

שאלון 471

מדדי פיזור

תוכן העניינים:

1. מדדי פיזור

2. סטיית התקן:
2. סיכום כללי:
3. שאלות:
4. תשובות סופיות:
5. המשמעות של סטיית התקן:
5. סיכום כללי:
5. שאלות:
7. תשובות סופיות:
8. שאלות בהן סטיית התקן נתונה:
8. סיכום כללי:
8. שאלות:
8. תשובות סופיות:
9. שאלות עם סטיית תקן, ממוצע, שכיח וחציון:
9. שאלות:
10. תשובות סופיות:

סטיית התקן:

סיכום כללי:

סטיית התקן:

מדד לפיזור הציונים.

סטיית התקן מאפשרת למדוד עד כמה רחוקים הציונים מהציון הממוצע.

נחשב את סטיית התקן ע"י היעזרות בטבלה באופן הבא:

ציון (x)	מספר תלמידים (f)	סה"כ	סטיות מהממוצע $x - \bar{x}$	סטיות מהממוצע בריבוע $(x - \bar{x})^2$	סכום סטיות מהממוצע בריבוע $f \cdot (x - \bar{x})^2$

$$S = \sqrt{\frac{\text{סכום הסטיות מהממוצע בריבוע}}{\text{סך כל השכיחויות}}}$$

כאשר חישוב סטיית התקן יתבצע כך:

הערה:

$$S = \sqrt{\frac{f_1 \cdot (x_1 - \bar{x})^2 + f_2 \cdot (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + f_N \cdot (x_N - \bar{x})^2}{f_1 + f_2 + \dots + f_N}}$$

הנוסחה הכללית של סטיית התקן היא:

כאשר:

$\bar{x}$ - ממוצע הנתונים (הציונים).

x_i - נתון (ציון) מסוים.

f_i - השכיחות של הציון x_i .

N - מספר כל הקבוצות הנתונים.

S - סטיית התקן.

שאלות:

(1) נתונה טבלת השכיחויות הבאה:

הציון (x)	5	6	7
מספר התלמידים (f)	4	2	4

- א. מצאו את ממוצע הציונים.
 ב. חשבו את סטיית התקן של הציונים.

(2) נתונה התפלגות הציונים במבחן מסוים:

הציון	4	5	6	7	8	9
מספר התלמידים	3	8	7	1	5	1

- א. מצאו את ממוצע הציונים.
 ב. חשבו את סטיית התקן של הציונים.

(3) בטבלה שלפניכם מתוארת התפלגות הציונים במבחן מסוים:

ציון (x)	מספר תלמידים (f)	סה"כ	$f \cdot (x - \bar{x})^2$
5	4		
6	5		
7	6		
8	5		

- א. חשבו את הממוצע.
 ב. השלימו את הטבלה.
 ג. מצאו את סטיית התקן של הציונים.

(4) חשבו את סטיית התקן של המספרים הבאים: 5, 3, 8, 7, 6, 2, 5, 2, 6, 5, 7.

תשובות סופיות:

(1) $\bar{x} = 6$ א.

ב. $S = 0.89$.

(2) $\bar{x} = 6$ א.

ב. $S = 1.41$.

(3) $\bar{x} = 6.6$ א.

ב. ראו טבלה מלאה בסרטון הוידאו. ג. $S = 1.06$.

(4) $S = 2.6322$.

המשמעות של סטיית התקן:

סיכום כללי:

סטיית התקן היא מדד שממנו ניתן ללמוד על סט הנתונים בשאלה מספר דברים. להלן מספר מסקנות שניתן לקבל על סמך סטיית התקן:

מסקנות:

- ככל שסטיית התקן גדולה יותר, כך פיזור הציונים גדול יותר.
- כאשר נוסף ציון (או ציונים) שהמרחק שלו מהציון הממוצע קטן יותר מהמרחקים הקיצוניים ביותר, סטיית התקן החדשה תהיה קטנה יותר.
- כאשר נוסף ציון (או ציונים) שהמרחק שלו מהציון הממוצע גדול יותר מהמרחקים הקיצוניים ביותר, סטיית התקן החדשה תהיה גדולה יותר.

הערות:

- (1) אם מוסיפים לקבוצת ציונים, ערכים נוספים השווים לציון הממוצע, אז סטיית התקן תקטן.
- (2) כאשר ישנם נתונים בעלי ערכים שונים (לפחות שני ערכים שונים) לא ייתכן שסטיית התקן תהיה שווה לאפס.

שאלות:

- (1) ממוצע הגבהים של תלמידי הכיתה הוא 168 ס"מ. לכיתה נוסף תלמיד חדש. ממוצע הגבהים החדש של כל תלמידי הכיתה כעת נשאר 168 ס"מ.
 - א. מה הוא הגובה של התלמיד החדש?
 - ב. האם סטיית התקן של הגובה של כל תלמידי הכיתה (כולל התלמיד החדש) קטנה יותר או גדולה יותר מסטיית התקן הקודמת, ללא התלמיד החדש? נמקו.

(2) לפניכם 3 סדרות של מספרים:

i. 9, 5

ii. 9, 7, 7, 5

iii. 9, 9, 7, 7, 7, 7, 5, 5

- א. חשבו את הממוצע של כל אחת מהסדרות.
- ב. מה ניתן לומר על סטיית התקן של סדרות הציונים האלו?
- ג. כמה פעמים יש להוסיף את המספר 7 כדי שסטיית התקן תהיה שווה ל-1?
- ד. האם ניתן ע"י הוספה של המספר 7 להגיע לסטיית תקן 0? נמקו.

(3) בכיתה י"א נערך מבחן במתמטיקה בשני טורים.

בטור א' התקבלו התוצאות הבאות: 10, 9, 6, 6, 5, 5, 4, 3

בטור ב' התקבלו התוצאות הבאות: 8, 7, 6, 6, 6, 5, 5, 5

- א. באיזה טור הצליחו התלמידים יותר?
- ב. חשבו את סטיית התקן לכל טור.
- ג. באיזו כיתה היה פיזור הציונים גדול יותר?

(4) רמי חוגג את יום הולדתו השביעי עם כל בני משפחתו:

הוריו זיגי וסנונית בני ה-48, אחיו רונן בן ה-12 ואחותו יעל בת ה-5.

- א. מצאו את הגיל הממוצע במשפחה.
 - ב. מהי סטיית התקן של הגיל?
 - ג. לחגיגה הגיעו שני חברים בני 6. האם סטיית התקן של גיל כלל הנוכחים בחגיגה גדלה, קטנה או שווה לסטיית התקן שמצאתם בסעיף הקודם? נמקו.
 - ד. אחר כך הגיעו לחגיגה סבא וסבתא של רמי, שנולדו באותה שנה. הגיל הממוצע החדש של הנוכחים הוא 32.
- (1) מה הוא הגיל של סבא ושל סבתא של רמי?
- (2) האם סטיית התקן של גיל כלל הנוכחים גדלה, קטנה או שווה לסטיית התקן שמצאתם בסעיף הקודם? הסבירו.

(5) מדדו את המשקל של שישה אנשים. במקום לרשום את המשקל של כל אחד מהם,

הם רשמו בכמה סוטה משקלו של כל אחד, מהמשקל הממוצע של ששת האנשים.

(כלומר, רשמו את ההפרש בין משקל כל אחד לבין המשקל הממוצע).

אחד ההפרשים נמחק בטעות.

חמשת ההפרשים האחרים הם: 8, 4, -2, -3, -4.

- א. חשבו את ההפרש החסר. הסבר את אופן מציאתו.
- ב. חשבו את סטיית התקן.

- (6) מדדו את המשקל של שבעה אנשים. במקום לרשום את המשקל של כל אחד מהם, רשמו בכמה סוטה משקלו של כל אחד, מהמשקל הממוצע של שבעת האנשים. (כלומר, רשמו את ההפרש בין משקל כל אחד לבין המשקל הממוצע). שניים מבין ההפרשים נמחקו בטעות. חמשת ההפרשים האחרים הם: 5, 3, 2, -2, -4.
- א. הציעו שלוש אפשרויות שונות לשני ההפרשים שנמחקו. הסבירו את תשובתכם.
- ב. סמנו ב- x וב- y את שני ההפרשים שנמחקו. רשום תבנית פסוק המתארת את הקשר בין שני ההפרשים.
- ג. בחרו את אחת הדוגמאות מסעיף א' וחשבו את סטיית התקן עבורה.
- (7) חמישה תלמידים נבחנו בהכתבה באנגלית. נתונות מספר שגיאות הכתיב שעשה כל אחד מהם במבחן: 4, 5, 8, 9, 15 (מספר אחד לכל תלמיד).
- א. חשבו את הממוצע ואת סטיית התקן של מספר השגיאות שעשו חמשת התלמידים.
- ב. בהכתבה חוזרת עשה כל תלמיד 3 שגיאות פחות ממה שעשה בהכתבה הראשונה.
- (1) מה ממוצע השגיאות החדש?
- (2) הסבירו מדוע סטיית התקן לא השתנתה.

תשובות סופיות:

- (1) א. 168 ס"מ ב. קטנה יותר.
- (2) א. בכול: $\bar{x} = 7$ ב. ככל שמוסיפים יותר מספרים השווים לממוצע, סטיית התקן תקטן. ג. 6 פעמים. ד. לא ניתן להגיע לסטיית תקן אפס.
- (3) א. בטור ב'. ב. טור א': $S = 2.23$, טור ב': $S = 1$. ג. בטור ב'.
- (4) א. $\bar{x} = 24$ ב. $S = 19.728$ ג. סטיית התקן תקטן. ד. (1). בני 78 שנים. ד. (2). סטיית התקן תגדל.
- (5) א. $x = -3$ ב. $S = 4.43$
- (6) א. להלן אפשרויות: -1, -3, -2, -2, 0, -4, 10, -14. ב. $x + y + 4 = 0$ ג. עבור 0 ו-4 נקבל: $S = 3.25$
- (7) א. $S = 3.86$, $\bar{x} = 8.2$ ב. (1). $\bar{x} = 5.2$ ב. (2). כאשר מקטינים את כל הנתונים בגודל קבוע, הפיזור סביב הממוצע נשאר קבוע ולכן הממוצע יקטן אבל סטיית התקן לא תשתנה.

שאלות בהן סטיית התקן נתונה:

סיכום כללי:

בנושא זה נלמד כיצד לחבר משוואה מתוך הנוסחה של סטיית התקן ונמצא נעלם המופיע בשכיחות.

שאלות:

- (1) נתונה התפלגות ציונים במבחן בתנ"ך עם ממוצע 8 וסטיית תקן 0.5. מצאו את x .

הציון (x)	7	8	9	10
מספר התלמידים (f)	8	x	4	2

- (2) נתונה התפלגות ציונים במבחן בתנ"ך עם סטיית תקן 1. א. הראו כי הממוצע הוא 6. ב. מצאו את x .

הציון (x)	4	5	6	7	8
מספר התלמידים (f)	6	7	x	7	6

- (3) ממוצע הציונים של 10 תלמידים הוא 7 וסטיית התקן היא 1.3. לכיתה נוסף תלמיד שציונו הוא כמו הציון הממוצע. חשבו את סטיית התקן של כל 11 התלמידים שבכיתה.

תשובות סופיות:

- (1) $x = 66$
 (2) א. הוכחה. ב. $x = 36$
 (3) $S = 1.239$

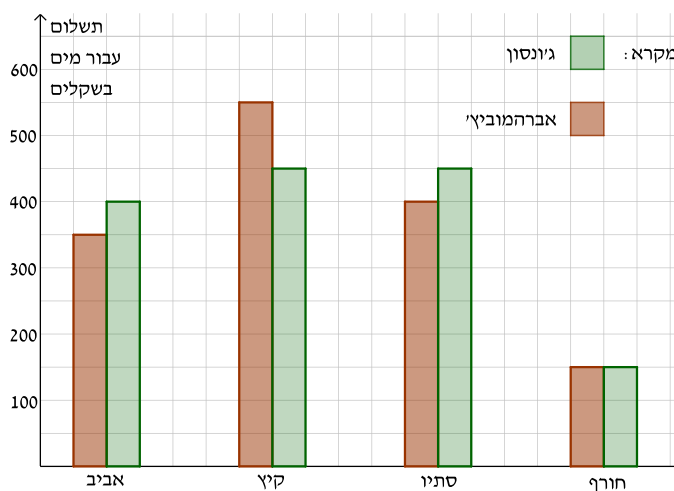
שאלות עם סטיית תקן, ממוצע, שכיח וחציון:

שאלות:

(1) לפניכם רשימת מחירים של כרטיסים להופעת אמן לפי מקום ישיבה מהבמה:
100, 95, 91, 88, 82, 78, 75.

- חשבו את ממוצע מחירי הכרטיסים ואת סטיית התקן.
- הוסיפו מחיר כרטיס כרצונכם להופעה חדשה כך שהממוצע לא ישתנה. האם לאחר הוספת המספר, סטיית התקן גדלה? קטנה? או שלא השתנתה? נמקו.
- עינת טוענת שאם יתווסף המחיר 89 ש, הממוצע יגדל. האם היא צודקת? נמקו.
- איזה ציון יש לצרף לרשימה המקורית כדי שהחציון לא ישתנה?

(2) לפניכם דיאגרמת מקלות המתארת את התשלום עבור צריכת המים של משפחת אברהמוביץ' ומשפחת ג'ונסון, בשנה מסוימת על פי עונות השנה.



- באיזו עונה צרכה משפחת אברהמוביץ' את כמות המים הגדולה ביותר?
- האם יש עונה בה הצריכה של שתי המשפחות שווה?
- באיזו משפחה ההוצאה השנתית גדולה יותר?
- באיזו משפחה סטיית התקן גדולה יותר?
- מהו החציון של התשלום עבור צריכת המים במשפחת אברהמוביץ' ומהו החציון של התשלום עבור צריכת המים במשפחת ג'ונסון?

תשובות סופיות:

- (1) א. $\bar{x} = 87$, $S = 8.45$, $x = 87$, סטיית התקן תקטן.
 ג. כן, כי הוספת מספר הגדול מהממוצע יגדיל את הממוצע החדש. ד. 88.
- (2) א. בקיץ. ב. בחורף.
 ג. שתי המשפחות צרכו את אותה כמות המים לאורך השנה.
 ד. אברהמוביץ'.
 ה. אברהמוביץ': 375, ג'ונסון: 425.