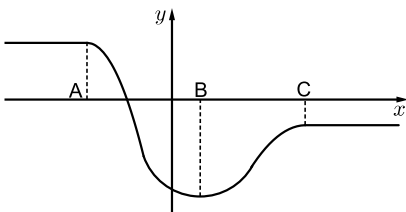
נקודות קיצון ותחומי עלייה וירידה של פונקציה:

סיכום כללי:

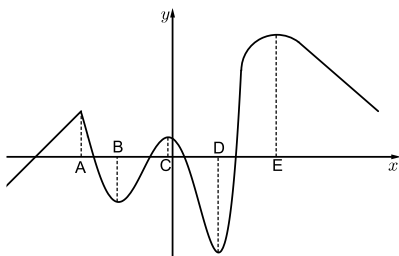
עלייה וירידה של פונקציה:

- השתנות של פונקציה היא השינוי בערך ה- y (או $f(x)$) כתוצאה מהשינוי בערך ה- x .
- פונקציה עולה בתחום מסוים כאשר ערך ה- y גדלים ככל שערכי ה- x גדלים.
 - פונקציה יורדת בתחום מסוים כאשר ערך ה- y קטנים ככל שערכי ה- x גדלים.
 - פונקציה נקראת קבועה אם ערכי ה- y נשארים קבועים ככל שערכי ה- x גדלים.

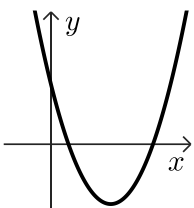
שאלות:



- (1) בסרטוט שלפניך נתון גרף של פונקציה.
כתוב את תחומי העלייה והירידה שלה.
היעזר בנקודות A, B ו-C.



- (2) בסרטוט שלפניך נתון גרף של פונקציה.
תאר את השתנות הפונקציה.
היעזר בנקודות A, B, C, D ו-E,
ובמילים: עולה, יורדת, קבועה, תחום.



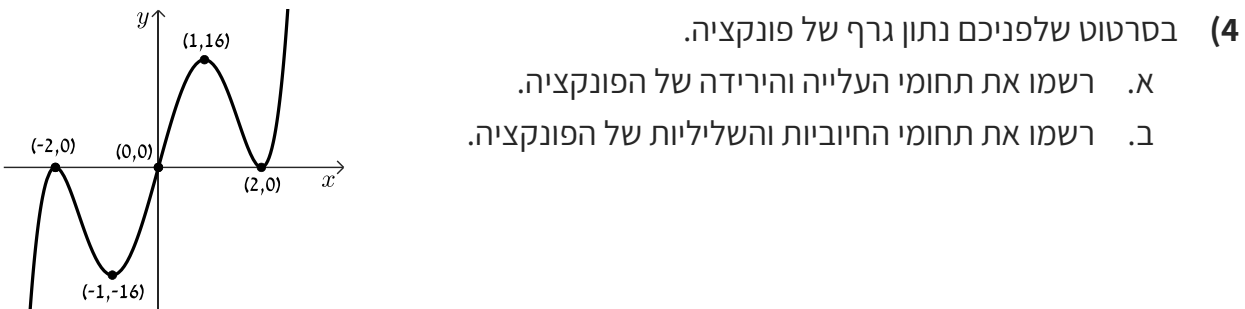
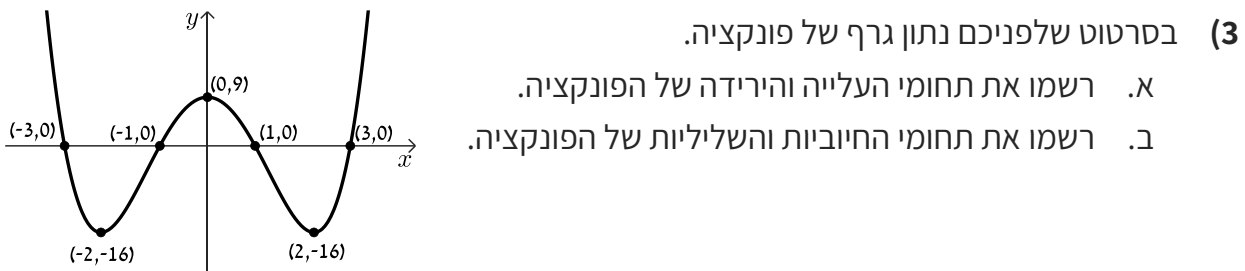
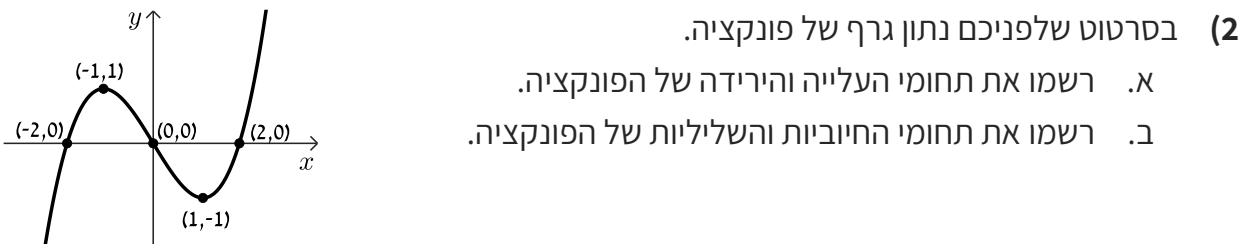
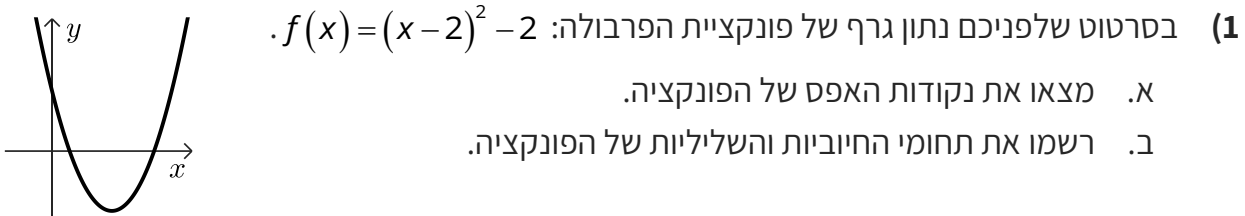
- (3) בסרטוט שלפניכם נתון גרף של פונקציית הפרבולה: $f(x) = (x-2)^2 - 2$.
רשמו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

תשובות סופיות:

- (1) כאשר $x < x_A$: הפונקציה קבועה, כאשר: $x_A < x < x_B$ הפונקציה יורדת,
כאשר $x_B < x < x_C$: הפונקציה עולה, כאשר $x > x_C$: הפונקציה קבועה.
- (2) עולה בתחומים: לפני A, BC, DE. יורדת בתחומים: AB, CD ואחרי E.
- (3) עליה: $x > 2$, ירידה: $x < 2$.

נקודות אפס ותחומי חיוביות ושליליות של פונקציה:

שאלות:

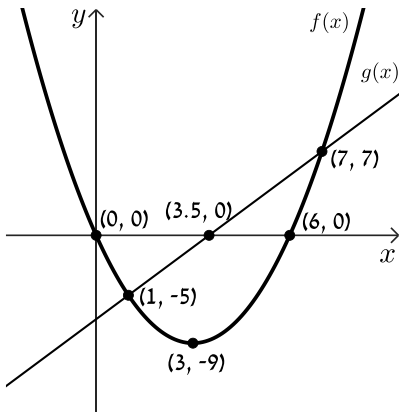


תשובות סופיות:

- (1) א. $(0.585, 0)$, $(3.414, 0)$
 ב. חיוביות: $x > 3.414$, $x < 0.585$, שליליות: $0.585 < x < 3.414$
- (2) א. עליה: $x > 1$, $x < -1$, ירידה: $-1 < x < 1$
 ב. חיוביות: $x > 2$, $x < 0$, שליליות: $-2 < x < 0$, $x < -2$, $0 < x < 2$
- (3) א. עליה: $x > 2$, $x < 0$, ירידה: $-2 < x < 0$, $x < -2$, $0 < x < 2$
 ב. חיוביות: $x > 3$, $-1 < x < 1$, $x < -3$, שליליות: $-3 < x < -1$, $1 < x < 3$
- (4) א. עליה: $x > 2$, $-1 < x < 1$, $x < -2$, ירידה: $-2 < x < -1$, $1 < x < 2$
 ב. חיוביות: $x > 2$, $0 < x < 2$, שליליות: $-2 < x < 0$, $x < -2$, $-2 < x < 0$

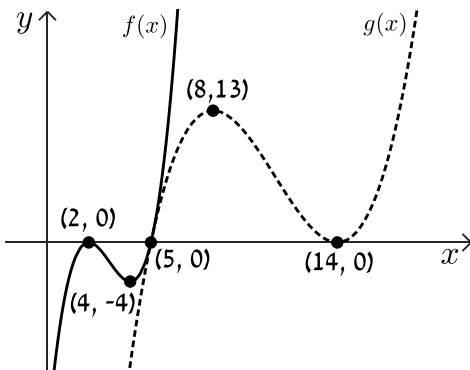
נקודות משותפות לשני גרפים:

שאלות:



(1) בסרטוט נתונים הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

- מהם ערכי x עבורם $f(x)$ מעל $g(x)$?
- מהם ערכי x עבורם $f(x)$ מתחת $g(x)$?
- מהו התחום בו יורדת וגם $g(x)$ עולה?
- מהו התחום בו יורדת וגם $f(x)$ יורדת?
- מהו התחום בו שתי הפונקציות חיוביות?
- מהו התחום בו שתי הפונקציות שליליות?
- מהו התחום בו $f(x)$ יורדת וגם $g(x)$ שלילית?
- מהו התחום בו $f(x)$ עולה וגם $g(x)$ חיובית?

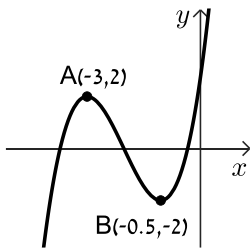


(2) בסרטוט נתונים הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.

- ידוע כי לשתי הפונקציות יש נקודת חיתוך אחת בלבד.
- מהם ערכי x עבורם $f(x)$ מעל $g(x)$?
 - מהם ערכי x עבורם $f(x)$ מתחת $g(x)$?
 - מהו התחום בו יורדת וגם $g(x)$ עולה?
 - מהו התחום בו יורדת וגם $f(x)$ יורדת?
 - מהו התחום בו שתי הפונקציות חיוביות?
 - מהו התחום בו שתי הפונקציות שליליות?
 - מהו התחום בו $f(x)$ יורדת וגם $g(x)$ שלילית?
 - מהו התחום בו $f(x)$ עולה וגם $g(x)$ חיובית?

(3) בציור מתואר גרף של פונקציה.

לפונקציה מינימום מקומי בנקודה $A(-3,2)$ ומקסימום מקומי בנקודה $B(-\frac{1}{2}, -2)$.

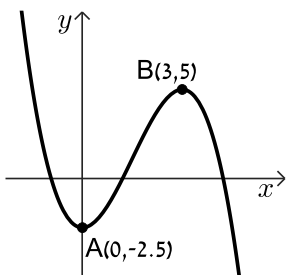


היעזרו בגרף וענו על השאלות הבאות:

- בכמה נקודות חותך הישר $y = 3$ את גרף הפונקציה?
- בכמה נקודות חותך הישר $y = 2$ את גרף הפונקציה?
- בכמה נקודות חותך הישר $y = -1$ את גרף הפונקציה?

(4) בציור מתואר גרף של פונקציה.

לפונקציה מינימום מקומי בנקודה $A(0, -2.5)$ ומקסימום מקומי בנקודה $B(3,5)$.



היעזרו בגרף וענו על השאלות הבאות:

- בכמה נקודות חותך הישר $y = 6$ את גרף הפונקציה?
- בכמה נקודות חותך הישר $y = 0$ את גרף הפונקציה?
- בכמה נקודות חותך הישר $y = -2.5$ את גרף הפונקציה?

תשובות סופיות:

- | | | | |
|-------------------------|------------------|-------------------------|--------------|
| א. $x < 1, x > 7$ | ב. $1 < x < 7$ | ג. $x < 3$ | ד. אף x . |
| ה. $x > 6$ | ו. $0 < x < 3.5$ | ז. $x < 3$ | ח. $x > 3.5$ |
| א. $x \neq 5$ | ב. אף x | ג. $2 < x < 4$ | ד. אף x . |
| ה. $5 < x < 14, x > 14$ | | ו. $x < 2, 2 < x < 5$ | |
| ז. $2 < x < 4$ | | ח. $5 < x < 14, x > 14$ | |
| א. בנקודה אחת | ב. ב-2 נקודות | ג. ב-3 נקודות. | |
| א. בנקודה אחת | ב. ב-3 נקודות | ג. ב-2 נקודות. | |

סרטוט גרף על פי נתונים:

שאלות:

- (1) נתונה פונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 5$.
 לפונקציה יש קיצון בנקודות $(2, 4)$ ו- $(4, 0)$.
 הפונקציה יורדת בתחום: $2 < x < 4$ ועולה בתחומים: $0 < x < 2$, $x > 4$.
 א. קבעו את סוג הקיצון בנקודות $(2, 4)$ ו- $(4, 0)$.
 ב. נתון גם כי $f(0) = 0$. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. נרחיב את תחום ההגדרה כך ש- $x \geq 0$ ונשאיר את אותם התנאים על הפונקציה. סרטטו כעת סקיצה של גרף הפונקציה.
- (2) נתונה פונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום $1 \leq x \leq 5$.
 לפונקציה יש קיצון בנקודות $(2, -1)$ ו- $(4, 1)$.
 הפונקציה יורדת בתחומים: $1 < x < 2$, $4 < x < 5$ ועולה בתחום: $2 < x < 4$.
 א. קבעו את סוג הקיצון בנקודות $(2, -1)$ ו- $(4, 1)$.
 ב. נתון גם כי $f(1) = 0$. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
 ג. נרחיב את תחום ההגדרה לכל x ונשאיר את אותם התנאים על הפונקציה. סרטטו כעת סקיצה של גרף הפונקציה.

(3) הפונקציה $f(x)$ מקיימת את התכונות הבאות:

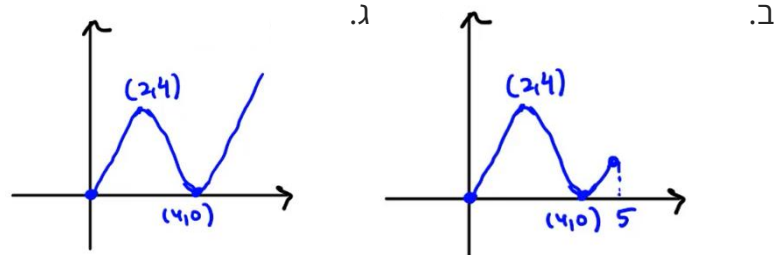
- $f(x)$ מוגדרת לכל x .
- הנקודות $(-2,0)$ ו- $(2,0)$ הן נקודות מינימום של הפונקציה.
- הנקודה $(0,2)$ היא נקודת מקסימום של הפונקציה.
- תחומי העלייה של הפונקציה הם: $x > 2$, $0 < x < 2$.
- תחומי הירידה של הפונקציה הם: $0 < x < 2$, $x < -2$.
- נקודות המינימום הן נקודות האפס היחידות של הפונקציה.
- א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$ על סמך הנתונים.
- ב. עברו כל אחד מסעיפים (1)-(3), ענו אם הוא נכון/לא נכון/אי אפשר לדעת. נמקו את קביעותיכם.
- (1) הפונקציה $f(x)$ היא זוגית.
- (2) הפונקציה $f(x)$ היא אי-זוגית.
- (3) הפונקציה $f(x)$ היא לא זוגית ולא אי-זוגית.

(4) נתונה פונקציה $f(x)$ ולה נקודת קיצון אחת $A(3,4)$.

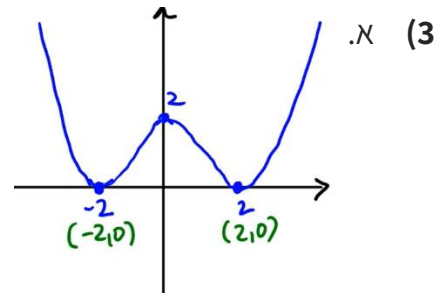
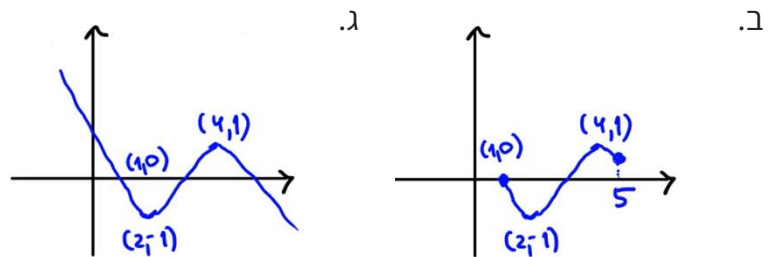
- הנקודה $B(-1,8)$ נמצאת על גרף הפונקציה.
- בנוסף ידוע כי הפונקציה מוגדרת בכל ציר המספרים וניתן לסרטט אותה במשיכת עט אחת. השלימו 'נכון'/'לא נכון'/'לא ניתן לדעת' בכל אחת מן הטענות הבאות:
- א. הנקודה $A(3,4)$ היא נקודת המקסימום של הפונקציה.
- ב. הנקודה $C(2,3)$ נמצאת על גרף הפונקציה.
- ג. הנקודה $D(2,5)$ נמצאת על גרף הפונקציה.
- ד. הנקודה $E(0,8)$ נמצאת על גרף הפונקציה.
- ה. הנקודה $F(-2,4)$ נמצאת על גרף הפונקציה.
- ו. הפונקציה $f(x)$ יורדת בכל תחום הגדרתה.
- ז. הפונקציה $f(x)$ יורדת כאשר $x < 3$ ועולה כאשר $x > 3$.
- ח. לפונקציה $f(x)$ יש 2 נקודות חיתוך עם הצירים.

תשובות סופיות:

(1) א. $\min(4,0)$, $\max(2,4)$



(2) א. $\max(4,1)$, $\min(2,-1)$



ב. (1) אי אפשר לדעת ב. (2) לא נכון ב. (3) אי אפשר לדעת, יתכן שהיא זוגית.

(4) א. לא נכון ב. לא נכון ג. לא ניתן לדעת ד. לא נכון ה. לא נכון
ו. לא נכון ז. נכון ח. לא נכון