

שאלון 471

המעגל במערכת הצירים

תוכן העניינים:

1 המעגל במערכת הצירים

- 3..... חזרה על מושגי יסוד:
- 3..... סיכום כללי:.....
- 5..... הגדרות ומושגים במעגל:.....
- 5..... סיכום כללי:.....
- 6..... שאלות:.....
- 7..... תשובות סופיות:
- 8..... המעגל במערכת הצירים:.....
- 8..... סיכום כללי:.....
- 9..... שאלות:.....
- 11..... תשובות סופיות:
- 12..... המעגל הקבוצי:.....
- 12..... סיכום כללי:.....
- 12..... שאלות:.....
- 13..... תשובות סופיות:
- 14..... משוואת מעגל באמצעות מרכז ונקודה שעליו:.....
- 14..... סיכום כללי:.....
- 14..... שאלות:.....
- 15..... תשובות סופיות:
- 16..... מצב הדדי בין נקודה ומעגל:.....
- 16..... סיכום כללי:.....
- 16..... שאלות:.....
- 17..... תשובות סופיות:
- 18..... שאלות עם מעגל במערכת צירים (ללא משיק):.....
- 18..... שאלות:.....
- 21..... תשובות סופיות:

22		מצבים הדדיים בין מעגל וישר:
22		סיכום כללי:
22		שאלות:
25		תשובות סופיות:
26		מעגל המשיק לישר:
26		סיכום כללי:
26		שאלות:
29		תשובות סופיות:
30		מעגל המשיק לצירים:
30		סיכום כללי:
30		שאלות:
32		תשובות סופיות:
33		שאלות עם מעגל במערכת צירים (כולל משיק):
33		שאלות:
34		תשובות סופיות:

חזרה על מושגי יסוד:

סיכום כללי:

אמצע קטע:

אמצע קטע שקצוותיו $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ הוא: $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$.

מרחק בין שתי נקודות:

המרחק d בין הנקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ הוא: $d_{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

משוואת ישר:

משוואתו של ישר עם שיפוע m החותך את ציר ה- y בנקודה $(0, b)$ היא: $y = mx + b$.

משוואת ישר כללית היא מהצורה: $Ax + By + C = 0$.

הערה:

לצורה $y = mx + b$ קוראים **משוואת הישר המפורשת** בעוד שלצורה $Ax + By + C = 0$ קוראים **משוואת הישר הכללית**.

ישרים המקבילים לצירים:

ישר מהצורה: $x = k$ הוא מקביל לציר ה- y .

ישר מהצורה: $y = n$ הוא מקביל לציר ה- x .

שיפוע של ישר:

שיפוע של ישר העובר דרך שתי נקודות $A(x_1, y_1)$ ו- $B(x_2, y_2)$ הוא: $m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$.

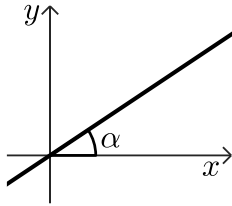
ישרים מאונכים:

שני ישרים $y = m_1x + b_1$ ו- $y = m_2x + b_2$ הם מאונכים זה לזה אם: $m_1 \cdot m_2 = -1$.

במילים אחרות:

השיפועים של שני ישרים מאונכים הם מספרים הופכיים ונגדיים.

הקשר שבין שיפוע לזווית החדה עם ציר ה-x:

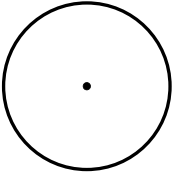


שיפועו של ישר שמשוואתו $y = mx + b$ מקיים: $\tan \alpha = |m|$ כאשר α היא הזווית החדה הנוצרת בין ציר ה-x והישר.

הגדרות ומושגים במעגל:

סיכום כללי:

מעגל:



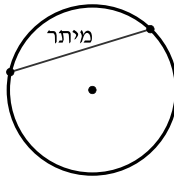
המקום הגאומטרי של כל הנקודות הנמצאות באותו המרחק מנקודה קבועה. לנקודה הקבועה קוראים **מרכז המעגל**.

רדיוס במעגל (מחוג):



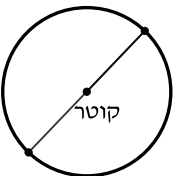
קטע המחבר את מרכז המעגל עם נקודה על המעגל. נסמן את רדיוס המעגל ב- R .

מיתר במעגל:



קטע המחבר שתי נקודות על המעגל.

קוטר במעגל:



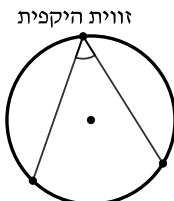
מיתר העובר דרך מרכז המעגל נקרא קוטר במעגל. קוטר במעגל שווה באורכו לפעמיים רדיוס המעגל.

זווית מרכזית במעגל:



זווית שקודקודה הוא נקודת מרכז המעגל ושוקיה הם רדיוסים במעגל נקראת זווית מרכזית במעגל.

זווית היקפית:

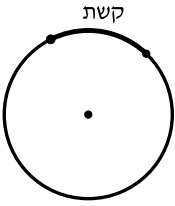


זווית שקודקודה נמצא על המעגל ושוקיה הם מיתרים נקראת זווית היקפית במעגל.

היקף המעגל:

אוסף כל הנקודות היוצרות את המעגל נקרא **היקף המעגל**. אורכו של היקף המעגל מחושב לפי: $P = 2\pi R$ כאשר R הוא רדיוס המעגל.

קשת במעגל:

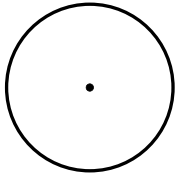


שתי נקודות על היקף המעגל אשר תוחמות חלק מהיקפו הנקרא קשת.

מסמנים קשת בין נקודות A ו-B אשר על היקף המעגל: $\widehat{AB}$.

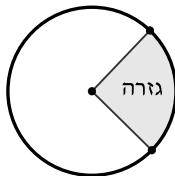
מאחר וניתן לתחום את היקף המעגל בשני אופנים, יש לציין את הקשת אליה מתכוונים. אם לא מצוין אחרת הכוונה היא לקשת הקטנה.

עיגול ושטח מעגל:



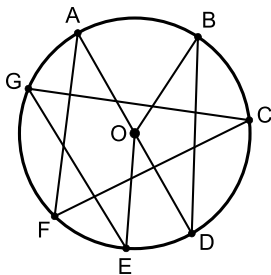
לשטח הכלוא בתוך היקף המעגל קוראים **עיגול** ושטחו הוא: $S = \pi \cdot R^2$.
כאשר R הוא רדיוס המעגל.

גזרה:



חלק משטח המעגל הכלוא בין שני רדיוסים לבין הקשת המחברת את קצותיהם.

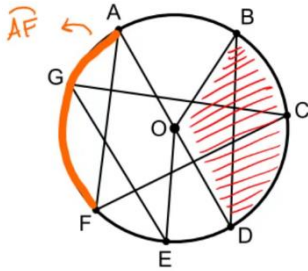
שאלות:



(1) התבוננו בסרטוט שלפניכם והשלימו את המשפטים הבאים:

- תנו דוגמה ל-3 מיתרים במעגל: _____, _____, _____.
- תנו דוגמה ל-3 רדיוסים במעגל: _____, _____, _____.
- הדגישו את הקשת הקטנה בין הקודקודים A ו-F.
- סמנו בצבע אדום את הגזרה BOD.
- תנו דוגמה ל-3 זוויות מרכזיות: _____, _____, _____.
- תנו דוגמה ל-3 זוויות היקפיות: _____, _____, _____.
- נזיז את נקודה F על היקף המעגל כך שהקטע CF יעבור דרך הנקודה O.
במקרה זה CF הוא: _____.
- נתון: $OE = 5$ יח"א היקף המעגל הוא: _____ ושטח המעגל הוא: _____.
- כשהשטח של המעגל הוא 254.469 יח"ר אז רדיוסו הוא: _____ והיקפו הוא: _____.

תשובות סופיות:

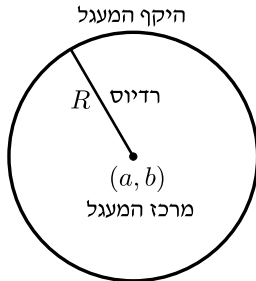


- (1) א. EG, CF, CG, BD, AD, AF . ב. OF, OD, OB, OA .
 ג. ראו איור. ד. ראו איור.
 ה. $\angle BOD, \angle BOE, \angle AOB, \angle AOE, \angle AOD, \angle DOE$.
 ו. $\angle FAD, \angle CGF, \angle ADB, \angle AFC, \angle CGE$.
 ז. קוטר במעגל.
 ח. היקף המעגל: 31.4 יח"א, שטח המעגל: 78.54 יח"ש
 ט. רדיוס: 9 יח"א, היקף: 56.54 יח"א.

המעגל במערכת הצירים:

סיכום כללי:

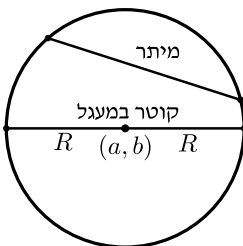
המעגל:



המעגל הוא המקום הגאומטרי (אוסף כל הנקודות) במישור שמרחקן מנקודה קבועה הוא גודל קבועה.

- לנקודה הקבועה קוראים **מרכז המעגל**.
- למרחק הקבוע קוראים **רדיוס המעגל**.

בהנדסת אנליטית נסמן את שיעורי נקודת מרכז המעגל ב- (a, b) .
לרוב, מקובל לסמן את נקודת המרכז באות M , כלומר: $M(a, b)$.
את רדיוס המעגל נסמן ב- R .



מושגים נוספים במעגל:

- מיתר - קטע המחבר שתי נקודות שעל המעגל.
- קוטר - מיתר העובר דרך מרכז המעגל.

משוואת מעגל:

משוואת מעגל שמרכזו בנקודה (a, b) ורדיוסו R היא: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

שאלות:

(1) מצאו את משוואתו של מעגל שמרכזו בנקודה M ורדיוסו הוא R.

א. $M(4, -2)$, $R = 5$ ב. $M(0, 6)$, $R = 3$

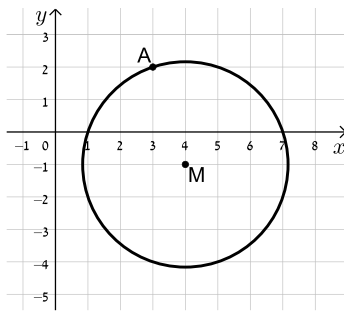
ג. $M(4, 4)$, $R = 12$ ד. $M(-1, -7)$, $R = 15$

ה. $M(0, 0)$, $R = \sqrt{20}$ ו. $M(-6, 3)$, $R = \sqrt{45}$

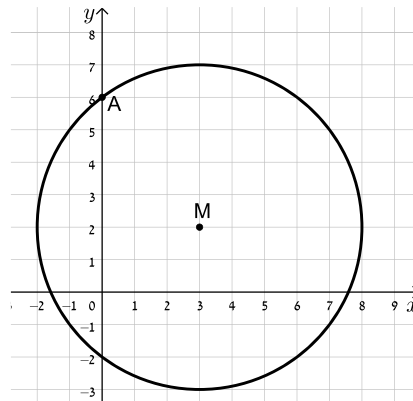
ז. $M(3, 1)$, $R = 4.5$ ח. $M\left(\frac{1}{3}, \frac{2}{5}\right)$, $R = 9.5$

(2) כתבו את משוואות המעגלים הבאות:

ב.



א.



(3) מצאו את רדיוס המעגל ואת מרכזו בכל מקרה:

א. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 36$ ב. $(x + 10)^2 + (y - 10)^2 = 81$

ג. $(x - 8)^2 + (y - 2)^2 = 1$ ד. $x^2 + (y + 5)^2 = 169$

ה. $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 50$ ו. $(x - 0.5)^2 + (y + 3.5)^2 = 117$

ז. $\left(x - 2\frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + 3\frac{1}{2}\right)^2 = 12\frac{1}{4}$ ח. $(x + 4)^2 + y^2 = \frac{9}{16}$

4) לפניכם משוואות של מעגלים כלליים.
קבעו האם כל מעגל חותך את הצירים והשלימו את הטבלה.

המעגל	האם המעגל חותך את ציר ה- x	האם המעגל חותך את ציר ה- y
$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$		
$(x-2)^2 + (y+5)^2 = 16$		
$(x+6)^2 + (y-8)^2 = 20$		
$(x+4)^2 + (y+1)^2 = 13$		
$x^2 + (y-12)^2 = 121$		

תשובות סופיות:

ב. $x^2 + (y-6)^2 = 9$	א. $(x-4)^2 + (y+2)^2 = 25$ (1)
ד. $(x+1)^2 + (y+7)^2 = 225$	ג. $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 144$
ו. $(x+6)^2 + (y-3)^2 = 45$	ה. $x^2 + y^2 = 20$
ח. $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{5}\right)^2 = 90\frac{1}{4}$	ז. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 20\frac{1}{4}$
ב. $(x-4)^2 + (y+1)^2 = 10$	א. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$ (2)
ב. $R = 9$, $M(-10,10)$	א. $R = 6$, $M(2,-3)$ (3)
ד. $R = 13$, $M(0,-5)$	ג. $R = 1$, $M(8,2)$
ו. $R = \sqrt{117} \approx 10.81$, $M(0.5,-3.5)$	ה. $R = 7.07$, $M(4,5)$
ח. $R = \frac{3}{4}$, $M(-4,0)$	ז. $R = 3\frac{1}{2}$, $M\left(2\frac{1}{2}, -3\frac{1}{2}\right)$

(4) להלן הטבלה:

האם המעגל חותך את ציר ה-y	האם המעגל חותך את ציר ה-x	המעגל
כן, בשתי נקודות	כן, בשתי נקודות	$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$
כן, בשתי נקודות	לא	$(x-2)^2 + (y+5)^2 = 16$
לא	לא	$(x+6)^2 + (y-8)^2 = 20$
לא	כן, בשתי נקודות	$(x+4)^2 + (y+1)^2 = 13$
כן, בשתי נקודות	לא	$x^2 + (y-12)^2 = 121$

המעגל הקנוני:

סיכום כללי:

המעגל הקנוני:

מעגל שמרכזו נמצא בראשית הצירים, כלומר: $M(0,0)$ ורדיוסו R נקרא **מעגל קנוני**.
במקרה זה משוואת המעגל תהיה: $x^2 + y^2 = R^2$.

מסקנה:

אם מעגל הוא קנוני, אז יש לדעת רק את רדיוסו על מנת שניתן יהיה לכתוב את משוואתו.

שאלות:

(1) מצאו את משוואתו של מעגל שמרכזו בראשית הצירים ורדיוסו הוא:

א. $R = 4$ ב. $R = 6$ ג. $R = \sqrt{37}$ ד. $R = \frac{5}{6}$

(2) מצאו את משוואתו של מעגל שמרכזו בראשית הצירים והוא עובר בנקודה $(-4, 3)$.

(3) נתון מעגל קנוני שמשוואתו היא: $x^2 + y^2 = 12$.

כתבו את משוואתו של מעגל חדש הנוצר ע"י הזזה של המעגל הקנוני הנתון
לפי כל אחד מהסעיפים הבאים:

א. 5 יחידות מעלה ו-2 יחידות ימינה.

ב. 3 יחידות מטה ו-4 יחידות ימינה.

ג. 10 יחידות שמאלה ו-10 יחידות למטה.

(4) לפניכם משוואות של מעגלים כלליים:

$$(1) \quad (x-1)^2 + (y+2)^2 = 34 \quad (2) \quad x^2 + (y-18)^2 = 110$$

$$(3) \quad (x-7)^2 + (y-7)^2 = 49 \quad (4) \quad (x+40)^2 + (y+40)^2 = 80$$

א. כתבו את מרכזי המעגלים והרדיוסים שלהם.

ב. קבעו בכמה יחידות יש להזיז כל מעגל ובאיזה כיוון על מנת שהמעגל המתקבל יהיה קנוני.

הסבירו האם רדיוס המעגל הקנוני שקיבלתם בכל מקרה יהיה שונה מרדיוס המעגל הנתון.
נמקו.

תשובות סופיות:

$$(1) \quad x^2 + y^2 = 16 \quad \text{א.}$$

$$\text{ב.} \quad x^2 + y^2 = 36$$

$$\text{ג.} \quad x^2 + y^2 = 37$$

$$\text{ד.} \quad x^2 + y^2 = \frac{25}{36}$$

$$(2) \quad x^2 + y^2 = 25$$

$$(3) \quad \text{א.} \quad (x-2)^2 + (y-5)^2 = 12$$

$$\text{ב.} \quad (x-4)^2 + (y+3)^2 = 12$$

$$\text{ג.} \quad x^2 + y^2 = 12$$

$$(4) \quad (1) \quad R = 5.83, (1, -2), \text{ הזזה יחידה 1 שמאלה, 2 יחידות כלפי מעלה, אין שינוי ברדיוס.}$$

$$(2) \quad R = 10.49, (0, 18), \text{ הזזה 18 יחידות כלפי מטה, אין שינוי ברדיוס.}$$

$$(3) \quad R = 7, (7, 7), \text{ הזזה 7 יחידות שמאלה ו-7 יחידות כלפי מטה, אין שינוי ברדיוס.}$$

$$(4) \quad R = 8.94, (-40, -40), \text{ הזזה 40 יחידות ימינה ו-40 יחידות כלפי מעלה, אין שינוי ברדיוס.}$$

משוואת מעגל באמצעות מרכז ונקודה שעליו:

סיכום כללי:

כדי למצוא משוואת מעגל נצטרך לדעת שני דברים:

- מרכז המעגל: $M(a,b)$.
- רדיוס המעגל: R .

שאלות:

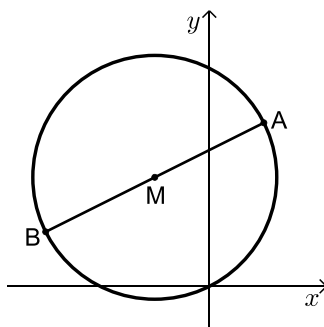
(1) מצאו את משוואתו של מעגל שמרכזו בנקודה $(-3,2)$ והוא עובר בנקודה $(1,-2)$.

(2) מצאו את משוואתו של מעגל שמרכזו בנקודה $(-1,-5)$ והוא חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 3$.

(3) מצאו את משוואתו של מעגל שמרכזו בנקודה $(6,2)$ והוא חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = 20$.

(4) מצאו את משוואת המעגל שמרכזו נמצא על ציר ה- x בנקודה שבה $x = -4$ והוא חותך את ציר ה- y בנקודה שבה $y = 2\frac{1}{2}$.

(5) מצאו את משוואת המעגל שקצות הקוטר שלו הן זוגות הנקודות הבאות:
א. $(3,-4)$ ו- $(5,2)$.
ב. $(0,2)$ ו- $(-7,-1)$.



(6) הנקודה M היא מרכז המעגל $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 20$.
הנקודה $A(2,6)$ נמצאת על המעגל.
א. רשמו את שיעורי הנקודה M .
ב. מצאו את שיעורי הנקודה B כך שהקטע AB יהיה קוטר במעגל.

תשובות סופיות:

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 32 \quad (1)$$

$$(x+1)^2 + (y+5)^2 = 41 \quad (2)$$

$$(x-6)^2 + (y-2)^2 = 360 \quad (3)$$

$$(x+4)^2 + y^2 = 22\frac{1}{4} \quad (4)$$

$$(x+3.5)^2 + (y+0.5)^2 = 14.5 \quad \text{ב.} \quad (x-4)^2 + (y+1)^2 = 10 \quad \text{א.} \quad (5)$$

$$\text{ב. } B(-6,2) \quad \text{א. } M(-2,4) \quad (6)$$

מצב הדדי בין נקודה ומעגל:

סיכום כללי:

- נתון מעגל שמשוואתו: $(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ ונתונה נקודה $A(x_1, y_1)$.
נציב את הנקודה במשוואת המעגל ונקבע:
- אם מתקיים: $(x_1-a)^2 + (y_1-b)^2 < R^2$ אז הנקודה A נמצאת בתוך המעגל.
 - אם מתקיים: $(x_1-a)^2 + (y_1-b)^2 = R^2$ אז הנקודה A נמצאת על המעגל.
 - אם מתקיים: $(x_1-a)^2 + (y_1-b)^2 > R^2$ אז הנקודה A נמצאת מחוץ למעגל.

שאלות:

(1) נתונה משוואת המעגל הבאה: $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$.

- א. האם הנקודה $(2, -7)$ על המעגל?
ב. האם הנקודה $(0, -9)$ על המעגל?
ג. האם המעגל עובר בראשית הצירים?

(2) נתונה משוואת המעגל: $x^2 + y^2 = 10$.

קבעו אלו מבין הנקודות הבאות נמצאות על המעגל, בתוך המעגל, מחוץ למעגל:

א. $(1, 3)$ ב. $(0, 5)$ ג. $\left(-3, \frac{1}{2}\right)$ ד. $(-2, \sqrt{6})$.

(3) נתונה משוואת המעגל: $(x-7)^2 + (y+4)^2 = 80$.

קבעו אלו מבין הנקודות הבאות נמצאות על המעגל, בתוך המעגל, מחוץ למעגל:

א. $(6, -3)$ ב. $(-2, 1)$ ג. $(-1, 0)$
ד. $(11, 4)$ ה. $(10, -2)$ ו. $(-7, 6)$

תשובות סופיות:

- | | | | |
|-----|----------------|----------------|----------------|
| (1) | א. לא | ב. לא. | ג. כן. |
| (2) | א. על המעגל. | ב. מחוץ למעגל. | ג. בתוך המעגל. |
| (3) | א. בתוך המעגל. | ב. מחוץ למעגל. | ג. על המעגל. |
| | ד. על המעגל. | ה. בתוך המעגל. | ו. מחוץ למעגל. |
| | | | ד. על המעגל. |

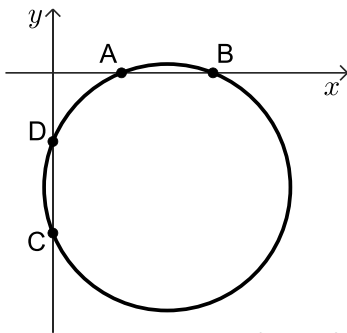
שאלות עם מעגל במערכת צירים (ללא משיק):

שאלות:

- (1) המעגל שמשוואתו היא: $(x-a)^2 + (y+3)^2 = 45$ עובר דרך הנקודה $(4,3)$. מצאו את ערכו של הפרמטר a (הבחינו בין שני פתרונות אפשריים)

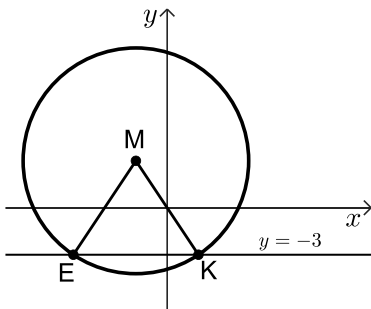
- (2) המעגל שמשוואתו היא: $(x-12)^2 + (y-b)^2 = 74$ עובר דרך הנקודה $(5,-6)$. מצאו את ערכו של הפרמטר b (הבחינו בין שני פתרונות אפשריים)

- (3) המעגל שמשוואתו: $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 29$ חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B ואת ציר ה- y בנקודות C ו-D (מעל ל-C).

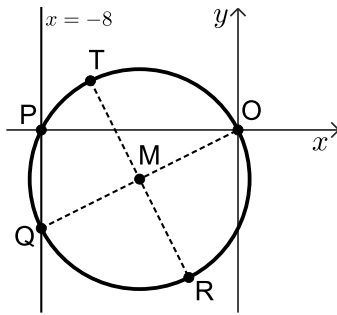


- א. מצאו את שיעורי הנקודות A, B, C, D.
ב. הוכיחו כי המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.
ג. חשבו את שטח הטרפז ABCD.

- (4) נתון מעגל שמרכזו בנקודה M ומשוואתו היא: $(x+2)^2 + (y-3)^2 = 52$



- הישר $y = -3$ חותך את המעגל בנקודות E ו-K.
א. (1) מצאו את שיעורי נקודת מרכז המעגל, M.
(2) מצאו את שיעורי הנקודות E ו-K.
ב. (1) מצאו את שיפועי הישרים EM ו-KM.
(2) קבעו מתקיים: $EM \perp KM$.
ג. (1) איזה משולש הוא המשולש EMK? נמקו.
(2) מצאו את זוויות המשולש EMK.



(5) משוואת מעגל שמרכזו M היא: $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 20$
הישר $x = -8$ חותך את המעגל בנקודות P ו-Q כמתואר באיור.
O – ראשית הצירים.

א. מצאו את שיעורי הנקודות P ו-Q.

ב. הוכיחו כי QO הוא קוטר במעגל.

ג. מצאו את משוואת הקוטר QO.

מעבירים אנך לקוטר QO דרך מרכז המעגל M.

ד. מצאו את משוואת אנך זה לקוטר QO.

האנך חותך את המעגל בשתי נקודות R ו-T כמתואר באיור ($x_R > x_T$).

ה. מצאו את שיעורי הנקודות R ו-T.

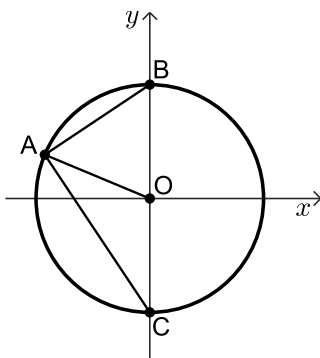
ו. הראו כי המרובע TORQ הוא ריבוע.

ז. (1) מהו אורכו של קוטר במעגל?

(2) היעזרו באורכו של קוטר המעגל וחשבו את שטחו של הריבוע TORQ.

(6) מעגל קנוני שמשוואתו היא: $x^2 + y^2 = 169$ מופיע באיור שלפניכם.

על המעגל מקצים נקודות A, B ו-C כאשר הנקודות B ו-C נמצאות על ציר ה-y.



א. (1) מצאו את שיעורי הנקודות B ו-C.

(2) הסבירו מדוע BC הוא קוטר במעגל ומצאו את אורכו.

הנקודה A נמצאת על המעגל ברביע השני.

ידוע כי שיעור ה-x של הנקודה A הוא -12.

ב. (1) מצאו את שיעורי הנקודה A.

(2) הראו כי המשולש ABC הוא ישר זווית.

ג. (1) הסבירו מדוע הקטע AO במשולש ABC הוא תיכון.

(2) הסבירו מדוע מתקיים: $AO = BO = CO$ בשתי דרכים שונות.

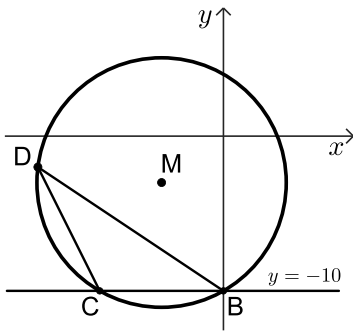
ד. נסחו משפט גאומטרי מתאים למציאתכם מסעיף ג'.

(7) באיור שלפניכם נתון מעגל החותך את ציר ה- y בחלקו השלילי בנקודה B.

מנקודה זו מעבירים ישר שמשוואתו: $y = -10$.

הישר חותך את המעגל בנקודה נוספת C,

וידוע כי הנקודה D שעל המעגל נמצאת על הישר $x = -12$.



א. כתבו את שיעורי הנקודה B.

ב. ידוע כי נקודת מרכז המעגל היא $M(-4, -3)$.

מצאו את משוואת המעגל.

ג. (1) מצאו את שיעורי הנקודה C.

(2) מצאו את שיעורי הנקודה D (הבחינו בין שתי תוצאות אפשריות).

ד. חשבו את שטח המשולש BCD עבור נקודה D המקיימת: $y_D > y_M$.

(8) נתון מעגל שמשוואתו היא $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 40$.

הנקודה A היא נקודת החיתוך של המעגל עם חלקו החיובי של ציר ה- x .

א. מצאו את שיעורי הנקודה A.

נתונה הנקודה $B(-1, 8)$.

ב. הראה כי הנקודה B נמצאת על המעגל.

הנקודה D נמצאת על המעגל כך ש-AD קוטר.

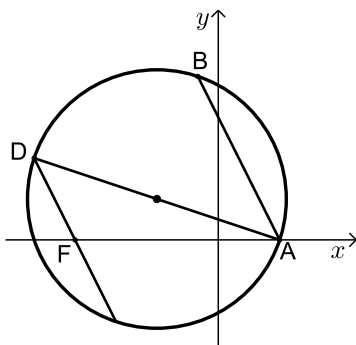
ג. מצאו את שיעורי הנקודה D.

דרך הנקודה D העבירו ישר המקביל לישר AB.

ד. מצאו את משוואת הישר שהעבירו.

הישר שאת משוואתו מצאת בסעיף הקודם, חותך את ציר ה- x בנקודה F.

ה. חשבו את שטח המשולש ADF.



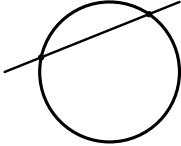
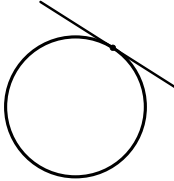
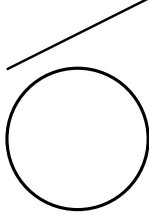
תשובות סופיות:

- (1) $a = 1, 7$
- (2) $b = -11, -1$
- (3) א. $A(3,0), B(7,0), C(0,-7), D(0,-3)$ ב. ראו סרטון. ג. 20 יח"ש.
- (4) א. (1) $M(-2,3)$ א. (2) $E(-6,-3), K(2,-3)$ ב. (1) $m_{EM} = \frac{3}{2}, m_{KM} = -\frac{3}{2}$
- ב. (2) לא מתקיים. ג. (1) משולש שווה שוקיים.
ג. (2) $\angle E = \angle K = 56.3^\circ, \angle EMK = 67.38^\circ$
- (5) א. $P(-8,0), Q(-8,-4)$ ב. ראו סרטון ג. $y = \frac{1}{2}x$
- ד. $y = -2x - 10$ ה. $T(-6,2), R(-2,-6)$ ו. ראו סרטון.
- ז. (1) $4\sqrt{5}$ ז. (2) 40 יח"ש.
- (6) א. (1) $B(0,13), C(0,-13)$ א. (2) ראו בסרטון. ב. (1) $A(-12,5)$
- ב. (2) ראו בסרטון. ג. (1) ראו בסרטון. ג. (2) ראו בסרטון.
ד. במשולש ישר זווית, התיכון ליתר שווה למחצית היתר.
- (7) א. $B(0,-10)$ ב. $(x+4)^2 + (y+3)^2 = 65$ ג. (1) $C(-8,-10)$
- ג. (2) $D(-12,-2), D(-12,-4)$ ד. 32 יח"ש.
- (8) א. $A(3,0)$ ב. הוכחה. ג. $D(-9,4)$ ד. $y = -2x - 14$
- ה. 20 יח"ש S_{ADF}

מצבים הדדיים בין מעגל וישר:

סיכום כללי:

ישנם שלושה מצבים הדדיים בין ישר ומעגל:

הישר והמעגל נחתכים בשתי נקודות שונות	הישר והמעגל נחתכים בנקודה אחת בלבד (השקה)	הישר והמעגל לא נחתכים כלל
		

כדי למצוא את נקודות החיתוך יש לחבר מערכת של שתי משוואות עם שני נעלמים. המשוואות תהיינה: (1) משוואת המעגל. (2) משוואת הישר.

הערה:

במקרה של ישר המקביל לצירים, כל ההתייחסות זהה לחלוטין. יש להציב את ערך הישר במשוואת המעגל ולפתור משוואה ריבועית עבור המשתנה השני.

שאלות:

(1) מצאו את נקודות החיתוך (במידה וישנן) של כל אחד מן המעגלים הבאים עם הישר המופיע לידו.

א. המעגל: $x^2 + y^2 = 80$ והישר: $y = 2x$.

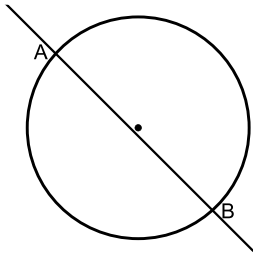
ב. המעגל: $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 40$ והישר: $y = 3x$.

ג. המעגל: $(x-1)^2 + (y+13)^2 = 153$ והישר: $y = -\frac{1}{4}x$.

(2) מצאו את נקודות החיתוך (במידה וישנן) של כל אחד מן המעגלים הבאים עם הישר המופיע לידו.

- א. המעגל: $x^2 + y^2 = 85$ והישר: $y = 2x - 5$.
 ב. המעגל: $(x - 6)^2 + (y - 3)^2 = 10$ והישר: $y = 2x - 4$.
 ג. המעגל: $x^2 + y^2 = 40$ והישר: $y = -3x + 20$.
 ד. המעגל: $x^2 + y^2 = 1$ והישר: $y = 2x + 4$.

(3) המעגל $(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 181$ חותך את הישר $y = -x + 8$ בנקודות A ו-B.



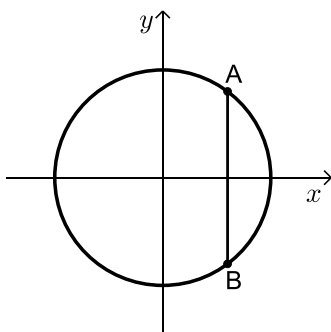
- א. מצאו את נקודות החיתוך של המעגל עם הישר.
 ב. מצאו את אורך המיתר AB.

(4) מצאו את נקודות החיתוך של המעגלים הבאים עם הישרים שלהם:

- א. המעגל: $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 26$ והישר: $x = 3$.
 ב. המעגל: $(x + 12)^2 + y^2 = 53$ והישר: $x = -5$.
 ג. המעגל: $(x - 6)^2 + (y - 5)^2 = 73$ והישר: $y = 8$.
 ד. המעגל: $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 49$ והישר: $y = -3$.
 ה. המעגל: $(x + 3)^2 + (y - 21)^2 = 36$ והישר: $x = 5$.

(5) נתון המעגל: $x^2 + y^2 = 625$.

הנקודות A ו-B מונחות על היקף המעגל כך שהקטע AB מקביל לציר ה-y. שיעור ה-x של הנקודה A הוא 15 והיא נמצאת ברביע הראשון.



- א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.
 ב. חשבו את אורך הקטע AB.

(6) נתון מעגל שמשוואתו: $(x-3)^2 + (y+6)^2 = 144$

קבעו עבור אלו ערכים של k , הישר: $y = k$:

א. ישיק למעגל.

ב. יחתוך את המעגל בשתי נקודות שונות.

ג. יעבור כולו מחוץ למעגל.

(7) נתון מעגל שמשוואתו: $(x+2)^2 + (y-14)^2 = 81$

קבעו עבור אלו ערכים של k , הישר: $y = k$:

א. ישיק למעגל.

ב. יחתוך את המעגל בשתי נקודות שונות.

ג. יעבור כולו מחוץ למעגל.

(8) לפניכם זוגות של ישר ומעגל.

מצאו את המצב ההדדי שבין כל זוג ואת הנקודות המשותפות להם במידה וישנן.

א.
$$\begin{cases} (x+3)^2 + (y+8)^2 = 112 \\ y = 10 \end{cases}$$

ב.
$$\begin{cases} (x-2)^2 + (y-4)^2 = 52 \\ y = x + 4 \end{cases}$$

ג.
$$\begin{cases} (x+4)^2 + (y-2)^2 = 25 \\ y = -2x - 1 \end{cases}$$

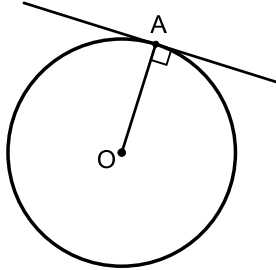
ד.
$$\begin{cases} x^2 + (y-3)^2 = 40 \\ y = 3x + 23 \end{cases}$$

תשובות סופיות:

- (1) א. $(4,8)$, $(-4,-8)$ ב. $(-1,-3)$, $(3,9)$ ג. $(4,-1)$ ד. אין.
- (2) א. $(6,7)$, $(-2,-9)$ ב. $(3,2)$, $(5,6)$ ג. $(6,2)$ ד. אין.
- (3) א. $(13,-5)$, $(-6,14)$ ב. 26.87 יח"א $\approx \sqrt{722}$ ג. $AB = \sqrt{722}$
- (4) א. $(3,-6)$, $(3,4)$ ב. $(-5,2)$ ג. $(14,8)$, $(-2,8)$ ד. $(-1,-3)$ ה. אין.
- (5) א. $A(15,20)$, $B(15,-20)$ ב. 40 יח"א $AB =$
- (6) א. $k = 6$, $k = -18$ ב. $-18 < k < 6$ ג. $k < -18$, $k > 6$
- (7) א. $k = 23$, $k = 5$ ב. $5 < k < 23$ ג. $k < 5$, $k > 23$
- (8) א. אין חיתוך ב. 2 נקודות חיתוך $(-4,0)$, $(6,10)$ ג. 2 נקודות חיתוך $(0,-1)$, $(-4,7)$ ד. משיקים $(-6,5)$

מעגל המשיק לישר:

סיכום כללי:



משיק ורדיוס בנקודת ההשקה:

משפט:

המשיק למעגל מאונך לרדיוס בנקודת ההשקה.

משפט הפוך:

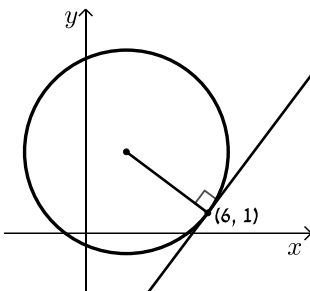
ישר המאונך לרדיוס בקצהו, הוא משיק למעגל.

משיק ורדיוס בנקודה ההשקה מאונכים זה לזה:

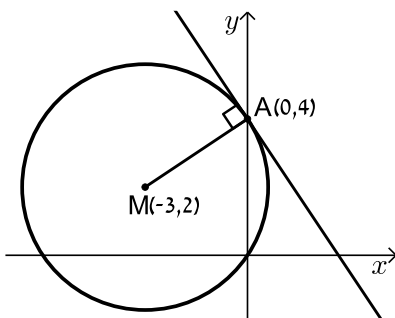
משפט:

משיק ורדיוס בנקודת ההשקה מאונכים זה לזה.

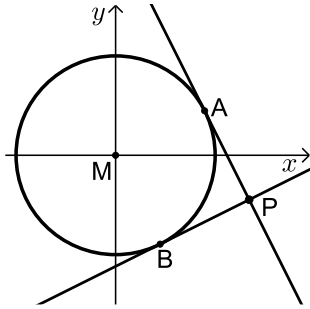
שאלות:



- 1 נתון המעגל שמשוואתו: $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 25$.
מצאו את משוואת המשיק למעגל בנקודה $(6, 1)$.



- 2 הנקודה $A(0, 4)$ נמצאת על היקף מעגל שמרכזו $M(-3, 2)$.
א. מצאו את משוואת המעגל.
ב. מצאו את שיפוע הרדיוס MA.
ג. מצאו את משוואת המשיק למעגל בנקודה A.



(3) נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו $(x-7)^2 + (y+2)^2 = 45$

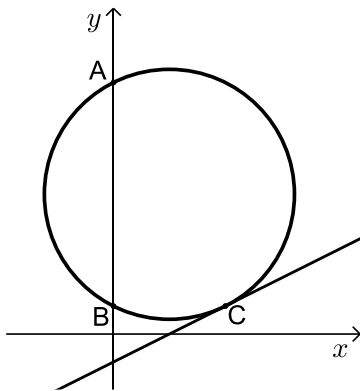
משוואת המשיק למעגל בנקודה A היא $y = -\frac{1}{2}x + 9$.

- א. מצאו את משוואת הרדיוס MA.
- ב. מצאו את שיעורי נקודת ההשקה A.

(4) מרכזו של מעגל $x^2 + y^2 = 80$ נמצא בראשית הצירים בנקודה M.

בנקודות A(8,4) ו-B(4,-8) מעבירים משיקים למעגל.

- א. מצאו את משוואות המשיקים.
- ב. מצאו את נקודת החיתוך של המשיקים P.



(5) נתון המעגל: $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 20$.

המעגל חותך את ציר ה-y בנקודות A ו-B.

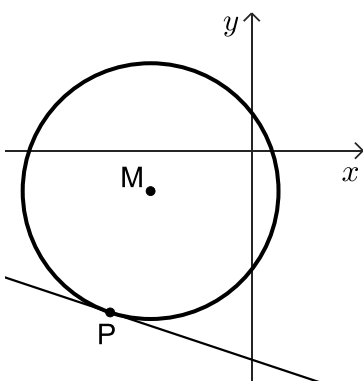
- א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.
- ב. הישר $y = \frac{1}{2}x - 1$ משיק למעגל הנתון בנקודה C. מצאו את השיעורים של נקודת ההשקה C.
- ג. הראו כי AC הוא קוטר במעגל.

(6) נתון מעגל שמשוואתו: $(x+5)^2 + (y+2)^2 = 40$ ומרכזו בנקודה M.

מעבירים ישר ששיפועו הוא $-\frac{1}{3}$, המשיק למעגל בנקודת P.

ידוע כי הנקודה P נמצא ברביע השלישי.

- א. כתבו את משוואתו של הרדיוס PM.
- ב. מצאו את שיעורי הנקודה P.
- ג. (1) מצאו נקודה נוספת על המעגל, שהישר העובר דרכה מקביל לישר הנתון.
(2) כתבו את משוואתו של ישר זה.



(7) מעגל שמשוואתו: $x^2 + y^2 = 90$ וישר שמשוואתו: $-x + 2y = 15$ נתונים בשאלה.

- א. (1) קבעו את המצב ההדדי בין המעגל והישר.
(2) סרטטו את הישר והמעגל.
- ב. במידה ויש לישר ולמעגל נקודות משותפות, מצאו אותן והוסיפו אותן לסרטוט שלכם.
- ג. לפניכם רשימה של נקודות: $(5,10)$, $(-3,6)$, $(-7,4)$, $(-9,3)$
(1) הראו כי כל הנקודות נמצאות על הישר.
(2) מיינו את הנקודות לפי היחס שלהן למעגל:
- מחוץ למעגל.
- על המעגל.
- בתוך המעגל.
- ד. מבין כל הנקודות הנתונות בסעיף הקודם, מה היא הנקודה הקרובה ביותר למרכז המעגל? ומה מרחקה ממרכז המעגל?
- ה. (1) כתבו את משוואת הישר המאונך לישר הנתון בשאלה ועובר דרך הנקודה שבחרתם בסעיף הקודם.
(2) האם הישר הזה עובר דרך מרכז המעגל?
(3) מה ניתן לומר על המרחק שבין הנקודה שבחרתם ומרכז המעגל?

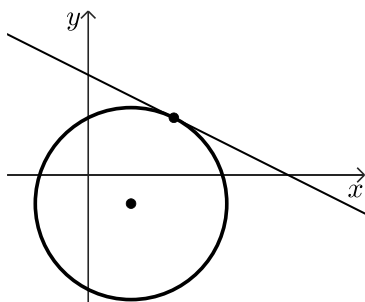
(8) בכל אחד מהסעיפים שלפניכם נתונה משוואת מעגל ונקודה שעליה.

מצאו את משוואת המשיק למעגל בנקודה זו.

- א. $P(4, -2)$, $x^2 + y^2 = 20$
- ב. $P(-6, -4)$, $x^2 + y^2 = 52$
- ג. $P(6, -2)$, $(x-1)^2 + (y+10)^2 = 89$
- ד. $P(0, -6.5)$, $(x-3)^2 + (y+12.5)^2 = 45$

(9) נתון מעגל שמרכזו בנקודה $(3, -2)$. הישר $y = -\frac{1}{2}x + 7$ משיק למעגל.

- א. מצאו את משוואתו של ישר העובר דרך מרכז המעגל ומאונך למשיק.
- ב. מצאו את נקודת ההשקה.
- ג. כתבו את משוואת המעגל.



תשובות סופיות:

$$y = \frac{4}{3}x - 7 \quad (1)$$

$$(x+3)^2 + (y-2)^2 = 13 \quad \text{א.} \quad m = \frac{2}{3} \quad \text{ב.} \quad y = -\frac{3}{2}x + 4 \quad \text{ג.} \quad (2)$$

$$y = 2x - 16 \quad \text{א.} \quad A(10,4) \quad \text{ב.} \quad (3)$$

$$y = \frac{1}{2}x - 10 ; y = -2x + 20 \quad \text{א.} \quad P(12, -4) \quad \text{ב.} \quad (4)$$

$$A(0,9), B(0,1) \quad \text{א.} \quad C(4,1) \quad \text{ב.} \quad \text{ג. הוכחה.} \quad (5)$$

$$y = 3x + 13 \quad \text{א.} \quad P(-7, -8) \quad \text{ב.} \quad (-3,4) \quad (1) \quad \text{ג.} \quad y = -\frac{1}{3}x + 3 \quad (2) \quad \text{ג.} \quad (6)$$

$$(1) \text{ נחתכים} \quad \text{א.} \quad (2) \text{ ראו סרטוט בצד.} \quad \text{ב.} \quad (-9,3), (3,9) \quad (7)$$

ג. (1) ראו בסרטון.

ג. (2) מחוץ למעגל: $(5,10)$, בתוך המעגל: $(-3,6)$, $(-7,4)$.

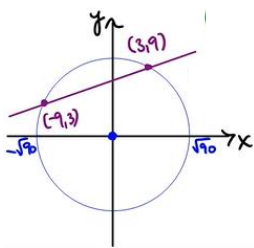
על המעגל: $(-9,3)$.

$$d = \sqrt{45}, (-3,6) \quad \text{ד.} \quad y = -2x \quad (1) \quad \text{ה.} \quad \text{ה.} \quad (2) \quad \text{כן}$$

ה. (3) מרחק הישר ממרכז המעגל.

$$y = 2x - 10 \quad \text{א.} \quad y = -\frac{3}{2}x - 13 \quad \text{ב.} \quad y = -\frac{5}{8}x + 1.75 \quad \text{ג.} \quad y = \frac{1}{2}x - 6.5 \quad \text{ד.} \quad (8)$$

$$y = 2x - 8 \quad \text{א.} \quad (6,4) \quad \text{ב.} \quad (x-3)^2 + (y+2)^2 = 45 \quad \text{ג.} \quad (9)$$



מעגל המשיק לצירים:

סיכום כללי:

מעגל המשיק לציר ה-x:

במעגל שמרכזו בנקודה (a, b) המשיק לציר ה-x, נקודה ההשקה היא $(a, 0)$ ורדיוסו $R = |b|$.

מעגל המשיק לציר ה-y:

במעגל שמרכזו בנקודה (a, b) המשיק לציר ה-y, נקודת ההשקה היא $(0, b)$ ורדיוסו $R = |a|$.

מעגל המשיק לשני הצירים:

במעגל המשיק לשני הצירים לעולם יתקיים: $R = |a| = |b|$.
נקודות ההשקה של מעגל כזה תהיינה: $(a, 0)$ ו- $(0, b)$.

שאלות:

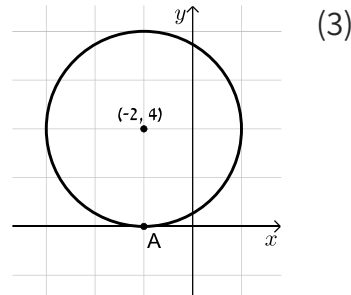
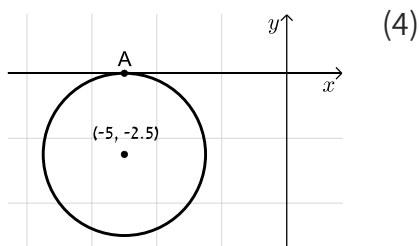
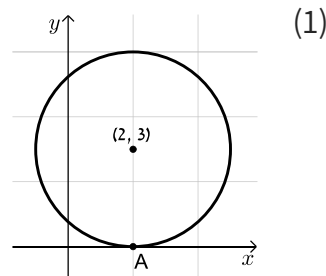
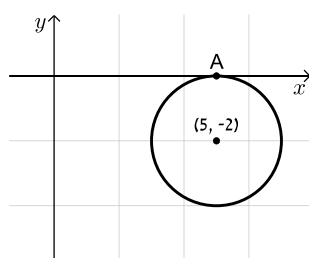
1) לפניכם מעגלים המשיקים לציר ה-x בנקודה A, מרכזי המעגלים נתונים בסרטוט.

בכל אחד מהמקרים הבאים:

א. מצאו את שיעורי נקודת ההשקה A.

ב. מצאו את רדיוס המעגל.

ג. כתבו את משוואת המעגל.



(2) מעגל שמרכזו בנקודה $(5, 4)$ משיק לציר ה- x .

א. מצאו את נקודת ההשקה.

ב. מצאו את רדיוס המעגל.

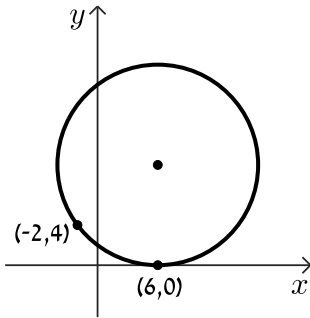
ג. כתבו את משוואת המעגל.

(3) באיור שלפניכם מופיע מעגל המשיק לציר ה- x בנקודה $(6, 0)$.

ידוע כי המעגל עובר בנקודה $(-2, 4)$.

א. מצאו את משוואת המעגל.

ב. מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה- y .



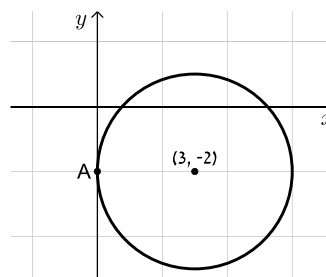
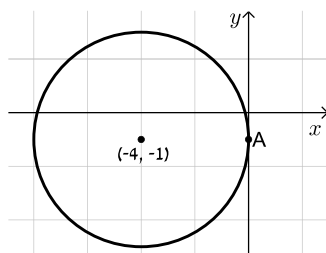
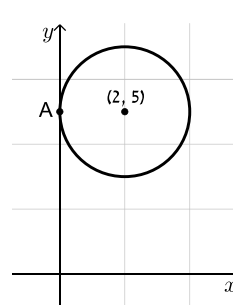
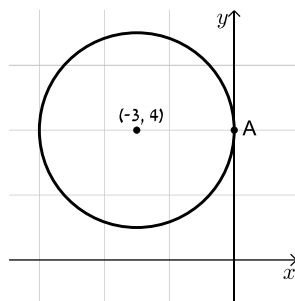
(4) לפניכם מעגלים המשיקים לציר ה- y בנקודה A, מרכזי המעגלים נתונים בסרטוט.

בכל אחד מהמקרים הבאים:

א. מצאו את שיעורי נקודת ההשקה A.

ב. מצאו את רדיוס המעגל.

ג. כתבו את משוואת המעגל.



(5) מעגל שמרכזו בנקודה $(-4,6)$ משיק לציר ה- y .

א. מצאו את נקודת ההשקה.

ב. מצאו את רדיוס המעגל.

ג. כתבו את משוואת המעגל.

(6) מצאו את משוואת המעגלים המשיקים לשני הצירים ומרכזם הוא:

א. $M(2,2)$ ב. $M(-6,-6)$ ג. $M(5,-5)$ ד. $M(-3,3)$.

תשובות סופיות:

- (1) א. $A(2,0)$ ב. $R=3$ ג. $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$
- (2) א. $A(5,0)$ ב. $R=2$ ג. $(x-5)^2 + (y+2)^2 = 4$
- (3) א. $A(-2,0)$ ב. $R=4$ ג. $(x+2)^2 + (y-4)^2 = 16$
- (4) א. $A(-5,0)$ ב. $R=2.5$ ג. $(x+5)^2 + (y+2.5)^2 = 6.25$
- (2) א. $(5,0)$ ב. $R=4$ ג. $(x-5)^2 + (y-4)^2 = 16$
- (3) א. $(x-6)^2 + (y-10)^2 = 100$ ב. $(0,2), (0,18)$
- (4) א. $A(0,5)$ ב. $R=2$ ג. $(x-2)^2 + (y-5)^2 = 4$
- (2) א. $A(0,4)$ ב. $R=3$ ג. $(x+3)^2 + (y-4)^2 = 9$
- (3) א. $A(0,-2)$ ב. $R=3$ ג. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$
- (4) א. $A(0,-1)$ ב. $R=4$ ג. $(x+4)^2 + (y+1)^2 = 16$
- (5) א. $(0,6)$ ב. $R=4$ ג. $(x+4)^2 + (y-6)^2 = 16$
- (6) א. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$ ב. $(x+6)^2 + (y+6)^2 = 36$
- ג. $(x-5)^2 + (y+5)^2 = 25$ ד. $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 9$

שאלות עם מעגל במערכת צירים (כולל משיק):

שאלות:

1) בציור שלפניכם נתון המעגל $(x-7)^2 + (y-9)^2 = R^2$ שמרכזו בנקודה M.

הנקודה $A(9,2)$ נמצאת על המעגל. O היא ראשית הצירים.

א. (1) חשבו את רדיוס המעגל. תוכלו להשאיר סימן שורש בתשובתכם.

(2) כתבו את משוואת המעגל.

המעגל חותך את ציר ה-y בנקודות C ו-D מתואר באיור.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות C ו-D.

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל.

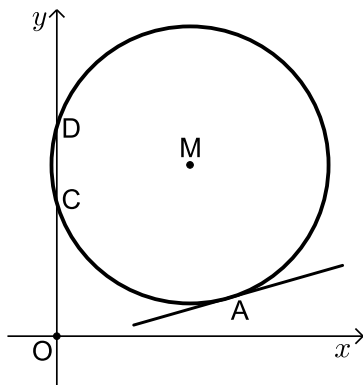
ג. (1) מצאו את שיפוע המשיק.

(2) מצאו את משוואת המשיק.

(3) האם המשיק עובר בראשית הצירים? נמקו.

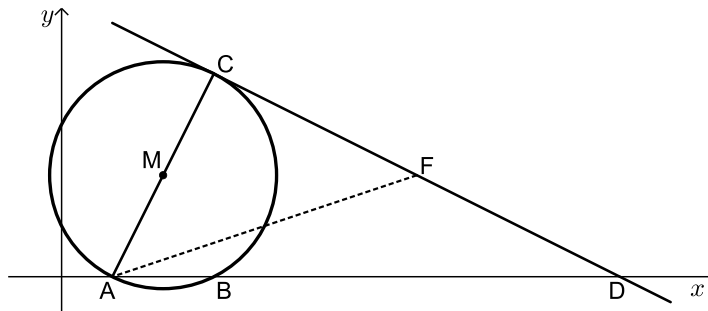
ד. חשבו את היקף המרובע AMCO.

בתשובתכם השאירו שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



2) נתון מעגל שמרכזו M ומשוואתו היא: $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 20$.

הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x כמתואר בציור.



א. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B.

הנקודה C נמצאת על המעגל כך ש-AC הוא קוטר במעגל.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C.

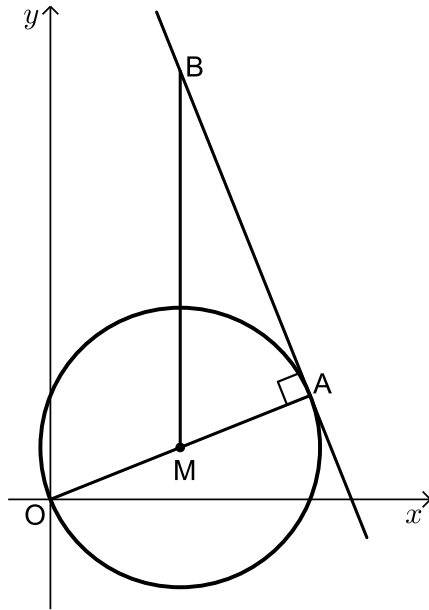
ג. מצאו את משוואת המשיק למעגל בנקודה C.

המשיק, שאת משוואתו מצאתם בסעיף ג, חותך את ציר ה-x בנקודה D.

הנקודה F היא אמצע הקטע CD. מחברים את הנקודה F עם A.

ד. (1) מצאו את שיעורי הנקודה F.

(2) חשבו את שטח המשולש AFD.



(3) הקטע AO הוא קוטר במעגל שמרכזו M (ראה ציור).

O – ראשית הצירים ו- $A(10,4)$.

א. (1) מצאו את שיעורי הנקודה M

(2) מצאו את משוואת המעגל.

ב. מצאו את שיפוע הקוטר AO.

בנקודה A העבירו משיק למעגל.

ג. מצאו את משוואת המשיק.

הנקודה B נמצאת על המשיק כך שהקטע BM

מקביל לציר ה- y.

ד. (1) מצאו את שיעורי הנקודה B.

(2) חשבו את היקף המשולש AMB.

תוכלו להשאיר שורשים בתשובתכם.

תשובות סופיות:

$$(1) \text{ א. } R = \sqrt{53} \approx 7.28 \text{ יח"א} \quad \text{א. (2) } (x-7)^2 + (y-9)^2 = 53$$

$$\text{ב. } C(0,7), D(0,11) \quad \text{ג. (1) } m = \frac{2}{7} \quad \text{ג. (2) } y = \frac{2}{7}x - \frac{4}{7}$$

$$\text{ג. (3) לא.} \quad \text{ד. } P_{AMCO} = 30.78 \text{ יח"א}$$

$$(2) \text{ א. } A(2,0), B(6,0) \quad \text{ב. } C(6,8) \quad \text{ג. } y = -\frac{1}{2}x + 11$$

$$\text{ד. (1) } F(14,4) \quad \text{ד. (2) } S_{AFD} = 40 \text{ יח"ש}$$

$$(3) \text{ א. (1) } M(5,2) \quad \text{א. (2) } (x-5)^2 + (y-2)^2 = 29$$

$$\text{ב. } m = \frac{2}{5} \quad \text{ג. } y = -2.5x + 29$$

$$\text{ד. (1) } B(5,16.5) \quad \text{ד. (2) } P_{AMB} = 33.34 \text{ יח"א}$$