

שאלון 471

בעיות קיצון בפונקצית מנה

תוכן העניינים:

1 בעיות קיצון בפונקצית מנה.

2..... בעיות בהנדסת המישור:

2..... שאלות:

3..... תשובות סופיות:

4..... בעיות בהנדסת המרחב:

4..... שאלות:

4..... תשובות סופיות:

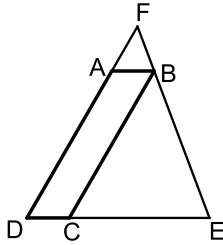
5..... בעיות בפונקציות וגרפים:

5..... שאלות:

6..... תשובות סופיות:

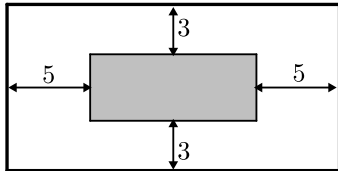
בעיות בהנדסת המישור:

שאלות:



- (1) המרובע ABCD הוא מקבילית. מהקודקוד B מעבירים את הצלע EF הנפגשת עם המשכי הצלעות DC ו-AD. ידוע כי מידות המקבילית הן: $AB = 2$, $AD = 8$. מסמנים את אורך הצלע DE ב- x .

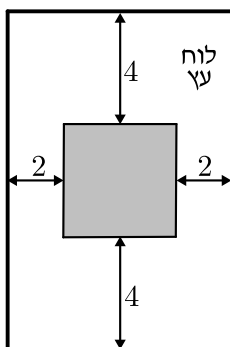
- א. הביעו באמצעות x את אורך הצלע DF.
ב. מצאו את x בעבורו סכום הצלעות DE ו-DF הוא מינימלי.
ג. מה הוא הסכום המינימלי?



- (2) חיים הוא אחד מעובדי חברת "דפוס יהלום בע"מ". תפקידו של חיים הוא להדביק גלויות על משטחי קרטון בעלי שטח מינימלי כך שיישארו רווחים של 3 ס"מ מקצות הקרטון העליון והתחתון, ו-5 ס"מ מצדי הקרטון (ראה איור).

יום אחד קיבל חיים שיחת טלפון מלקוח אנונימי ששאל אותו את השאלה הבאה: "יש לי מגוון גדול של גלויות במידות שונות אשר שטחן זהה והוא 60 סמ"ר. מה הן המידות של גלויה אשר שטח משטח הקרטון שלה יהיה מינימלי?"

- א. עזרו לחיים לענות ללקוח על שאלתו והראה דרך חישוב.
ב. מה תהיינה מידות הקרטון עבור הגלויה המסוימת?



- (3) אלינה קיבלה משימה בשיעור מלאכה: יש להכין מסגרת לתמונה מלוח עץ ששטחו הכולל הוא 242 סמ"ר כך שעובי המסגרת בצדדים יהיה 2 ס"מ ובקצוות העליון והתחתון – 4 ס"מ. כדי לבחור את מידות לוח העץ, אלינה צריכה לדעת את השטח המקסימלי שעליה לנסר בעבור המקום לתמונה (השטח המסומן).

- א. מה יהיו מידות לוח העץ שאלינה צריכה להזמין בעבור המשימה?

- ב. מה יהיה השטח המקסימלי לתמונה בעבור המידות שאלינה בחרה?



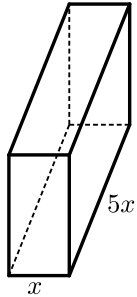
- (4) אדם מתכנן לבנות מרפסת בצורת מלבן בביתו ורוצה להציב מעקה סביב המרפסת (ראה איור). שטח המרפסת המתוכנן הוא 24 מ"ר. מחיר מעקה בחזית המרפסת (BC) הוא 120 ₪ למטר ומחיר מעקה בצדי המרפסת הוא 40 ₪ למטר. מה צריכים להיות ממדי המרפסת כדי שמחיר המעקה יהיה מינימלי?

תשובות סופיות:

- (1) א. $DF = \frac{8x}{x-2}$ ב. מתקבלת הפונקציה: $L = \frac{x^2 + 6x}{x-2}$ הפתרון הוא: $x = 6$. ג. $L = 18$.
- (2) א. 6 ס"מ על 10 ס"מ ב. 12 ס"מ על 20 ס"מ.
- (3) א. 11 ס"מ על 22 ס"מ ב. $S = 98$.
- (4) 4 על 6.

בעיות בהנדסת המרחב:

שאלות:



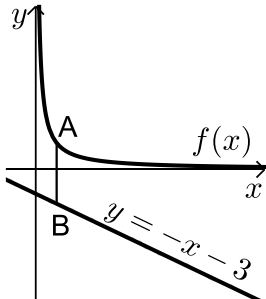
- (1) ליוסי משטח פח אשר הוא רוצה לבנות תיבה ממנו שנפחה הכולל הוא 225 סמ"ק. יוסי רוצה שאורך הבסיס יהיה גדול פי 5 מרוחבו כמתואר באיור הסמוך. כמות הפח שיש בידי יוסי מוגבלת ולכן הוא רוצה לדעת מה היא הכמות המינימלית של פח שעליו להשתמש בכדי להשיג את מבוקשו. מצאו את כמות הפח המינימלית.

- (2) לבניית תיבה שנפחה 144 סמ"ק ואורך בסיסה גדול פי 2 מרוחב בסיסה דרושים שני חומרים להם שני מחירים שונים: החומר לבסיס התחתון יקר פי 3 מהחומר לפאות הצדדיות והבסיס העליון. מהן מידות התיבה הזולה ביותר שניתן לבנות?

תשובות סופיות:

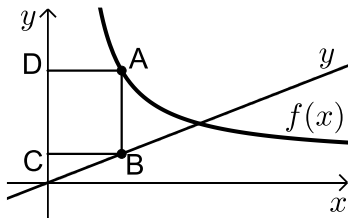
- (1) 3 ס"מ, 15 ס"מ ו-5 ס"מ.
(2) 8·6·3 ס"מ.

שאלות:



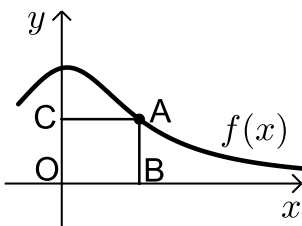
(1) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{x}$ ונתון הישר: $y = -x - 3$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$
והנקודה B נמצאת על גרף הישר כך שהקטע AB
מקביל לציר ה- y .
מצאו מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי
שאורך הקטע AB יהיה מינימלי.



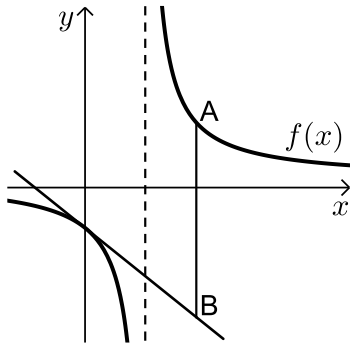
(2) באיור שלפניכם מתוארים הגרפים של
הפונקציה: $f(x) = \frac{x+8}{x-1}$ והישר: $y = \frac{9x}{25}$.

הנקודות A ו-B נמצאות על הגרפים של
הפונקציות כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .
מהנקודות A ו-B מותחים אנכים לציר ה- y כך שנוצר המלבן ABCD.
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .
א. הביעו באמצעות t את היקף המלבן ABCD.
ב. מצאו את t עבורו היקף המלבן הוא מינימלי.
ג. מה יהיה ההיקף במקרה זה?



(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+12}{x^2+3}$ בתחום: $x \geq 0$.

מקצים נקודה A על גרף הפונקציה וממנה מורידים
אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABCO כמתואר באיור.
א. מצאו מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A עבורם
שטח המלבן יהיה מקסימלי.
ב. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A עבורם שטח
המלבן יהיה מינימלי בתחום הנ"ל.



(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+10}{x-2}$.

מעבירים משיק לגרף הפונקציה דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .

א. מצאו את משוואת המשיק.

מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע

הראשון ו-B על גרף המשיק כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .

ב. מצאו את שיעורי הנקודה A עבורן אורך הקטע AB הוא מינימלי.

ג. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?

(5) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{x^3}$.

מצאו שיעורי נקודה על הפונקציה ברביע הראשון, שסכום הקטעים שהמשיק בה מקצה

על הצירים הוא מינימלי.

תשובות סופיות:

(1) $A(2,2)$

(2) $P = \frac{1.28t^2 + 0.72t + 16}{t-1}$ א. $t = 4\frac{3}{4}$ ב. $P = 12.88$ ס"מ ג.

(3) $A(2,2)$ א. $A(0,4)$ ב.

(4) $y = -3x - 5$ א. $A(4,7)$ ב. $AB = 24$ ג.

(5) $\left(\sqrt{3}, \frac{1}{3\sqrt{3}}\right)$