

# שאלון 471

## מדדי מרכז

### תוכן העניינים:

#### 1. מדדי מרכז

3. הממוצע - הגדרה ותכונות:
  3. סיכום כללי:
  4. שאלות:
  7. תשובות סופיות:
8. מציאת השכיחות בעזרת הממוצע:
  8. סיכום:
  8. שאלות:
  8. תשובות סופיות:
9. ממוצעים של קבוצות וממוצע משוקלל:
  9. סיכום כללי:
  9. שאלות:
  9. תשובות סופיות:
10. הוספת נתונים וחישוב ממוצע חדש:
  10. סיכום כללי:
  10. שאלות:
  11. תשובות סופיות:
12. ממוצע גדל, קטן או לא משתנה:
  12. סיכום כללי:
  12. שאלות:
  14. תשובות סופיות:
15. שאלות בממוצעים עם שני נעלמים:
  15. סיכום כללי:
  15. שאלות:
  15. תשובות סופיות:

16..... השכיח:

16..... סיכום כללי:

16..... שאלות:

18..... תשובות סופיות:

19..... החציון:

19..... סיכום כללי:

19..... שאלות:

22 ..... תשובות סופיות:

23 ..... שאלות כלליות במדדי מרכז:

23 ..... שאלות:

25 ..... תשובות סופיות:

## הממוצע - הגדרה ותכונות:

### סיכום כללי:

#### הגדרה:

הממוצע הוא המנה (או היחס) בין סכום הנתונים למספרם:

$$\text{הממוצע} = \frac{\text{סכום הנתונים}}{\text{מספר הנתונים}}$$

את ערכי הנתונים עצמם מקובל לסמן ב-  $x$  כאשר בכתב התחתון נרשום את המיקום של הנתון, למשל:  $x_1, x_2, x_3$  וכך הלאה.

נסמן ב-  $N$  את סך כל הנתונים ואת הממוצע נסמן ב-  $\bar{x}$ .

#### תכונות הממוצע:

הממוצע לא נותן מידע לגבי התפלגות הנתונים או טווח הנתונים.

- (1) תוספת של מספר קבוע לכל הנתונים שקולה לתוספת של המספר הקבוע לממוצע עצמו.
- (2) הכפלה של כל הנתונים בגודל קבוע שקולה להכפלת הממוצע עצמו באותו הקבוע.

#### הגדרה:

סכום כל ההפרשים בין כל אחד מהמספרים, למספר הממוצע נקרא **סכום הסטיות** מהממוצע.

#### תכונה מרכזית:

- סכום הסטיות מהממוצע תמיד יהיה שווה לאפס.

#### ממוצע בטבלת שכיחויות:

נציג טבלת שכיחויות באופן הבא:

|   |   |   |   |   |   |                       |
|---|---|---|---|---|---|-----------------------|
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | $x_i$ - הציון         |
| 1 | 4 | 2 | 7 | 8 | 3 | $f_i$ - מספר התלמידים |

והממוצע יחושב לפי:  $\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_N f_N}{N}$  כאשר:  $N = f_1 + f_2 + \dots + f_N$

## שאלות:

(1) חשבו את הממוצע של קבוצות המספרים הבאים:

א.  $3, 9, 4, -1, 8, 7, 5$ .

ב.  $0, -3, 7, 6, -15, -2$ .

(2) חשבו את הממוצע של קבוצות המספרים הבאים:

א.  $8, 7, 7, 7, 6, 6, 2, 2, 2, 2$ .

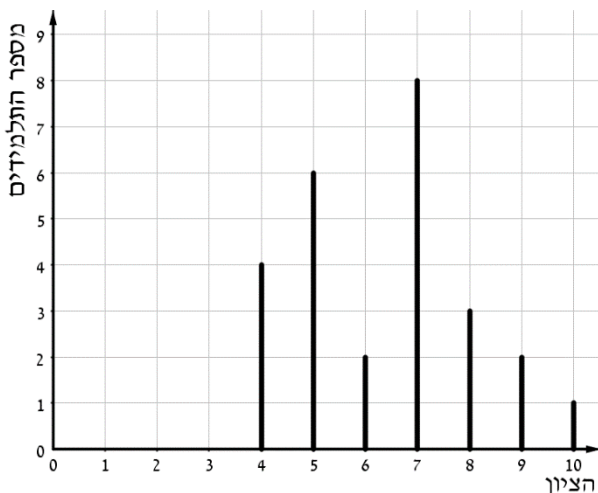
ב.  $1, 1, 8, 8, 8, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5$ .

ג.  $4, 2, 2, 5, 2, 9, 1, 8, 4, 7, 7, 2, 4$ .

(3) הציונים בכיתה שבה 30 תלמידים במבחן מסוים מופיעים בטבלת השכיחויות הבאה.

חשבו את הציון הממוצע.

| הציון         | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 |
|---------------|---|---|---|---|---|---|
| מספר התלמידים | 1 | 4 | 2 | 7 | 8 | 3 |



(4) בדיאגרמת המקלות שלפניך מתואר

התפלגות הציונים של במבחן בספרות.

א. כתבו את הנתונים בטבלת שכיחויות.

ב. חשבו את הציון הממוצע בכיתה.

(5) ענו על הסעיפים הבאים:

א. רשמו 5 ציונים שהנמוך בהם יהיה 40 והגבוה יהיה 95, כך שהממוצע יהיה 74.

ב. רשמו 5 ציונים שהנמוך בהם יהיה 40 והגבוה יהיה 95, כך שהממוצע יהיה 80.

ג. האם ניתן לקבל ממוצע של 90 בעבור רשימה של 5 ציונים שבה הציון הנמוך

ביותר הוא 40 והגבוה ביותר הוא 95? הסבירו.

ד. מהו הממוצע הגבוה ביותר שניתן לקבל מרשימה של 5 ציונים שהנמוך בהם

הוא 40 והגבוה בהם הוא 95? הסבירו.

**(6)** הציון הממוצע של 5 תלמידים הוא 88. התלמיד השישי קיבל באיחור את ציונו ואז התברר שהממוצע לא השתנה כלל. מהו ציונו של התלמיד השישי?

**(7)** לפניכם המספרים הבאים: 6, 6, 6, 6, 6.

- א. מה הממוצע של המספרים?
  - ב. איזה מספר ניתן להוסיף לרשימה על מנת לקבל ממוצע שבוודאות יהיה גדול יותר? נמקו.
  - ג. איזה מספר ניתן להוסיף לרשימה על מנת לקבל ממוצע שבוודאות יהיה קטן יותר? נמקו.
  - ד. מוסיפים את המספרים 7 ו-5 בלבד.
- האם הממוצע יגדל/יקטן/ישאר זהה? נמקו.

**(8)** מדדו את הגובה של 5 חרקים שונים.

- במקום להציג את הגובה עצמו, בוחרים להציג בכמה סוטה הגובה של כל חרק מהגובה הממוצע של כולם (כלומר, רשמו את ההפרש בין גובה כל אחד לבין הגובה הממוצע).
- להלן רשימת נתוני הסטיות מהגובה הממוצע: 8, 4, 1, -5, -6.
- א. אביב הסתכל ברשימה בלבד וטען כי ישנה טעות.
  - כיצד ידע אביב כי ישנה טעות מבלי לדעת את גובהם של כל חברי הקבוצה?
  - ב. לאחר בדיקה נתגלה כי הערך 1 היה אמור להיכתב עם סימן מינוס לפניו. כלומר: 8, 4, -1, -5, -6.
- האם עדיין ישנה טעות?

**(9)** בכיתה מסוימת נמדד יום אחד הגובה של כל התלמידים הנוכחים בכיתה.

נמצא כי הגובה הממוצע של הבנים הוא 162 ס"מ והגובה הממוצע של הבנות הוא 156 ס"מ. באותו יום היו חסרים שני תלמידים. כאשר הם הגיעו לכיתה למחרת, מדדו את גובהם. ממוצע הגבהים של הבנים וממוצע הגבהים של הבנות חושבו מחדש. במפתיע, הגובה הממוצע של הבנות לא השתנה וגם הגובה הממוצע של הבנים לא השתנה (לעומת הממוצעים שחושבו יום קודם).

- א. נתון שאחד מהתלמידים שהיו חסרים היא בת, והשני הוא בן.
- יובל אמר שגובהו של הבן הוא 162 ס"מ. האם יובל צודק? הסבר.
- ב. אם שני התלמידים שהיו חסרים הם בנים, וגובהו של אחד מהם הוא 160 ס"מ. מה גובהו של התלמיד השני? נמקו.

**(10)** האם ממוצע יכול להיות מספר אשר אינו מופיע בכלל הנתונים שנאספו?

**(11)** האם לשתי סדרות של מספרים יכול להיות אותו ממוצע על אף שיש להם מספרים שונים?

**(12) בבית חרושת מייצרים את הרהיטים הבאים:**

- שולחנות כתיבה, כיסאות לפינת מחשב, שידה לחדר שינה ובסיס למיטה.
- א. האם ניתן להגדיר ממוצע של סוג הרהיט אשר מיוצר ע"י בית החרושת?
- ב. במידה ונתון כי בית החרושת מייצר את הכמויות הבאות בשבוע:
- 10 שולחנות כתיבה.
  - 40 כיסאות לפינת מחשב.
  - 20 שידות לחדר שינה.
  - 30 בסיסים למיטות.
- האם כעת ניתן להסיק מהו סוג הרהיט הממוצע שמיוצר? נמק.
- ג. האם ניתן למצוא כמה פריטים בממוצע המפעל מייצר בשבוע?
- אם כן – כמה? אם לא – נמקו.

## תשובות סופיות:

- (1) א. 5. ב.  $1\frac{1}{6}$ .
- (2) א. 4.9. ב.  $4\frac{5}{6}$ . ג. 4.384.
- (3) 5.96.
- (4) א. ראה טבלת שכיחויות מלאה בסרטון הוידאו. ב. 6.38.
- (5) א. 40, 60, 80, 95. ב. 40, 80, 90, 95. ג. לא. הממוצע הגבוה ביותר יתכן כאשר: 40, 95, 95, 95, 95 והוא 84. ד. הממוצע הגבוה ביותר הוא 84.
- (6) 88.
- (7) א. 6. ב. כל מספר הגדול מ-6. ג. כל מספר הקטן מ-6. ד. לא ישתנה. הממוצע של 5 ו-7 הוא 6. תוספת של מספרים עם אותו ממוצע לא תשנה אותו.
- (8) א. סכום ההפרשים אינו אפס. ב. לא.
- (9) א. כן. ב. 164 ס"מ.
- (10) כן.
- (11) כן.
- (12) א. לא ניתן להגדיר ממוצע לנתונים שמיים. ב. לא, מאותה הסיבה. ג. לא. הנתונים מעידים כמה רהיטים מיוצרים בשבוע ותו לא.

## מציאת השכיחות בעזרת הממוצע:

### סיכום:

בנושא זה נלמד כיצד לחבר משוואה למציאת נעלם שנמצא בשכיחות.

### שאלות:

- (1) נתונה התפלגות ציונים במתמטיקה בכיתה י"א 2.  
ממוצע הציונים הוא 6.5. מצאו את  $x$ .

| ציון         | 5 | 6   | 7 | 8 | 9 |
|--------------|---|-----|---|---|---|
| מספר תלמידים | 4 | $x$ | 5 | 3 | 1 |

- (2) התפלגות הציונים במבחן שנערך בהיסטוריה נתונה בטבלה הבאה.  
ידוע כי ממוצע הציונים הוא 62.5. מה הוא ערכו של  $x$ ?

| ציון         | 40 | 50 | 60 | 70 | 80  | 90 | 100 |
|--------------|----|----|----|----|-----|----|-----|
| מספר תלמידים | 3  | 4  | 6  | 2  | $x$ | 1  | 1   |

### תשובות סופיות:

(1)  $x = 7$

(2)  $x = 3$

## ממוצעים של קבוצות וממוצע משוקלל:

### סיכום כללי:

כדי לחשב ממוצע כולל המורכב ממספר קבוצות, אין צורך לדעת את הציון של כל תלמיד ותלמיד. אלא נניח כי כל התלמידים בקבוצה מסוימת קיבלו את הציון הממוצע.

### שאלות:

- (1) תלמידי כיתה י"א 1 נבחנו במתמטיקה.  
בטור א' ישבו 30 תלמידים, ציונם הממוצע הוא 75.  
בטור ב' ישבו 20 תלמידים, ציונם הממוצע לא ידוע.  
הציון הממוצע של כל תלמידי הכיתה הוא 73.  
מה הוא הציון הממוצע של תלמידי טור ב'?
- (2) בבית החולים "המשמר" ישנן שתי דרגות שכר: גבוהה לרופאים, ונמוכה לאחיות.  
השכר השעתי של רופא גבוה ב-50 ₪ מהשכר השעתי של אחות.  
בבית החולים עובדים 40 רופאים ו-120 אחיות.  
השכר הממוצע בבית החולים הוא 72.5 ₪ לשעה.  
מה הוא השכר השעתי של אחות ומה הוא השכר השעתי של רופא?
- (3) אולם אירועים ידוע מחזיק 60 מלצרים ו-10 אחראי משמרת.  
אחראי משמרת מקבל שכר שעתי הגבוה ב-21 ₪ מהשכר השעתי שמקבל מלצר. השכר הממוצע של כל העובדים הוא 43 ₪.  
מצאו את השכר השעתי של מלצר ואת השכר השעתי של אחראי משמרת.

### תשובות סופיות:

- (1) הציון הממוצע של תלמידי טור ב' הוא 70.
- (2) שכר שעתי של אחות: 60 ₪, שכר שעתי של רופא: 110 ₪.
- (3) שכר שעתי של מלצר: 40 ₪, שכר שעתי של אחראי משמרת: 61 ₪.

## הוספת נתונים וחישוב ממוצע חדש:

### סיכום כללי:

כאשר נתונה קבוצת מספרים עם ממוצע מסוים, אז:

- אם נוסיף מספר הגדול מהממוצע, הוא יגדיל את הממוצע של כל המספרים.
- אם נוסיף מספר הקטן מהממוצע, הוא יקטין את הממוצע של כל המספרים.

### שאלות:

- (1) בכיתה י"ב נבחנו 15 תלמידים והציון הממוצע שלהם היה 8.2. שבוע לאחר מכן נבחנו 2 תלמידים נוספים. האחד קיבל ציון 8.9 והשני קיבל ציון 9.2.
  - א. חשבו את ממוצע הציונים החדש של כיתה י"ב.
  - ב. האם ממוצע הציונים החדש גבוה יותר או נמוך יותר מהממוצע הקודם? מדוע?
- (2) במבחן שנערך בכיתה התקבלו הציונים הבאים:  
14 תלמידים קיבלו ציון 8, 5 תלמידים קיבלו ציון 9, 3 תלמידים קיבלו ציון 10.
  - א. מה הוא ממוצע הציונים הכיתתי?
  - ב. שבוע לאחר מכן נבחנו עוד 6 תלמידים וכולם קיבלו ציון 8. האם הממוצע החדש גדל או קטן בהשוואה לממוצע הקודם?
- (3) המשכורת הממוצעת של עובד ב-4 חודשים היא 6000 ₪. מה צריכה להיות משכורתו בחודש החמישי כדי שהממוצע החדש לא ישתנה?
- (4) תלמיד חישב ומצא כי ממוצע 5 הבחינות האחרונות שלקח במחשבים הוא 82.
  - א. מה צריך להיות ציונו במבחן השישי כדי שממוצע הציונים בכל 6 הבחינות יישאר 82?
  - ב. החל מאיזה ציון הממוצע של התלמיד בכל 6 הבחינות יעלה? נמק.
- (5) שוקלים 30 שקיות של חטיף מסוים ומקבלים משקל ממוצע של 80 גרם. לאחר מכן התברר כי זה הוא המשקל הממוצע של 20 שקיות בלבד. עבור 10 השקיות הנוספות יש להוסיף 3 גרם למשקל הקודם של כל שקית. מה המשקל הממוצע החדש של כל שקית?

## תשובות סופיות:

- |   |         |                                         |
|---|---------|-----------------------------------------|
| 1 | א. 8.3. | ב. הממוצע החדש גבוה יותר מהממוצע הקודם. |
| 2 | א. 8.5. | ב. הממוצע קטן.                          |
| 3 | 6000 ש. |                                         |
| 4 | א. 82.  | ב. עליו לקבל ציון הגבוה מ-82.           |
| 5 | 81 גרם. |                                         |

## ממוצע גדל, קטן או לא משתנה:

### סיכום כללי:

בשאלות שבנושא זה נלמד על הקשר שבין ממוצעים של קבוצות וממוצע כללי.

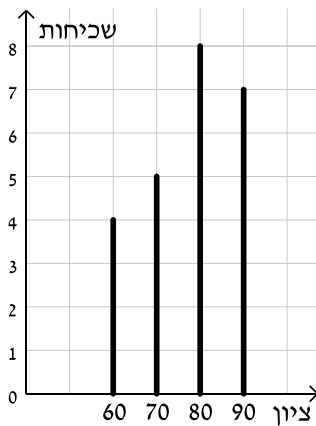
### שאלות:

- (1) בכיתה ז' 2 מדדו את הגבהים של כל תלמידי הכיתה ונמצא כי הגובה הממוצע של הבנים הוא 154 ס"מ והגובה הממוצע של הבנות הוא 144 ס"מ. ידוע כי היחס בין מספר הבנים למספר הבנות בכיתה זו הוא 2:3. מהו הגובה הממוצע של כל תלמידי הכיתה?
- (2) בכיתה לומדים 10 בנים ו-15 בנות. ממוצע הגבהים של הבנות הוא 160 ס"מ וממוצע הגבהים של הבנים הוא 175 ס"מ. לכיתה הצטרפו בן אחד ובת אחת. כאשר מדדו את הגובה של שני התלמידים שהצטרפו התברר שהגובה הממוצע של הבנות לא השתנה וגם הגובה הממוצע של הבנים לא השתנה.
  - א. מה הגובה של התלמיד שהצטרף?
  - ב. מה הגובה של התלמידה שהצטרפה?
  - ג. רוני טוען כי גם הממוצע החדש של גובה כלל תלמידי הכיתה לא השתנה. |האם רוני צודק?
- (3) בכיתה מסוימת נמדדו יום אחד הגובה של כל התלמידים הנוכחים בכיתה. באותו יום היו חסרים שני תלמידים. כאשר הם הגיעו למחרת, מדדו את גובהם וממוצע הגבהים של הבנים וממוצע הגבהים של הבנות חושבו מחדש. במפתיע, הגובה הממוצע של הבנים לא השתנה וגם הגובה הממוצע של הבנות לא השתנה (לעומת הממוצעים שחושבו יום קודם). ג'סיקה אמרה שגם הגובה הממוצע של כל תלמידי הכיתה לא השתנה לעומת הממוצע הקודם. האם ג'סיקה צודקת? הסבר.

(4) רמי חוגג את יום הולדתו החמישי עם כל בני משפחתו:  
הוריו זיגי וסנונית בני ה-45, אחיו רונן בן ה-8 ואחותו יעל בת ה-4.  
א. מצאו את הגיל הממוצע במשפחה.

ב. לחגיגה הגיעו שני חברים בני 6. האם הגיל הממוצע של המשתתפים גדל או קטן או לא השתנה יחסית לממוצע הקודם?  
ג. אחר כך הגיעו לחגיגה סבא וסבתא של רמי, שנולדו באותה שנה. מה גילים אם הגיל הממוצע החדש של הנוכחים הוא 27?

(5) במקהלה ישנם 10 זמרים בני 35 ו-6 זמרים בני 30.  
א. מהו הגיל הממוצע של הזמרים?  
ב. לאחר מכן הצטרפו 8 תלמידי תיכון ממקהלת בית הספר העירוני. האם הגיל הממוצע של הזמרים עלה או ירד?



(6) בדיאגרמת העמודות שלפניכם מתוארת התפלגות הציונים במבחן באנגלית שנערך בכיתה י'.  
א. מהו מספר התלמידים בכיתה?  
ב. מהו הציון הממוצע?  
ג. 6 תלמידים ניגשו למבחן חוזר. ארבעה מהם שציונם 70 ו-80 שיפרו ל-90. האם יש שינוי בממוצע הציונים של כלל הכיתה?

(7) ציונם של תלמידים במבחן במתמטיקה הם 80, 70 ו-90.  
3 תלמידים קיבלו ציון 70, 5 תלמידים קיבלו 80 ו-2 תלמידים קיבלו 90.  
4 תלמידים נעדרו מן המבחן, נבחנו בשבוע שלאחר מכן וכל אחד מהם קיבל ציון 60. האם הממוצע החדש גדל, קטן או לא השתנה? נמק.

## תשובות סופיות:

- (1) 148 ס"מ.
- (2) א. 175 ס"מ. ב. 160 ס"מ. ג. רוני טועה.
- (3) ג'סיקה טועה (ראו הסבר מפורט בסרטון הוידאו).
- (4) א. 21.4 ב. הממוצע קטן. ג. בני 62 שנים.
- (5) א. 33.125. ב. הגיל הממוצע ירד.
- (6) א. 24 תלמידים. ב. 77.5. ג. כן! (ראו הסבר בסרטון הוידאו).
- (7) הממוצע החדש יקטן (ראו הסבר מלא בסרטון הוידאו).

## שאלות בממוצעים עם שני נעלמים:

### סיכום כללי:

בנושא זה נלמד כיצד להגדיר ולחבר שתי משוואות למציאת שני נעלמים בשאלה.

### שאלות:

- (1) בכיתה 40 תלמידים. 25 קיבלו ציון 7, חלק מן התלמידים קיבלו 8 והאחרים קיבלו ציון 9. כמה תלמידים קיבלו ציון 8 וכמה תלמידים קיבלו ציון 9 אם ממוצע הציונים הוא 7.5?
- (2) במפעל ישנן 3 דרגות שכר: למנהלים 10,000 ש"ח, לטכנאים 7500 ש"ח ולפקידים 5500 ש"ח. השכר הממוצע במפעל הוא 6860 ש"ח. במפעל ישנם 8 מנהלים ובסך הכל ישנם 50 עובדים (כולל המנהלים). כמה טכנאים וכמה פקידים עובדים במפעל?

### תשובות סופיות:

- (1) 10 תלמידים קיבלו ציון 8 ו-5 תלמידים קיבלו ציון 9.
- (2) במפעל יש 16 טכנאים ו-26 פקידים.

## השכיח:

### סיכום כללי:

#### טווח נתונים:

בביצוע סקר/ניסוי, התוצאות נעות בין ערכים מסוימים הנקרא **טווח נתונים**.  
זה הוא התחום של נתונים מהקטן ביותר ועד הגדול ביותר.

#### השכיח:

הערך הנפוץ יותר בביצוע סקר.  
יכולים להיות יותר משכיח אחד.

### שאלות:

#### שאלות חישוב יסודיות:

(1) מצאו מהו המספר השכיח ברשימת המספרים הבאה: 3, 4, 4, 5, 8.

(2) מצאו מהו הציון השכיח ברשימת הציונים הבאה:

22, 46, 61, 87, 22, 87, 67, 87, 23, 5.

(3) סדרו את המספרים הבאים בטבלת שכיחויות ומצאו את השכיח:

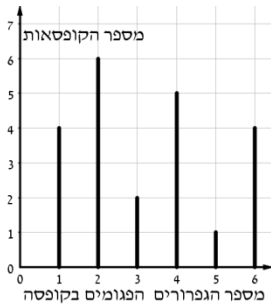
5, 6, 4, 3, 3, 8, 5, 6, 4, 7, 5, 8, 3.

(4) מצאו את הציון השכיח בטבלה הבאה:

|   |   |   |   |   |   |        |
|---|---|---|---|---|---|--------|
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | ציון   |
| 1 | 4 | 2 | 7 | 8 | 3 | שכיחות |

(5) מצאו את הציון השכיח בטבלה הבאה:

|   |   |   |   |   |   |        |
|---|---|---|---|---|---|--------|
| 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | ציון   |
| 1 | 2 | 5 | 4 | 3 | 5 | שכיחות |



(6) דיאגרמת המקלות שלפניך מתארת את התפלגות הגפרורים הפגומים בקופסה. מצאו את מספר הגפרורים הפגומים השכיח.

(7) במפעל מסוים בדקו את השכר היומי של הפועלים. את התוצאות ריכזו בטבלה הבאה:

| השכר         | 150 | 140 | 130 | 120 | 110 | 100 |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| מספר הפועלים | 25  | 5   | 10  | 20  | 15  | 5   |

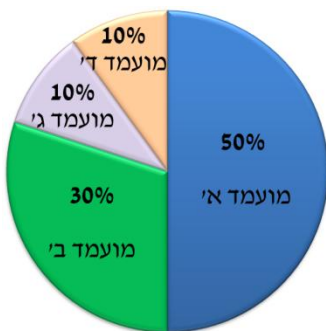
- א. סרטטו דיאגרמת מקלות של התפלגות השכר במפעל.  
ב. מצאו את השכר השכיח במפעל.

### שאלות כלליות:

(8) לפניכם ציונים שקיבלו במבחן במתמטיקה:  
60, 40, 80, 70, 40, 100, 60, 80, 80, 50, 70, 80, 50, 40.  
א. השלם את הטבלה הבאה:

| ציון         | 100 | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 |
|--------------|-----|----|----|----|----|----|
| שכיחות       |     |    |    |    |    |    |
| שכיחות יחסית |     |    |    |    |    |    |

- ב. מהו טווח הנתונים?  
ג. כמה תלמידים עשו את המבחן?  
ד. מהו הציון שכיח במבחן?  
ה. מהי השכיחות היחסית של התלמידים שקיבלו ציון 80?  
ו. ידוע כי ציון הנמוך מ-60 הוא נכשל (לא כולל 60).  
מהי השכיחות היחסית של התלמידים שנכשלו במבחן?  
ז. סרטטו דיאגרמת מקלות מתאימה.



(9) דיאגרמת העוגה הבאה מתארת את התפלגות הבוחרים לרשות מקומית של 4 מועמדים:

מועמד א', מועמד ב', מועמד ג' ומועמד ד'.

- א. מי הוא המועמד השכיח בקרב הבוחרים?  
האם ניתן לומר כי מועמד זה זכה בבחירות?  
ב. עקב תקלה בהנהלת הקלפי, התברר כי 10% מהבוחרים של מועמד א' שייכים למעשה למועמד ג'.  
האם השינוי ישפיע על המועמד השכיח?

- (10)** במבחן מסוים התקבלה התפלגות ציונים כלשהי.  
דנה טוענת כי הציון השכיח חייב להיות אחד מהציונים של ההתפלגות.  
רמי טוען כי הציון השכיח לא חייב בהכרח להיות אחד מהציונים שהתקבלו.  
מי לדעתכם צודק? נמקו.

- (11)** האם ניתן לאפיין סקר שמכיל תוצאות שמיות גם באמצעות השכיח?  
אם כן – תנו דוגמה מתאימה שתמחיש את טענתכם.  
אם לא – נמקו מדוע.

## תשובות סופיות:

**(1)** 4.

**(2)** 87.

**(3)** להלן סידור בטבלת שכיחויות: השכיח הוא: 87.

| מספר   | 5 | 22 | 23 | 46 | 61 | 67 | 87 |
|--------|---|----|----|----|----|----|----|
| שכיחות | 1 | 2  | 1  | 1  | 1  | 1  | 3  |

**(4)** 5.

**(5)** 4 ו-7.

**(6)** 2 גפרורים פגומים.

**(7)** א. עיין בסרטון לפתרון מלא. ב. 150 ש.

**(8)** א. הטבלה המלאה מופיעה בסוף הסעיפים. ב. 60.

ג. 14 תלמידים. ד. 80. ה.  $\frac{2}{7}$ . ו. עיין בסרטון לפתרון מלא.

| ציון         | 40             | 50            | 60            | 70            | 80            | 100            |
|--------------|----------------|---------------|---------------|---------------|---------------|----------------|
| שכיחות       | 3              | 2             | 2             | 2             | 4             | 1              |
| שכיחות יחסית | $\frac{3}{14}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{1}{7}$ | $\frac{2}{7}$ | $\frac{1}{14}$ |

**(9)** א. מועמד א'. כן – הוא זכה בבחירות.

ב. לא, מכיוון שלמועמד א' יהיו 40% מהקולות והוא עדיין יחזיק ברוב.

**(10)** הציון השכיח הוא הנפוץ ביותר ולכן חייב להיות אחד מהערכים המתקבלים.

**(11)** כן. לדוגמאות לסקרים עם ערכים שמיים צפה בסרטון הוידאו.

## החציון:

### סיכום כללי:

#### החציון:

החציון הוא מדד מרכזי המתאר את הערך האמצעי של סדרת נתונים הרשומים בסדר עולה (או יורד).

#### איך מוצאים חציון?

נניח כי באופן כללי מתקבלת סדרה עם  $N$  איברים בסדר עולה (או יורד).

- אם  $N$  הוא מספר אי זוגי, החציון יהיה האיבר במקום:  $\frac{N+1}{2}$ .
- אם  $N$  הוא מספר זוגי, החציון יחושב ע"י ממוצע של שני האיברים האמצעיים. אלו הם האיברים:  $\frac{N}{2}$  ו- $\frac{N}{2} + 1$ .

## שאלות:

#### שאלות חישוב יסודיות:

(1) בכל תרגיל נתונה רשימת מספרים בסדר עולה. מצאו את החציון.

- א. 7, 7, 6, 5, 5.
- ב. 9, 9, 7, 7, 7, 1, 1.
- ג. 6, 6, 6, 5, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 2, 2, 2.

(2) בכל תרגיל נתונה רשימת מספרים בסדר עולה. מצאו את החציון.

- א. 9, 9, 6, 6, 3, 3.
- ב. 8, 8, 3, 3, 2, 2, 2, 1.
- ג. 8, 8, 7, 7, 7, 6, 6, 4, 4, 1.

(3) מצאו את החציון בכל אחד מאוסף המספרים הבאים:

א. 3, 6, 4, 5, 5, 7, 3, 4, 5, 4, 5.

ב. 7, 5, 8, 6, 5, 7, 4, 6, 5, 8, 3, 3, 4, 6, 5, 8.

(4) בכיתה נערך מבחן. להלן התפלגות הציונים של התלמידים.

מצאו את הציון החציון בכיתה (הציון ה-'חציוני').

|   |   |   |               |
|---|---|---|---------------|
| 6 | 5 | 4 | הציון         |
| 4 | 2 | 3 | מספר התלמידים |

(5) בכיתה נערך מבחן. להלן התפלגות הציונים של התלמידים.

מצאו את הציון החציון בכיתה (הציון ה-'חציוני').

|    |   |   |   |   |   |               |
|----|---|---|---|---|---|---------------|
| 10 | 9 | 8 | 6 | 5 | 4 | הציון         |
| 1  | 6 | 4 | 5 | 4 | 2 | מספר התלמידים |

(6) לפניכם טבלה המתארת את התפלגות השכר השעתי (ב-ש) של פועלים במפעל מסוים:

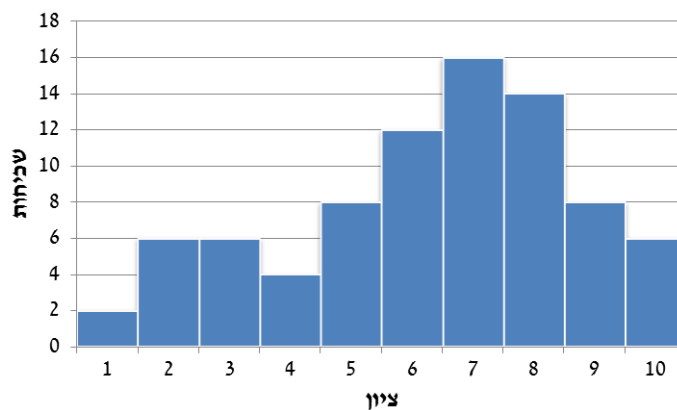
|    |    |    |    |    |    |              |
|----|----|----|----|----|----|--------------|
| 70 | 55 | 40 | 35 | 30 | 25 | השכר השעתי   |
| 5  | 10 | 15 | 20 | 10 | 15 | מספר הפועלים |

א. כמה פועלים במפעל?

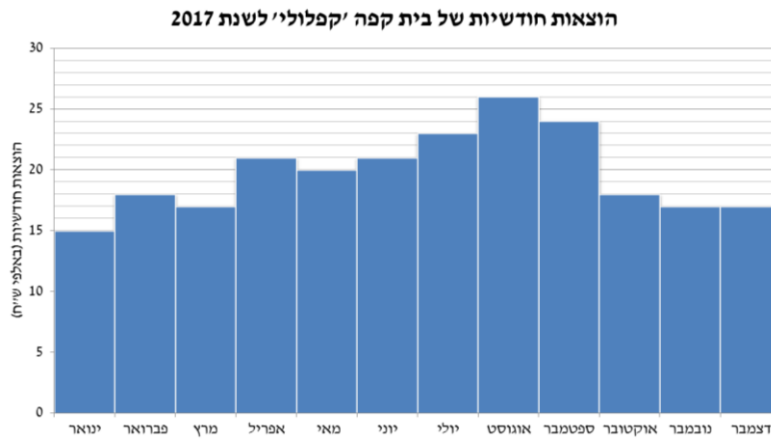
ב. מהו חציון השכר במפעל?

(7) מצאו את החציון בכל אחד מהגרפים הבאים:

א. להלן התפלגות ציונים במבחן שכבתי במתמטיקה לכיתה ט':



ב. להלן התפלגות הוצאות תחזוקה חודשיות של בית הקפה "קפלולי" לשנת 2017 (באלפי ש"ח):



### שאלות כלליות:

(8) נתונות שתי סדרות של מספרים:

**סדרה א':** 35, 75, 50, 40, 80.

**סדרה ב':** 15, 78, 30, 90, 55, 60, 25, 45.

הראו שהחציון בשתי הסדרות זהה.

(9) נתונה סדרת מספרים שבה החציון הוא 60.

דני טוען כי הוספת המספר 60 לסדרה לא תשנה את ערך החציון.

האם דני צודק? נמקו.

(10) נתונה סדרת המספרים הבאה: 4, 16, 12, 8, 7.

א. מהו החציון?

ב. הוסיפו לסדרה 2 מספרים כך שהחציון לא ישתנה.

ג. הוסיפו לסדרה 3 מספרים כך שהחציון לא ישתנה.

**11** במבחן בהיסטוריה שנערך בכיתה ח' 1, קיבלו התלמידים את הציונים המתוארים בטבלת ההתפלגות הבאה:

| הציון         | 50 | 60 | 70 | 80 | 90 | 100 |
|---------------|----|----|----|----|----|-----|
| מספר התלמידים | 5  | 6  | 7  | 3  | 5  | 2   |

- א. מהו חציון הציונים?  
 ב. מיכל המורה החליטה לתת לכל תלמיד תוספת של 5 נקודות.  
 האם הדבר ישפיע על הציון החציון? אם כן - כיצד? אם לא - מדוע.  
 ג. מיכל חזרה בה והחליטה שבמקום לתת לכל התלמידים תוספת של 5 נקודות, היא תיתן תוספת זו רק לתלמידים שקיבלו 50.  
 האם החלטתה של מיכל תשפיע על ציון החציון?  
 אם כן - כיצד? אם לא - מדוע.

## תשובות סופיות:

- 1** א. 6      ב. 7      ג. 4.  
**2** א. 6      ב. 2.5      ג. 6.5.  
**3** א. 5      ב. 5.5.  
**4** 5.  
**5** 6.  
**6** א. 75 פועלים.      ב. 35 ש.  
**7** א. 7      ב. 19000 ש.  
**8** מתקבל 50 בשתי הסדרות.  
**9** דני צודק.  
**10** א. 8      ב. יש להוסיף מספר הקטן מ-8 ומספר הגדול מ-8.  
 ג. יש להוסיף שמספר הקטן מ-8, מספר הגדול מ-8 ו-8 עצמו.  
**11** א. 70      ב. החציון יזוז ב-5 ויהיה 75.  
 ג. לא. החציון ישאר 70.

## שאלות כלליות במדדי מרכז:

### שאלות:

- (1) חברת תיווך ערכה רישום של מספר הדירות שנותרו לה למכור בבניינים שברשותה. החברה מיינה את הדירות לפי מספר חדרים. הנתונים מרוכזים בטבלה הבאה:

|   |   |   |   |   |   |             |
|---|---|---|---|---|---|-------------|
| 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | מספר חדרים  |
| 2 | 4 | 3 | 5 | 8 | 4 | מספר הדירות |

- א. מהו מספר החדרים השכיח בדירות שמוצעות למכירה? נמקו.  
 ב. מהו ממוצע מספר החדרים בדירות שמוצעות למכירה?  
 ג. מהו חציון מספר החדרים בדירות הנ"ל?
- (2) נתונה סדרת המספרים הבאה: 2, 4, 5, 5, 9.  
 א. מצאו את השכיח, הממוצע והחציון.  
 ב. האם הוספת המספר 5 תשנה את המדדים? אם כן - אלו?  
 ג. האם הוספת המספר 0 תשנה את המדדים? אם כן - אלו?
- (3) בבית קפה מסוים מועסקים 30 מלצרים, 8 אחראי משמרת ושני מנהלים.  
 שכרו של מלצר הוא: 6000 ₪.  
 שכרו של אחראי משמרת הוא: 10000 ₪.  
 שכרו של מנהל הוא: 12000 ₪.  
 א. סדרו את הנתונים בטבלת שכיחויות מתאימה.  
 ב. מצאו את השכר השכיח, את השכר הממוצע ואת השכר החציוני בבית הקפה.  
 ג. כיצד ישתנו כל אחד מהמדדים שחישבת בסעיף ב' אם המנהלים יקבלו תוספת שכר של 1000 ₪?  
 ד. כיצד ישתנו כל אחד מהמדדים שחישבת בסעיף ב' אם כל המלצרים יקבלו תוספת שכר של 500 ₪?
- (4) רשמו את היתרונות והחסרונות של כל אחד מהמדדים: שכיח, ממוצע וחציון.

- (5) מגדלים עגבניות בתל-אביב, חיפה ובאר-שבע. בכל עיר תנאי דישון שונים.  
לאחר הקטיף, מדדו את המשקל של העגבניות ורשמו את התוצאות (ברמת דיוק של 200 גרם)  
בטבלת השכיחויות הבאה:

| משקל העגבניה             | 200 | 400 | 600 | 800 | 1000 |
|--------------------------|-----|-----|-----|-----|------|
| שכיחות העגבניות בתל-אביב | 50  | 200 | 300 | 100 | 50   |
| שכיחות העגבניות בחיפה    | 40  | 140 | 220 | 120 | 20   |
| שכיחות העגבניות באר שבע  | 240 | 320 | 200 | 80  | 30   |

- א. רשמו עבור כל עיר את המשקל השכיח, המשקל הממוצע והמשקל החציוני.  
ב. קבעו עבור כל עיר מהו המדד המרכזי הגדול ביותר ומהו המדד המרכזי הקטן ביותר.

- (6) נתונים המספרים הבאים: 2, 5, 9, 10.  
א. הוסיפו לקבוצה הנ"ל מספר, כך שהממוצע של כל חמשת המספרים יהיה גדול ב-1 מהחציון.  
ב. הסבירו מדוע קיימים רק 3 פתרונות אפשריים בלבד לבעיה זו.

- (7) ענו על שני הסעיפים הבאים:  
א. תנו דוגמה לסדרת מספרים שבה החציון גדול מהממוצע.  
ב. תנו דוגמה לסדרת מספרים שבה החציון קטן מהממוצע.

## תשובות סופיות:

- (1) א. 2 חדרים. ב. 3.03 חדרים. ג. 3 חדרים.
- (2) א. שכיח: 5, ממוצע: 5, חציון: 5. ב. לא. כל המדדים ישארו זהים. ג. השכיח והחציון ישארו זהים. הממוצע יהיה: 4.16.
- (3) א. ראה טבלת שכיחויות בסרטון הוידאו. ב. שכיח: 6000 ש, ממוצע: 7100 ש, חציון: 6000 ש. ג. השכיח והחציון ישארו זהים. הממוצע יעלה: 7150 ש. ד. השכיח והחציון יהיו: 6500 ש, הממוצע יהיה: 7475 ש.
- (4) **השכיח - יתרון:** המדד היחיד שניתן להעזר בו עבור נתונים שמיים.  
**השכיח - חיסרונות:**
  1. יכול להיות יותר מערך אחד.
  2. יכול להיות מצב בו לא יהיה שכיח כלל אם המידע לא אותו דבר.
  3. אינו מייצג באופן מדויק את הנתונים.**ממוצע - יתרון:** נעזרים בכל הנתונים בכדי לחשב אותו.  
**ממוצע - חיסרון:** מספרים מאוד גדולים או קטנים עשויים להרוס את הערך המתקבל.  
**חציון - יתרון:** לא מושפע מערכים גדולים או קטנים מאוד.  
**חציון - חסרון:** עבור מידע גדול, החישוב הוא ארוך מאוד.
- (5) א. **תל-אביב:** שכיח: 600 גרם, ממוצע: 571.42 גרם, חציון: 600 גרם.  
**חיפה:** שכיח: 600 גרם, ממוצע: 577.77 גרם, חציון: 600 גרם.  
**באר-שבע:** שכיח: 400 גרם, ממוצע: 448.275 גרם, חציון: 400 גרם.  
ב. **תל-אביב:** גדול ביותר: שכיח וחציון. קטן ביותר: ממוצע.  
**חיפה:** גדול ביותר: שכיח וחציון. קטן ביותר: ממוצע.  
**באר-שבע:** גדול ביותר: ממוצע. קטן ביותר: שכיח וחציון.
- (6) א. 4 או 24, או 5.25. ב. ניתן להוסיף מספר כך שיהיה הקטן ביותר, הגדול ביותר או שווה לחציון.
- (7) א. 1, 20, 20. ב. 1, 1, 20.