

## הגדרות, סימונים והצגות

### שאלות:

#### (1) הצגה פולרית

צייר את הוקטורים הבאים על גבי מערכת צירים:

שם הוקטור	גודל הוקטור	זווית הוקטור עם ציר ה x
$\vec{A}$	$ \vec{A}  = 2$	$\theta_A = 30^\circ$
$\vec{B}$	$ \vec{B}  = 4$	$\theta_B = 30^\circ$
$\vec{C}$	$ \vec{C}  = 2$	$\theta_C = 90^\circ$
$\vec{D}$	$ \vec{D}  = 4$	$\theta_D = 120^\circ$
$\vec{E}$	$ \vec{E}  = 2$	$\theta_E = 300^\circ$
$\vec{F}$	$ \vec{F}  = 2$	$\theta_F = -60^\circ$

#### (2) הצגה קרטזית

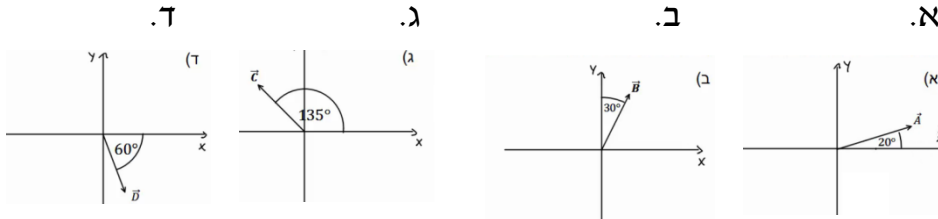
צייר על מערכת צירים את הוקטורים הבאים, רשום את רכיבי הוקטורים

וציין באיזה רביע נמצא כל וקטור:  $\vec{A} = (1, 2)$ ,  $\vec{B} = (-2, 3)$ ,  $\vec{C} = (-3, -2)$ ,  $\vec{D} = (2, -1)$

#### (3) מעבר מפולרי לקרטזי

הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 2.

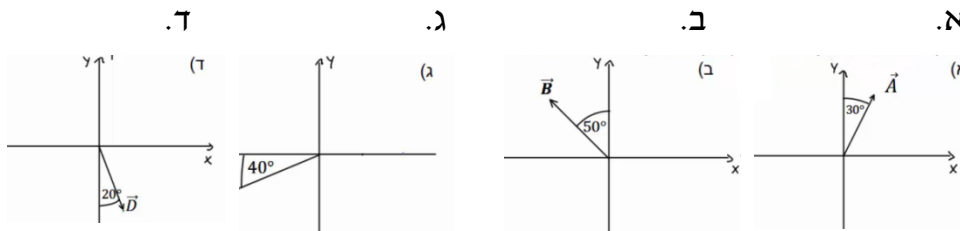
רשום כל אחד מהוקטורים בהצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):



#### (4) דרך שנייה לפירוק לרכיבים

הגודל של כל אחד מהוקטורים הבאים הוא 3.

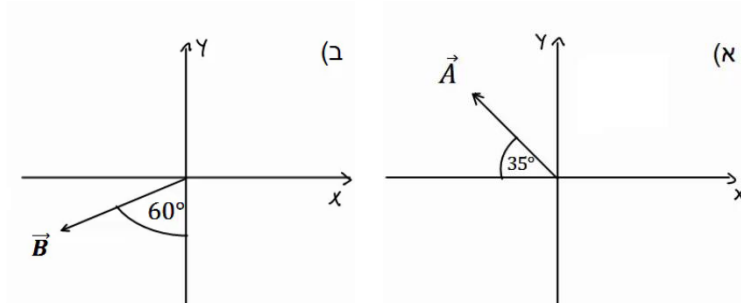
רשום כל אחד מהוקטורים בהצגה הקרטזית שלו (פרק את הוקטורים הבאים לרכיבים):



5) פירוק לרכיבים

באיור הבא, גודלו של הוקטור  $\vec{A}$  הוא 4, וגודלו של הוקטור  $\vec{B}$  הוא 5. מצא את הרכיבים הקרטזיים של כל וקטור:

- א. ב.



פתור פעם אחת באמצעות הזוויות שנתונות באיור, ופעם אחת באמצעות הזווית עם הכיוון החיובי של ציר ה- $x$ .

6) מעבר מקרטזי לפולרי

מצא את הגודל והכיוון של הוקטורים הבאים:

א.  $\vec{A} = (2, -1)$

ב.  $\vec{B} = (-0.5, -2)$

7) מקרטזי לפולרי

שרטט את הוקטורים הבאים על מערכת צירים. מצא את הגודל והכיוון של כל אחד מהוקטורים. את הכיוון תאר ע"י הזווית של הוקטור עם ציר ה- $x$  החיובי.

א.  $\vec{A} = (2, 3)$

ב.  $\vec{B} = (-1, 2)$

ג.  $\vec{C} = (0, -3)$

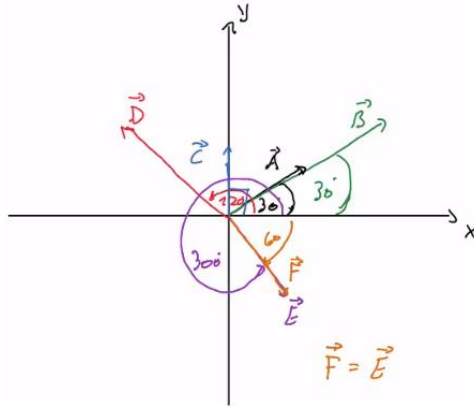
ד.  $\vec{D} = (2, -2)$

ה.  $E_x = 2, |\vec{E}| = 3$  הוקטור ברביע הראשון.

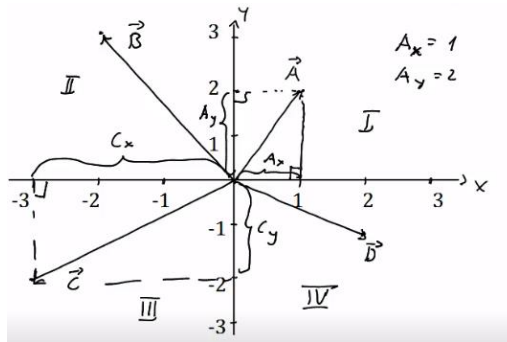
ו.  $E_x = -1, |\vec{E}| = 3$  הוקטור ברביע השלישי.

**תשובות סופיות:**

1) ראו שרטוט:



2) ראו שרטוט:



$\vec{A} = (1.88, 0.68)$ ,  $\vec{B} = (1, \sqrt{3})$ ,  $\vec{C} = (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ,  $\vec{D} = (1, -\sqrt{3})$  (3)

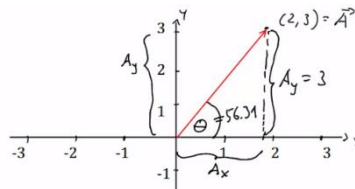
$\vec{C} = (-2.30, -1.93)$  ג.  $\vec{B} = (-2.30, 1.93)$  ב.  $\vec{A} = \left(\frac{3}{2}, 2.60\right)$  א. (4)

$\vec{D} = (-2.30, -1.93)$  ד.

$\vec{B} = (-4.33, -2.5)$  ב.  $\vec{A} = (-3.28, 2.29)$  א. (5)

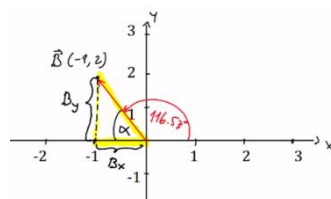
$\theta_B = 255.96^\circ$ ;  $|\vec{B}| = 2.06$  ב.  $\theta_A = -26.57 = 333.43^\circ$ ;  $|\vec{A}| = \sqrt{5}$  א. (6)

$\theta_A = 56.31^\circ$ ;  $|\vec{A}| = \sqrt{13}$



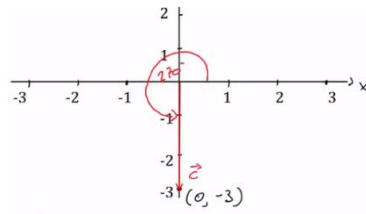
7) א. שרטוט:

$\theta_B = 116.57^\circ$ ;  $|\vec{B}| = \sqrt{5}$



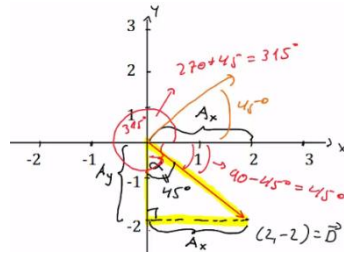
ב. שרטוט:

$$\vartheta_C = 270^\circ ; |\vec{C}| = 3$$



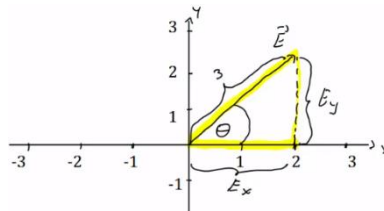
ג. שרטוט:

$$\vartheta_D = 315^\circ = -45^\circ ; |\vec{D}| = \sqrt{8}$$



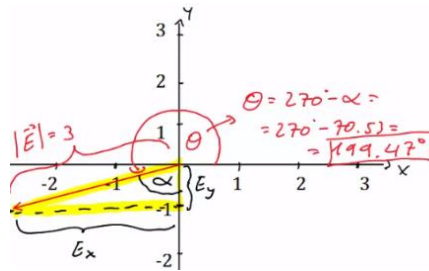
ד. שרטוט:

$$\vartheta_E = 48.19^\circ ;$$



ה. שרטוט:

$$\vartheta_E = 199.47^\circ ;$$

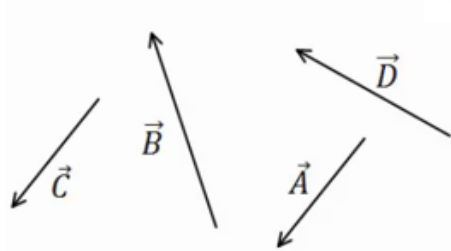


ו. שרטוט:

## פעולות בין וקטורים

שאלות:

- (1) חיבור וקטורים לפי סימונים  
מצא את  $\vec{A} + \vec{B} + \vec{C} + \vec{D} = \vec{E}$ .



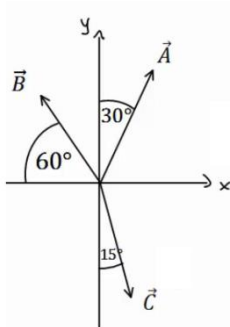
- (2) נתונים הוקטורים הבאים:

$$|\vec{A}| = 3, \theta_A = 30^\circ$$

$$|\vec{B}| = 2, \theta_B = -30^\circ$$

$$|\vec{C}| = 3, \theta_C = 180^\circ$$

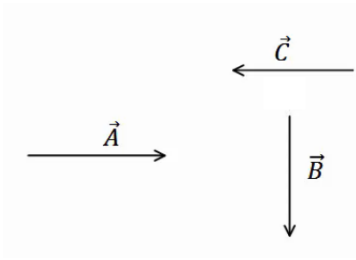
- א. שרטט את הווקטורים על גבי מערכת צירים.  
ב. מצא את גודלן וכיוונן של הווקטור  $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ .  
שרטט את הווקטור  $\vec{D}$  על אותה מערכת צירים.



- (3) הגודל של הווקטורים באיור הבא הוא:

$$|\vec{A}| = 5, \quad |\vec{B}| = 4, \quad |\vec{C}| = 5$$

- מצא את הווקטור השקול (סכום הווקטורים):  
 $\vec{D} = \vec{C} + \vec{A} + \vec{B}$



(4) חיסור לפי סימונים

בציור נתונים הוקטורים:  $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ .

מצא את:  $\vec{D} = \vec{B} - \vec{C} - \vec{A}$ .

(5) נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{A} = (3, 5)$ ,  $\vec{B} = (-1, 4)$ ,  $\vec{C} = (0, 2)$

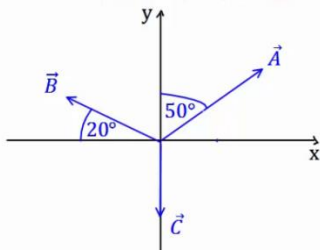
מצא את:

א.  $\vec{D} = -2\vec{B}$

ב.  $\vec{E} = 3\vec{A} - 2\vec{C} - \vec{B}$

ג.  $\vec{F} = -2(\vec{A} + \vec{B}) + 3\vec{C}$

(6) גודלם של הוקטורים באיור הבא הם:  $|\vec{A}| = 5$ ,  $|\vec{B}| = 4$ ,  $|\vec{C}| = 3$



א. מצא את גודלו וכיוונו של  $\vec{D} = -2\vec{B}$ .

שרטט את  $\vec{D}$  על מערכת צירים.

ב. מצא את גודלו וכיוונו של

$\vec{E} = 2\vec{A} - 3\vec{B} - 4\vec{C}$ .

שרטט את  $\vec{E}$  על מערכת הצירים.

(7) גודלו של הוקטור  $\vec{A}$  הוא 2 והזווית שהוא יוצר עם ציר ה- $x$  החיובי היא  $30^\circ$ .

א. שרטט את הוקטור במערכת הצירים.

ב. מצא את  $\vec{B} = 3 \cdot \vec{A}$  ללא פירוק של  $\vec{A}$  לרכיבים. שרטט את  $\vec{B}$  על אותה מערכת.

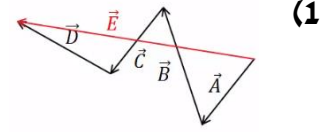
ג. מצא את הרכיבים של  $\vec{A}$ .

ד. חשב שוב את  $\vec{B} = 3 \cdot \vec{A}$ . הפעם דרך הרכיבים של  $\vec{A}$ .

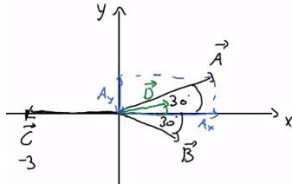
ה. מצא את גודלו וכיוונו של  $\vec{B}$  מהרכיבים שמצאת בסעיף ד'.

הראה כי התוצאה זהה לסעיף ב'.

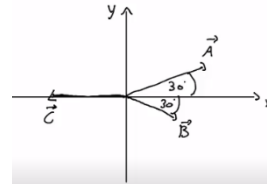
תשובות סופיות:



(1)



ב.  $|\vec{D}| = 1.42$ ,  $\theta_D = 20.60^\circ$



(2) א.

(3)  $|\vec{D}| = 3.46$ ,  $\theta_D = 58.84^\circ$

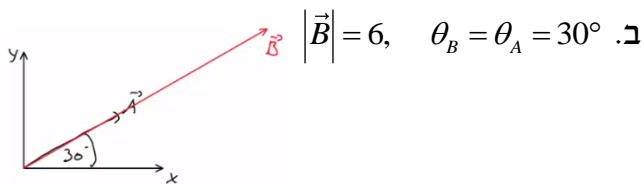
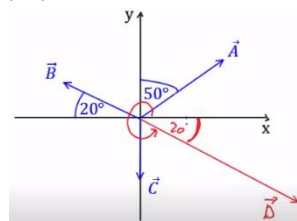
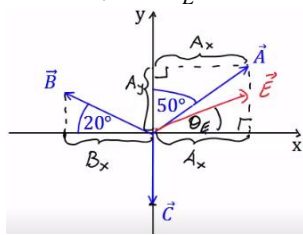


(4)

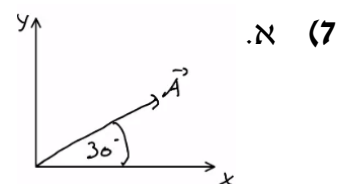
(5) א.  $D = (2, -8)$  ב.  $\vec{E} = (10, 7)$  ג.  $\vec{F} = (-4, -12)$

ב.  $|\vec{E}| = 23.75$ ,  $\theta_E = 37.23^\circ$

(6) א.  $\theta_D = -20^\circ$ ,  $|\vec{D}| = 8$



ב.  $\theta_B = \theta_A = 30^\circ$ ,  $|\vec{B}| = 6$



(7) א.

ג.  $\vec{A} = (\sqrt{3}, 1)$  ד.  $\vec{B} = (3\sqrt{3}, 3)$  ה. בוידאו.

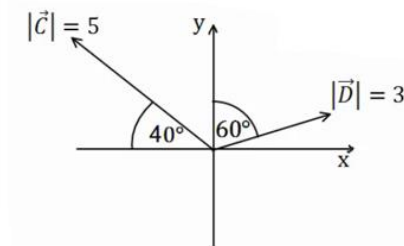
## מכפלה סקלרית

### שאלות:

8 מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית בין הוקטורים הנתונים בכל המקרים הבאים:

א.  $\vec{A} = (-1, 2)$ ,  $\vec{B} = (2, 2)$

ב.



9 בדוק עבור זוגות הוקטורים הבאים האם הם מאונכים:

א.  $\vec{A} = (1, 4)$ ,  $\vec{B} = (-2, 5)$

ב.  $\vec{A} = (1, 4)$ ,  $\vec{B} = (8, -2)$

ג.  $\vec{A} = (-1, -2)$ ,  $\vec{B} = (-2, 1)$

ד. שרטט כל זוג וקטורים מאונכים על מערכת צירים, חשב את זוויות הוקטורים עם הצירים והראה שהזוויות בין הוקטורים היא אכן  $90^\circ$ .

10 נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{A} = (-3, 1)$ ,  $\vec{B} = (2, -4)$

א. מצא את תוצאת המכפלה הסקלרית באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות.

ב. מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.

ג. מצא את המכפלה הסקלרית שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בקוסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

11 נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{A} = (-3, 1)$ ,  $\vec{B} = (2, -4)$

א. הראה כי החישוב של  $\vec{A} \cdot \vec{B}$  זהה לחישוב  $\vec{B} \cdot \vec{A}$ .

ב. הוכח בצורה כללית כי המכפלה הסקלרית היא פעולה קומוטטיבית (הדרכה: רשום את הוקטורים בצורה כללית עם נעלמים).



12 נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (2,1)$  ,  $\vec{B} = (-3,2)$  ,  $\vec{C} = (1,-3)$

חשב את :

א.  $\vec{A} \cdot \vec{C}$

ב.  $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ג.  $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C}$

ד.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C}$

ה.  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

ו.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B}$

ז.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C})$

13 נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-2,2)$  ,  $\vec{B} = (1,-3)$  ,  $\vec{C} = (1,5)$

חשב את :

א.  $\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2}$

ב.  $\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2}$

14 נתונים הוקטורים הבאים :  $\vec{A} = (-2,2)$  ,  $\vec{B} = (1,-3)$  ,  $\vec{C} = (1,5)$

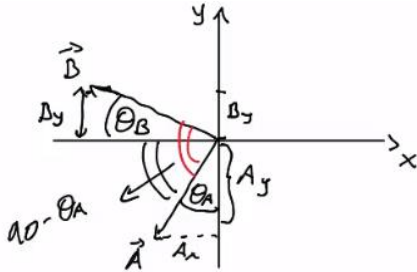
מצא את הזווית בין  $\vec{A}$  ל-  $\vec{B}$  ובין  $\vec{B}$  ל-  $\vec{C}$ .

תשובות סופיות:

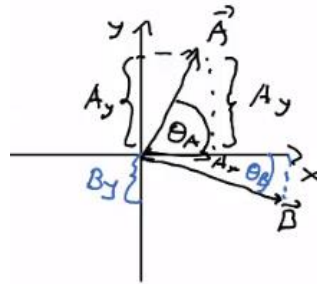
(1) א.  $\vec{A} \cdot \vec{B} = 2$  ב.  $\vec{C} \cdot \vec{D} = -5.13$

(2) א.  $\vec{A}$  לא מאונך ל- $\vec{B}$ . ב. הוקטורים מאונכים. ג. הוקטורים מאונכים.

לסעיף ג':



ד. לסעיף ב':



הזוויות:  $\theta_A = 75.96^\circ$ ,  $\theta_B = 14.04^\circ$  הזוויות:  $\theta_A = 26.57^\circ$ ,  $\theta_B = 26.57^\circ$

(3) א.  $\vec{A} \cdot \vec{B} = -10$  ב.  $\theta_A \approx 18.43^\circ$ ,  $\theta_B = -63.43^\circ$ ,  $|\vec{A}| = \sqrt{10}$ ,  $|\vec{B}| = \sqrt{20}$  ג. בוידאו.

(4) הוכחה בוידאו.

(5) א.  $\vec{A} \cdot \vec{C} = -1$  ב.  $(\vec{A} + \vec{B}) \cdot \vec{C} = -10$  ג.  $\vec{A} \cdot \vec{C} + \vec{B} \cdot \vec{C} = -10$  ד.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{C} = (-4, 12)$

ה.  $\vec{A} \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = (-18, -9)$  ו.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot \vec{B} = (12, -8)$  ז.  $(\vec{A} \cdot \vec{B}) \cdot (\vec{B} \cdot \vec{C}) = 36$

(6) א.  $\frac{(\vec{A} \cdot \vec{B}) \vec{B}}{|\vec{B}|^2} = \left( \frac{-8}{10}, \frac{24}{10} \right)$  ב.  $\frac{(\vec{B} \cdot \vec{C}) \vec{C}}{|\vec{C}|^2} = (-0.54, -2.69)$

(7)  $\alpha_{\vec{BC}} = 150.26^\circ$ ,  $\alpha_{\vec{AB}} = 153.43^\circ$

## וקטור יחידה

שאלות:

8 וקטור יחידה

מצא וקטורי יחידה בכיוון של הוקטורים הבאים:

א.  $\vec{A} = (-2, -3)$

ב.  $\vec{B} = (3, 4)$

תשובות סופיות:

9 א.  $(-0.55, -0.83)$  ב.  $(0.6, 0.8)$

## מכפלה וקטורית בדו-מימד

שאלות:

### 10) מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{A} = (-4, 1)$ ,  $\vec{B} = (2, -3)$ .

- חשב את  $\vec{A} \times \vec{B}$  באמצעות ההצגות הקרטזיות הנתונות. מהו גודל המכפלה?
- מצא את הגודל והזווית של כל וקטור.
- חשב את  $|\vec{A} \times \vec{B}|$  שוב, הפעם באמצעות הנוסחה של מכפלת הגדלים בסינוס הזווית. בדוק כי התוצאה זהה לסעיף א'.

תשובות סופיות:

11) א.  $\vec{A} \times \vec{B} = 10\hat{z}$  וכך  $|\vec{A} \times \vec{B}| = 10$ .

ב.  $|\vec{A}| = \sqrt{17}$ ,  $\theta_A = 165.96^\circ$ ,  $|\vec{B}| = \sqrt{13}$ ,  $\theta_B = -56.31^\circ$ . ג. בוידאו.

## מכפלה וקטורית בשלושה מימדים

שאלות:

12) מכפלה וקטורית

נתונים הוקטורים הבאים:  $\vec{A}(1,2)$ ,  $\vec{B}(1,-3)$ ,  $\vec{C}(-1,2,-2)$ ,  $\vec{D}(2,0,1)$

א. מצא את  $\vec{A} \cdot \vec{B}$

ב. מצא את  $\vec{A} \times \vec{B}$

ג. מצא את  $\vec{C} \times \vec{D}$

תשובות סופיות:

13) א. -5      ב.  $-5\hat{z}$       ג.  $2\hat{x}+5\hat{y}-4\hat{z}$