שאלון 571

המשיק לגרף הפונקציה

תוכן העניינים:

חישוב ערך הנגזרת בנקודה על גרף הפונקציה: 2
סיכום כללי: 2
שאלות: 2
תשובות סופיות: 3
שיפוע המשיק לגרף הפונקציה: 4
שאלות: 4
תשובות סופיות: 5
מציאת משוואת משיק לגרף הפונקציה: 6
שאלות: 6
תשובות סופיות: 7
הקשר בין פונקצית טנגנס לשיפוע של ישר: 8
שאלות: 8
תשובות סופיות: 8
חישוב פרמטרים: 9
שאלות: 9
תשובות סופיות: 10
הבעה באמצעות פרמטרים: 11
שאלות: 11
תשובות סופיות: 11

חישוב ערך הנגזרת בנקודה על גרף הפונקציה:

סיכום כללי:

שיפוע של פונקציה:

- השיפוע m של פונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1,y_1)$ שעל הפונקציה הוא ערך הנגזרת בנקודה $A(x_1,y_1)$, כלומר: $m=f'(x_1)$.
- השיפוע של המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1,y_1)$ שעל הפונקציה שווה לשיפוע הפונקציה בנקודה $A(x_1,y_1)$.
- משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה $A(x_1,y_1)$ שעליה מתקבלת על ידי הנוסחה למציאת ישר: $y-y_1=m(x-x_1)$.

שאלות:

1) מצאו את ערך הנגזרת של הפונקציות הבאות בנקודות הנתונות:

א. $f(x)=x^3+2x^2+5$ בנקודה $(0,5)$.

ב. $g(x)=x^5+5x^3+6x$ בנקודות $(0,0)$, $(1,12)$.

ג. $h(x)=-x^2+2x-4$ בנקודות $(1,-3)$, $(0,-4)$, $(2,-4)$.

2) ענו על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה $f(x)=4x^2+8x+1$.

חשבו את ערך ה-x שעבורו מתקיים: $f'(x)=0$.

ב. נתונה הפונקציה $f(x)=x^3+5x^2-2x$.

חשבו את ערכי ה-x שעבורם מתקיים: $f'(x)=11$.

ג. נתונה הפונקציה $f(x)=x^4-8x^3+16x^2+2x$.

חשבו את ערכי ה-x שעבורם מתקיים: $f'(x)=2$.

ד. נתונה הפונקציה: $f(x)=x^3+6x^2+15x-2$.

מצאו את הנקודות על גרף הפונקציה בהן ערך הנגזרת הוא 15.

3) נתונות הפונקציות: $f(x)=5x^3$ ו- $g(x)=3x^5$.
מצאו עבור אלו ערכי x מתקיים: $f'(x)=g'(x)$.

4) נתונה הפונקציה $f(x)=2x^3+x^2+x$.

א. חשבו את ערך הפונקציה בנקודה בה $x=1$.

ב. חשבו את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה בה $x=1$.

תשובות סופיות:

1) א. $f'(0)=0$ ב. $g'(0)=6\ ,\ g'(1)=26$ ג. $h'(0)=2\ ,\ h'(1)=0\ ,\ h'(2)=-2$

2) א. $x=-8$ ב. $x_1=1\ ,\ x_2=-4\frac{1}{3}$ ג. $x_1=0\ ,\ x_2=4\ ,\ x_3=2$

ד. $x_1=0\ ,\ x_2=-4$.

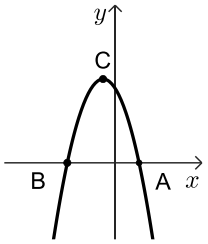
3) $x_1=0\ ,\ x_2=-1\ ,\ x_3=1$.

4) א. $f(1)=4$ ב. $f'(1)=9$.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה:

שאלות:

5) גרף הפונקציה $f(x)=-x^2-2x+8$ חותך את ציר ה-x בנקודות A ו-B.

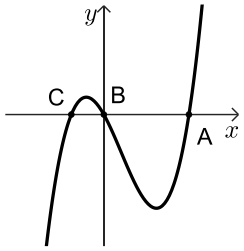


הנקודה C היא נקודת הקיצון של הפונקציה.

א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B ו- C.

ב. מצאו את שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות אלו.

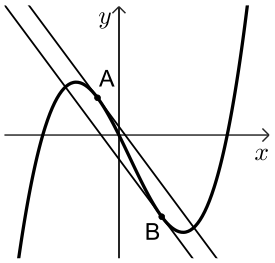
6) גרף הפונקציה $f(x)=x^3-x^2-x$ חותך את ציר ה-x בנקודות A, B ו- C.



א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B ו- C.

ב. מצאו את שיפועי המשיקים לגרף הפונקציה בנקודות אלו.

7) נתונה הפונקציה: $f(x)=2x^3-3x^2-36x$.



א. מצאו את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $A(-1,31)$.

ב. מצאו את נקודה B שהמשיק העובר דרכה מקביל למשיק בנקודה A.

8) עבור אלו ערכי x הישרים המשיקים לגרפים של הפונקציות הבאות מקבילים זה לזה?

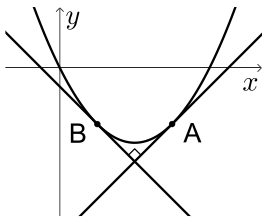
א. $f(x)=2x^3+6x^2+2x+9$

ב. $g(x)=(x+1)(3x+11)$

9) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2-2x-3$.

א. מצאו את שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A שבה $x=1.5$.

ב. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה A מאונך למשיק לגרף הפונקציה בנקודה B.
מצאו את שיעורי הנקודה B.



תשובות סופיות:

5) א. $A(2,0)\ ,\ B(-4,0)\ ,\ C(-1,9)$ ב. $m_A=-6\ ,\ m_B=6\ ,\ m_C=0$

6) א. $A\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2},0\right)\ ,\ B(0,0)\ ,\ C\left(\frac{1-\sqrt{5}}{2},0\right)$ ב. $m_A=\frac{5+\sqrt{5}}{2}\ ,\ m_B=-1\ ,\ m_C=\frac{5-\sqrt{5}}{2}$

7) א. $m=-24$ ב. $B(2,-68)$.

8) $x=1\ ,\ x=-2$.

9) א. $m_A=1$ ב. $B\left(\frac{1}{2},-3.75\right)$.

מציאת משוואת משיק לגרף הפונקציה:

שאלות:

10) ענו על הסעיפים הבאים:

א. הראו כי המשיק לגרף הפונקציה $f(x)=x^3+6x^2+2x+2$ בנקודה $x=-1$ עובר בנקודה $(0,-2)$.

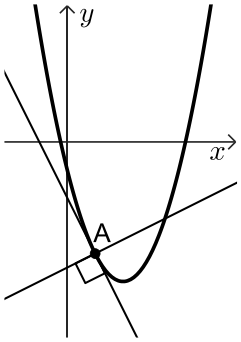
ב. הראו כי המשיק לגרף הפונקציה $f(x)=2x^4-2x^2-4x-1$ בנקודה $x=2$ עובר בנקודה $(1.5,-11)$.

11) מצא את משוואת המשיק לפונקציה: $f(x)=2(4x+3)^2$ בנקודה שבה: $x=-1$.

12) מצא את משוואת המשיק לפונקציה $f(x)=x^4-2x$ ששיפועו 2.

13) לגרף הפונקציה $f(x)=2x^3-3x^2-36x$ העבירו שני משיקים שהשיפוע שלהם הוא 36-.
מצאו את משוואות המשיקים.

14) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2-4x-1$.



מנקודה A שעל גרף הפונקציה שבה $x=1$, מעבירים משיק לפונקציה.
<u>נורמל לגרף הפונקציה</u>: הוא ישר העובר דרך נקודת ההשקה
ומאונך למשיק. מצאו את משוואת הנורמל ל-$f(x)$ בנקודה A.

15) הגרפים של הפונקציות $f(x)=x^3+x^2-2x+8$ ו- $g(x)=2x^2-x+7$
משיקים זה לזה. מצאו את נקודת ההשקה ואת משוואת המשיק המשותף.

16) הגרפים של הפונקציות $f(x)=x^3+6x^2+12x+4$ ו- $g(x)=-2x^2-x-2$ משיקים זה לזה.
מצאו את נקודת ההשקה ואת משוואת המשיק המשותף.

תשובות סופיות:

10) א. $y=-7x-2$ ב. $y=52x-89$

11) $y=24x+22$

12) $y=2x-3$

13) $y=-36x$, $y=-36x-1$

14) $y=\frac{1}{2}x-4.5$.

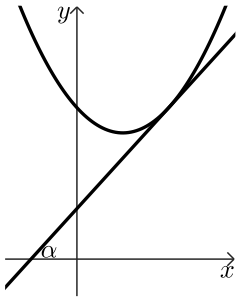
15) $(1,8)$, משוואת משיק: $y=3x+5$.

16) $(-1,-3)$, משוואת משיק: $y=3x$.

הקשר בין פונקצית טנגנס לשיפוע של ישר:

שאלות:

17) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2-4x+8$.



עבור כל אחד משיעורי ה-x הבאים, מצאו את שיפוע המשיק לפונקציה העובר באותה נקודה,
ואת הזווית בין המשיק לבין הכיוון החיובי של ציר ה-x.

א. $x=5$

ב. $x=2$

ג. $x=0$

18) ענו על הסעיפים הבאים:

א. מצאו את הנקודה על גרף הפונקציה $f(x)=x^2-2x+6$
שהמשיק בה יוצר זווית של $135°$ עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

ב. מצאו את הנקודות על גרף הפונקציה $f(x)=3x^3-8x+4$
שהמשיקים בהן יוצרים זווית של $45°$ עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

ג. מצאו את הנקודות על גרף הפונקציה $f(x)=x^4-2x^2+1$
שהמשיקים בהן יוצרים זווית של $0°$ עם הכיוון החיובי של ציר ה-x.

תשובות סופיות:

17) א. $m=6\ ,\ \alpha=80.54°$ ב. $m=0\ ,\ \alpha=0°$ ג. $m=-4\ ,\ \alpha=104.04°$

18) א. $\left(\frac{1}{2},5\frac{1}{4}\right)$ ב. $(1,-1)\ ,\ (-1,9)$ ג. $(0,1)\ ,\ (1,0)\ ,\ (-1,0)$

חישוב פרמטרים:

שאלות:

19) ענו על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה: $f(x)=ax^2-4x+9$. ערך הנגזרת בנקודה $x=2$ הוא 4.

מצאו את a ואת שיעורי נקודת ההשקה.

ב. נתונה הפונקציה: $f(x)=x^3+2x^2+bx+1$. ערך הנגזרת בנקודה $x=-1$ הוא 1.

מצאו את b ואת שיעורי נקודת ההשקה.

20) נתונה הפונקציה: $f(x)=ax^3-3x+1$.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה $x=2$ הוא 9.

א. מצאו את a.

ב. מצאו נקודה נוספת על גרף הפונקציה שבה השיפוע הוא 9.

21) ענו על הסעיפים הבאים:

א. נתונה הפונקציה: $f(x)=x^2-ax+b$.

דרך הנקודה $(2,-5)$ הנמצאת על גרף הפונקציה מעבירים משיק ששיפועו 4-.

מצאו את ערכי הפרמטרים a ו- b.

ב. נתונה הפונקציה: $g(x)=x^3-cx^2+dx$.

דרך הנקודה $(1,16)$ הנמצאת על גרף הפונקציה מעבירים משיק ששיפועו 0.

מצאו את ערכי הפרמטרים c ו-d.

22) הישר $y=-7x+9$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)=-x^2-3x+k$.

מצאו את k.

23) הישר $y=-24x-18$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)=-x^3+6x^2-9x-a$.

נתון כי $a<20$. מצאו את a.

24) נתונה הפונקציה: $g(x)=x^2-3x-c$.

נתון כי שיפוע המשיק לפונקציה בנקודה $x=4$ הוא 5.

א. האם ניתן למצוא את ערך הפרמטר c?

ב. אם כן, מצאו אותו. אם לא, הסבירו מדוע.

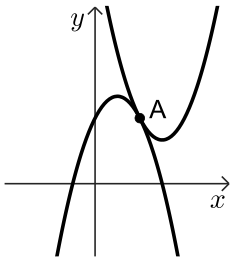
25) נתונה הפונקציה $f(x)=nx^n-2nx^{n-1}+n+5$ ונתון כי $f'(-1)=-8$.

מצאו את n אם ידוע כי n מספר חיובי וזוגי.

26) נתונה הפונקציה $f(x)=x^{n+2}+(n+1)x^{n+1}+x^n$ ונתון כי $f'(-1)=0$.

מצאו את n אם ידוע כי n מספר חיובי ואי-זוגי.

27) הפונקציות $f(x)=x^2-6x+11$ ו- $g(x)=-x^2+2x+k$



משיקות זו לזו בנקודה A.

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

ב. מצאו את הערך של k.

28) הפונקציות $f(x)=x^3-6x^2$ ו- $g(x)=-x^2+8x+k$ משיקות זו לזו בנקודה שנמצאת ברביע הרביעי.

א. מצאו את שיעורי הנקודה.

ב. מצאו את הערך של k.

תשובות סופיות:

19) א. $a=2$, $(2,9)$ ב. $b=2$, $(-1,0)$.

20) א. $a=1$ ב. $(-2,-1)$.

21) א. $a=8$, $b=7$ ב. $c=18$, $d=33$.

22) $k=5$.

23) $a=10$.

24) א. לא. ב. ראו הסבר בסרטון הוידאו.

25) $n=2$.

26) $n=1$.

27) א. $A(2,3)$ ב. $k=3$.

28) א. $A(4,-32)$ ב. $k=-48$.

הבעה באמצעות פרמטרים:

שאלות:

29) נתונה הפונקציה: $f(x)=x^4-ax$.

הביעו באמצעות a את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$.

30) נתונה הפונקציה: $g(x)=x^2-1$.

הביעו באמצעות k את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=k$.

31) לגרף הפונקציה: $h(x)=x^3-bx^2$ מעבירים משיק בנקודה שבה $x=1$.

הביעו באמצעות b את שיעורי נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה-y.

תשובות סופיות:

29) $y=(1-a)x-3$

30) $y=2kx-k^2-1$

31) $(1,b-2)$