

שאלון 471

מיומנויות אלגבריות

תוכן העניינים:

1.....מיומנויות אלגבריות

2.....הוצאת שורש מסדר זוגי או אי-זוגי:

2.....סיכום כללי:

2.....שאלות:

2.....תשובות סופיות:

3.....שימוש בפירוק לגורמים לפתרון משוואות:

3.....סיכום כללי:

4.....שאלות:

4.....תשובות סופיות:

5.....משוואות דו-ריבועיות:

5.....סיכום כללי:

5.....שאלות:

5.....תשובות סופיות:

הוצאת שורש מסדר זוגי או אי-זוגי:

סיכום כללי:

נעסוק במשוואות מהצורה: $x^n = b$ כגון: $x^4 = 625$, $x^5 = -243$ וכו'.
ניתן לפתור משוואות אלו ע"י הוצאת שורש מסדר גבוה.

נבחין כי כאשר סדר השורש הוא זוגי אז פתרון ייתכן רק אם b חיובי וישנם שני פתרונות אפשריים.
למשל עבור: $x^4 = 16$ מתקבל: $x = \pm 2$.
לעומת זאת, אם סדר השורש הוא אי-זוגי אז ניתן להוציא שורש לכל b ויש רק פתרון אחד.
למשל עבור $x^3 = -27$ מתקבל: $x = -3$, אך עבור $x^3 = 27$ מתקבל: $x = 3$.

שאלות:

(1) פתרו את המשוואות הבאות:

- | | |
|--------------------|----------------------------------|
| א. $x^4 = 81$ | ב. $x^4 = -81$ |
| ג. $x^4 - 625 = 0$ | ד. $x^6 = 64$ |
| ה. $x^5 = 243$ | ו. $x^5 + 243 = 0$ |
| ז. $32x^5 + 1 = 0$ | ח. $100x^5 - \frac{1}{1000} = 0$ |

תשובות סופיות:

- (1) א. ± 3 ב. אין פתרון. ג. ± 5 ד. ± 2
 ה. 3 ו. -3 ז. $-\frac{1}{2}$ ח. $\frac{1}{10}$

שימוש בפירוק לגורמים לפתרון משוואות:

סיכום כללי:

הגדרה:

המעלה של משוואה נקבעת לפי החזקה הגדולה ביותר של המשתנה.

למשל, משוואה מהצורה: $ax^2 + bx + c = 0$, $(a \neq 0)$

נקראת משוואה ריבועית או **משוואה ממעלה שנייה**.

משוואה שבה החזקה הגדולה ביותר היא 3, כגון: $x^3 + 2x + 1 = 0$

נקראת **משוואה ממעלה שלישית**.

מכפלת ביטויים:

משוואה הכתובה בצורה של מכפלת ביטויים אשר שווים לאפס כגון: $a \cdot b = 0$

היא משוואה שפתרונותיה הם: $a = 0$ או $b = 0$.

נרצה לבצע פירוק לגורמים על מנת להביא משוואות לצורת מכפלות השווים לאפס.

בשיטה זו נוכל להשוות כל גורם לאפס ולקבל את כל פתרונות המשוואה.

שאלות:

(1) פתרו את המשוואות הריבועיות הבאות:

א. $(x-2)(x+8)=0$	ב. $(x+11)(x-4)=0$
ג. $(2x-1)(x+3)=0$	ד. $(7x-1)\left(x+\frac{1}{5}\right)=0$

(2) פתרו את המשוואות הבאות:

א. $x^3-16x=0$	ב. $4x^3-x=0$
ג. $3t^3=300t$	ד. $6t^3-54t=0$
ה. $y^3+3y^2=0$	ו. $x^2-2x^3=0$
ז. $7t^3-6t^2=0$	ח. $x^4-3x^3=0$
ט. $2y^4+3y^3=0$	י. $5x^4=8x^3$
יא. $2x^4-8x^2=0$	יב. $6t^4=216t^2$

(3) פתרו את המשוואות הבאות:

א. $x^3+4x^2-21x=0$	ב. $x^3+8x^2-33x=0$
ג. $x^3+12x^2+36x=0$	ד. $x^3-18x^2+81x=0$
ה. $3x^3+10x^2-8x=0$	ו. $x^3+5x^2+80x=0$

תשובות סופיות:

א. 2, -8	ב. -11, 4	ג. $\frac{1}{2}, -3$	ד. $\frac{1}{7}, -\frac{1}{5}$
א. $0, \pm 4$	ב. $0, \pm \frac{1}{2}$	ג. $0, \pm 10$	ד. $0, \pm 3$
ה. 0, -3	ו. 0, 0.5	ז. $0, \frac{6}{7}$	ח. 0, 3
ט. 0, -1.5	י. $0, \frac{8}{5}$	יא. $0, \pm 2$	יב. $0, \pm 6$
א. 0, 3, -7	ב. -11, 3, 0	ג. 0, -6	ד. 0, 9
ה. $0, -4, \frac{2}{3}$	ו. 0		

משוואות דו-ריבועיות:

סיכום כללי:

משוואה דו-ריבועית היא משוואה מהצורה: $ax^4 + bx^2 + c = 0$ כאשר הנעלם הוא x .
פתרון המשוואה יבוצע ע"י מעבר לפרמטר: $x^2 = t \rightarrow at^2 + bt + c = 0$ ומציאתו.
לאחר מכן יש להחזיר את ההצבה ולמצוא את ערכי x .

ניתן להביא משוואות לצורה זו ולהגדיר ביטוי המופיע בחזקות 2 ו-4
כגון: $t = x^2 - 1$ באמצעות פרמטר: $(x^2 - 1)^2 + 3(x^2 - 1) - 2 = 0$
ובכך לפתור משוואה: $t^2 + 3t - 2 = 0$ ולהחזיר את ההצבה עבור מציאת x .
דרך הפתרון תקפה לכל משוואה בה הנעלם מופיע בחזקות כפולות כגון 3 ו-6, או 4 ו-8.

שאלות:

(1) פתרו את המשוואות הבאות:

- | | |
|--|-----------------------------------|
| א. $5x^4 + 3x^2 - 8 = 0$ | ב. $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ |
| ג. $13x^2(3x^2 - 1) - 2 = 3(x^2 - 1)(x^2 + 1)$ | ד. $x^2(x^2 + 1) = 10(3x^2 - 10)$ |
| ה. $x^6 + x^3 = 56$ | ו. $x^8 - 4x^4 - 50 = 31x^4 - 84$ |
| ז. $125x^6 - 1 = 124(x^6 + x^3 + 1)$ | |

תשובות סופיות:

- (1) א. $x = \pm 1$ ב. $x = \pm 1, \pm \sqrt{2}$ ג. $x = \pm \frac{1}{2}, \pm \frac{1}{3}$ ד. $x = \pm 2, \pm 5$
- ה. $x_1 = \sqrt[3]{7}, x_2 = -2$ ו. $x_{1,2} = \pm \sqrt[4]{34}, x_{3,4} = \pm 1$ ז. $x = 5, -1$