שאלון 571

נגזרת של פונקצית הפולינום

תוכן העניינים:

נגזרת של פונקצית הפולינום..... 1

קצב השתנות של פונקציה:.....2

סיכום כללי:.....2

שאלות:.....2

תשובות סופיות: 4

כללי גזירה: 5

סיכום כללי:.....5

שאלות:.....6

תשובות סופיות: 9

קצב השתנות של פונקציה:

סיכום כללי:

קצב ההשתנות של פונקציה הוא היחס בין השינוי בערכי ה- y לבין השינו בערכי ה- x.

- אם מתקבל אותו היחס לכל שני ערכים שונים של x,
  אז קצב השינוי של הפונקציה הוא אחיד.
- בכל מקרה אחר, הפונקציה משתנה בקצב שאינו אחיד.

שאלות:

1) לפניך 3 גרפים שמתארים את הגובה של בן-אדם מרגע היוולדו ועד ליום מותו.
איזה מהגרפים לדעתך הוא המתאים ביותר? נמק.



2) סרטט גרפים לפי כל הנחייה ונמק האם הגרף שסירטטת הוא קבוע, או לא.

א. היווצרות תפוזים בעץ תפוזים במשך מחזור של שנה.

ב. השכר השעתי של עובד חברת "אגד" במשך משמרת עבודה של 8 שעות.

ג. מהירות כדור המשוחרר ממנוחה מקצה בניין ועד לרגע התנגשותו בקרקע.

ד. אורך ציפורן באחת האצבעות של אדם במשך חודש.

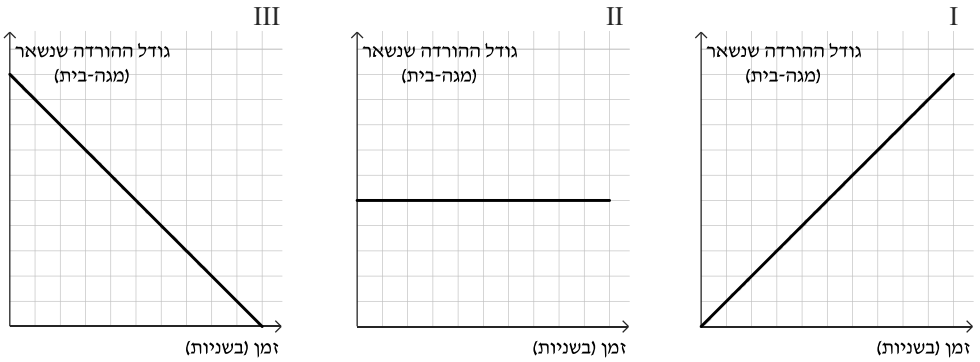
3) מחיר של 1 ק"ג עגבניות הוא 3 ₪. איזה מהגרפים הבאים מתאים לתיאור מחיר העגבניות כפונקציה של מספר הק"ג שנקנו? נמק.





4) נופר מורידה אפליקציה שגודלה הוא 100MB (100 מגה-בית).
חיבור האינטרנט של נופר מאפשר לה להוריד את האפליקציה בקצב קבוע של מגה-בית אחד בשנייה (1MB לשנייה).

א. איזה מבין הגרפים הבאים מתאר את הגודל במגה-בית שנשאר להוריד?



ב. (1) לאחר כמה שניות חצי מההורדה תסתיים?
(2) לאחר כמה שניות ההורדה תסתיים?

ג. כמה מהאפליקציה תרד למחשב של נופר לאחר 20 שניות?

5) האם גרף קבוע מתאר קצב השתנות אחיד?
מצא מקרה שתומך בהחלטתך, הדגם אותו ונמק את הקביעתך.

תשובות סופיות:

1) גרף ב' בלבד.

2) עיין בסרטון עבור דוגמאות של גרפים.

3) גרף א' בלבד.

4) א. גרף III. ב. (1) לאחר 50 שניות. ב. (2) לאחר 100 שניות. ג. 20 מגה-בית.

5) כן, היות וקצב השינוי הוא אפס אשר גם אחיד.

כללי גזירה:

סיכום כללי:

הנגזרת:

לכל פונקציה $f(x)$ קיימת פונקציה, הנקראת פונקציית הנגזרת (או רק "הנגזרת") ומסומנת $f'(x)$, המתקבלת ממנה על פי כללי הגזירה.

כללי הגזירה:

- כלל גזירה מס' 1: $f(x)=x^n \Rightarrow f'(x)=n\cdot x^{n-1}$.
- כלל גזירה מס' 2 (כפל בקבוע): $f(x)=ax^n \Rightarrow f'(x)=n\cdot ax^{n-1}$.
- כלל גזירה מס' 3 (נגזרת של קבוע): $f(x)=a \Rightarrow f'(x)=0$.
- כלל גזירה מס' 4 (סכום והפרש): $f(x)=u\pm v \Rightarrow f'(x)=u'\pm v'$.
- כלל גזירה מס' 5 (פונקציה מורכבת): $f(x)=u^n \Rightarrow f'(x)=n\cdot u^{n-1}\cdot u'$.
- כלל גזירה מס' 6 (נגזרת של $\frac{1}{x}$): $f(x)=\frac{1}{x} \Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{x^2}$.
- כלל גזירה מס' 7 (מכפלה): $f(x)=u\cdot v \Rightarrow f'(x)=u'v+v'u$.
- כלל גזירה מס' 8 (מנה): $f(x)=\frac{u}{v} \Rightarrow f'(x)=\frac{u'v-uv'}{v^2}$.
- כלל גזירה מס' 9 (שורש): $f(x)=\sqrt{x} \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}$.

שאלות:

1) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $y=x^2$ ב. $y=x^3$ ג. $y=x^6$

ד. $y=4x^3$ ה. $y=12x^4$ ו. $y=\frac{1}{2}x^2$

ז. $y=7$ ח. $y=-3x^2$ ט. $y=-\frac{1}{3}x^3$

2) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=7x^2+23x-6$ ב. $f(x)=6x^2+8x+4$

ג. $f(x)=\frac{1}{2}x^2-x^3$ ד. $f(x)=\frac{x^4}{8}+67$

3) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $y=5x^2-3x$ ב. $y=3x^2+14x$

ג. $y=\frac{1}{3}x^6-\frac{2}{5}x^5$ ד. $y=\frac{1}{6}x^4-\frac{3}{7}x^5$

4) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\frac{1}{x^3}-\frac{3}{x^2}$ ב. $f(x)=\frac{4x^{10}-2x^8+x}{8x^5}$

5) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $y=(x-2)(x+3)$ ב. $y=x^2(3-x)$

ג. $y=(x+2)^2$ ד. $y=3x(x-1)^2$

6) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=(1-3x^3)^3$ ב. $f(x)=\left(x(x^2+3)+3\right)^2$

ג. $f(x)=(2x+7)^8$ ד. $f(x)=\frac{5}{(x^2+4x)^4}$

7) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=3x^2\cdot x$

ב. $f(x)=x^2\cdot x^3$

ג. $f(x)=x(3x+7)$

ד. $f(x)=3x^3(3x-1)$

ה. $f(x)=(x-2)(2x^2+3)$

ו. $f(x)=(3x-2)(x^2+10x)$

ז. $f(x)=(3x^4-4x)(2x^2+5x+2)$

ח. $f(x)=x(x-2)(3x-4)$

8) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=2x^3(3x+5)^2$

ב. $f(x)=(x^3+2)^2(x-1)^3$

ג. $f(x)=(x^2+1)^3(2x-1)^2$

9) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\frac{x+1}{2x+1}$

ב. $f(x)=\frac{5x}{x^2+2x+3}$

ג. $f(x)=\frac{x^2+4x+5}{x^2+4x+6}$

ד. $f(x)=\frac{x^2+1}{(x+1)^2}$

ה. $f(x)=\frac{(x-1)^2}{x+1}$

ו. $f(x)=\frac{(x^2+3)^2}{x^2-2}$

ז. $f(x)=\frac{x^3-x^2}{2(1-x)}$

ח. $f(x)=\frac{x-2}{x^2-4}$

10) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\frac{1}{2x+1}$

ב. $f(x)=\frac{5}{x^2+2x+3}$

ג. $f(x)=\frac{x^2+4x+6}{x^2+4x+5}$

ד. $f(x)=x^2+3x+\frac{4}{x}-\frac{3}{x^2}$

11) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\sqrt{x+1}$

ב. $f(x)=\sqrt{2x}$

ג. $f(x)=\sqrt{3x^2+1}$

ד. $f(x)=\sqrt{10-3x}$

ה. $f(x)=\sqrt{2x^2+7x}$

ו. $f(x)=3x^2-8\sqrt{x}$

ז. $f(x)=x^2\sqrt{1-2x}$

ח. $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x}$

ט. $f(x)=\frac{x\sqrt{x^2+4}}{2}$

י. $f(x)=\frac{x+3}{\sqrt{1-x^2}}$

יא. $f(x)=\frac{2x^3-x^2+x-5\sqrt{x}}{x\sqrt{x}}$

יב. $f(x)=\sqrt{\frac{3-x}{x}}$

יג. $f(x)=\sqrt{\frac{1+x^2}{1-x}}$

יד. $f(x)=\frac{x^2+7}{\sqrt{x^2-5}}$

טו. $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{x-1}$

טז. $f(x)=\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}$

12) גזור את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=(ax+3)^2$

ב. $f(x)=mx^5+nx^4+45$

ג. $f(x)=\frac{x^4}{a}+\frac{4}{x^4}+a$

ד. $f(x)=\frac{b}{5}x^2+\frac{b}{dx^2}+3x+1$

ה. $f(x)=(x-a)(x^2-b)$

ו. $f(x)=(2-x)(a+x)+bx^2$

ז. $f(x)=\frac{2x+a}{x+3}$

ח. $f(x)=\frac{cx}{(x+1)^2}$

ט. $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2-a^2}$

י. $f(x)=\frac{-6}{(ax^2+bx+3)^2}$

יא. $f(x)=c\sqrt{c-4x^2}$

יב. $f(x)=\frac{x}{b}\sqrt{2x+a}$

13) גזור פעמיים את הפונקציות הבאות:

א. $f(x)=\frac{x^2+2x+4}{2x}$

ב. $f(x)=\frac{x^2-5x+6}{2x+10}$

ג. $f(x)=\frac{2x^2}{(x+1)^2}$

ד. $f(x)=\frac{x^3}{x^2-4}$

ה. $f(x)=\frac{x^3}{(x+1)^2}$

ו. $f(x)=\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3$

תשובות סופיות:

1) א. $y'=2x$ ב. $y'=3x^2$ ג. $y'=6x^5$ ד. $y'=12x^2$ ה. $y'=48x^3$

ו. $y'=x$ ז. $y'=0$ ח. $y'=-6x$ ט. $y'=-x^2$.

2) א. $y'=14x+23$ ב. $y'=12x+8$ ג. $y'=x-3x^2$

ד. $y'=\frac{1}{2}x^3$.

3) א. $y'=10x-3$ ב. $y'=6x+14$ ג. $y'=2x^5-2x^4$

ד. $y'=\frac{2}{3}x^3-\frac{15}{7}x^4$.

4) א. $f'(x)=-\frac{3}{x^4}+\frac{6}{x^3}$ ב. $f'(x)=2\frac{1}{2}x^4-\frac{3}{4}x^2-\frac{1}{2x^5}$.

5) א. $y'=2x+1$ ב. $y'=6x-3x^2$

ג. $y'=2x+4$ ד. $y'=9x^2-12x+3$.

6) א. $f'(x)=-27x^2\left(1-3x^3\right)^2=-27\left(x-3x^4\right)^2$

ב. $f'(x)=6\left(x^2+1\right)\left(x^3+3x+3\right)$

ג. $f'(x)=16\left(2x+7\right)^7$ ד. $f'(x)=-\frac{40\left(x+2\right)}{\left(x^2+4x\right)^5}$.

7) א. $f'(x)=9x^2$ ב. $f'(x)=5x^4$ ג. $f'(x)=6x+7$

ד. $f'(x)=36x^3-9x^2$ ה. $f'(x)=6x^2-8x+3$ ו. $f'(x)=9x^2+56x-20$

ז. $f'(x)=36x^5+75x^4+24x^3-24x^2-40x-8$ ח. $f'(x)=9x^2-20x+8$

8) א. $f'(x)=90x^4+240x^3+150x^2$ ב. $f'(x)=3\left(x^3+2\right)\left(x-1\right)^3\left(3x^3-2x^2+2\right)$

ג. $f'(x)=2\left(2x-1\right)\left(x^2+1\right)^2\left(8x^2-3x+2\right)$.

9) א. $f'(x)=-\frac{1}{\left(2x+1\right)^2}$ ב. $f'(x)=\frac{5\left(3-x^2\right)}{\left(x^2+2x+3\right)^2}$

ג. $f'(x)=\frac{2x-4}{\left(x^2+4x+6\right)^2}$ ד. $f'(x)=\frac{2\left(x-1\right)}{\left(x+1\right)^3}$

ה. $f'(x)=\frac{x^2+2x-3}{\left(x+1\right)^2}$ ו. $f'(x)=\frac{2x\left(x^2+3\right)\left(x^2-7\right)}{\left(x^2-2\right)^2}$

ז. $f'(x)=-x\ ,x\neq 1$ ח. $f'(x)=-\frac{1}{\left(x+2\right)^2}\ ,x\neq\pm 2$.

(10

א. $f'(x)=\frac{-2}{(2x+1)^2}$

ב. $f'(x)=-\frac{5(2x+2)}{(x^2+2x+3)^2}$

ג. $f'(x)=-\frac{2x+4}{(x^2+4x+5)^2}$

ד. $f'(x)=2x+3-\frac{4}{x^2}+\frac{6}{x^3}$.

(11

א. $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}$

ב. $f'(x)=\frac{1}{\sqrt{2x}}$

ג. $f'(x)=\frac{3x}{\sqrt{3x^2+1}}$

ד. $f'(x)=\frac{3}{2\sqrt{10-3x}}$

ה. $f'(x)=\frac{4x+7}{2\sqrt{2x^2+7x}}$

ו. $f'(x)=6x-\frac{4}{\sqrt{x}}$

ז. $f'(x)=\frac{2x-5x^2}{\sqrt{1-2x}}$

ח. $f'(x)=-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$

ט. $f'(x)=\frac{x^2+2}{\sqrt{x^2+4}}$

י. $f'(x)=\frac{3x+1}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$

יא. $f'(x)=3x^{1/2}-\frac{1}{2}x^{-1/2}-\frac{1}{2}x^{-3/2}+5x^{-2}$

יב. $f'(x)=-\frac{3}{2x^2\sqrt{\frac{3-x}{x}}}$

יג. $f'(x)=\frac{-x^2+2x+1}{2(1-x)^{1.5}\sqrt{1+x^2}}$

יד. $f'(x)=\frac{x^3-17x}{(x^2-5)^{1.5}}$

טו. $f'(x)=-\frac{x+1}{2\sqrt{x}(x-1)^2}$

טז. $f'(x)=-\frac{x+3}{2(x-1)^2\sqrt{x+1}}$

(12

א. $f'(x)=2a^2x+6a$

ב. $f'(x)=5mx^4+4nx^3$

ג. $f'(x)=\frac{4}{a}x^3-\frac{16}{x^5}$

ד. $f'(x)=\frac{2b}{5}x-\frac{2b}{dx^3}+3$

ה. $f'(x)=3x^2-b-2ax$

ו. $f'(x)=2x(b-1)+2-a$

ז. $f'(x)=\frac{6-a}{(x+3)^2}$

ח. $f'(x)=\frac{c(1-x)}{(x+1)^3}$

ט. $f'(x)=\frac{2x(1-a^2)}{(x^2-a^2)^2}$

י. $f'(x)=\frac{12(2ax+b)}{(ax^2+bx+3)^3}$

יא. $f'(x)=-\frac{4cx}{\sqrt{c-4x^2}}$

יב. $f'(x)=\frac{3x+a}{b\sqrt{2x+a}}$

(13 א. $f''(x)=\frac{4}{x^3}$,$f'(x)=\frac{2x^2-8}{4x^2}$.

ב. $f''(x)=\frac{448}{(2x+10)^3}$,$f'(x)=\frac{2x^2+20x-62}{(2x+10)^2}$.

ג. $f''(x)=\frac{4(1-2x)}{(x+1)^4}$,$f'(x)=\frac{4x}{(x+1)^3}$.

ד. $f''(x)=\frac{8x(x^2+12)}{(x^2-4)^3}$,$f'(x)=\frac{x^2(x^2-12)}{(x^2-4)^2}$.

ה. $f''(x)=\frac{6x}{(x+1)^4}$,$f'(x)=\frac{x^2(x+3)}{(x+1)^3}$.

ו. $f''(x)=\frac{12(x+1)(x+3)}{(x-1)^5}$,$f'(x)=-\frac{6(x+1)^2}{(x-1)^4}$