

תוכן העניינים:

2	הסתברות לשאלון 381
2	חזרה על הסתברות עם ניסוי אחד :
2	סיכום כללי :
3	שאלות :
8	תשובות סופיות :
9	הסתברות של שני מאורעות בלתי תלויים :
9	סיכום כללי :
10	שאלות :
14	תשובות סופיות :
15	הסתברות של שלושה מאורעות בלתי תלויים :
15	סיכום כללי :
15	שאלות :
17	תשובות סופיות :
18	שני מאורעות תלויים והסתברות מותנית :
18	סיכום כללי :
18	שאלות :
21	תשובות סופיות :
22	שלושה מאורעות תלויים :
22	סיכום כללי :
22	שאלות :
22	תשובות סופיות :
23	תכנון על פי הסתברות נתונה :
23	סיכום כללי :
23	שאלות :
25	תשובות סופיות :

הסתברות

הסתברות לשאלון 381

חזרה על הסתברות עם ניסוי אחד:

סיכום כללי:

בביצוע ניסוי מסוים ולו מספר תוצאות אפשריות נרצה למצוא את הסיכויים לקבל תוצאות שונות. נדגים את העיקרון של מציאת הסתברות של מאורע בודד:

- **ביצוע ניסוי:** הטלת קוביית משחק הגונה.
- **תוצאות אפשריות:** קבלת אחד המספרים 1-6.
- **הגדרת מאורע:** התקבל המספר 3.
- **חישוב הסיכוי לקבלת המאורע הנ"ל:** $P = \frac{\text{כמות התוצאות הכוללות במאורע}}{\text{סך כל התוצאות האפשריות}}$

נקבל: $P = \frac{1}{6}$ שכן ישנה תוצאה אחת עבור המאורע הנ"ל מתוך 6 תוצאות אפשריות.

שאלות:

בחירת כדור:

- (1) נתונים 5 כדורים : 3 כחולים ו-2 אדומים. בוחרים באקראי כדור אחד.
 א. מה ההסתברות לבחור כדור אדום?
 ב. מה ההסתברות לבחור כדור כחול?
- (2) בכיתה נערך מבחן ובו התקבלו הציונים הבאים : 7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10, 10.
 בוחרים באקראי תלמיד מהכיתה.
 א. כמה תלמידים בכיתה?
 ב. מה ההסתברות לבחור תלמיד שציונו 9?
 ג. מה ההסתברות לבחור תלמיד שציונו 8?
 ד. מה ההסתברות לבחור תלמיד שציונו לא 9?
 ה. מה ההסתברות לבחור תלמיד שציונו לא 8?
 ו. מה ההסתברות לבחור תלמיד שציונו לא 9 ולא 8?
- (3) בטבלה שלפניך מתוארת התפלגות הציונים של תלמידים במבחן בלשון :

ציון	5	6	7	8	9	10
מספר תלמידים	4	1	2	1	5	3

בוחרים באקראי תלמיד מהכיתה.

- א. מה ההסתברות לבחור תלמיד שקיבל ציון 9?
 ב. מה ההסתברות לבחור תלמיד שקיבל ציון 10?
 ג. מה ההסתברות לבחור תלמיד שקיבל ציון 9 או 10?
 ד. מה ההסתברות לבחור תלמיד שקיבל ציון הנמוך מ-9?
 ה. מה ההסתברות לבחור תלמיד שקיבל ציון הגבוה מ-6?

4) בטבלה שלפניך מתוארת התפלגות מספר ילדים למשפחה ביישוב מסוים.

4	3	2	1	0	מספר ילדים במשפחה
1	1	2	2	4	מספר משפחות

- א. כמה משפחות יש ביישוב?
 ב. מהו מספר הילדים הממוצע למשפחה ביישוב?
 ג. בוחרים באקראי משפחה מהיישוב.
 i. מה ההסתברות שבמשפחה שנבחרה יש שלושה ילדים?
 ii. מה ההסתברות שבמשפחה שנבחרה יש יותר מילד אחד?
 iii. מה ההסתברות שבמשפחה שנבחרה יש פחות משני ילדים?
 ד. מהי השכיחות היחסית של המשפחות שבהן פחות משני ילדים?
 ה. מהי השכיחות היחסית של המשפחות שבהן למעלה משני ילדים?

5) חברת תעופה יצאה במבצע לנרשמים חדשים ובו הוגרלו הפרסים הבאים:

- 2 כרטיסי טיסה ליעד באירופה.
 5 כרטיסי טיסה פנימיים (כלומר עבור טיסות בארץ בלבד).
 10 ארוחות במסעדת "אוכלים ונהנים".
 50 ערכות שינה לטיסות.
 לרגל המבצע נרשמו 1000 אנשים.
 א. מה ההסתברות לזכות בכרטיס טיסה ליעד באירופה?
 ב. מה ההסתברות לזכות בכרטיס לטיסה פנימית?
 ג. מה ההסתברות לזכות בכרטיס טיסה כלשהו?
 ד. מה ההסתברות לזכות בפרס כלשהו?

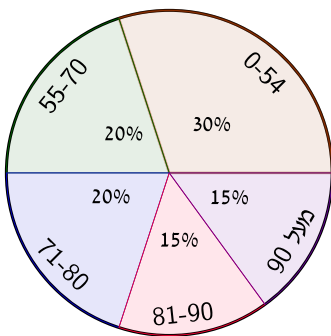
6 במשחק דומינו יש 28 אבנים כמתואר באיור.
בוחרים באקראי אבן אחת מבין 28 האבנים.

- א. מה ההסתברות לבחור באבן שמספריה הם : 3, 4?
 ב. מה ההסתברות שעל האבן יהיו רשומים המספרים 2, 5?
 ג. מה ההסתברות שעל האבן יהיו המספרים 3, 3?
 ד. מה ההסתברות שעל האבן יהיו שני מספרים זהים?
 ה. מה ההסתברות שעל האבן יהיו שני מספרים שונים?
 ו. מה ההסתברות שאחד מהמספרים בלבד יהיה 3?
 ז. מה ההסתברות שלפחות אחד מהמספרים יהיה 3?
 ח. מה ההסתברות שלא יופיע המספר 3?
 ט. מה ההסתברות שסכום שני המספרים שעל האבן יהיה 7?
 י. מה ההסתברות שסכום שני המספרים שעל האבן יהיה 5?
 יא. מה ההסתברות שמכפלת שני המספרים תהיה 5?
 יב. מה ההסתברות שמכפלת שני המספרים תהיה 12?
 יג. מה ההסתברות שמספר אחד יהיה גדול ב-2 מהמספר השני?
 יד. מה ההסתברות שמספר אחד יהיה גדול ב-5 מהמספר השני?
 טו. מה ההסתברות שמספר אחד יהיה גדול ב-6 מהמספר השני?
 טז. מה ההסתברות שמספר אחד יהיה גדול ב-7 מהמספר השני?

0 0	0 1	0 2	0 3	0 4	0 5	0 6
1 1	1 2	1 3	1 4	1 5	1 6	
2 2	2 3	2 4	2 5	2 6		
3 3	3 4	3 5	3 6			
4 4	4 5	4 6				
5 5	5 6					
6 6						

7) מטילים קוביית משחק מאוזנת שעליה הספרות: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

- א. מה ההסתברות לקבל את המספר 4?
- ב. מה ההסתברות לא לקבל את המספר 4?
- ג. מה ההסתברות לקבל מספר זוגי כלשהו?
- ד. מה ההסתברות לקבל מספר אי-זוגי כלשהו?
- ה. מה ההסתברות לקבל מספר הגדול מ-3?
- ו. מה ההסתברות לקבל מספר הגדול מ-4?
- ז. מה ההסתברות לקבל מספר בין 2 ל-5?
- ח. מה ההסתברות לקבל מספר הקטן מ-5?
- ט. מה ההסתברות לקבל מספר הקטן מ-2?
- י. מה ההסתברות לקבל מספר הגדול מ-8?
- יא. מה ההסתברות לקבל מספר שלילי?
- יב. ★ מה ההסתברות לקבל מספר שמתחלק ב-3?
- יג. ★ מה ההסתברות לקבל מספר שמתחלק ב-4?
- יד. ★ מה ההסתברות לקבל מספר ראשוני?



8) במבחן בית ספרי בספרות התקבלו התוצאות הבאות:

- קבוצה א': 30% נכשלו במבחן (קיבלו מתחת ל-55).
- קבוצה ב': 20% קיבלו בין 55 ל-70.
- קבוצה ג': 20% קיבלו בין 71 ל-80.
- קבוצה ד': 15% קיבלו בין 81 ל-90.
- קבוצה ה': 15% קיבלו מעל ל-90.
- כל התוצאות מופיעות בדיאגרמת העיגול שלפניך.
- בוחרים באקראי תלמיד בבית הספר.
- א. מה ההסתברות שהוא קיבל ציון גבוה מ-90?
- ב. מה ההסתברות שהוא נכשל?
- ג. מה ההסתברות שהוא קיבל ציון בין 71 ל-90?
- ד. מה ההסתברות שהוא קיבל ציון הנמוך מ-80?

- 9) בית הספר "בן-דורין" עוסק בהכנה למבחני קבלה לראיית חשבון. בטבלה שלפניך מתוארים כלל הניגשים למבחן הקבלה. ענה על הסעיפים הבאים על פי הטבלה:

נכשל	עבר	
200	450	למד בבית הספר
150	100	לא למד בבית הספר

- א. כמה תלמידים ניגשו לבחינה?
 ב. בוחרים באקראי תלמיד שניגש לבחינה.
 i. מה ההסתברות שהוא עבר את מבחן הקבלה ולא לומד בבית הספר?
 ii. מה ההסתברות שהוא לומד בבית הספר ונכשל במבחן?
 iii. מה ההסתברות שהוא נכשל במבחן הקבלה?
- 10) רונית צבעה מסגרת כחולה ודקה לאורך ההיקף של דף. הדף הוא בצורת מלבן שאורכי צלעותיו הן 27 ס"מ ו-21 ס"מ. לאחר מכן, היא גזרה את הדף לריבועים חופפים (זהים) שבהם אורך כל צלע הוא 3 ס"מ. את הריבועים שגזרה ערבבה רונית היטב, ומסרה אותם לאחותה רות.
 א. מה מספר הריבועים שגזרה רונית?
 ב. רות בוחרת באקראי ריבוע.
 מה ההסתברות שבדיוק שתיים מצלעותיו יהיו צבועות בצבע כחול?
 ג. רות בוחרת באקראי ריבוע.
 מה ההסתברות שבדיוק אחת מצלעותיו תהיה צבועה בצבע כחול?
 ד. רות בוחרת באקראי ריבוע.
 מה ההסתברות שאף צלע של הריבוע איננה צבועה בכחול?

תשובות סופיות:

- (1) א. $\frac{2}{5}$ ב. $\frac{3}{5}$
- (2) א. 10 תלמידים. ב. $\frac{3}{10} = 0.3$ ג. $\frac{3}{10}$ ד. $\frac{7}{10}$ ה. $\frac{7}{10}$ ו. $\frac{4}{10}$
- (3) א. $\frac{5}{16}$ ב. $\frac{3}{16}$ ג. $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ ד. $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ ה. $\frac{11}{16}$
- (4) א. 10 משפחות. ב. 1.3 ילדים למשפחה. ג. i. $\frac{1}{10}$ ii. $\frac{2}{5}$ iii. $\frac{3}{5}$
- (5) א. $\frac{1}{500}$ ב. $\frac{1}{200}$ ג. $\frac{7}{1000}$ ד. $\frac{67}{1000}$ ה. $\frac{1}{5}$
- (6) א. $\frac{1}{28}$ ב. $\frac{1}{28}$ ג. $\frac{1}{28}$ ד. $\frac{1}{4}$ ה. $\frac{3}{4}$ ו. $\frac{3}{14}$ ז. $\frac{1}{4}$ ח. $\frac{3}{4}$ ט. $\frac{3}{28}$ י. $\frac{3}{28}$ יא. $\frac{1}{28}$ יב. $\frac{1}{14}$ יג. $\frac{5}{28}$ יד. $\frac{1}{14}$ טו. $\frac{1}{28}$ טז. 0
- (7) א. $\frac{1}{6}$ ב. $\frac{5}{6}$ ג. $\frac{1}{2}$ ד. $\frac{1}{2}$ ה. $\frac{1}{2}$ ו. $\frac{1}{3}$ ז. $\frac{2}{3}$ ח. $\frac{2}{3}$ ט. $\frac{1}{6}$ י. 0 יא. 0 יב. $\frac{1}{3}$ יג. $\frac{1}{6}$ יד. $\frac{1}{2}$
- (8) א. 0.15 ב. 0.2 ג. 0.35 ד. 0.7
- (9) א. 900 תלמידים. ב. i. $\frac{1}{9}$ ii. $\frac{2}{9}$ iii. $\frac{7}{18}$
- (10) א. 63 ריבועים. ב. $\frac{4}{63}$ ג. $\frac{8}{21}$ ד. $\frac{5}{9}$

הסתברות של שני מאורעות בלתי תלויים:

סיכום כללי:

תיאור המקרה:

נעסוק בביצוע שני ניסויים בזה אחר זה, אשר לכל אחד מספר תוצאות אפשריות.

כפל מאורעות:

כאשר נרצה ששני מאורעות יתרחשו יחדיו נבצע:

- מציאת ההסתברות לקבלת המאורע הראשון.
- מציאת ההסתברות לקבלת המאורע השני.
- הכפלת ההסתברויות שהתקבלו.

חיבור מאורעות (זרים):

כאשר נרצה שמאורע אחד יקרה או מאורע אחר יקרה נבצע:

- חישוב ההסתברות לקבלת המאורע הראשון.
- חישוב ההסתברות לקבלת המאורע השני.
- חיבור ההסתברויות שהתקבלו.

שאלות:

הטלת קוביית משחק פעמיים:

א \ ב	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

- 1) מטילים קוביית משחק הגונה פעמיים.
 בטבלה שלפניך מתוארים המספרים המתקבלים בכל הטלה באופן הבא:
 (הטלה שנייה, הטלה ראשונה).
 למשל, הזוג הסדור (3,5) מעיד כי בהטלה הראשונה התקבל המספר 3 ואילו בהטלה השנייה התקבל המספר 5.
 ענה על השאלות שלפניך:

- א. מה ההסתברות לקבל את התוצאה (4,2)?
 ב. מה ההסתברות לקבל את התוצאה (2,4)?
 ג. מה ההסתברות שבשתי הזריקות יתקבל אותו המספר?
 ד. מה ההסתברות שבשתי הזריקות תתקבלנה מספרים שונים?
 ה. מה ההסתברות לקבל את המספר 3 פעם אחת בדיוק?
 ו. מה ההסתברות לקבל את המספר 3 לפחות פעם אחת?
 ז. מה ההסתברות לקבל את המספר 3 לכל היותר פעם אחת?
 ח. מה ההסתברות שבשתי הזריקות יתקבל מספר זוגי?
 ט. מה ההסתברות שבזריקה אחת יתקבל מספר זוגי ובשנייה מספר אי-זוגי?
 י. מה ההסתברות שלפחות בזריקה אחת התקבל מספר זוגי?

א \ ב	1	2	3	4	5	6
1	(1,1)	(2,1)	(3,1)	(4,1)	(5,1)	(6,1)
2	(1,2)	(2,2)	(3,2)	(4,2)	(5,2)	(6,2)
3	(1,3)	(2,3)	(3,3)	(4,3)	(5,3)	(6,3)
4	(1,4)	(2,4)	(3,4)	(4,4)	(5,4)	(6,4)
5	(1,5)	(2,5)	(3,5)	(4,5)	(5,5)	(6,5)
6	(1,6)	(2,6)	(3,6)	(4,6)	(5,6)	(6,6)

- 2) זורקים שתי קוביות משחק רגילות בעת ובעונה אחת.
 תוצאות הזריקות מופיעות בטבלה הבאה:
א מתאר את המספר שהתקבל בקובייה הראשונה,
ב מתאר את המספר שהתקבל בקובייה השנייה.
 ענה על הסעיפים הבאים:
 א. מה ההסתברות לקבל 4 בזריקה הראשונה ו-3 בזריקה שנייה?
 ב. מה ההסתברות לקבל שני מספרים עוקבים?
 ג. מה ההסתברות כי בזריקה אחת יתקבל מספר הגדול ב-2 מהמספר שהתקבל בזריקה השנייה?
 ד. מה ההסתברות כי סכום המספרים יהיה 5?
 ה. מה ההסתברות לקבל שני מספרים שהפרשם הוא 4?
 ו. מה ההסתברות לקבל שני מספרים שהפרשם הוא 7?

3) זורקים שתי קוביות משחק רגילות בעת ובעונה אחת. קבע אלו מהמקרים הבאים אפשריים, במידה וכן חשב את הסתברות זו.

- א. סכום התוצאות הוא 11.
- ב. סכום התוצאות הוא 14.
- ג. סכום התוצאות קטן מ-7.
- ד. סכום התוצאות קטן מ-18.
- ה. מכפלת התוצאות היא 25.
- ו. מכפלת התוצאות היא 40.
- ז. מכפלת התוצאות גדולה מ-0.
- ח. הפרש המספרים הוא 7.
- ט. הפרש המספרים קטן מ-7.

4) בכד שני כדורים לבנים, 3 כדורים כחולים ו-5 כדורים ירוקים. מוציאים באקראי כדור אחד, מחזירים אותו לכד ומוציאים באקראי כדור אחר.

- א. מה ההסתברות שיצאו שני כדורים כחולים?
- ב. מה ההסתברות שיצאו שני כדורים ירוקים?
- ג. מה ההסתברות שיצאו שני כדורים מאותו הצבע?
- ד. מה ההסתברות שיצאו כדורים בצבעים שונים?
- ה. מה ההסתברות שיצא לפחות כדור ירוק אחד?
- ו. מה ההסתברות שלא יצא כדור ירוק?
- ז. מה ההסתברות שיצא לכל היותר כדור ירוק אחד?

5) רוני וטליה משחקות בסביבון חנוכה שעליו מסומנות האותיות: נ, ג, ה, פ. בכל תור מסובבת אחת הבנות את הסביבון פעמיים. רוני מנצחת אם באחד הסיבובים מתקבלת האות ה' וטליה מנצחת עם באחד הסיבובים מתקבלת האות פ'. האם לשתיהן אותו סיכוי לנצח?

6) ארבעה מספרים שונים רשומים על ארבע פאות של סביבון. המספרים: 1, 3, 5, 7. מסובבים שני סביבונים כאלה בעת ובעונה אחת. לאחר נפילתם בודקים את סכום המספרים הרשומים על שני הסביבונים.

- א. מה הסיכוי לקבל סכום 10?
- ב. מה הסיכוי לקבל סכום הגדול מ-10?
- ג. מה ההסתברות לקבל סכום 4?
- ד. מה ההסתברות לקבל סכום זוגי?
- ה. מהו סכום המספרים שהסיכוי לקבלתו הוא הגבוה ביותר? מה סיכוי זה?

7) זורקים שתי מטבעות. לכל מטבע צד אחד עם תמונה וצד עם מספר.

- מה ההסתברות ששני המטבעות יפלו על תמונה?
- מה ההסתברות ששני המטבעות יפלו על אותו הצד?
- מה ההסתברות שבדיוק מטבע אחד ייפול על תמונה?
- מה ההסתברות שלפחות מטבע אחד ייפול על תמונה?
- מה ההסתברות שלכל היותר מטבע אחד ייפול על תמונה?

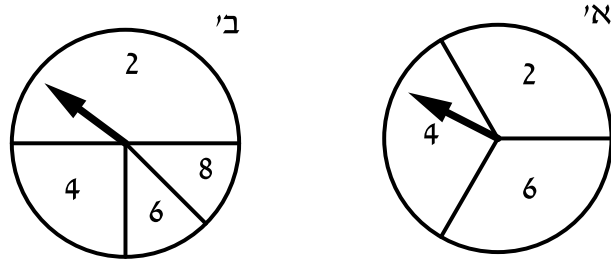
8) נתונים שני שעוני מספרים א' ו-ב'.

שעון א' מחולק ל-3 גזרות שוות כמתואר.

שעון ב' מחולק ל-4 גזרות כאשר:

המספר 2 מופיע על $\frac{1}{2}$ מהעיגול, המספר 4 מופיע על $\frac{1}{4}$ מהעיגול.

המספר 6 מופיע על $\frac{1}{8}$ מהעיגול והמספר 8 מופיע על $\frac{1}{8}$ מהעיגול.



שרון מסובבת כל שעון פעם אחת.

- מה ההסתברות ששרון תקבל את המספר 2 בשני השעונים?
- מה ההסתברות ששרון תקבל את אותו המספר בשני השעונים?
- מה ההסתברות שסכום המספרים יהיה 12?
- מה ההסתברות שסכום המספרים יהיה קטן מ-12?
- מה ההסתברות שההפרש בין שני המספרים יהיה 4?
- מה ההסתברות כי המספר שמתקבל בשעון א' יהיה גדול יותר מהמספר שמתקבל בשעון ב'?
- מה ההסתברות כי המספר שמתקבל בשעון א' יהיה קטן יותר מהמספר שמתקבל בשעון ב'?
- מה ההסתברות לקבל שני מספרים שסכומם הוא אי-זוגי? ★

9) שני תלמידים ניגשים לבחינה בספרות. ההסתברות שתלמיד א' יצליח בבחינה היא 0.75. ההסתברות שתלמיד ב' יצליח בבחינה היא 0.7.
חשב את ההסתברויות הבאות:

- א. תלמיד א' יצליח וגם תלמיד ב' יצליח.
- ב. תלמיד א' יצליח ותלמיד ב' ייכשל.
- ג. תלמיד אחד בלבד יצליח.
- ד. לפחות תלמיד אחד יצליח.
- ה. שני התלמידים ייכשלו.

10) במשחק מזל אפשר לזכות ב-500 ₪, ב-250 ₪ או לא לזכות כלל.
ההסתברות לזכות ב-500 ₪ היא 0.1 וההסתברות לזכות ב-250 ₪ היא 0.25.
אהוד משחק את המשחק פעמיים.

- א. מה ההסתברות של אהוד לזכות ב-500 ₪ בדיוק?
- ב. מה ההסתברות של אהוד לזכות בסכום הגדול מ-500 ₪?
- ג. מה ההסתברות של אהוד לא לזכות כלל?
- ד. מה ההסתברות של אהוד לזכות בסכום הגדול מ-250 ₪?

תשובות סופיות:

- (1) א. $\frac{1}{36}$ ב. $\frac{1}{36}$ ג. $\frac{1}{6}$ ד. $\frac{5}{6}$ ה. $\frac{5}{18}$
- ו. $\frac{11}{36}$ ז. $\frac{35}{36}$ ח. $\frac{1}{4}$ ט. $\frac{1}{4}$ י. $\frac{3}{4}$
- (2) א. $\frac{1}{36}$ ב. $\frac{5}{18}$ ג. $\frac{2}{9}$ ד. $\frac{1}{9}$ ה. $\frac{1}{9}$ ו. 0.
- (3) **אפשרי:** א. $\frac{1}{18}$ ב. $\frac{15}{36}$ ג. $\frac{1}{36}$ ד. 1 ה. $\frac{1}{36}$ ו. 1 ז. 1 ח. 1 ט. 1
- לא אפשרי:** א. $\frac{9}{100}$ ב. $\frac{1}{4}$ ג. $\frac{19}{50}$ ד. $\frac{31}{50}$ ה. $\frac{3}{4}$ ו. $\frac{3}{4}$
- (4) א. $\frac{9}{100}$ ב. $\frac{1}{4}$ ג. $\frac{19}{50}$ ד. $\frac{31}{50}$ ה. $\frac{3}{4}$ ו. $\frac{3}{4}$
- (5) כן.
- (6) א. $\frac{3}{16}$ ב. $\frac{3}{16}$ ג. $\frac{1}{8}$ ד. 1 ה. 8, סיכוי: $\frac{1}{4}$
- (7) א. $\frac{1}{4}$ ב. $\frac{1}{2}$ ג. $\frac{1}{2}$ ד. $\frac{3}{4}$ ה. $\frac{3}{4}$
- (8) א. $\frac{1}{6}$ ב. $\frac{7}{24}$ ג. $\frac{1}{12}$ ד. $\frac{7}{8}$ ה. $\frac{1}{6}$
- ו. $\frac{5}{12}$ ז. $\frac{7}{24}$ ח. 0 היות וכל המספרים הם זוגיים.
- (9) א. 0.525 ב. 0.225 ג. 0.4 ד. 0.925 ה. 0.075
- (10) א. 0.1925 ב. 0.06 ג. 0.4225 ד. 0.19

הסתברות של שלושה מאורעות בלתי תלויים:

סיכום כללי:

כאשר עוסקים ב-3 ניסיונות / שלבים (או בקיצור: 3 מאורעות) שלכל אחד מהם יש שתי אפשרויות, כגון: הצלחה / כשלון, קיימים 8 מקרים אפשריים. את המקרים נחלק לפי: 3 הצלחות, 2 הצלחות, הצלחה אחת, 0 הצלחות. לאחר מכן נבחר את המקרים המתאימים לסעיפי השאלה.

שאלות:

- (1) שלושה תלמידים ניגשים לבחינה במתמטיקה.
ההסתברות שתלמיד א' יצליח בבחינה היא 0.9.
ההסתברות שתלמיד ב' יצליח בבחינה היא 0.6.
ההסתברות שתלמיד ג' יצליח בבחינה היא 0.75.
- א. מה ההסתברות שבדיוק תלמיד אחד יצליח בבחינה?
ב. מה ההסתברות שבדיוק שני תלמידים יצליחו בבחינה?
ג. מה ההסתברות שלפחות שני תלמידים יצליחו בבחינה?
ד. מה ההסתברות שבדיוק שני תלמידים לא יצליחו בבחינה?
ה. מה ההסתברות שכל התלמידים ייכשלו בבחינה?
- (2) שלושה קלעים יורים למטרה.
ההסתברות שקלע א' ייפגע במטרה היא 0.6.
ההסתברות שקלע ב' ייפגע במטרה היא 0.9.
ההסתברות שקלע ג' ייפגע במטרה היא 0.7.
- א. מה ההסתברות ששני קלעים בלבד ייפגעו במטרה?
ב. מה ההסתברות שקלע אחד בדיוק ייפגע במטרה?
ג. מה ההסתברות שלפחות קלע אחד ייפגע במטרה?
ד. מה ההסתברות שאף קלע לא ייפגע במטרה?

- 3) מטוס מטיל 3 פצצות על בניין.
ההסתברות שהפצצה הראשונה תפגע בבניין היא 0.9.
ההסתברות שהפצצה השנייה תפגע בבניין היא 0.8.
ההסתברות שהפצצה השלישית תפגע בבניין היא 0.5.
א. מה ההסתברות שכל 3 הפצצות ייפגעו בבניין?
ב. מה ההסתברות ששתי פצצות ייפגעו בבניין?
ג. מה ההסתברות שלפחות פצצה אחת תפגע בבניין?
ד. מה ההסתברות שאף פצצה לא תפגע בבניין?
- 4) זורקים 3 קוביות משחק מאוזנות.
א. מה ההסתברות ששלוש הקוביות ייראו את המספר 4?
ב. מה ההסתברות שבכל 3 הקוביות יופיע אותו המספר?
ג. מה ההסתברות שבכל 3 הקוביות יופיע מספר אי-זוגי?
ד. מה ההסתברות שבכל 3 הקוביות יתקבל מספר זוגי הגדול מ-2?
- 5) זורקים 3 קוביות משחק מאוזנות.
א. מה ההסתברות ששלוש הקוביות ייראו את המספר 3?
ב. מה ההסתברות שבשתי קוביות בלבד יופיע המספר 3?
ג. מה ההסתברות שקובייה אחת בלבד תראה את המספר 3?
ד. מה ההסתברות שלפחות קובייה אחת תראה את המספר 3?
ה. מה ההסתברות שאף קובייה לא תראה את המספר 3?
- 6) זורקים 3 קוביות משחק מאוזנות.
א. מה ההסתברות לקבל את המספר 4 לפחות פעם אחת?
ב. מה ההסתברות לקבל לכל היותר פעם אחת את המספר 4?
- 7) ההסתברות לעבור מבחן נהיגה (טסט) היא 0.7.
שלושה תלמידים: תלמיד א', תלמיד ב', ותלמיד ג', ניגשים לבחינה.
א. מה ההסתברות ששלושת התלמידים יעברו את הבחינה?
ב. מה ההסתברות ששלושת התלמידים ייכשלו בבחינה?
ג. מה ההסתברות שלפחות תלמיד אחד יעבור את הבחינה?
ד. מה ההסתברות שלכל היותר תלמיד אחד יעבור את הבחינה?

8) ההסתברות שירד גשם בסוכות היא $\frac{8}{9}$, בחנוכה היא $\frac{5}{6}$ ובפורים היא $\frac{1}{4}$.

- מה ההסתברות שירד גשם רק בחנוכה?
- מה ההסתברות שירד גשם בסוכות, אך לא בחנוכה ובפורים?
- מה ההסתברות שירד גשם בשני חגים לפחות?
- מה ההסתברות שירד גשם בחג אחד לפחות?
- ה. (אתגר) מה ההסתברות שירד גשם בסוכות ולא בחנוכה?
- ו. (אתגר) מה ההסתברות שירד גשם בסוכות או בפורים?

9) דור רשם את שמו על פאות קובייה. כל אות נרשמה על גבי 2 פאות. דור הטיל את הקובייה 3 פעמים.

- מה ההסתברות שהקובייה נופלת על אותיות שמו של דור בסדר הנכון?
- מה ההסתברות שהקובייה נופלת על אותיות שמו של דור בסדר ההפוך?
- מה ההסתברות שהקובייה נופלת שלוש פעמים על אותה אות?
- מה ההסתברות שהקובייה נופלת על שלוש אותיות שונות בזו אחר זו?

תשובות סופיות:

- | | | | | | |
|---------------------|--------------------|----------------------|---------------------|----------------------|---|
| א. 0.135 | ב. 0.45 | ג. 0.855 | ד. 0.135 | ה. 0.01 | 1 |
| א. 0.456 | ב. 0.154 | ג. 0.988 | ד. 0.012 | | 2 |
| א. 0.36 | ב. 0.49 | ג. 0.99 | ד. 0.01 | | 3 |
| א. $\frac{1}{216}$ | ב. $\frac{1}{36}$ | ג. $\frac{1}{8}$ | ד. $\frac{1}{27}$ | | 4 |
| א. $\frac{1}{216}$ | ב. $\frac{5}{72}$ | ג. $\frac{25}{72}$ | ד. $\frac{91}{216}$ | ה. $\frac{125}{216}$ | 5 |
| א. $\frac{91}{216}$ | ב. $\frac{25}{27}$ | | | | 6 |
| א. 0.343 | ב. 0.027 | ג. 0.973 | ד. 0.216 | | 7 |
| א. $\frac{5}{72}$ | ב. $\frac{1}{9}$ | ג. $\frac{173}{216}$ | ד. $\frac{71}{72}$ | ה. $\frac{4}{27}$ | 8 |
| א. $\frac{1}{27}$ | ב. $\frac{1}{27}$ | ג. $\frac{1}{9}$ | ד. $\frac{2}{9}$ | ו. $\frac{185}{216}$ | 9 |

שני מאורעות תלויים והסתברות מותנית:

סיכום כללי:

- שאלות עם מאורעות תלויים הן שאלות שבהן ההסתברות של הניסוי השני תלויה בתוצאה של הניסוי הראשון.
- נתמקד בשני ניסיונות וכדי למצוא את ההסתברויות הנכונות נבנה "עץ הסתברויות" מתאים עבור השאלה.
- נמצא את ההסתברויות של כל ה-"ענפים" של העץ ולאחר מכן נבחר את המקרים המתאימים לכל אחד מסעיפי השאלה.

שאלות:

- 1) בכד ישנם 6 כדורים כחולים ו-3 כדורים אדומים.
מוציאים באקראי כדור אחד, ומשאירים אותו בחוץ.
מערבבים, ומוציאים באקראי כדור שני.
- א. מה ההסתברות להוציא כדור כחול ולאחריו כדור אדום?
ב. מה ההסתברות ששני הכדורים שיצאו יהיו אדומים?
ג. מה ההסתברות ששני הכדורים שיצאו יהיו כחולים?
ד. מה ההסתברות ששני הכדורים שיצאו יהיו באותו הצבע?
ה. מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?
- 2) בכד ישנם 4 כדורים כחולים ו-5 כדורים אדומים.
מוציאים באקראי כדור אחד, ומשאירים אותו בחוץ.
מערבבים, ומוציאים באקראי כדור שני.
- א. מה ההסתברות להוציא כדור אדום ולאחריו כדור כחול?
ב. מה ההסתברות ששני הכדורים שיצאו יהיו אדומים?
ג. מה ההסתברות ששני הכדורים שיצאו יהיו כחולים?
ד. מה ההסתברות ששני הכדורים שיצאו יהיו באותו הצבע?
ה. מה ההסתברות להוציא שני כדורים בצבעים שונים?

(3) במפעל מסוים $\frac{1}{4}$ מהעובדים הם נשים ו- $\frac{3}{4}$ הם גברים.

40% מהגברים מעשנים ו-30% מהנשים מעשנות.
בוחרים באקראי עובד (גבר או אישה).

א. מה ההסתברות שנבחרה אישה מעשנת?

ב. מה ההסתברות שהעובד שנבחר מעשן?

ג. מה ההסתברות שהעובד שנבחר אינו מעשן?

(4) בחוג מסוים $\frac{1}{3}$ מהמשתתפים הם בנים ו- $\frac{2}{3}$ מהמשתתפים הן בנות.

ידוע כי 50% מהבנים מרכיבים משקפיים ו-20% מהבנות מרכיבות משקפיים.
בוחרים באקראי משתתף (בן או בת).

א. מה ההסתברות שנבחר בן שמרכיב משקפיים?

ב. מה ההסתברות שהמשתתף שנבחר מרכיב משקפיים?

ג. מה ההסתברות שהמשתתף שנבחר אינו מרכיב משקפיים?

(5) כיתות י"1 ו-י"2 צריכות לבחור נציג אחד מכל כיתה למועצת התלמידים של בית הספר. בכל כיתה הגישו את מועמדותם שבעה תלמידים: ארבע בנות ושלושה בנים. כל כיתה החליטה לבחור את הנציג בדרך שונה.

הבחירות בכיתה י"1: בוחרים באקראי תלמיד מבין שבעת התלמידים.

א. חיים הוא אחד מהמועמדים בכיתה י"1.

מהי ההסתברות שחיים יבחר? נמק.

ב. לינוי היא אחת מן המועמדות בכיתה י"1.

מהי ההסתברות שלינוי תיבחר? נמק.

הבחירות בכיתה י"2:

מטילים מטבע.

אם יוצא "פנים" – תייצג בת את הכיתה. הנציגה תיבחר באקראי מבין ארבע הבנות.

אם יוצא "גב" – ייצג בן את הכיתה. הנציג ייבחר באקראי מבין שלושת הבנים.

ג. לידור הוא אחד מהמועמדים בכיתה י"2.

מהי ההסתברות שלידור ייבחר? נמק.

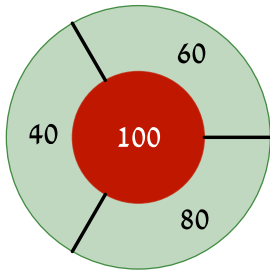
ד. מעיין היא אחת מן המועמדות בכיתה י"2.

מהי ההסתברות שמעיין תיבחר? נמק.

ה. באיזו כיתה כדאי לשרית ללמוד, י"1 או י"2, על מנת שסיכוייה להיבחר

יהיו גדולים יותר? נמק.

- 6) נתונות שתי שקיות עם גולות אשר זהות בגודלן ומשקלן, והן בשני צבעים שונים: כחול ולבן.
 בשקית אחת ישנן 8 גולות כחולות ו-4 גולות לבנות ושקית השנייה ישנן 6 גולות כחולות ו-8 גולות לבנות. זורקים קובייה: אם התקבל מספר הקטן מ-3 בוחרים באקראי גולה מהשקית הראשונה.
 אם התקבל מספר הגדול מ-3 או שווה ל-3, בוחרים גולה מהשקית השנייה.
 א. מה ההסתברות לבחור גולה מהשקית הראשונה?
 ב. מה ההסתברות לבחור גולה כחולה מהשקית הראשונה?
 ג. מה ההסתברות לבחור גולה כחולה מהשקית השנייה?
 ד. מה ההסתברות לבחור גולה כחולה?
 ה. מה ההסתברות לבחור גולה לבנה?



- 7) בציור מופיע לוח קליעה למטרה.
 טגניה זורק פעם אחת חץ ללוח.
 ההסתברות שטגניה ייפגע בלוח היא 0.8.
 כאשר טגניה פוגע בלוח:
 - ההסתברות שלו לפגוע באזור של ה-100 נקודות היא $\frac{1}{2}$.
 - ההסתברות שלו לפגוע בכל אחד מהאזורים האחרים היא $\frac{1}{6}$.
 א. מה ההסתברות של טגניה לפגוע במטרה וגם לזכות ב-100 נקודות?
 ב. מה ההסתברות של טגניה לפגוע במטרה וגם לזכות ב-60 נקודות?
 ג. מה ההסתברות של טגניה לפגוע במטרה וגם לזכות ב-60 או 80 נקודות?
 ד. מה ההסתברות של טגניה לפגוע במטרה ולזכות בפחות מ-100 נקודות או לא לזכות בנקודות כלל?

- 8) שני חברים, רמי ויוסף, שוקלים להתמודד בבחירות למועצת התלמידים.
 ההסתברות שרמי יתמודד היא 0.9.
 ההסתברות שיוסף יתמודד בבחירות תלויה בהחלטתו של רמי.
 אם רמי יתמודד בבחירות, אז ההסתברות שיוסף יתמודד היא 0.6.
 אם רמי לא יתמודד בבחירות, אז ההסתברות שיוסף יתמודד היא 0.75.
 א. מה ההסתברות שרמי ויוסף יתמודדו ביחד בבחירות?
 ב. מה ההסתברות שרמי בלבד יתמודד?
 ג. מה ההסתברות שאחד מהחברים יתמודד לבדו?

תשובות סופיות:

- | | | | | | |
|--------------------|--------------------|-------------------|-------------------|----------------------|-----------------------|
| | ה. $\frac{1}{2}$ | ד. $\frac{1}{2}$ | ג. $\frac{5}{12}$ | ב. $\frac{1}{12}$ | א. $\frac{1}{4}$ (1) |
| | ה. $\frac{5}{9}$ | ד. $\frac{4}{9}$ | ג. $\frac{1}{6}$ | ב. $\frac{5}{18}$ | א. $\frac{5}{18}$ (2) |
| | | | ג. $\frac{5}{8}$ | ב. $\frac{3}{8}$ | א. $\frac{3}{40}$ (3) |
| | | | ג. $\frac{7}{10}$ | ב. $\frac{3}{10}$ | א. $\frac{1}{6}$ (4) |
| ה. כיתה י"א. | ד. $\frac{1}{8}$ | ג. $\frac{1}{6}$ | ב. $\frac{1}{7}$ | א. $\frac{1}{7}$ (5) | |
| ה. $\frac{31}{63}$ | ד. $\frac{32}{63}$ | ג. $\frac{2}{7}$ | ב. $\frac{2}{9}$ | א. $\frac{1}{3}$ (6) | |
| | ד. 0.6 | ג. $\frac{4}{15}$ | ב. $\frac{2}{15}$ | א. 0.4 (7) | |
| | | ג. 0.435 | ב. 0.36 | א. 0.54 (8) | |

שלושה מאורעות תלויים:

סיכום כללי:

- בשאלות עם מאורעות תלויים ההסתברות של כל מאורע תלויה בתוצאת המאורע הקודם.
- נתמקד בשלושה ניסיונות ונבנה "עץ הסתברויות" המתאים לנתוני השאלה.
- נמלא את ההסתברויות של כל ה-"ענפים" בעץ ונבחר את המקרים המתאימים לכל אחד מסעיפי השאלה.

שאלות:

- 1) בסוף שנה נערכת בחינה מסכמת במתמטיקה ולה 3 מועדים: מועד א', מועד ב' ומועד מיוחד. שני ניגשת למבחן מועד א'. אם היא לא מצליחה לעבור אותו, אז היא תיגש למבחן מועד ב'. אם היא לא תצליח לעבור גם אותו היא תיגש למועד מיוחד. ההסתברות ששני תצליח בכל מועד היא 0.6.
- א. מה ההסתברות ששני תצליח לעבור את הבחינה במועד ב'?
- ב. מה ההסתברות ששני תצליח לעבור את הבחינה במועד המיוחד?
- ג. מה ההסתברות ששני לא תצטרך לגשת למועד המיוחד?
- 2) גיל ניגש למבחן נהיגה (טסט). לרשותו 3 מועדים. הוא ניגש לטסט הראשון. אם הוא לא מצליח לעבור אותו, ייגש גיל למועד השני. אם ייכשל גיל במועד השני הוא ייגש למועד השלישי. ההסתברות של גיל להצליח בכל מועד היא 0.8.
- א. מה ההסתברות שגיל יעבור את מבחן הנהיגה במועד השני?
- ב. מה ההסתברות שגיל לא יצטרך לגשת למועד השלישי?
- ג. מה ההסתברות שגיל יצטרך לגשת למועד השלישי?

תשובות סופיות:

- 1) א. 0.24 ב. 0.096 ג. 0.84
- 2) א. 0.16 ב. 0.96 ג. 0.04

תכנון על פי הסתברות נתונה:

סיכום כללי:

בנושא זה נעסוק בפתרון של שאלות בהן יש למצוא את הכמות המתאימה להסתברות נתונה.

שאלות:

(1) בקופסא 100 פתקים זהים. חלקם צבועים בצבע שחור, חלקם בכחול וחלקם בלבן. ידוע כי ההסתברות להוציא פתק שחור היא 0.2 וכי ההסתברות להוציא פתק לבן היא 0.5.

- א. מה היא ההסתברות להוציא פתק כחול?
ב. כמה פתקים יש מכל צבע?

(2) בכד 12 כדורים משלושה צבעים: צהוב, ירוק וסגול. ידוע כי ההסתברות לבחור כדור צהוב היא $\frac{1}{3}$ וכי ההסתברות לבחור כדור סגול היא $\frac{1}{6}$.

- א. מה היא ההסתברות לבחור כדור ירוק?
ב. כמה כדורים יש מכל צבע בכד?

(3) בשק יש כדורים משלושה צבעים: אדום, צהוב וירוק. ההסתברות להוציא כדור אדום היא $\frac{4}{9}$ וההסתברות להוציא כדור צהוב היא $\frac{1}{3}$.

- א. מה היא ההסתברות להוציא כדור ירוק?
ב. תן דוגמא למספר כדורים מכל צבע שיקיים את ההסתברויות לעיל.

(4) בשק יש כדורים בשלושה צבעים: תכלת, טורקיז ובורדו. א. כמה כדורים מכל צבע אפשר לשים בשק, כך שההסתברות להוציא כדור

תכלת תהיה $\frac{1}{3}$? רשום שתי אפשרויות.

ב. ההסתברות להוציא כדור בורדו היא $\frac{1}{5}$ וההסתברות להוציא כדור

תכלת היא $\frac{1}{10}$. מה היא ההסתברות להוציא כדור טורקיז?

- ג. ידוע כי ההסתברויות הן כמו של סעיף ב' וכי בשק יש 10 כדורים.
כמה כדורים בצבע תכלת וכמה כדורים בצבע בורדו יש?
- ד. האם ייתכן שבשק יהיו 5 כדורים וההסתברויות להוציא כדור טורקיז היא $\frac{1}{8}$ וכדור תכלת היא $\frac{1}{4}$? נמק.
- ה. האם ייתכן שבשק יהיו 12 כדורים וההסתברויות להוציא כדור תכלת היא $\frac{1}{4}$ וכדור בורדו היא $\frac{1}{3}$? נמק.

- (5) נתונים 3 כדים ובכל אחד מהם יש 14 כדורים בצבעים: כחול, אדום וצהוב.
א. כמה כדורים מכל צבע יש בכד א', אם ההסתברות לבחור כדור כחול היא $\frac{1}{2}$ וההסתברות לבחור כדור אדום היא $\frac{2}{7}$.
- ב. כמה כדורים מכל צבע יכולים להיות בכד ב' אם ההסתברות להוציא כדור צהוב היא $\frac{4}{7}$?
- ג. כמה כדורים מכל צבע ישנם בכד ב' אם ההסתברות להוציא כדור אדום היא $\frac{6}{7}$?
- ד. כמה כדורים מכל צבע אפשר להכניס לכד ג' כדי שההסתברות להוציא כדור כחול היא $\frac{5}{7}$ וההסתברות להוציא כדור צהוב היא $\frac{1}{14}$?

- (6) יוסי, אברהם ושמואל קיבלו כל אחד שקית עם פתקים צבעוניים.
בכל שקית יש 10 פתקים זהים בצבעים: כתום, סגול וירוק.
- א. כמה פתקים מכל צבע יש בשקית של יוסי אם ההסתברות להוציא פתק כתום היא $\frac{1}{5}$ וההסתברות להוציא פתק ירוק היא $\frac{1}{2}$?
- ב. כמה פתקים מכל צבע יש בשקית של אברהם אם ההסתברות להוציא פתק סגול או ירוק היא $\frac{2}{5}$?
- ג. כמה פתקים מכל צבע יש בשקית של שמואל אם ההסתברות שלו להוציא פתק ירוק היא 0.3? (כל דרך נכונה תתקבל).
- ד. מנחם ניגש לשלושת הבנים וביקש פתק.
הוא בחר שקית והוציא ממנה פתק באקראי.
מה ההסתברות שמנחם יחזיק בידו פתק סגול?
(חזרו על השאלה גם עבור פתק ירוק).

תשובות סופיות:

- (1) א. 0.3 ב. 20 שחורים, 50 לבנים ו-30 כחולים.
- (2) א. $\frac{1}{2}$ ב. 6 ירוקים, 4 צהובים ו-2 סגולים.
- (3) א. $\frac{2}{9}$ ב. 4 אדומים, 3 צהובים ו-2 ירוקים.
- (4) א. 4 תכלת, 3 טורקיז ו-5 בורדו, או: 1 מכל צבע. ב. 0.7
 ג. כדור אחת תכלת ו-2 כדורים בצבע בורדו.
 ד. לא, מכיוון שלא מתקבלים מספרים שלמים בחישוב מספר הכדורים.
 ה. כן, 3 כדורים בצבע תכלת, 4 כדורים בצבע בורדו ו-5 כדורים בצבע טורקיז.
- (5) א. 4 אדומים, 7 כחולים, 3 צהובים.
 ב. 8 צהובים ו-6 שהם כחולים ואדומים יחד (יש 6 אפשרויות שונות).
 ג. 12 אדומים, 1 כחול, 1 צהוב.
 ד. 10 כחולים, 3 אדומים, 1 צהוב.
- (6) א. 2 כתומים, 5 ירוקים, 3 סגולים.
 ב. 6 כתומים, 1 סגול, 3 ירוקים או 6 כתומים, 2 סגולים, 2 ירוקים
 או 6 כתומים, 3 סגולים, 1 ירוק.
 ג. 3 ירוקים ו-7 שהם סגולים וכתומים (יש 7 אפשרויות שונות).
 ד. עבור פתק סגול: $\frac{13}{30}$, עבור פתק ירוק: $\frac{2}{5}$.