

תוכן העניינים:

3	אלגברה
3	בעיות גדילה ודעיכה
3	מציאת הכמות הסופית :
3	סיכום כללי :
3	שאלות :
4	תשובות סופיות :
5	מציאת קצב הגדילה והדעיכה :
5	סיכום כללי :
6	שאלות :
8	תשובות סופיות :
9	הכמות ההתחלתית בבעיית גדילה ודעיכה :
9	סיכום כללי :
9	שאלות :
10	תשובות סופיות :
11	מציאת הזמן בבעיית גדילה ודעיכה :
11	סיכום כללי :
11	שאלות :
12	תשובות סופיות :
13	מחצית מהכמות ההתחלתית וזמן מחצית חיים :
13	סיכום כללי :
13	שאלות :
13	תשובות סופיות :
14	בעיות גדילה ודעיכה עם יחסים ואחוזים :
14	סיכום כללי :
15	שאלות :
16	תשובות סופיות :
17	שאלות עם ריביות :
17	סיכום כללי :
17	שאלות :
17	תשובות סופיות :

- 18.....: חישובים עם יחידות זמן שונות
- 18.....: סיכום כללי
- 18.....: שאלות
- 19.....: תשובות סופיות
- 20.....: שאלות עם עיגול מספרים
- 20.....: סיכום כללי
- 20.....: שאלות
- 20.....: תשובות סופיות
- 21.....: שאלות הכוללות קריאה מתוך גרפים
- 21.....: סיכום כללי
- 21.....: שאלות
- 24.....: תשובות סופיות
- 25.....: שאלות מסכמות שונות כדוגמת המאגר
- 25.....: שאלות
- 26.....: תשובות סופיות

אלגברה

בעיות גדילה ודעיכה

מציאת הכמות הסופית:

סיכום כללי:

בעיית גדילה ודעיכה:

בעיית גדילה ודעיכה עוסקת בגודל התחלתי אשר גדל פי ערך מסוים במשך הזמן (או קטן פי ערך זה). ערך זה נקרא **קצב הגדילה או הדעיכה** של הבעיה.

- נסמן את הגודל המיוצג בשאלה באות M ואת הזמן באות t .
נעזר בכתב תחתון כדי לתאר את הזמן של ערך M כלשהו באופן הבא:
 - הערך ההתחלתי יסומן ב- M_0 .
 - הערך לאחר פרק זמן t כלשהו יסומן ב- M_t .
- נסמן את קצב הגדילה (או הדעיכה) באות q .

נקבל את הנוסחה הבאה: $M_t = M_0 \cdot q^t$.

עיגול מספרים:

ישנן שאלות שבהן נתבקש לעגל תוצאה נתונה לערך שלם. במקרים אלו נבחן מה הוא הגודל השלם הקרוב ביותר ונעגל עליו.

שאלות:

(1) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. נתון: $M_t = 400 \cdot 5^t$, חשב את M_4 .
- ב. נתון: $M_t = 8000 \cdot 3.5^t$, חשב את M_7 .
- ג. נתון: $M_t = 32 \cdot 6^t$, חשב את $M_{12.5}$.

(2) בכל אחד מהמקרים הבאים כתוב את נוסחת הגדילה והדעיכה ובצע את החישוב הנדרש.

א. נתון: $M_0 = 12000$ ו- $q = 4$. חשב את M_3 .

ב. נתון: $M_0 = 3750$ ו- $q = 1.6$. חשב את M_5 .

(3) ביישוב מתפתח האוכלוסייה המקומית גדלה פי 2 בכל שנה. כיום היישוב כולל 1200 תושבים.

א. כתוב את הגדלים M_0 , q .

ב. מצא כמה תושבים יהיו ביישוב בעוד שנה.

ג. מצא כמה תושבים יהיו ביישוב בעוד 8 שנים.

ד. מצא כמה תושבים יהיו ביישוב בעוד 9.5 שנים.

(4) מגרש בשכונה מפתחת עולה כיום 600,000 ₪. בכל שנה עולה ערך האדמה פי 3.

א. מה הם הגדלים M_0 , q ?

ב. כמה תהיה שווה האדמה בעוד שנתיים?

ג. כמה תהיה שווה האדמה בעוד 5.5 שנים?

תשובות סופיות:

(1) א. $M_4 = 250,000$ ב. $M_7 = 51,471,437.5$ ג. $M_{12.5} = 1.7 \cdot 10^{11}$

(2) א. $M_3 = 768,000$ ב. $M_5 = 39,321.6$

(3) א. $q = 2$, $M_0 = 1200$ ב. 2400 תושבים. ג. 307,200 תושבים. ד. 868,892 תושבים.

(4) א. $q = 3$, $M_0 = 600,000$ ב. 5,400,000 ₪. ג. 252,533,007.7 ₪.

מציאת קצב הגדילה והדעיכה:

סיכום כללי:

אופן הפעולה:

ניתן למצוא את קצב הגדילה/הדעיכה בשאלה אם נקבל שני נתונים:

- הגודל ההתחלתי (M_0).

- הגודל לאחר פרק זמן נתון כלשהו (M_t עבור ערך t כלשהו).

נחבר משוואה לפי הנוסחה המרכזית שלנו ונחלץ את q .

ניסוחים נוספים לתאר בעיית גדילה ודעיכה:

- גדל/קטן פי גודל קבוע
- מתרבה באחוז קבוע
- מתרבה בצורה מעריכית
- גדל/קטן כמו סדרה הנדסית

הקשר שבין קצב הגדילה והדעיכה לבין הצגה באחוזים:

כאשר נתונה גדילה או דעיכה ב- p אחוזים (כלומר: $p\%$), נמצא את קצב הגדילה או הדעיכה q באופן הבא:

$$q = 1 \pm \frac{p}{100} = \frac{100 \pm p}{100}$$

- אם מדובר בגדילה אז ניקח את סימן הפלוס.
- אם מדובר בדעיכה אז ניקח את סימן המינוס.

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

א. $3600 = 400q^2$ ב. $5200 = 650q^3$
 ג. $100,000 = 100q^5$ ד. $250,000 = 6000q^8$

(2) כמות האצות סביב אגם מסוים מתרבה באחוז קבוע מדי שנה. בספירה הראשונה נמצאו 250 ק"ג של אצות ובספירה שבוצעה לאחר 3 שנים נמצאו 6750 ק"ג של אצות. כמה אצות יהיו סביב האגם לאחר 5 שנים מהספירה הראשונה?

(3) תרביית חיידקים מתרבה באחוז קבוע מדי שעה. בתחילה, התרביית הכילה 80 חיידקים. כעבור 4 שעות נספרו 405 חיידקים. כמה חיידקים יהיו בתרביית לאחר 6 שעות?

(4) מספר התושבים בעיר מסוימת גדל בכל שנה באחוז קבוע. במפקד האוכלוסין הראשון נספרו $5 \cdot 10^4$ תושבים. כעבור 6 שנים, במפקד אוכלוסין נוסף, נספרו $6 \cdot 10^6$ תושבים. כמה תושבים יהיו בעיר כעבור 9 שנים ממפקד האוכלוסין הראשון?

(5) בבריכת דגים כמות הדגים מתרבה באחוז קבוע מדי שנה. כיום נספרו $5 \cdot 10^4$ דגים. בעוד שנתיים יהיו $9 \cdot 10^6$ דגים.
 א. כמה דגים יהיו בבריכה בעוד 4 שנים?
 ב. כמה דגים יהיו בבריכה בעוד 5 שנים ו-3 חודשים?
 ג. כמה דגים יהיו בבריכה בעוד 6 שנים ו-7 חודשים?

(6) מצא את קצב הגדילה או הדעיכה בכל אחד מהמקרים הבאים:
 א. אוכלוסיית האנטילופות במדינה מסוימת גדלה ב-20% מדי שנה.
 ב. מכונית מאבדת 12% מערכה מדי שנה.
 ג. נפח הפסולת המזהמת את האוקיינוס האטלנטי גדל ב-6% מדי חודש.
 ד. משקלו של חומר רדיואקטיבי יורד בכל יום ב-3%.

- 7) ארגון פרטי להצלת היערות נטע 500 עצים. ממחקר שעשו גילו כי כמות העצים גדלה בכל שנה ב-10%.
א. מה הוא קצב הגדילה השנתי של העצים?
ב. כמה עצים יהיו בעוד 4 שנים?
- 8) כדי להפיק אנרגיה תרמית, לקחו חומר רדיואקטיבי במשקל של 150 גרם ונתנו לו להתפרק באופן טבעי. ידוע כי כמות החומר קטנה ב-2% מדי שעה.
א. מה יהיה משקלו של החומר לאחר 3 שעות?
ב. מה יהיה משקלו של החומר לאחר 4 שעות ו-20 דקות?
ג. מה יהיה משקלו של החומר לאחר יממה (24 שעות)?
- 9) אוכלוסיית תושבים בעיר מסוימת גדלה כל שנה ב-2.6%. בזמן מסוים היו בעיר 388,600 תושבים.
כמה תושבים יהיו בעיר בעוד 7 שנים?
- 10) כמות חומר רדיואקטיבי א' קטנה (דועכת) באחוז קבוע בכל שעה.
בשעה 8:00 היה משקל החומר 86 גרם.
בשעה 12:00 היה משקל החומר 45 גרם.
א. מה היה משקל החומר בשעה 15:00?
למחרת, נבדקה כמות של חומר רדיואקטיבי ב' שכמותו קטנה (דועכת) גם היא באחוז קבוע בכל שעה.
בשעה 9:00 היה משקל החומר 62 גרם ובשעה 11:00 היה משקלו 50 גרם.
ב. מה היה משקל חומר ב' בשעה 15:00?
ג. המשקל של איזה חומר רדיואקטיבי יורד (דועך) מהר יותר?
של חומר א' או של חומר ב'?
- 11) כמות הדגים בבריכה גדלה ב-3.6% מדי חודש. בתאריך 1.1.2004 נספרו בבריכה 4 טון דגים.
א. כמה טון דגים יהיו בבריכה לאחר 3 חודשים?
ב. כמה טון דגים יהיו בבריכה לאחר שנה?
ג. כמה טון דגים יהיו בבריכה בתאריך 1.1.2010?
- 12) חומר רדיואקטיבי מתפרק כמו סדרה הנדסית ומאבד 2.8% מערכו כל דקה. לוקחים מבחנה עם 40 גרם של חומר.
א. מה יהיה משקל החומר לאחר 3 דקות?
ב. מה יהיה משקל החומר לאחר שעה?

תשובות סופיות:

- (1) א. $q = 3$ ב. $q = 2$ ג. $q = 3.98$ ד. $q = 1.59$
- (2) 60,750 ק"ג.
- (3) 911 חיידקים.
- (4) 65,485,745 תושבים.
- (5) א. $1.62 \cdot 10^9$ דגים. ב. $4.16 \cdot 10^{10}$ דגים. ג. $1.325 \cdot 10^{12}$ דגים.
- (6) א. $q = 1.2$ ב. $q = 0.88$ ג. $q = 1.06$ ד. $q = 0.97$
- (7) א. $q = 1.1$ (לשנה) ב. 732 עצים.
- (8) א. 141.18 גרם. ב. 137.42 גרם. ג. 92.36 גרם.
- (9) 465,087 תושבים.
- (10) א. 27.68 גרם. ב. 32.51 גרם. ג. חומר א'.
- (11) א. 4.477 טון. ב. 6.114 טון. ג. 51 טון.
- (12) א. 36.73 גרם. ב. 7.278 גרם.

הכמות ההתחלתית בבעיית גדילה ודעיכה:

סיכום כללי:

מציאת הכמות ההתחלתית:

בשאלות שבהן יש למצוא את הכמות ההתחלתית נקבל:

- קצב הגדילה/הדעיכה (q).

- ערך נתון בזמן כלשהו (M_t).

נחבר משוואה לפי הנוסחה המרכזית שלנו ונחלץ את q .

ערכי זמן שליליים:

כאשר שואלים בבעיה על זמן שהיה לפני M_0 , נציב ערכי זמן שליליים בהתאם.

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

ב. $174,960 = M_0 \cdot 3^7$

א. $2240 = M_0 \cdot 2^5$

ד. $66900 = M_0 \cdot 1.4^{15}$

ג. $1357 = M_0 \cdot 2^{3.5}$

(2) מחירו של מעבד מחשב חדשני גדל בכל שנה באותו אחוז.

כיום מחיר המעבד הוא 2000 ₪ ובעוד שנתיים מחירו הוא 2200 ₪.

א. מה הוא קצב הגדילה של מחיר המעבד?

ב. מה יהיה מחיר המעבד בעוד 5 שנים?

ג. מה היה מחיר המעבד לפני שנה?

ד. המעבד הושק לראשונה לפני 3 שנים. מה היה מחירו ההתחלתי?

(3) כמות העצים ביער מתרבה לפי סדרה הנדסית. כיום יש ביער $3 \cdot 10^5$ עצים.

בעוד שנתיים יהיו $8 \cdot 10^6$ עצים.

א. כמה עצים יהיו ביער בעוד 6 שנים ו-5 חודשים?

ב. כמה עצים היו ביער לפני שנתיים?

- (4) כמות דגים בבריכה גדלה בכל שנה ב-14.2%. בזמן הבדיקה הראשונה היו בבריכה $4 \cdot 10^3$ ק"ג דגים.
 א. כמה ק"ג דגים יהיו בבריכה כעבור 6 שנים ב-8 חודשים?
 ב. כמה ק"ג דגים היו בבריכה לפני 4 שנים?
- (5) חלקת יער הכילה לפני 20 שנה 35,000 טונות של עץ. היום יש ביער 52,000 טונות של עץ. נתון כי כמות העץ ביער גדלה בכל שנה כמו סדרה הנדסית. מה תהיה כמות העץ ביער בעוד 20 שנה?

תשובות סופיות:

- (1) א. $M_0 = 70$ ב. $M_0 = 80$ ג. $M_0 = 119.94$ ד. $M_0 = 40,386.3$
- (2) א. 1.048 ב. 2528.34 ₪ ג. 1908.4 ₪ ד. 1737.58 ₪
- (3) א. $1.127 \cdot 10^{10}$ עצים. ג. 11250 עצים.
- (4) א. 9693.94 ק"ג ב. 2351.77 ק"ג.
- (5) 77281 עצים. (תשובה מדויקת יותר: 77257 עצים - ראה הסבר בסרטון הוידאו).

מציאת הזמן בבעיית גדילה ודעיכה:

סיכום כללי:

בשאלות שבהן יש למצוא את הזמן, נחבר משוואה לפי נוסחת הגדילה והדעיכה ונציב מספרים טבעיים למציאת הערך המתאים עבור $t : t = 1, 2, 3, \dots$. ברוב המקרים לא יהיה צורך להציב $t = 1$ ולכן נוכל להתחיל ישר עם בדיקה עבור $t = 2$ והלאה.

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות ע"י ניסיון במחשבון:

א. $5^t = 25$	ב. $3^t = 81$
ג. $6^t = 216$	ד. $5^t = 125$
ה. $4^t = 64$	ו. $2^t = 32$
ז. $3^t = 243$	ח. $7^t = 343$

(2) פתור את המשוואות הבאות ע"י ניסיון במחשבון:

א. $1.3^t = 2.197$	ב. $2.2^t = 4.84$
ג. $1.1^t = 1.331$	ד. $1.8^t = 5.832$
ה. $3.3^t = 118.5921$	ו. $4.8^t = 23.04$

(3) פתור את המשוואות הבאות ע"י ניסיון במחשבון:

א. $3600 = 450 \cdot 2^t$	ב. $46099.2 = 12000 \cdot 1.4^t$
ג. $15625 = 8000 \cdot 1.25^t$	ד. $69.12 = 135 \cdot 0.8^t$
ה. $0.5 = 0.7937^t$	ו. $0.5 = 0.84089^t$

(4) חוות נמלים מכילה 200 נמלים וגדלה פי 3 בכל שנה. בעוד כמה שנים יהיו בחווה 5400 נמלים?

- (5) ההכנסה ממכירות של חברה מסוימת גדלה ב-20% מדי שנה. בשנה הראשונה להשקת החברה ההכנסה שלה הייתה 50,000 ₪. בעוד כמה שנים ההכנסה של החברה תהיה 103,680 ₪?
- (6) כמות חומר רדיואקטיבי יורדת ב-20.63% מדי שנה. אם משקל החומר היום הוא 60 גרם, בעוד כמה שנים תישאר מחצית מכמות החומר, כלומר 30 גרם?
- (7) כמות חומר רדיואקטיבית קטנה בכל שעה באחוז קבוע. מדען שקל את החומר הרדיואקטיבי 3 פעמים באותו יום. בשקילה הראשונה שנערכה בשעה 6:00 בבוקר היה משקל החומר 120 גרם. בשקילה השנייה שנערכה בשעה 9:00 היה משקל החומר 87.48 גרם. בשקילה השלישית היה משקל החומר 78.732 גרם. באיזו שעה נערכה השקילה השלישית?
- (8) אוכלוסיית תושבים בעיר מסוימת מתרבה בכל שנה באחוז קבוע של 2.6% לשנה. אם בזמן מסוים היו בעיר 380,400 תושבים.
א. מצא אחרי כמה שנים יהיו בעיר 410,849 תושבים.
ב. מצא מה יהיה גודל האוכלוסייה בעיר כעבור 6 שנים. בתשובתך עגל את התוצאה למאות שלמים.

תשובות סופיות:

- (1) א. $t = 2$ ב. $t = 4$ ג. $t = 3$ ד. $t = 3$ ה. $t = 3$
ו. $t = 5$ ז. $t = 5$ ח. $t = 3$
- (2) א. $t = 3$ ב. $t = 2$ ג. $t = 3$ ד. $t = 3$ ה. $t = 4$ ו. $t = 2$
- (3) א. $t = 3$ ב. $t = 4$ ג. $t = 3$ ד. $t = 3$ ה. $t = 3$ ו. $t = 4$
- (4) בעוד 3 שנים.
- (5) בעוד 4 שנים.
- (6) בעוד 3 שנים.
- (7) בשעה 10:00 (בבוקר).
- (8) א. לאחר 3 שנים. ב. 443,800 תושבים.

מחצית מהכמות ההתחלתית וזמן מחצית חיים:

סיכום כללי:

בשאלות שבהן נדרש למצוא זמן עבורו נשארת מחצית מהכמות ההתחלתית, נחבר משוואה לפי הנתון: $M_t = 0.5M_0$. ממנה נוכל למצוא את קצב הדעיכה בהינתן הזמן, או את הזמן בהינתן קצב הדעיכה.

שאלות:

- (1) מהכמות ההתחלתית (M_0) של חומר רדיואקטיבי כלשהו נשארו לאחר 50 שנה רק מחצית, כלומר $0.5M_0$. בהנחה שכמות החומר דועכת באחוז קבוע, מה הוא q ?
- (2) המחיר של מכונית קטן באחוז קבוע מדי שנה. בתחילה, מחיר המכונית הוא 80,000 ₪ ולאחר 10 שנים מחירה ירד למחצית מערכו (כלומר: 40000 ₪). מצא את קצב הדעיכה השנתי של מחיר המכונית.
- (3) חומר רדיואקטיבי קטן בכל שנה באחוז קבוע. מכמות התחלתית (M_0) של החומר נשארה כעבור 40 שנה רק מחצית מהכמות ההתחלתית. מצא כמה גרם נותרו מ-600 גרם חומר זה לאחר:
 - א. 4 שנים.
 - ב. 50 שנה.
- (4) מכמות התחלתית של חומר רדיואקטיבי מסוים, נשארת לאחר כל שנה רק 84.09% מהכמות ההתחלתית. כעבור כמה שנים תישאר רק מחצית מהכמות ההתחלתית?
- (5) המשקל של חומר רדיואקטיבי מסוים יורד בכל שנה ב-20.63%. כעבור כמה שנים תרד כמות התחלתית מסוימת למחצית מערכה?

תשובות סופיות:

- (1) $q = 0.986$
- (2) $q = 0.933$
- (3) א. 559.77 גרם. ב. 252 גרם.
- (4) לאחר 4 שנים.
- (5) לאחר 3 שנים.

בעיות גדילה ודעיכה עם יחסים ואחוזים:

סיכום כללי:

כמות סופית הגדולה פי קבוע מהכמות ההתחלתית:

כאשר כמות מסוימת גדלה פי מספר כלשהו במשך זמן מסוים, נוכל לכתוב משוואה למציאת קצב הגדילה בשאלה.

דוגמאות:

- כמות הדבורים גדלה פי 10 ב-4 חודשים: $q^4 = 10$
- כמות חיידקים בתרבית גדלה פי 64 במשך 4 שבועות: $q^4 = 64$.
- כמות התאים בגופו של פיל ממוצע גדלה פי 1000 ב-3 ימים: $q^3 = 1000$.

הכמות הסופית כאחוז מהכמות ההתחלתית:

כאשר יש למצוא כמה אחוזים מחומר נותרו לאחר פרק זמן מסוים, נפעל באחת משתי דרכים:

- נחשב את הכמות הסופית לפי האחוז הנתון מהכמות ההתחלתית. לאחר מכן נמצא את הזמן שבו החומר מגיע לכמות הסופית הנ"ל (בהנחה שחישבנו את q).
- אין צורך לדעת את הכמות ההתחלתית. מספיק שנסמן אותה ב- M_0 ונוכל לצמצם אותו במשוואה שנקבל למציאת הזמן.

מציאת קצב הגדילה והדעיכה מתוך אחוז ולהיפך:

כדי למצוא בכמה אחוזים גדלה הכמות הסופית (M_t) ביחס לכמות ההתחלתית (M_0)

$$\text{נבצע: } p = 100 \left(\frac{M_t}{M_0} - 1 \right) = 100 \frac{M_t}{M_0} - 100$$

כדי להמיר את קצב הגדילה/דעיכה לאחוזים נשתמש באותה הנוסחה אך נבודד את p .

שאלות:

- (1) כמות החיידקים בתרבית מסוימת גדלה פי 27 תוך 3 שעות.
 א. מה הוא q ?
 ב. לאחר כמה שעות כמות החיידקים בתרבית תהיה גדולה פי 81 יחסית להתחלה?
- (2) כמות חומר רדיואקטיבי מתפרק בכל שעה באחוז קבוע.
 בשעה 10:00 בבוקר היה משקל החומר 180 גרם.
 בשעה 11:00 היה משקל החומר 170 גרם.
 באיזו שעה יהיה משקל החומר 75.14% ממשקלו בתחילת הניסוי?
- (3) כמות חומר רדיואקטיבי מתפרק בכל שעה באחוז קבוע.
 בשעה 6:00 בבוקר היה משקל החומר 65 גרם.
 בשעה 8:00 היה משקל החומר 52 גרם.
 באיזו שעה יהיה משקל החומר 64% ממשקלו בתחילת הניסוי?
- (4) כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בכל שעה באחוז קבוע.
 בשעה 8:00 היה משקל החומר 14,000 גרם.
 בשעה 13:00 היה משקלו 9000 גרם.
 בכמה אחוזים קטן משקלו בכל שעה?
- (5) מספר התושבים ביישוב מתפתח גדל בצורה מעריכית.
 לפני 5 שנים נספרו 42,000 תושבים וכיום יש 68,000 תושבים.
 א. בכמה אחוזים גדל מספר התושבים מדי שנה ביישוב?
 ב. כמה תושבים יהיו ביישוב בעוד 5 שנים?
- (6) כמות הדגים בבריכה מסוימת גדלה בכל שנה ב-12.165%.
 כיום ישנם 520 ק"ג דגים.
 א. כמה ק"ג דגים יהיו בבריכה בעוד 8 שנים?
 ב. בכמה אחוזים תגדל כמות הדגים במהלך 8 שנים?
- (7) חלקת יער הכילה לפני 20 שנה 40,000 טונות של עץ.
 היום יש ביער 68,000 טונות של עץ.
 נתון כי כמות העץ גדלה בכל שנה כמו סדרה הנדסית.
 א. בכמה אחוזים גדלה כמות העץ ביער מדי שנה?
 ב. מה תהיה כמות העץ ביער בעוד 20 שנה?
 ג. בכמה אחוזים תגדל כמות העץ ביער בעוד 20 שנה יחסית לכמות היום?

8) עינת הפקידה בבנק סכום של 140,000 ₪ בתאריך 1.1.2010, בחיסכון שגדל באחוז קבוע בכל שנה. ב-1.1.2014 היה בחיסכון 151,540.5 ₪. בכמה אחוזים גדל הסכום בשנה אחת?

9) הכמות של חומר רדיואקטיבי קטנה בכל שעה באחוז קבוע. בשעה 8:00 היה משקל החומר 60 גרם ובשעה 11:00 היה משקלו 40 גרם. בכמה אחוזים קטנה הכמות בכל שעה?

תשובות סופיות:

- | | |
|------------------------|---|
| א. $q = 3$ | 1 |
| ב. לאחר 4 שעות. | 2 |
| בשעה 15:00. | 3 |
| בשעה 10:00. | 4 |
| ב-8.45%. | 5 |
| א. ב-10.11% | 6 |
| ב. 110,031 תושבים. | 7 |
| א. 1302.75 ק"ג. | 8 |
| ב. ב-150.5%. | 9 |
| א. ב-2.68% | |
| ב. 115,405.4 טון עצים. | |
| א. ב-2% לשנה. | |
| ב. ב-69.71%. | |
| ב-12.65% מדי שעה. | |

שאלות עם ריביות:

סיכום כללי:

רווח = סכום התחלתי - סכום סופי

אחוז הרווח:

האחוז שהרווח מהווה מהכמות ההתחלתית (כלומר: סכום הכסף ההתחלתי).

שאלות:

- (1) סכום כסף מסוים מניב ריבית שנתית של 5%.
א. מה יהיה אחוז הרווח לאחר 3 שנים?
ב. מה יהיה אחוז הרווח לאחר 10 שנים?
- (2) עינת קיבלה הצעה מהבנק לשתי תוכניות חיסכון:
תכנית א' היא ל-5 שנים ובסופן עינת תקבל את הקרן עם 50% רווח מסכום הקרן.
תכנית ב' היא ל-6 שנים ובסופן עינת תקבל את הקרן עם 60% רווח מסכום הקרן.
באיזו תכנית הריבית השנתית גבוהה יותר?
- (3) בנק מציע שתי תוכניות חיסכון:
תכנית א' נותנת ריבית שנתית קבועה של 5%.
תכנית ב' היא ל-8 שנים שבסופן מקבלים את הקרן עם רווח 80% של מסכום הקרן.
באיזו תכנית הריבית השנתית גבוהה יותר?
- (4) בנק מציע שתי תוכניות חיסכון:
תכנית א' נותנת ריבית שנתית קבועה של 3%.
תכנית ב' נותנת ריבית דו-שנתית קבועה של 6%.
באיזו תכנית כדי לבחור אם משקיעים:
א. לתקופה של שנתיים.
ב. לתקופה של 23 שנים.

תשובות סופיות:

- (1) א. 15.7% ב. 62.89%
- (2) תוכנית א'.
- (3) תוכנית ב'.
- (4) א. תוכנית א' ב. תוכנית א'.

חישובים עם יחידות זמן שונות:

סיכום כללי:

קצב הגדילה והדעיכה קובע את יחידות הזמן בשאלה. כדי לחשב כמויות סופיות שונות יש להציב ב- t את הערך המתאים לפי קבוע הזמן הנתון בשאלה.

שאלות:

- (1) המחיר של מנייה מסוימת הנסחרת בשוק ההון יורד בכל חצי שנה ב-3%. מחיר המנייה כיום הוא 400 שקלים.

 - א. מה יהיה מחיר המנייה בעוד שנה מהיום?
 - ב. מה יהיה מחיר המנייה בעוד שנתיים וחצי מהיום?
 - ג. מה היה מחיר המנייה לפני שנתיים?
 - ד. מה היה מחיר המנייה לפני 3.5 שנים?

- (2) הערך של מכונית יורד ב-2.5% כל חצי שנה. מחיר המכונית כיום הוא 80,000 ₪.

 - א. מה יהיה מחיר המכונית לאחר שנה?
 - ב. מה יהיה מחיר המכונית לאחר 4 שנים?
 - ג. מה יהיה מחיר המכונית לאחר שנה וחצי?
 - ד. מה היה מחיר המכונית לפני שנתיים?

- (3) בשמורת טבע סופרים את מספר העופות הדורסים מדי שנתיים באותו התאריך, על מנת לעקוב אחר גודל אוכלוסייתם. מספר העופות גדל בכל שנתיים ב-18%. בספירה הראשונה נספרו 2250 עופות.

 - א. כמה עופות נספרו כעבור 4 שנים?
 - ב. כמה עופות נספרו כעבור 6 שנים?
 - ג. מה היה מספר העופות 4 שנים לפני הספירה הראשונה?

- (4) בשמורת טבע סופרים את מספר העופות הדורסים מדי שנתיים באותו התאריך, על מנת לעקוב אחר גודל אוכלוסייתם. בספירה הראשונה נספרו 1270 עופות ובספירה שנערכה כעבור שנתיים נספרו 1435 עופות.

 - א. מה הוא קצב הגדילה של העופות מדי שנתיים?
 - ב. כמה עופות יהיו בשמורה בעוד 6 שנים?
 - ג. מה היה מספר העופות בשמורה 4 שנים לפני הספירה הראשונה?

- (5) חומר רדיואקטיבי מתפרק באחוז קבוע מדי 3 שעות. בשעה 8:00 היה משקל החומר 72 גרם ובשעה 11:00 היה משקלו 57.6 גרם.
 א. מה יהיה משקל החומר בשעה 14:00?
 ב. מה יהיה משקלו בשעה 20:00?
 ג. מה היה משקלו בשעה 5:00?
- (6) בתרבית חיידקים מתחלק כל חיידק לשניים, אחת לחצי שעה. בספירה הראשונה היו בתרבית 10,000 חיידקים.
 א. כעבור כמה שעות יהיו בתרבית 320,000 חיידקים?
 ב. כעבור כמה שעות יהיו בתרבית 80,000 חיידקים?
 ג. כמה שעות לפני הספירה הראשונה היו בתרבית 5000 חיידקים?
- (7) המשקל של חומר רדיואקטיבי מסוים יורד בכל 8 שעות ב-20.63%. מדען שקל את החומר פעמיים. בתחילת הניסוי היה משקל החומר 90 גרם. לאחר כמה שעות יהיה משקל החומר 45 גרם?
- (8) כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בכל 3 שעות לפי $q = 0.9$. בשעה 11:00 בבוקר היה משקל החומר 200 גרם. באיזו שעה יהיה משקל החומר 72.9% ממשקלו בשעה 11:00 בבוקר?

תשובות סופיות:

- (1) א. 376.36 ₪ ב. 343.5 ₪ ג. 451.82 ₪ ד. 495 ₪
- (2) א. 76,050 ₪ ב. 65,332.14 ₪ ג. 74,148.75 ₪ ד. 88,526.14 ₪
- (3) א. 3133 עופות. ב. 3697 עופות. ג. 1616 עופות.
- (4) א. 1.13 ב. 1832 עופות. ג. 995 עופות.
- (5) א. 46.08 גרם. ב. 29.5 גרם. ג. 90 גרם.
- (6) א. לאחר 2.5 שעות. ב. לאחר שעה וחצי. ג. חצי שעה לפני הספירה הראשונה.
- (7) לאחר 24 שעות.
- (8) בשעה 20:00.

שאלות עם עיגול מספרים:

סיכום כללי:

בעיגול של מספרים חשוב להקפיד על סוג העיגול (עיגול לשלמים, עיגול למאות שלמות, עיגול לאלפים שלמים). לפי סוג העיגול יש לקחת את השארית ולעגל אותה ליחידה הבאה הקרובה אליה.

שאלות:

- (1) עגל את המספרים הבאים לפי ההנחייה בכל סעיף.**

 - א. עגל את המספרים הבאים לשלמים :
 $1,372.4$, 12.9 , $515,478.22$
 - ב. עגל את המספרים הבאים למאות שלמות :
 $2,652$, $15,788$, $42,040.4$
 - ג. עגל את המספרים הבאים לאלפים שלמים :
 $231,765.45$, $82,452.55$, $1,233,426.59$

- (2) אוכלוסיית תושבים בעיר מסוימת מתרבה בכל שנה באחוז קבוע של 3.8%.**

 - א. מצא לאחר כמה שנים יהיו בעיר 76,376 תושבים.
 - ב. מצא מה יהיה גודל האוכלוסייה בעיר כעבור 7 שנים.

בתשובתך עגל את התוצאה למאות שלמות.

- (3) הערך של מכונית יורד בכל שנה ב-2.5%.**

מחיר מכונית חדשה הוא 120,000 ₪.

 - א. מה הוא מחיר המכונית לאחר שנה? בתשובתך עגל את התוצאה לשקלים.
 - ב. מה הוא מחיר המכונית לאחר 3.5 שנים? עגל לשקלים שלמים.
 - ג. מה הוא מחיר המכונית לאחר 5 שנים?

בתשובתך עגל את התוצאה לאלפי שקלים.

תשובות סופיות:

- (1) א.** $1,372$, 13 , $515,478$ **ב.** $2,700$, $15,800$, $42,000$
ג. $232,000$, $82,000$, $1,233,000$
- (2) א.** לאחר 4 שנים. **ב.** 85,400 תושבים.
- (3) א.** 117,000 ₪ **ב.** 109,824 ₪ **ג.** 106,000 ₪

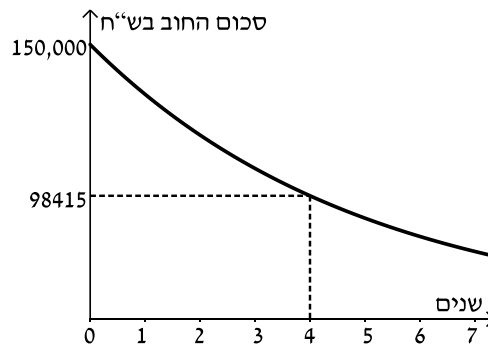
שאלות הכוללות קריאה מתוך גרפים:

סיכום כללי:

בשאלות עם גרפים נתמקד בקריאה של נתונים מהגרפים והשלמת נתונים לפי חישוב. כדי לבצע זאת נבחין בנתוני השאלה ובמה שאנו מתבקשים למצוא.

שאלות:

1) שרית לקחה משכנתא לרכישת דירה. הגרף הבא מתאר את הסכום שנשאר לשלם במשך 6 שנים לאחר הקנייה.



א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מה היה הסכום ההתחלתי של המשכנתא?
 - ii. מהו הסכום שנשאר לשרית לשלם כעבור 4 שנים?
- ב. בכמה אחוזים ירד הסכום שנשאר לשרית לשלם במשך שנה אחת?
- ג. כעבור 6 שנים מרגע לקיחת המשכנתא, שרית הצליחה לחסוך סכום כסף. היא שילמה את יתרת המשכנתא וסיימה את כל החוב. כמה כסף שילמה שרית ביום זה?

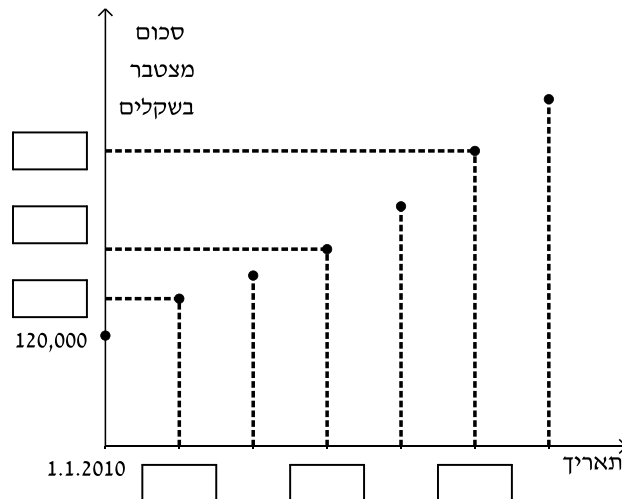
- 2) לאחר שפגעה ביפן סופת צונאמי קשה, נפגע הכור הגרעיני והשתחררה כמות גדולה של חומר רדיואקטיבי. כמות החומר הרדיואקטיבי קטנה מדי שנה באחוז קבוע. הגרף הבא מתאר את כמות החומר במשך 7 שנים. בהסתמך על הנתונים בגרף ענה על השאלות הבאות:



- א. מה הייתה כמות החומר הרדיואקטיבי בשנה השנייה לאחר הצונאמי ובשנה החמישית לאחר הצונאמי?
 ב. בכמה אחוזים יורדת כמות החומר הרדיואקטיבי במשך שנה אחת?
 ג. מצא את שיעורי הנקודה B. מהי משמעות הנקודה?
 ד. מצא את שיעורי הנקודה A. מהי משמעות הנקודה?
 ה. כעבור כמה שנים שלמות מרגע פגיעת הצונאמי, ירדה כמות החומר הרדיואקטיבי בפעם הראשונה מתחת למחצית מהכמות ההתחלתית?

- 3) בית השקעות "המומחים" פרסם דו"ח לפיו בשנים 2010-2016 כל לקוחותיו הרוויחו בכל שנה 5%. בתאריך 1.1.2010 השקיעה שובל בבית ההשקעות "המומחים" סכום של 120,000 ₪.

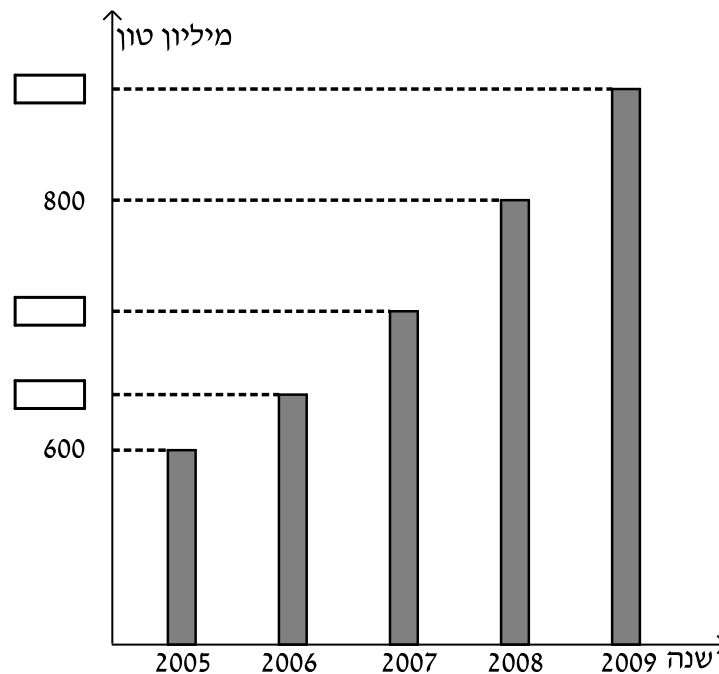
- א. מהו סכום החיסכון שהיה לשובל בבית ההשקעות הנ"ל ב-1.1.2014?
 ב. לפניכם גרף שמתאר את סכום החיסכון של שובל בחשבונה בבית ההשקעות בהפרשים של שנה אחת. השלימו את כל המשבצות הריקות בגרף:



ג. ב-1.1.2016 משכה שובל את כל הסכום שהצטבר בחשבונה בבית ההשקעות. מהו סכום המשיכה?

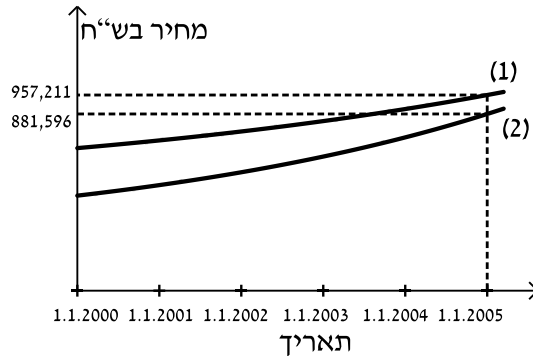
ד. ב-1.1.2010 השקיעה שרית 120,000 ₪ (סכום הזהה לסכום ההשקעה של שובל) בתכנית בבית השקעות מתחרה בשם "חוסכים חכם". בבית השקעות זה מרוויחים 30% על כל סכום ההשקעה בתום 6 השנים. מי מבין השתיים הרוויחה יותר בתום 6 השנים? נמקו.

4) ייצור הסיליקון באירופה גדל בכל שנה באופן מעריכי. הדיאגרמה הבאה מתארת את כמות הסיליקון שמופק בכל אירופה בשנים 2005-2009. ענו על השאלות הבאות באמצעות הנתונים בדיאגרמה:



- בכמה אחוזים גדל תהליך ייצור הסיליקון בשנה אחת?
- השלימו את הנתונים החסרים בדיאגרמה (המשבצות הריקות).
- מהי כמות הסיליקון הממוצעת לשנה שהופקה באירופה משנת 2005 עד שנת 2009?

- 5) מחירי דירות בשני יישובים, אבני נופך ו-ארזי ממרא, עלו בין השנים 2000-2005 באחוז קבוע מדי שנה. אחוז זה שונה בשני היישובים. המחיר של דירה מסוימת ביישוב אבני נופך בתאריך 1.1.2000 היה 750,000 ₪. המחיר של דירה מסוימת ביישוב ארזי ממרא בתאריך 1.1.2000 היה 600,000 ₪. הגרפים הבאים מתארים את מחירי הדירות האלו במשך 5 שנים.



- א. התאימו לכל אחד מהיישובים את אחד מהגרפים (1) או (2) שבסרטוט. נמקו את בחירתכם.
- ב. על פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה ביישוב אבני נופך בכל שנה.
- ג. על פי הנתון בגרף, מצאו את אחוז עליית מחיר הדירה ביישוב ארזי ממרא בכל שנה.
- ד. ענו על הסעיפים הבאים:
- i. מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.2000?
- ii. מה היה ההפרש בין מחירי הדירות הנ"ל בשני היישובים בתאריך 1.1.2003?
- iii. מה קורה להפרש בין מחירי הדירות במשך השנים? (בחרו את התשובה הנכונה):
ההפרש גדל / ההפרש נשאר קבוע / ההפרש קטן.

תשובות סופיות:

- 1) א. i. 150,000 ₪. א. ii. 98,415 ₪. ב. ב-1%. ג. 79,716.15 ₪.
- 2) א. שנה שנייה - 800 גרם, שנה חמישית - 409.6 גרם. ב. ב-20%. ג. הכמות לאחר 7 שנים (262.144 גרם). ד. הכמות ההתחלתית (1250 גרם). ה. כעבור 4 שנים.
- 3) א. 145,860.75 ₪. ב. ראה השלמות בסרטון הוידאו. ג. 160,811.47 ₪. ד. שובל.
- 4) א. ב-10%. ב. ראה השלמות בסרטון הוידאו. ג. 750.46 טון.
- 5) א. (1) - אבני נופך, (2) - ארזי ממרא. ב. ב-5%. ג. ב-8%. ד. i. 150,000 ₪. ד. ii. 112,391 ₪. ד. iii. ההפרש קטן.

שאלות מסכמות שונות כדוגמת המאגר:

שאלות:

- (1) מחיר תמונה של דאלי עולה באחוז קבוע מדי שנה. גם מחיר התמונה של רנואר עולה באחוז קבוע מדי שנה (אחוזי העלייה שונים לכל תמונה).
- א. מחיר תמונה של דאלי ביום מסוים הוא 15,000 ₪. שנתיים לאחר מכן היה מחיר התמונה 16,224 ₪. בכמה אחוזים עלה מחיר התמונה בכל שנה?
- ב. מחיר תמונה של רנואר היה ביום מסוים 8,000 ₪. מחיר התמונה עולה בכל שנה ב-5%.
- i. מה יהיה מחיר התמונה כעבור שנתיים?
- ii. כעבור כמה שנים מחיר התמונה יהיה 9261 ₪?
- iii. האם כעבור 10 שנים מחיר תמונה של דאלי יהיה עדיין גבוה יותר ממחיר התמונה של רנואר? נמק.
- (2) יסמין פיתחה שיטה חדשנית להכנת גלידה ביתית. תחילה מחממים את מרכיבי הגלידה ל-85°C ומיד אח"כ מכניסים אותה למערבל שבו הטמפרטורה היא -5°C. הטמפרטורה של הגלידה קטנה בכל דקה באופן מעריכי. 10 דקות אחרי תחילת הקירור הייתה טמפרטורת הגלידה 75°C.
- א. בכמה אחוזים יורדת הטמפרטורה של הגלידה בדקה אחת?
- ב. מהי טמפרטורת הגלידה רבע שעה אחרי תחילת תהליך הקירור?
- ג. מהי טמפרטורת הגלידה שעה אחת אחרי תחילת תהליך הקירור?
- (3) איזבלה קיבלה דלקת גרון. הרופא נתן לה תרופה אנטיביוטית המורידה את מספר החיידקים לרבע ($\frac{1}{4}$) מהכמות שלהם לאחר יום של נטילת התרופה. בבוקר היום הראשון, בדיוק לפני שהתחילה לקחת את התרופה נספרו בבדיקה מיקרוסקופית 10^{12} חיידקים בגרון של איזבלה.
- א. כמה חיידקים נותרו לאחר 3 ימים של לקיחת התרופה?
- ב. כעבור כמה ימים יהיו בגרון 3,906,250,000 חיידקים?
- ג. כאשר נשארים בגרון כ- 10^8 חיידקים, יש תחושת הקלה בכאב.
- i. האם לאחר 6 ימים של לקיחת התרופה תהיה הקלה בכאב הגרון?
- ii. האם לאחר 7 ימים של לקיחת התרופה תהיה הקלה בכאב הגרון?

- 4) שני מכינה עוגת שמרים לכבוד שבת. במהלך תהליך ההכנה הבצק עובר התפחה. נפח הבצק שבהתחלה הוא 400 סמ"ק. שני בודקת את נפח הבצק בכל חצי שעה. ידוע כי הבצק מכפיל את נפחו כעבור שעתיים.
- א. בכמה אחוזים גדל נפח הבצק בכל חצי שעה של התפחה?
 ב. מהו נפח הבצק לאחר שעה?
 עגל את התוצאה ליחידות שלמות.
- ג. הבצק מוכן לאחר 3 שעות של התפחה. מהו נפח הבצק המוכן?
 עגל את התוצאה ליחידות שלמות.

תשובות סופיות:

- 1) א. ב-4% ב. i. 8820 ש"ח ב. ii. כעבור 3 שנים. ב. iii. כן.
- 2) א. ב-1.3% ב. 69.8°C ג. 38.7°C
- 3) א. $1.56 \cdot 10^{10}$ חיידקים. ב. לאחר 4 ימים. ג. i. לא. ג. ii. כן.
- 4) א. ב-18.9% ב. 565 סמ"ק ג. 1130 סמ"ק.