

הקדמה כללית:

ספרי התרגילים של גול הינם פרי של שנות ניסיון רבות בהוראת חומרי הלימוד ובהגשה לבחינות הבגרות במתמטיקה הן בבתי הספר התיכוניים, הן בבתי הספר הפרטיים והן במכינות האוניברסיטאיות.

שאלות תלמידים וטעויות נפוצות וחוזרות הולידו את הרצון להאיר את הדרך הנכונה לעומדים בפני מקצוע חשוב זה.

מבנה ספר הבגרות של גול:

הספר מורכב משני חלקים :

- (1) בחינות בגרות משנים קודמות.
- (2) בחינות חזרה של גול.

שימו לב, מטרת חוברת הבחינות היא להכין אתכם בצורה הטובה ביותר לבגרות. על מנת להתכונן ברמת הבגרות תוכלו להיעזר בבחינות משנים קודמות. עם זאת, כשם שבשביל להתכונן לריצת 2000 מ' רצים באימונים 3000 מ', בנינו עבורכם בחינות לדוגמה, שמשולבות בהן שאלות שרמתן מעט מעל רמת הבגרות, על מנת שתוכלו להתמקצע עוד יותר ולהגיע לבחינת הבגרות מוכנים ברמה הגבוהה ביותר. שאלות אלה מסומנות בכוכבית.

ניתן למצוא את הפתרונות מלאים בוידאו באתר הבגרות של גול לכל השאלות שבספר זה. הפתרונות מלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.

תקוותנו היא שספר זה ישמש מורה-דרך לכם התלמידים ויוביל אתכם להצלחה.

בהצלחה!

צוות האתר גול

תוכן העניינים:

6	שאלון 482
6	בגרויות משנים קודמות
6	בגרות חורף 2012 :
8	תשובות סופיות :
9	בגרות קיץ 2012 מועד א' :
11	תשובות סופיות :
12	בגרות קיץ 2012 מועד ב' :
13	תשובות סופיות :
14	בגרות חורף 2013 :
16	תשובות סופיות :
17	בגרות קיץ 2013 מועד א' :
19	תשובות סופיות :
20	בגרות קיץ 2013 מועד ב' :
22	תשובות סופיות :
23	בגרות חורף 2014 :
25	תשובות סופיות :
26	בגרות קיץ 2014 מועד א' :
28	תשובות סופיות :
29	בגרות קיץ 2014 מועד ב' :
31	תשובות סופיות :
32	בגרות קיץ 2014 מועד ג' :
34	תשובות סופיות :
35	בגרות חורף 2015 :
37	תשובות סופיות :
38	בגרות קיץ 2015 מועד א' :
40	תשובות סופיות :
41	בגרות קיץ 2015 מועד ב' :
43	תשובות סופיות :
44	בגרות חורף 2016 :
46	תשובות סופיות :
47	בגרות קיץ 2016 מועד א' :
49	תשובות סופיות :
50	בגרות קיץ 2016 מועד ב' :
52	תשובות סופיות :

53	בגרות חורף 2017 :
55	תשובות סופיות :
56	בגרות קיץ 2017 מועד א' :
58	תשובות סופיות :
59	בגרות קיץ 2017 מועד ב' :
61	תשובות סופיות :
62	בגרות חורף 2018 :
65	תשובות סופיות :
66	בגרות קיץ 2018 מועד א' :
68	תשובות סופיות :
69	בגרות קיץ 2018 מועד ב' :
72	תשובות סופיות :
73	בגרות חורף 2019 :
75	תשובות סופיות :
76	בגרות קיץ 2019 מועד א' :
78	תשובות סופיות :
79	בגרות קיץ 2019 מועד ב' :
81	תשובות סופיות :
82	בגרות חורף 2020 :
84	תשובות סופיות :
85	מבחני חזרה של גול
85	מבחן מספר 1 :
87	תשובות סופיות :
88	מבחן מספר 2 :
89	תשובות סופיות :
90	מבחן מספר 3 :
91	תשובות סופיות :
92	מבחן מספר 4 :
93	תשובות סופיות :
94	מבחן מספר 5 :
95	תשובות סופיות :
96	מבחן מספר 6 :
98	תשובות סופיות :
99	מבחן מספר 7 :
101	תשובות סופיות :
102	מבחן מספר 8 :
104	תשובות סופיות :
105	מבחן מספר 9 :
107	תשובות סופיות :

108.....	מבחן מספר 10 :
110.....	תשובות סופיות :
111.....	מבחן מספר 11 :
113.....	תשובות סופיות :
114.....	מבחן מספר 12 :
115.....	תשובות סופיות :
116.....	מבחן מספר 13 :
118.....	תשובות סופיות :
119.....	מבחן מספר 14 :
121.....	תשובות סופיות :
122.....	מבחן מספר 15 :
124.....	תשובות סופיות :
125.....	מבחן מספר 16 :
127.....	תשובות סופיות :
128.....	מבחן מספר 17 :
130.....	תשובות סופיות :
131.....	מבחן מספר 18 :
132.....	תשובות סופיות :
133.....	מבחן מספר 19 :
135.....	תשובות סופיות :
136.....	מבחן מספר 20 :
138.....	תשובות סופיות :
139.....	מבחן מספר 21 :
141.....	תשובות סופיות :
142.....	מבחן מספר 22 :
144.....	תשובות סופיות :
145.....	מבחן מספר 23 :
147.....	תשובות סופיות :
148.....	מבחן מספר 24 :
150.....	תשובות סופיות :
151.....	מבחן מספר 25 :
153.....	תשובות סופיות :
154.....	מבחן מספר 26 :
156.....	תשובות סופיות :
157.....	מבחן מספר 27 :
159.....	תשובות סופיות :
160.....	מבחן מספר 28 :
162.....	תשובות סופיות :

163.....	מבחן מספר 29 :
165.....	תשובות סופיות:
166.....	מבחן מספר 30 :
168.....	תשובות סופיות:

שאלון 482

בגרות משנים קודמות

בגרות חורף 2012:

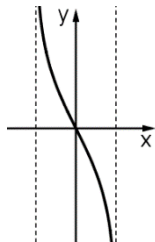
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב (50 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) שני רוכבי אופנוע נמצאים במרחק 1110 ק"מ זה מזה, ורוכבים זה לקראת זה. בשעה הראשונה עבר הרוכב הראשון מרחק של 50 ק"מ, ובכל שעה נוספת עבר 5 ק"מ יותר מהמרחק שעבר בשעה הקודמת. הרוכב השני יצא לדרך 3 שעות אחרי הרוכב הראשון. בשעה הראשונה הוא עבר 90 ק"מ, ובכל שעה נוספת עבר 4 ק"מ פחות מהמרחק שעבר בשעה הקודמת. חשב כעבור כמה שעות מרגע היציאה של הרוכב הראשון ייפגשו שני הרוכבים.

- (2) נתונה הפונקציה $f(x) = \log_{\frac{1}{e}}(1+x) - \log_{\frac{1}{e}}(1-x)$ (ראה ציור).



א. מצא את תחום ההגדרה של פונקציה $f(x)$.

ב. הראה כי $f(x) = \ln(1-x) - \ln(1+x)$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מעבירים ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$

בנקודה A הנמצאת ברביע השני, ומעבירים ישר המשיק לגרף

הפונקציה בנקודה B הנמצאת ברביע הרביעי.

נתון כי כל אחד משיפועי המשיקים הוא: $-\frac{8}{3}$.

מצא את שיעורי ה-x של הנקודות A ו-B.

ii. דרך הנקודה A העבירו מקביל לציר ה-x, ודרך הנקודה B העבירו מקביל

לציר ה-x. היעזר בחוקי הלוגריתמים (בלי להשתמש במחשבון), והראה כי

המרחק בין המקבילים הוא $2\ln 3$.

ד. היעזר בגרף של הפונקציה $f(x)$, וקבע אם בתחום ההגדרה של $f(x)$

פונקציית הנגזרת $f'(x)$ היא תמיד שלילית, תמיד חיובית או לפעמים

שלילית ולפעמים חיובית. נמק.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה (50 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 3-4.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(3) הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x מקיימת:

$$f(x) \geq 0 \text{ לכל } x$$

$$f(0) = 0 \text{ ואין יותר נקודות שבהן } f(x) = 0$$

$$f(x) \text{ עולה בתחומים } x < -\ln 3, x > 0$$

$$f(x) \text{ יורדת בתחום } -\ln 3 < x < 0$$

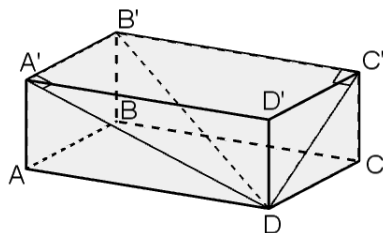
א. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, וציין בה את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון.

נתון גם: $f(x) = e^{3x} - 2e^{ax} + e^x$, a הוא פרמטר.

ב. היעזר בנקודות המינימום של הפונקציה $f(x)$, ומצא את ערך הפרמטר a .

ג. דרך נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה- x .

הצב $a = 2$, ומצא את השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .



(4) בתיבה $ABCD A'B'C'D'$

אורך האלכסון $B'D$ הוא a .

האלכסון $B'D$ יוצר זווית של 60°

עם המקצוע $A'B'$,

ויוצר זווית של 50° עם הפאה $DCC'D'$.

א. הבע באמצעות a את האורך:

i. של הצלע $A'B'$.

ii. של הצלע $B'C'$.

iii. של האלכסון BD .

ב. הבע באמצעות a את נפח התיבה $ABCD A'B'C'D'$.

תשובות סופיות:

(1) 9

(2) א. $-1 < x < 1$

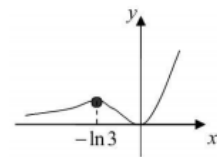
ב. הוכחה. ג. (i). $x_B = \frac{1}{2}$, $x_A = -\frac{1}{2}$

ד. פונקציית נגזרת תמיד שלילית. ג. (ii). הוכחה.

ג. $\frac{8}{81}$

ב. 2

(3) א.



ב. $0.15a^3$

א. (iii). $0.91a$

א. (ii). $0.76a$

(4) א. (i). $0.5a$

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $\begin{cases} a_1 = k \\ a_{n+1} = 3a_n - 8 \end{cases}$, $(k \neq 4)$.

b_n היא סדרה המוגדרת לכל n טבעי על ידי הכלל: $b_n = 2a_n - 8$.

א. הראה כי b_n היא סדרה הנדסית.

ב. נתון כי $b_5 = 324$. מצא את הערך של k .

ג. נתון גם כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n הוא 120, 13. מצא את n .

(2) בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציה $f(x)$, ומוצג הישר $y = -x + 4$.

הישר משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = -1$.

הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = a - e^{-x}$.
 a הוא פרמטר.

א. מצא את הערך של a .

בתשובתך רצוי להשאיר e .

הצב את הערך של a , וענה על הסעיפים ב-ג.

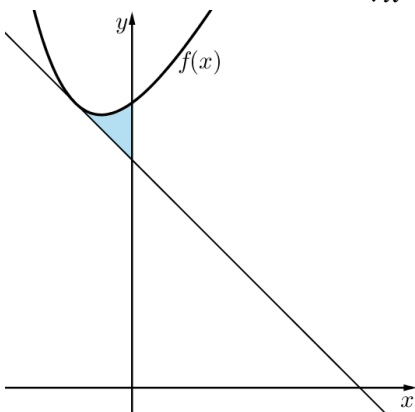
ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי ה- y של נקודת ההשקה.

ii. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי הישר הנתון ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור).



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

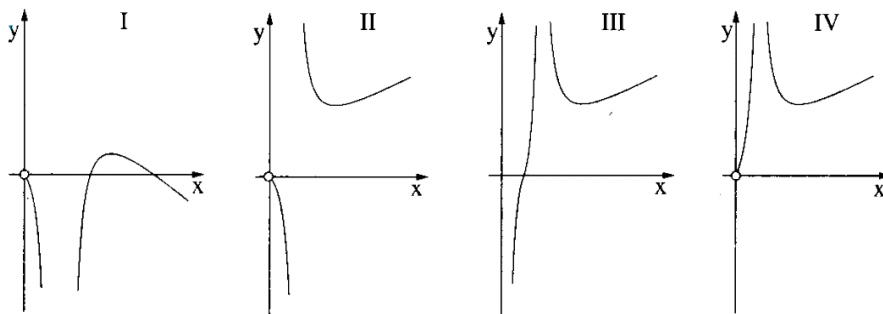
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x}{\ln(2x)}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מבין הגרפים IV-I שלפניך איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$? נמק.

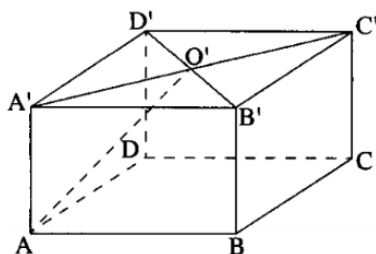


ה. הסבר מדוע עבור $x > \frac{e}{2}$ מתקיים $f(x) > e$.

(4) נתונה התיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה הוא ריבוע.

אלכסוני הבסיס $A'B'C'D'$ נפגשים בנקודה O' (ראה ציור).

נתון: אורך צלע הבסיס הוא a , הזווית בין AO' לבסיס $ABCD$ היא 42° .



- הבע באמצעות a את נפח התיבה.
- חשב את הזווית בין אלכסון התיבה ובין בסיס התיבה.

תשובות סופיות:

- (1) א. הוכחה. ב. $k = 6$ ג. $n = 8$
- (2) א. $a = e - 1$ ב. (i) $y = 5$ ג. (ii) $f(x) = ex - x + e^{-x} + 4$
- (3) א. $x > \frac{1}{2}$ או $0 < x < \frac{1}{2}$ ב. $\left(\frac{e}{2}, e\right)$ ג. $\frac{e}{2} - 1$
- ג. ירידה: $\frac{1}{2} < x < \frac{e}{2}$ או $0 < x < \frac{1}{2}$ עלייה: $x > \frac{e}{2}$ ד. איור 2 ה. הוכחה
- (4) א. $0.636a^3$ ב. 24.2°

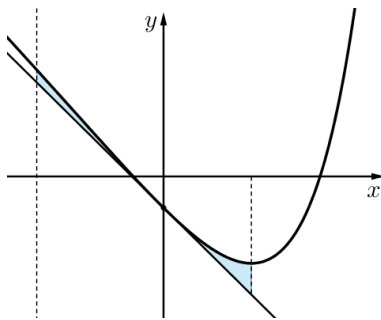
בגרות קיץ 2012 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) כמות של 1000 גרם חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית. כעבור מספר שנים נותרו 250 גרם מהחומר. כעבור עוד 4 שנים נותרו 200 גרם מהחומר. מצא כעבור כמה שנים נותרו 250 גרם מהחומר הרדיואקטיבי.



(2) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - e^x - 2x$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=0$, והעבירו אנך לציר ה- x דרך נקודת המינימום של הפונקציה (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. מצא את משוואת האנך.

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה,

על ידי המשיק, על ידי האנך ועל ידי הישר $x=-1$ (השטח המקווקו בציור).

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{a \ln x}{x^2}$, a הוא פרמטר שונה מאפס.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

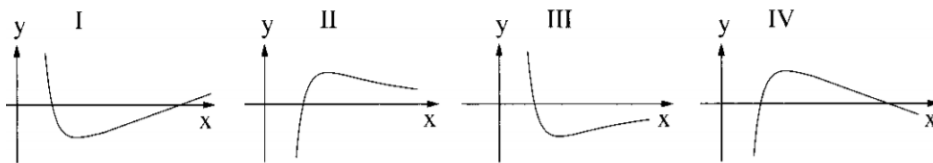
ב. שיפוע הישר, המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $f(x) = 0$ הוא 3.

מצא את הערך של a .

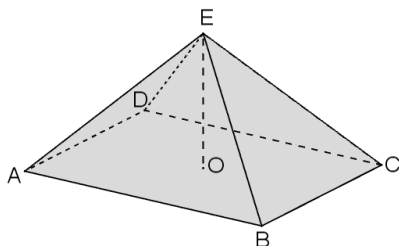
הצב $a = 3$ וענה על סעיפים ג-ה:

ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.

ד. לפניך הגרפים I, II, III, IV. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$? נמק.



ה. האם יש פתרון למשוואה $1 = \frac{3 \ln x}{x^2}$? נמק.



(4) נתונה פירמידה ישרה EABCD שבסיסה ABCD הוא מלבן (ראה ציור). הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה לבסיס היא 30° .

הזווית AOB בין אלכסוני הבסיס היא 120° . גובה הפירמידה הוא 10 ס"מ.

א. חשב את אורך המקצוע BC.

ב. חשב את הזווית בין הגובה ל-BC בפאה EBC ובין בסיס הפירמידה.

תשובות סופיות:

(1) 24.85 שנים.

(2) א. $y = -2x - 0.5$

(3) א. $x > 0$

ד. ציור 2

(4) א. 17.32 ס"מ

ג. 0.181 יח"ר

ג. $\max \sqrt{e}, 0.552$

ב. $x = \ln 2$

ב. $a = 3$

ה. לא

ב. 33.69°

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

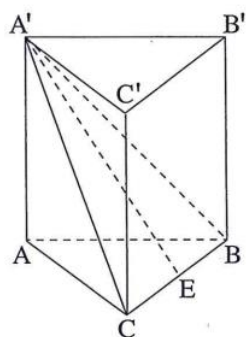
- (1) נתונות שתי סדרות, a_n ו- b_n , המוגדרות לכל n טבעי לפי הכלל:
- $$a_{n+1} = 3a_n + 5$$
- $$b_n = a_n + 2.5$$

א. הוכח כי הסדרה b_n היא הנדסית, ומצא את המנה שלה ($a_n \neq -2.5$).
נתון גם כי $b_1 = 2$.

ב. הבע באמצעות n את a_n .

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. הבע באמצעות n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n .
- ii. הבע באמצעות n את סכום n האיברים הראשונים בסדרה a_n .



- (2) נתונה מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$, שבסיסה הם משולשים שווי צלעות (ראה ציור). AE הוא הגובה ל- BC במשולש $A'BC$.

הזווית בין AE ובין מישור הבסיס ABC היא α . גובה המנסרה הוא h .

א. הבע באמצעות h ו- α את אורך צלע הבסיס של המנסרה.

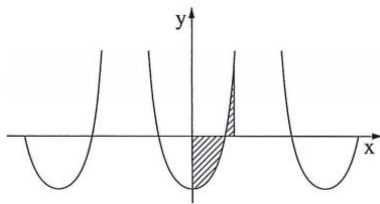
ב. אם נתון כי $\alpha = 30^\circ$, מצא את גודל הזווית שבין $A'C$ למישור ABC .

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{1}{\cos^2 x} - 2$

בקטע $-\frac{5}{4}\pi \leq x \leq \frac{5}{4}\pi$ (ראה ציור).

א. בקטע הנתון מצא:

i. את תחום ההגדרה של הפונקציה ואת האסימפטוטות

של הפונקציה המקבילות לציר ה- y .

ii. את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .

ב. בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$ מצא את השטח המוגבל על ידי גרף

הפונקציה ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \log_2(-x^2 + 4x + 32)$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

בתשובתך השאר, במידת הצורך, שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. מצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה ומקביל לציר ה- x .

בתשובתך תוכל להשאיר \log או תוכל להשאיר שתי ספרות אחרי

הנקודה העשרונית.

(5) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. ב-1/1/2000 מנתה אוכלוסיית מדינה מסוימת 2.5 מליון תושבים. מספר התושבים גדל בצורה מעריכית, ועד 1/1/2010 גדלה האוכלוסייה ב-63%.
 כעבור כמה שנים מ-1/1/2000 יהיה מספר התושבים במדינה 8 מליון?
 ב. נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{x^2-m} - e^{m-x^2}$. m הוא פרמטר.
 i. הבע באמצעות m (במידת הצורך) את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
 ii. נתון כי הישר $y = 0$ משיק לגרף הפונקציה.
 מצא את הערך של m .
 הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

תשובות סופיות:

- (1) א. $q = 3$ ב. $a_n = 2 \cdot 3^{n-1} - 2.5$ ג. (i). $3^n - 1$ ג. (ii). $3^n - 1 - 2.5n$
- (2) א. $\frac{2h}{\sqrt{3} \tan \alpha}$ ב. 26.57°
- (3) א. (i). תחום הגדרה: $-1.25\pi \leq x \leq 1.25\pi$, $x \neq -\frac{\pi}{2}$, $x \neq \frac{\pi}{2}$
 אסימפטוטות: $x = -\frac{\pi}{2}$, $x = \frac{\pi}{2}$
- א. (ii). $(-1.25\pi, 0)$, $(-0.75\pi, 0)$, $(-0.25\pi, 0)$, $(0.25\pi, 0)$, $(0.75\pi, 0)$, $(1.25\pi, 0)$
 ב. 0.779
- (4) א. $-4 < x < 8$ ב. $(-3.92, 0)$, $(7.92, 0)$, $(0, 5)$
 ג. עלייה $-4 < x < 2$ ירידה $2 < x < 8$ ד. $y = 5.17$
- (5) א. 23.81 ב. (i). $\min(0, e^{-m} - e^m)$ ב. (ii). $m = 0$

בגרות קיץ 2013 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה חשבונית: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$.

האיבר הראשון של הסדרה הוא 2.5.

האיבר במקום ה-33 בסדרה גדול ב-80 מהאיבר במקום ה-17 בסדרה.
מהסדרה הנתונה לקחו כל איבר שלישי כך שהתקבלה סדרה חשבונית

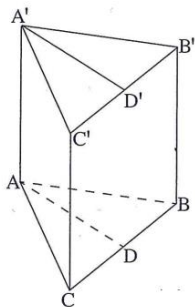
חדשה: $a_3, a_6, a_9, \dots, a_n$.

א. מצא את הפרש הסדרה החדשה.

ב. סכום כל האיברים בסדרה החדשה הוא 3100.

i. מצא את מספר האיברים בסדרה החדשה.

ii. מהו מספר האיברים בסדרה המקורית? נמק.



(2) במנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ הבסיסים הם משולשים

שווי שוקיים ($AB = AC$).

AD הוא גובה לצלע BC , ו- $A'D'$ הוא גובה לצלע $B'C'$ (ראה ציור).

נתון: $\angle BAC = 64^\circ$, $BC = 26$ ס"מ,

נפח המנסרה הוא 8112 סמ"ק.

א. חשב את גובה המנסרה.

ב. חשב את הזווית שבין האלכסון $A'B$ ובין בסיס המנסרה ABC .

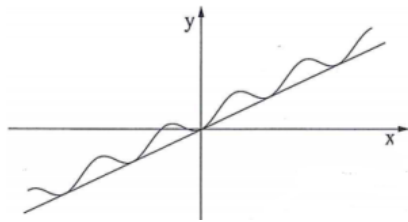
ג. חשב את $\angle A'AD$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה $f(x) = 0.5x - 0.5 \cos(2x) + 0.5$

ונתון הישר $y = 0.5x$ (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי ה- x של הנקודות

המשותפות לישר ולגרף

הפונקציה $f(x)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

ii. הראה כי הישר משיק לגרף הפונקציה

בנקודות שמצאת בתת סעיף א (i).

ב. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף $f(x)$ ועל ידי $y = 0.5x$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = 2x^2 e^{-\frac{x^2}{m}}$, m הוא פרמטר שונה מ-0.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה- x שלה הוא -2.

מצא את הערך של הפרמטר m .

הצב $m = 4$, וענה על הסעיפים שלפניך.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

ii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,

וקבע את סוגן.

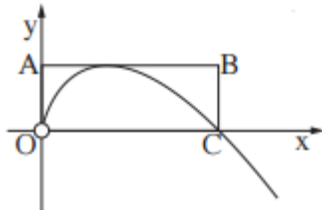
iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. לפי גרף הפונקציה $f(x)$ סרטט סקיצה של גרף פונקציית

הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-2 \leq x \leq 2$.

(5) ענה על הסעיפים הבאים :

א. נתונה הפונקציה $f(x) = -x \ln(2x)$, $x > 0$ (ראה ציור).



דרך נקודת הקיצון של הפונקציה העבירו משיק המקביל לציר ה- x , ודרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x העבירו ישר המקביל לציר ה- y .

הישרים יוצרים עם הצירים מלבן ABCO, כמתואר (O ראשית הצירים).

מצא את שטח המלבן ABCO. (בתשובתך תוכל להשאיר e).

ב. לחוקר יש היום כמות מסויימת של חומר רדיואקטיבי. הכמות קטנה בצורה מעריכית. בעוד 10 שנים תרד ב-20% כמות החומר שיש לחוקר היום. מצא בעוד כמה שנים מהיום תרד ב-40% כמות החומר.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

תשובות סופיות:

(1) א. $d = 15$ ב. (i). 20 איברים ב. (ii). 60 איברים

(2) א. 30 ס"מ ב. 50.73° ג. 34.74°

(3) א. (i). $x = -\pi$, $x = 0$, $x = \pi$ א. (ii). הוכחה.

א. (iii). π יח"ר.

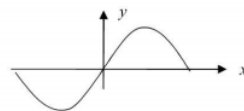
(4) א. כל ב. $m = 4$ ג. (i). $(0,0)$

ג. (ii). $\max(-2, 2.94)$, $\min(0, 0)$, $\max(2, 2.94)$

ג. (iii). להלן סקיצה:



ד. להלן סקיצה:



(5) א. 0.092 יח"ר ב. 22.89 שנים

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = a - b \sin(2x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

a ו- b הם פרמטרים חיוביים.

א. אחת מנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x היא הנקודה שבה $x = \frac{\pi}{12}$.

הבע את b באמצעות a .

הצב בפונקציה $b = 2a$, וענה על הסעיפים ב-ד שלפניך.

ב. בתחום הנתון הבע באמצעות a , במידת הצורך:

i. את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

ii. את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

ד. כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) = 0.5a$ בתחום הנתון? נמק.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (3e^x - 3)^2$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

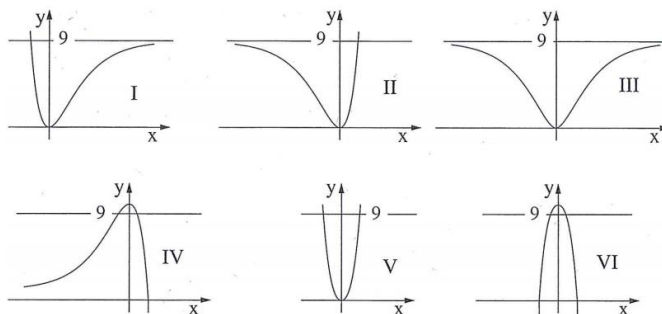
i. מצא את התחום ההגדרה של הפונקציה.

ii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

iii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הישר $y = 9$ (אם יש כאלה).

ג. מבין הגרפים VI-I שלפניך, איזה גרף מציג סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{-2}{2x-3}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
- ג. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי ציר ה- x , על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x=1$.

תשובות סופיות:

- (1) א. $12n+6$ ב. (i) $n^2 + 2n$ ב. (ii) 10.
- (2) א. $\frac{a^3 \sqrt{1 - \tan^2 \alpha}}{2 \tan \alpha}$ ב. $\alpha = 24.09^\circ$ ג. 54.73°
- (3) א. $b = 2a$ ב. (i) $(0, a)$, $(\frac{5\pi}{12}, 0)$, $(\frac{\pi}{12}, 0)$ ב. 2 פתרונות. ג. סקיצה. ד. 2 פתרונות.
- (4) א. (i) לכל x א. (ii) $(0, 0)$ א. (iii) $\min(0, 0)$ ב. $(\ln 2, 9)$ ג. גרף 2
- (5) א. $x \neq 1.5$ ב. עלייה: $x < 1.5$ וגם $x > 1.5$ ירידה: אין. ג. $x = 1.5$, $y = 0$ ד. $(0, \frac{2}{3})$ ה. סקיצה. ו. 1.098

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה חשבונית עולה: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$. נתון: $a_1 \cdot a_4 = (a_2)^2$.

- הראה כי האיבר הראשון בסדרה החשבונית שווה להפרש הסדרה.
- ענה על הסעיפים הבאים:

i. שלושת האיברים a_4, a_6, a_9 בסדרה החשבונית הנתונה מהווים

סדרה הנדסית. (a_4 הוא האיבר הראשון בסדרה ההנדסית).

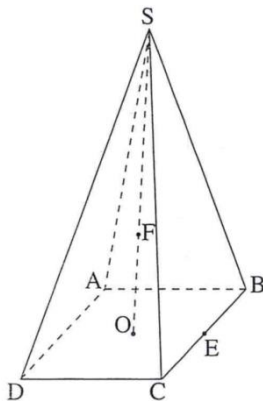
מצא את מנת הסדרה ההנדסית.

ii. סכום שלושת האיברים שבתת-סעיף ב (i) הוא 133.

מצא את הפרש הסדרה החשבונית הנתונה.

iii. סכום n האיברים הראשונים בסדרה הנתונה מקיים: $S_n > 11,977$.

מצא את n הקטן ביותר המקיים אי-שוויון זה.



(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע וגובהה SO.

הנקודה E היא אמצע הצלע BC (ראה ציור).

הזווית בין SE לבסיס הפירמידה היא 75° .

אורך צלע הבסיס הוא a .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות a את האורך של SE.

ii. הבע באמצעות a את שטח המעטפת

של הפירמידה SABCD.

ב. הנקודה F נמצאת על הגובה SO כך ש- $FO = \frac{1}{3}SO$.

בפירמידה הישרה FABCD חשב את הזווית בין מקצוע צדדי לבסיס.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ 66 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

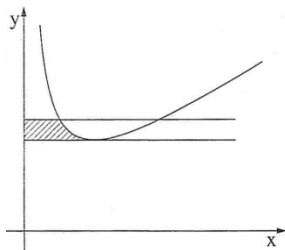
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) ענה על הסעיפים הבאים :

א. יובל פתח חשבון חדש בבנק והפקיד בו 10,000 שקל. הסכום שהפקיד גדל בכל חודש ב-2%.

כעבור שנה מרגע ההפקדה משך יובל מהחשבונות 5,000 שקל. (הסכום שנשאר ממשיך לגדול בכל חודש ב-2%).

כעבור כמה חודשים מרגע המשיכה, שוב יהיו בחשבונות של יובל 10,000 שקל?



ב. נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{2x} + \frac{2x}{3}$ בתחום $x > 0$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת הקיצון

שלה, והעבירו את הישר $y = 2\frac{1}{6}$ החותך את גרף

הפונקציה בין היתר בנקודה שבה $x = 1$

(הנקודה הקרובה לציר ה- y).

מצא את השטח המוגבל על ידי שני הישרים, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$

ועל ידי ציר ה- y , השטח המקווקו בציור.

הערה: אין קשר בין סעיף א לסעיף ב.

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = -2\cos(2x) + a$ בתחום: $0 \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$.

a הוא פרמטר המקיים: $0 < a < 2$.

א. מצא את השיעורים של נקודות המקסימום המוחלט והמינימום המוחלט

של הפונקציה $f(x)$ (הבע באמצעות a במידת הצורך).

ב. נתון כי הישר $y = 3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

מצא את הערך של a .

הצב $a = 1$, וענה על הסעיפים ג ו-ד.

ג. בתחום הנתון סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. בתחום הנתון מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי המשיק $y = 3$ ועל ידי ציר ה- y .

(5) נתונה הפונקציה $f(x) = (a-3x)e^{3x}$, a הוא פרמטר.

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. ידוע כי שיעור ה- x של נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא 1.

מצא את הערך של a .

הצב $a=4$, וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. נתון הישר $y=k$, $k \leq 0$.

כמה נקודות חיתוך יש לישר זה עם גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.

תשובות סופיות:

(1) א. הוכחה. ב. (i) $q=1.5$ ב. (ii) $d=7$ ב. (iii) $n=59$

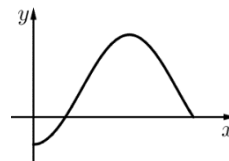
(2) א. (i) $SE=1.93a$ א. (ii) $3.86a^2$ ב. $a=41.34^\circ$

(3) א. 13.31 חודשים. ב. 0.1915 יחידות שטח.

(4) א. $\min(0, a-2)$, $\max\left(\frac{\pi}{2}, a+2\right)$ ב. 1

ד. 3.14

ג. להלן סקיצה:



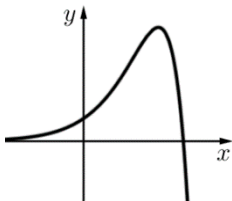
ג. (i) ירידה $x > 1$, עלייה $x < 1$.

(5) א. לכל x ב. 4

ג. (iii) להלן סקיצה:

ג. (ii) $\left(1\frac{1}{3}, 0\right)$, $(0, 4)$

ד. נקודת חיתוך אחת.

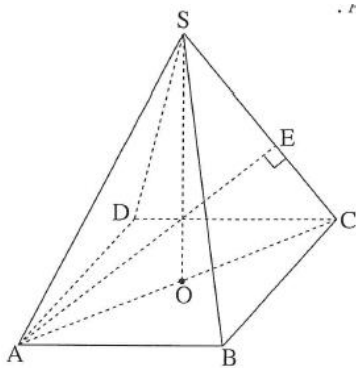


פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) אדם קיבל שתי הצעות לקניית שואב אבק בתשלומים חודשיים, הצעה I והצעה II. בשתי ההצעות היה לשואב האבק אותו המחיר.
הצעה I: התשלום הראשון הוא 180 שקלים, וכל תשלום נוסף גדול ב-15 שקלים מהתשלום שקדם לו.
הצעה II: התשלום הראשון הוא 195 שקלים, וכל תשלום נוסף קטן ב-15 שקלים מהתשלום שקדם לו.
מספר התשלומים בהצעה II היה גדול ב-2 ממספר התשלומים בהצעה I.
א. מצא את מספר התשלומים בהצעה II.
ב. מצא את המחיר של שואב האבק.



- (2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע ABCD. האורך של צלע הריבוע הוא a ס"מ.
גובה הפירמידה, SO, שווה לאלכסון הבסיס, AC (ראה ציור).
א. חשב את הזווית שבין SC למישור הבסיס של הפירמידה.
ב. מקדקוד A העבירו אנך למקצוע SC. האנך חותך את המקצוע בנקודה E (ראה ציור). הבע באמצעות a את אורך הקטע CE.
ג. נתון ששטח המשולש AEC הוא 40 סמ"ר. חשב את a .

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

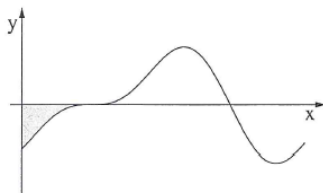
ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 - 2}{e^{2x}}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. ענה על הסעיפים:
 - i. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
 - ii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ג. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו אנכים לציר ה- x . מצא את המרחק בין האנכים.

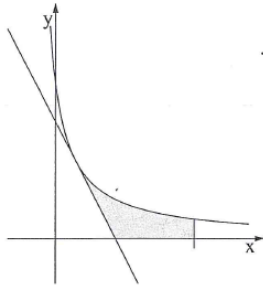
(4) בציור שלפניך נתון הגרף של הפונקציה $f(x) = a \sin(2x) - \cos(x)$,



בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$. a הוא פרמטר.

לפונקציה יש נקודת קיצון שבה: $x = \frac{7\pi}{6}$.

- א. מצא את הערך של a .
- ב. הצב בפונקציה $a = 0.5$, וענה על הסעיפים (i)-(ii).
 - i. מצא בתחום הנתון את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 - ii. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y (השטח האפור בציור).



(5) בציור שלפניך מוצג גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{2x+1}$

בתחום: $x > -0.5$.

א. העבירו משיק לגרף הפונקציה. שיפוע המשיק הוא -2.

i. מצא את השיעורים של נקודת ההשקה.

ii. מצא את משוואת המשיק.

ב. חשב את השטח המוגבל על-ידי גרף הפונקציה,

על-ידי המשיק, על-ידי הישר $x = 3.5$

ועל-ידי ציר ה- x (השטח האפור בציור).

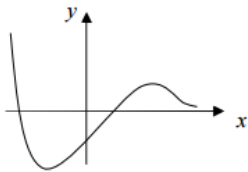
תשובות סופיות:

(1) א. 7 ב. 1050 ש"ח.

(2) א. $\alpha = 63.43^\circ$ ב. $CE = 0.63a$ ג. 10 ס"מ $a =$

(3) א. לכל x ב. (i). $\max\left(2, \frac{2}{e^4}\right), \min(-1, -e^2)$

ב. (ii). $(-\sqrt{2}, 0), (\sqrt{2}, 0), (0, -2)$ ב. (iii). להלן סקיצה:



ג. 3 יחידות מרחק.

(4) א. 0.5 ב. $(0.5\pi, 0), (1.5\pi, 0)$ ג. 0.5 יחידות שטח.

(5) א. (i). $(0.5, 2)$ א. (ii). $y = -2x + 3$ ב. 1.78

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

$$(1) \quad \begin{cases} a_1 = -1 \\ a_{n+1} = 4a_n + 9 \end{cases} \quad \text{נונה סדרה המוגדרת לכל } n \text{ טבעי על ידי הכלל:}$$

$$b_n \text{ היא סדרה המוגדרת לכל } n \text{ טבעי על ידי הכלל: } b_n = a_n + 3.$$

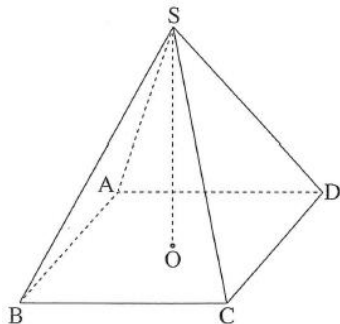
א. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה הנדסית.

ב. מצא את סכום 4 האיברים הראשונים בסדרה b_n .

ג. בסדרה b_n סכום 4 האיברים הראשונים קטן ב-43,350.

מסכום k האיברים העוקבים שאחרי האיבר הרביעי.

מצא את k .



(2) נונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן ABCD.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה ציור).

SK הוא גובה למקצוע CD בפאה SCD.

נתון: $SK = 16$ ס"מ.

הזווית בין SK למישור הבסיס היא 68° .

א. חשב את אורך המקצוע BC.

ב. נתון גם: $CD = 10$ ס"מ.

i. חשב את הזווית CSD.

ii. ציין זווית אחרת בין שני מקצועות של הפירמידה,

השווה בגודלה לזווית CSD.

ג. SL הוא גובה למקצוע AB בפאה SAB.

מצא את הזווית שבין SK ובין SL.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

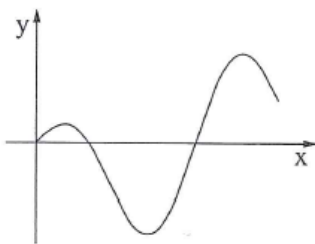
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = e^x + \frac{e^2}{e^x} - 2e$.

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

על פי הגרף $f(x)$ שסרטטת, מצא עבור אילו ערכים של x הפונקציה $g(x)$ חיובית.

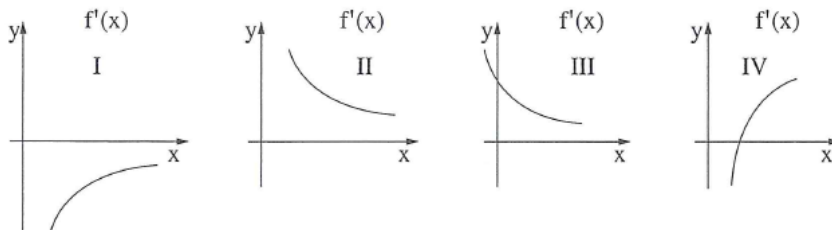
(4) בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה: $f(x) = a \cdot \sin(2x) - \frac{1}{2} \sin(x)$.



- בתחום $0 \leq x \leq 1.5\pi$ הוא פרמטר. a ישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = \pi$, מקביל לישר $y = 1.5x + 3$.
- מצא את הערך של a .
- הצב $a = \frac{1}{2}$, וענה על הסעיפים ב ו- ג.
- בתחום $0 \leq x \leq 1.5\pi$, מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- בתחום $0 \leq x \leq \pi$ מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

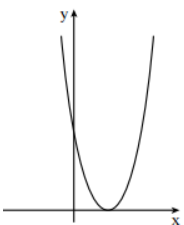
5 נתונה הפונקציה $f(x) = \log_2(x^2) + \frac{1}{3}\log_2(x)$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 ג. הראה כי הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x בתחום ההגדרה שלה.
 ד. מבין הגרפים I–IV שלפניך, קבע איזה גרף הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. נמק.



- ה. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישרים $x=1$ ו- $x=2$.

תשובות סופיות:

1. א. הוכחה. ב. $S_4 = 170$. ג. $k = 4$.
 2. א. $BC = 11.99$ ס"מ. ב. (i). $\angle CSD = 34.7^\circ$. ג. (ii). $\angle ASB$.
 3. א. כל x . ב. $(0, e^2 - 2e + 1)$, $(1, 0)$. ג. $\min(1, 0)$.
 ד. סקיצה:  ה. $x \neq 1$.

4. א. $a = \frac{1}{2}$. ב. $(0, 0)$, $(\frac{\pi}{3}, 0)$, $(\pi, 0)$.

5. א. $x > 0$. ב. $(1, 0)$. ג. 1.25 יח"ר. ד. גרף II.
 ה. $2\frac{1}{3}$ יח"ר. ג. הוכחה.

בגרות קיץ 2014 מועד ג':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

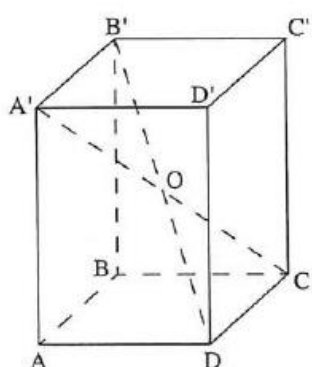
(1) נתונה סדרה חשבונית שיש בה n איברים.

נתון: $d = 6$, $a_1 = -74$.

האיבר האחרון בסדרה קטן ב-190 מסכום כל האיברים שלפניו.

א. מצא כמה איברים יש בסדרה.

ב. מצא כמה איברים חיוביים יש בסדרה.



(2) אלכסוני התיבה $ABCD A'B'C'D'$ נפגשים בנקודה O.

נתון: $\angle DOC = 42^\circ$

שטח המשולש DOC הוא 8.4 סמ"ר.

א. מצא את האורך של הצלע OC.

ב. מצא את האורך של המקצוע DC.

ג. הזווית בין אלכסון התיבה

לבסיס התיבה ABCD היא 53° .

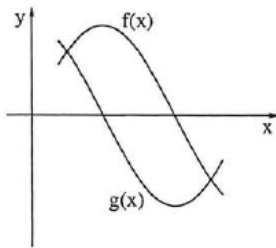
מצא את האורך של המקצוע AD.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונות הפונקציות: $f(x) = \sin(2x)$, $g(x) = \cos(2x)$

בתחום $\frac{\pi}{12} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$ (ראה ציור).

- א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות בתחום הנתון.
- ב. העבירו אנך לציר ה- x דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x בתחום הנתון. האנך מחלק לשני שטחים את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות בתחום הנתון. מצא את השטח שמימין לאנך.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\ln(ax-2)}{ax-2}$, a הוא פרמטר גדול מאפס.

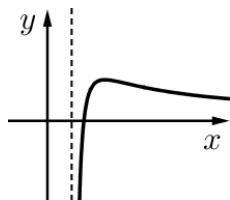
- א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה. הישר $x=2$ הוא אסימפטוטה של הפונקציה.
- ב. מצא את הערך של a .
- הצב את הערך של a שמצאת, וענה על סעיף ג.
- ג. ענה על הסעיפים הבאים:
 - i. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
 - ii. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
 - iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{2x-1} - 4x$.

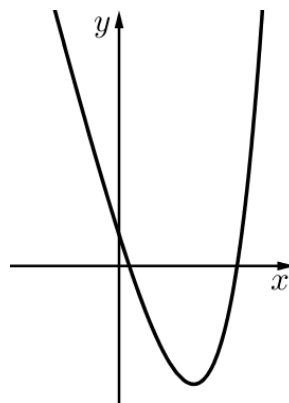
- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. ענה על הסעיפים הבאים:
 i. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה. תוכל להשאיר \ln בתשובתך.
 ii. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y . תוכל להשאיר e בתשובתך.
 iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, אם ידוע כי לפונקציה אין אסימפטוטה אופקית.
 ג. העבירו משיק לפונקציה $f(x)$ בנקודת הקיצון שלה. מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי ציר ה- y , על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הישר $x = 2$.

תשובות סופיות:

- (1) א. 30 איברים ב. 17 איברים
 (2) א. 5.01 ס"מ $OC =$ ב. 3.59 ס"מ $DC =$ ג. 4.84 ס"מ
 (3) א. $x = \frac{5\pi}{8}$, $x = \frac{\pi}{8}$ ב. 1.21 יח"ר
 (4) א. $x > \frac{2}{a}$ ב. $a = 1$ ג. (i). $\max(4.71, 0.37)$
 ג. (ii). $(3, 0)$ ג. (iii). להלן סקיצה:



- (5) א. כל x ב. (i). $\min(0.846, -1.386)$ ב. (ii). $(0, 0.37)$ ג. 4.63 יח"ר
 ב. (iii). להלן סקיצה:



בגרות חורף 2015:

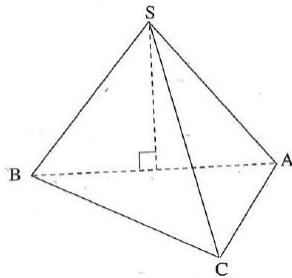
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. נתונים כל המספרים התלת-ספרתיים שמתחלקים ב-6 בלי שארית. מצא את הסכום של מספרים אלה.
המספר הגדול ביותר מבין המספרים שבסעיף א' הוא האיבר הראשון בסדרה הנדסית אין-סופית.
האיבר הרביעי בסדרה הנדסית זו הוא 124.5.
- ב. מצא את הסכום של הסדרה ההנדסית.
- ג. הראה כי האיבר הראשון בסדרה ההנדסית שווה לסכום של כל האיברים שאחריו.



(2) נתונה פירמידה ישרה SABC

שבסיסה משולש ישר-זווית ($\angle ACB = 90^\circ$) (ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = 30^\circ$, $AB = k$.

הזווית בין כל מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה היא 45° .

- א. הבע באמצעות k את נפח הפירמידה.
- ב. הבע באמצעות k את הגובה לבסיס AC בפאה SAC.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

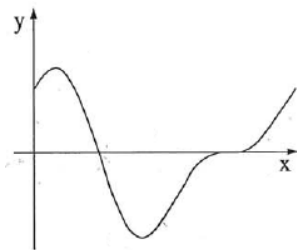
טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{x-1}$, בתחום $x \geq 0$.

- מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות (אם יש כאלה).
- מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציות, וקבע את סוגן.
- האם עבור $x = 4$ הגרף של $f(x)$ נמצא מעל לגרף של $g(x)$ או מתחתיו? נמק.
- האם הגרפים של הפונקציות נפגשים? נמק.

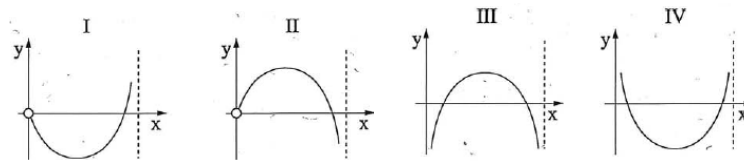


(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \sin(2x) + 2\cos(x)$

בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$ (ראה ציור).

- מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- דרך נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה העבירו משיק לגרף הפונקציה. מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק, על ידי גרף הפונקציה ועל ידי ציר ה- y .

- (5) נתונה הפונקציה $f(x) = \ln(2x - ax^2)$, a הוא פרמטר. שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x=1$ הוא $\frac{2}{3}$.
- א. מצא את הערך של a .
- הצב $a = \frac{1}{2}$, וענה על הסעיפים שלפניך.
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ג. איזה מהגרפים IV-I שלפניך מתאים לפונקציה $f(x)$? נמק.



תשובות סופיות:

- (1) א. $S = 82,350$ ב. $S_\infty = 1992$ ג. הוכחה.
- (2) א. $V = 0.036k^3$ יח"ר ב. $h_{AC} = 0.661k$ יח"ר
- (3) א. עבור $f(x)$ עלייה $x > 0$, אין תחומי ירידה.
עבור $g(x)$ עלייה אין, ירידה $x > 0$.
- ב. עבור $f(x)$ אין מקסימום מוחלט, מינימום מוחלט $(0,0)$.
עבור $g(x)$ מקסימום מוחלט $(0,2)$, מינימום מוחלט אין.
- ג. עבור $x = 4$: $f(x)$ נמצאת מעל $g(x)$. ד. כן.
- (4) א. $\max(2\pi, 2)$, $\min(0.83\pi, -2.598)$, $\max(0.167\pi, 2.598)$, $\min(0, 2)$.
ב. 0.11 יח"ר.
- (5) א. $a = 0.5$ ב. $0 < x < 4$ ג. גרף III.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות הנדסיות אין-סופיות יורדות:

$$\text{I. } a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$$

$$\text{II. } b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$$

נתון כי מנת הסדרה I היא q , ומנת הסדרה II היא 0.5.

משתי הסדרות הנתונות בנו סדרה שלישית שהיא גם סדרה הנדסית

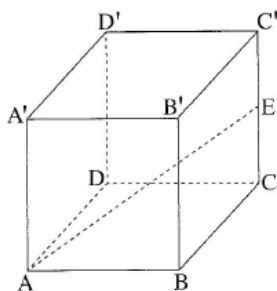
$$\text{III. } \frac{a_1}{b_1}, \frac{a_2}{b_2}, \frac{a_3}{b_3}, \dots, \frac{a_n}{b_n}, \dots$$

א. הבע באמצעות q את מנת הסדרה III.

ב. סכום האיברים של סדרה II הוא 8.

סכום האיברים של סדרה I גדול פי 2 מסכום האיברים של סדרה III.

מצא את מנת הסדרה III.



(2) נתונה קובייה ABCDA'B'C'D'.

נקודה E היא אמצע המקצוע CC' (ראה ציור).

א. מצא את גודל הזווית בין AE לבסיס ABCD.

ב. נתון כי נפח הקובייה הוא 140.608 סמ"ק.

מצא את אורך הקטע AC.

ג. נקודה K נמצאת על הקטע EC'.

נתון: $CK = 4.5$ ס"מ.

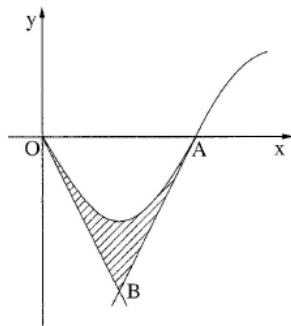
מצא את $\angle KAE$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $(\frac{2}{3})$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה $f(x) = -\sin 2x$

בתחום $0 \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$.

גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x

בראשית הצירים O ובנקודה A .

העבירו משיק לגרף הפונקציה בנקודה O

ומשיק לגרף הפונקציה בנקודה A (ראה ציור).

א. מצא את משוואת המשיק בנקודה O

ואת משוואת המשיק בנקודה A .

ב. המשיקים נפגשים בנקודה B . מצא את השיעורים של הנקודה B .

ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי שני המשיקים (השטח המקווקו בציור).

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x}}{2x^2}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ii. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

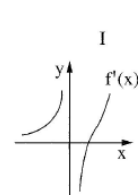
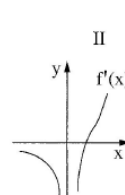
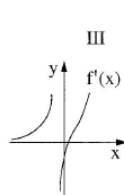
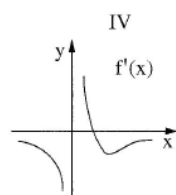
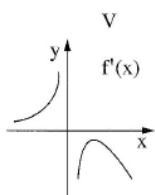
i. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ii. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. מבין הגרפים I, II, III, IV, V, שלפניך, איזה גרף מייצג את

פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



(5) נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 (\ln x)^2$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x \geq \frac{1}{e^2}$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x \geq \frac{1}{e^2}$.

ii. הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודות A ו-B.

מצא את השטח המוגבל על ידי הקטע AB ועל ידי הגרף של $f'(x)$.

תשובות סופיות:

1) א. $2q$ ב. $q_3 = \frac{2}{3}$

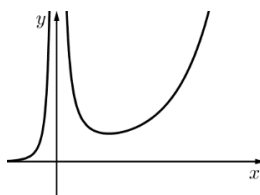
2) א. 19.5° ב. $AC = 7.35$ ס"מ ג. $\angle KAE = 11.99^\circ$

3) א. $y = -2x$, $y = 2x - \pi$ ב. $B\left(\frac{\pi}{4}, -\frac{\pi}{2}\right)$ ג. 0.234 יח"ר

4) א. (i) $x \neq 0$ א. (ii) $x = 0$

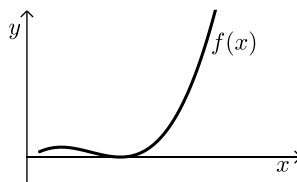
ב. (i) עלייה $x > 1$ או $x < 0$ ירידה $0 < x < 1$

ב. (iii) להלן סקיצר



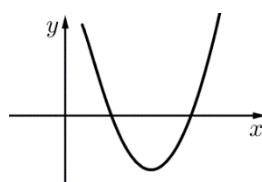
5) א. $x > 0$ ב. $\max\left(\frac{1}{e}, \frac{1}{e^2}\right)$, $\min(1.0)$

ג. להלן סקיצה:



ד. (ii) $\frac{1}{e^2}$

ד. (i) להלן סקיצה:



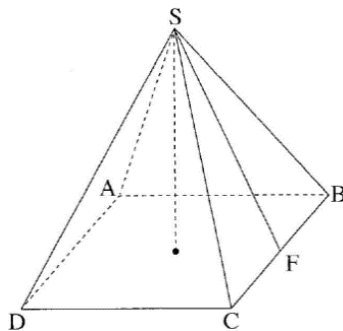
בגרות קיץ 2015 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) ארבעת האיברים שלפניך: a_1, a_2, a_3, a_4 הם איברים עוקבים בסדרה חשבונית עולה. סכום ארבעת האיברים הוא 20. שלושת האיברים a_1, a_2, a_4 הם איברים עוקבים בסדרה הנדסית. (a_1 הוא האיבר הראשון בשתי הסדרות.)
- א. הראה כי a_1 שווה להפרש הסדרה החשבונית, ומצא את הפרש הסדרה החשבונית.
- ב. $\frac{a_2}{a_3 - a_1}$ הוא האיבר הראשון בסדרה הנדסית אינסופית יורדת. סכום כל האיברים בסדרה זו שווה ל-2. מצא את הסכום של 6 האיברים הראשונים בסדרה זו.



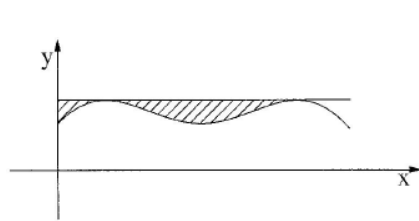
- (2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ריבוע. גובה הפירמידה שווה לצלע של בסיס הפירמידה. SF הוא גובה למקצוע CB בפאה SCB (ראה ציור).
- א. מצא את הזווית בין SF לבסיס הפירמידה.
- ב. מצא את הזווית CSB.
- ג. נפח הפירמידה הוא 1125 סמ"ק. מצא את שטח המשולש SDB.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \sin x + \frac{1}{2} \cos(2x)$

בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה

בנקודת המקסימום המוחלט שלה (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את משוואת המשיק.

ii. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי המשיק ועל ידי ציר ה- y . (השטח המקווקו בציור).

ב. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - \frac{3}{4}$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

מהי משוואת המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודות

המקסימום המוחלט שלה? נמק.

תוכל להיעזר בתת-סעיף א (i).

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 + 2x + a}{e^x}$, a הוא פרמטר ($a < 2$).

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ב. נתון כי לפונקציה $f(x)$ יש שתי נקודות קיצון.

ההפרש בין שיעור ה- x החיובי לבין שיעור ה- x השלילי

של נקודת הקיצון הוא 2. מצא את הערך של a .

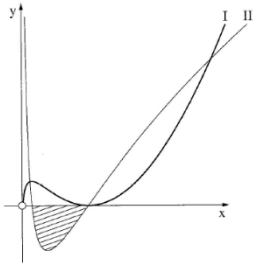
הצב $a = 1$, וענה על סעיף ג.

ג. ענה על הסעיפים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



(5) בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציה $f(x)$

ושל פונקציית הנגזרת שלה $f'(x)$, הגרפים I ו-II :

א. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$, ואיזה גרף הוא

של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.

נתון כי הפונקציה $f(x)$ היא $f(x) = 2x(\ln x)^2$.

ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף II עם ציר ה- x .

ד. באיזה תחום שיפוע המשיק לפונקציה $f(x)$ הוא חיובי? נמק.

ה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף II ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

תשובות סופיות:

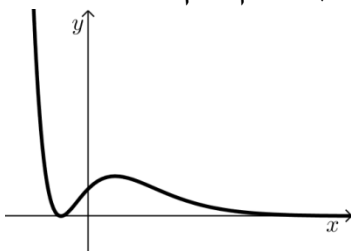
(1) א. 2 ב. 1.968

(2) א. $\angle SFO = 63.43^\circ$ ב. $\angle CSB = 48.2^\circ$ ג. 159.1 ס"מ.

(3) א. (i) $y = 0.75$ א. (ii) 0.31 ב. $y = 0$

(4) א. כל x ב. $a = 1$ ג. (i) $(-1, 0)$, (ii) $(0, 1)$

ג. (iii) להלן סקיצה: $\max(1, 1.47)$, $\min(-1, 0)$



(5) א. גרף I ו- $f(x)$, גרף II $f'(x)$ ב. $x > 0$

ג. $(0.135, 0)$, $(1, 0)$ ד. $x > 1$ או $0 < x < 0.135$ ה. 1.08 יח"ר.

בגרות חורף 2016:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה חשבונית שהאיבר הכללי שלה הוא $a_n = 3n - 12$,

ונתונה סדרה המוגדרת על ידי הכלל $b_n = 2a_n + 1$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הראה כי $b_n = 6n - 23$.

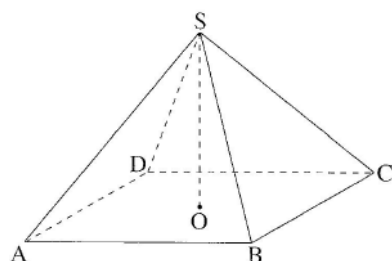
ii. הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

ב. נתון כי האיבר האחרון בסדרה b_n הוא 79.

מצא את מספר האיברים בסדרה b_n .

ג. נתון כי בסדרה a_n ובסדרה b_n יש אותו מספר איברים.

מצא את סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה a_n .



(2) נתונה פירמידה ישרה ABCDS שבסיסה מלבן.

SO הוא גובה הפירמידה (ראה ציור).

נתון: $AS = 13$ ס"מ,

הזווית בין מקצוע צדדי של הפירמידה

ובין בסיס הפירמידה היא 45° .

א. מצא את האורך של אלכסון הבסיס

של הפירמידה.

ב. נתון גם: $\angle CAB = 50^\circ$,

מצא את שטח הבסיס של הפירמידה.

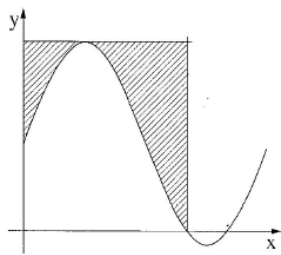
ג. מצא את השטח של הפאה SBC.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{3} + 2 \sin(2x)$

בתחום $0 \leq x \leq \pi$ (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים שלנקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה ושל נקודת המינימום המוחלט של הפונקציה. בתשובתך תוכל להשאיר שורש במידת הצורך.

ב. דרך נקודת המקסימום המוחלט של הפונקציה, העבירו משיק לפונקציה. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק,

על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x = \frac{2\pi}{3}$ (השטח המקווקו בציור).

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{e^{-x}}{x^2 - 3}$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ii. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לציר ה- x .
- iii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- iv. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- v. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.

מצא את תחומי העלייה של הפונקציה $g(x)$.

(הפונקציות $g(x)$ ו- $g'(x)$ מוגדרות באותו תחום).

5 נתונות הפונקציות : $f(x) = \ln x$, $g(x) = \ln(2x)$.

א. ענה על הסעיפים הבאים :

- i. מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מן הפונקציות.
- ii. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחת מן הפונקציות (אם יש כאלה).
- iii. האם יש נקודות חיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות? נמק.
- iv. האם לפונקציות הנתונות יש נקודות קיצון? נמק.
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ באותה מערכת צירים.

ב. ענה על הסעיפים הבאים :

- i. הראה כי $\ln(2x) - \ln(x) = \ln 2$ (בתחום ההגדרה של הפונקציות).
- ii. דרך נקודות החיתוך עם ציר ה- x של הגרפים של $f(x)$ ו- $g(x)$, העבירו ישרים המאונכים לציר ה- x .
היעזר בתת-סעיף ב(i), ומצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי האנכים. תוכל להשאיר \ln בתשובתך.

תשובות סופיות:

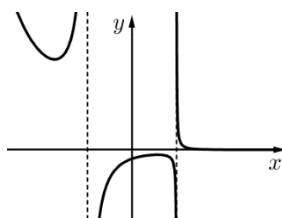
1 א. (i). הוכחה א. (ii). הוכחה ב. 17 ג. 135.

2 א. 18.384 ס"מ ב. 166.43 סמ"ר ג. 76.95 סמ"ר.

3 א. $\max\left(\frac{\pi}{4}, 3.73\right)$, $\min\left(\frac{3\pi}{4}, -0.268\right)$ ב. 2.69.

4 א. (i). $x \neq \pm\sqrt{3}$ א. (ii). $x = \pm\sqrt{3}$ א. (iii). $\left(0, -\frac{1}{3}\right)$

א. (v). עלייה $-3 < x < -\sqrt{3}$, $-\sqrt{3} < x < 1$, א. (iv). $\max\left(1, -\frac{1}{2e}\right)$, $\min\left(-3, \frac{e^3}{6}\right)$



ב. להלן סקיצה :

ירידה : $x < -3$, $1 < x < \sqrt{3}$, $x > \sqrt{3}$, $x < -\sqrt{3}$, $x > \sqrt{3}$ ג.

א. (ii). $f(x) : (1, 0)$, $g(x) : (0.5, 0)$.

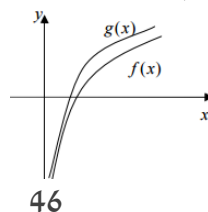
א. (iv). אין נקודות קיצון.

ב. (i). הוכחה. ב. (ii). 0.347.

5 א. (i). $f(x) : x > 0$, $g(x) : x > 0$.

א. (iii). אין נקודות חיתוך.

א. (v). להלן סקיצה :



בגרות קיץ 2016 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית יורדת: $1, \frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^3}, \dots$ ($x > 1$).

א. הבע באמצעות x את מנת הסדרה של האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה.

סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה הוא $\frac{4}{3}$.

ב. מצא את x .

ג. מצא את הסכום של ריבועי האיברים העומדים במקומות הזוגיים בסדר הנתונה.

(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן ABCD (ראה איור).

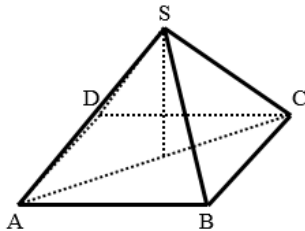
נתון: $\angle CAB = 50^\circ$, $\angle ASC = 70^\circ$.

ו-6 ס"מ $AB =$.

א. מהו גודל הזווית בין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה?

ב. חשב את נפח הפירמידה.

ג. חשב את גודל הזווית ASB.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = x + \sin(2x)$ בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f'(x)$ בתחום הנתון.

ענה על סעיפים א' ו-ב' עבור התחום הנתון.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x .

ii. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון המוחלט של

הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ב. עבור אילו ערכים של x , שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא שלילי? נמק.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{2x} + e^{4-2x} + 2$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .

ii. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ב. דרך נקודות הקיצון של הפונקציה העבירו אנך לציר ה- x .

השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי האנך, על ידי ציר ה- y

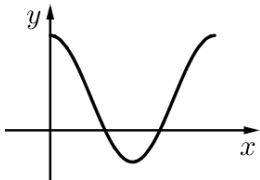
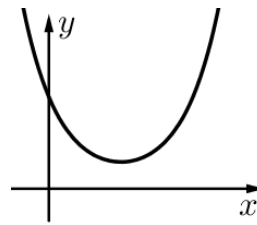
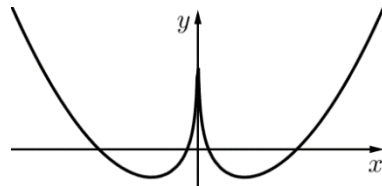
ועל ידי הישר $y = k$, שווה ל- $\frac{1}{2} - 8\frac{e^4}{2}$, $0 < k < 16$.

מצא את הערך של k .

(5) נתונה הפונקציה : $f(x) = x^2 - \ln(x^2) - 3$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מהי האסימפטוטה האנכית של הפונקציה?
- ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ד. ענה על הסעיפים הבאים :
 - i. מצא את הערך של $f(5)$.
 - ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה הפונקציה : $g(x) = f(x) + 2$. מצא כמה נקודות חיתוך של לגרף הפונקציה $g(x)$ על ציר ה- x . נמק.

תשובות סופיות:

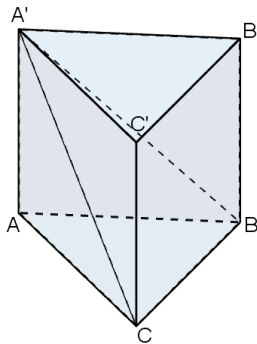
- (1) א. $\frac{1}{x^2}$ ב. 2 ג. $\frac{4}{15}$
- (2) א. 55° ב. 95.32 סמ"ק ג. $\angle ASB = 43.27^\circ$
- (3) א. (i). $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right), \left(\frac{2\pi}{3}, 0\right)$ א. (ii). $\min\left(\frac{\pi}{2}, -1\right), \max(\pi, 3), \max(0, 3)$ ב. $\frac{\pi}{3} < x < \frac{2\pi}{3}$
- א. (iii). להלן סקיצה : 
- (4) א. (i). $(0, 57.598)$ א. (ii). $\min(1, 16.778)$ א. (iii). להלן סקיצה : 
- ב. $k = 10$ א. $x \neq 0$ ב. $x = 0$
- (5) א. $\min(1, -2), \min(-1, -2)$ ב. 18.78 ג. $\min(1, -2), \min(-1, -2)$ ד. (ii). להלן סקיצה : 
- ה. 2 נקודות.

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- 1) נתונה סדרה המקיימת את הכלל: $a_{n+1} = a_n - 4$.
- האיבר השלישי בסדרה הוא 12.
- א. מצא את האיבר הראשון.
בסדרה זו 71 איברים.
- ב. חשב את הסכום של 10 האיברים האחרונים בסדרה.
- ג. מצא את האיבר האמצעי בסדרה.



- (2) נתונה מנסרה ישרה 'BCA'.
 בסיס המנסרה ABC הוא משולש
 שווה-שוקיים ($AB = AC$) (ראה ציור).
 זווית הראש של המשולש ABC היא 54° .
 והאורך של בסיס המשולש הוא 7 ס"מ.
 הזווית בין האלכסון AC ובין בסיס
 המנסרה ABC היא 65° .
 א. חשב את שטח הפאה ABC .
 ב. חשב את הזווית בין הגובה לצלע BC
 במשולש ABC ובין בסיס המנסרה ABC.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3 - \sin^2 x - \cos x$

בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. על פי הגרף שסרטטת בסעיף ב, סרטט סקיצה של גרף

הנגזרת $f'(x)$ בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

ii. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$

ועל ידי ציר ה- x בתחום: $\frac{\pi}{3} \leq x \leq \pi$.

(4) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = e^x$, $g(x) = e^{3-x}$

א. מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מן הפונקציות

עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של כל אחת

מן הפונקציות (אם יש כאלה).

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את השיעורים של נקודת החיתוך של שתי הפונקציות.

ii. סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$

וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

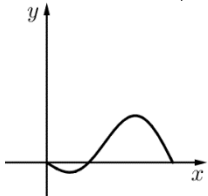
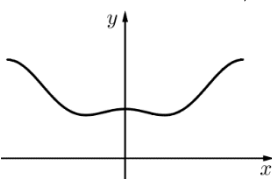
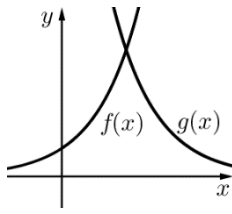
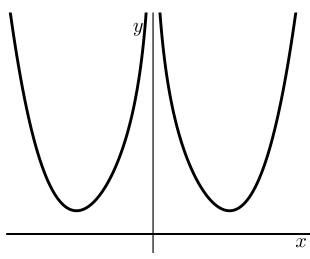
iii. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות

ועל ידי הישר $y = e^3$.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^m - \ln(x^4)$, m הוא מספר טבעי.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. נתון שלפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון ששיעור ה- x שלה שווה ל-1. מצא את הערך של m .
- הצב $m = 4$ וענה על הסעיפים ג-ה:
- ג. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. נתונה פונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x) - 3$. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמק.

תשובות סופיות:

- (1) א. $a_1 = 20$ ב. $S = -2420$ ג. $a_{36} = -120$
- (2) א. $S = 127.46$ ב. 67.44°
- (3) א. $\max(\pi, 4)$, $\min\left(\frac{\pi}{3}, \frac{7}{4}\right)$, $\max(0, 2)$, $\min\left(-\frac{\pi}{3}, \frac{7}{4}\right)$, $\max(-\pi, 4)$
- ב. להלן סקיצה: ג. (i). להלן סקיצה: ג. (ii). 2.25.
- 
- 
- (4) א. $g(x) : (0, e^3)$, $f(x) : (0, 1)$
- ב. $f(x)$ עולה לכל x , $g(x)$ יורדת לכל x .
- ג. (i). $(1.5, e^{1.5})$ ג. (ii). להלן סקיצה: ג. (iii). $e^3 + 2e^{1.5} = 29.05$
- 
- (5) א. $x \neq 0$ ב. $m = 4$ ג. $\min(1, 1)$, $\min(-1, 1)$
- ד. להלן סקיצה: ה. 4.
- 

בגרות חורף 2017:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המקיימת את הכלל: $a_{n+1} = a_n - 2n + 3$.

מגדירים סדרה חדשה המקיימת: $b_n = a_n + n^2$.

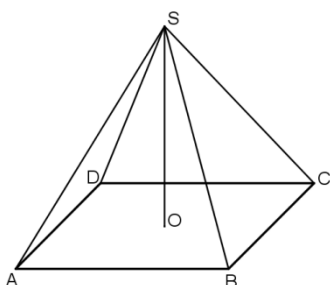
א. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית.

נתון: $a_3 = 2$.

ב. הבע את b_n באמצעות n .

ג. בסדרה b_n יש 31 איברים. חשב את סכום האיברים העומדים

במקומות האי-זוגיים בסדרה זו.



(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD

שבסיסה, ABCD, הוא ריבוע (ראה ציור).

נתון: גובה הפירמידה, SO, גדול פי 1.25

מן האורך של אלכסון הבסיס של הפירמידה.

א. נפח הפירמידה הוא 360 סמ"ק.

חשב את האורך של אלכסון הבסיס.

ב. חשב את הזווית שבין מקצוע צדדי

לבין מישור הבסיס של הפירמידה.

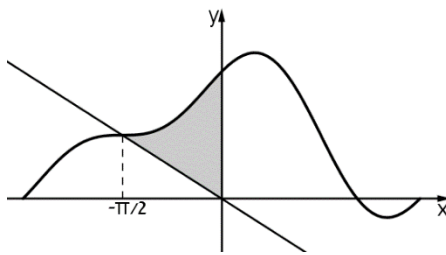
ג. חשב את זווית הבסיס של פאה צדדית של הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $(\frac{2}{3})$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = a \cos x + \frac{1}{2} \sin 2x + 1$

בתחום: $-\pi \leq x \leq \pi$. a הוא פרמטר.

דרך ראשית הצירים מעבירים ישר שחותך את

גרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -\frac{\pi}{2}$ (ראה ציור).

א. השטח האפור שבציור (השטח שנמצא ברביע השני ומוגבל

על ידי הישר, על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- y) שווה ל- $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}$.

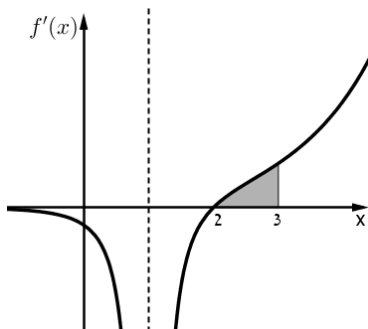
מצא את a .

הצב $a = 1$ וענה על הסעיפים ב-ג.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה,

וקבע את סוגן. (אפשר להסתמך על הגרף כדי לקבוע את הסוג).

ג. כמה משיקים המקבילים לציר ה- x יש לגרף הפונקציה בתחום הנתון? נמק.



(4) בציור שלפניך מוצג גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$

של הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{x-2}}{x-c}$. c הוא פרמטר.

היעזר בנתונים מן הציור וענה על הסעיפים א-ד.

א. גזור את הפונקציה $f(x)$ וחשב את c .

הצב $c = 1$ וענה על הסעיפים ב-ד.

ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

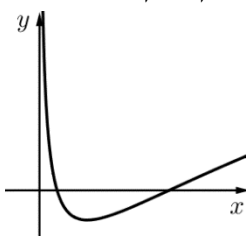
ועל ידי ציר ה- x בתחום $2 \leq x \leq 3$ (השטח האפור בציור).

תוכל להשאיר e בתשובתך.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = (\ln x)^2 - 2 \ln x$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- ג. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ה. מצא את התחום שבו גם $f(x)$ חיובית וגם $f'(x)$ חיובית.
- ו. $g(x)$ היא פונקציה המקיימת: $g'(x) = f(x)$ בתחום $x > 0$. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של $g(x)$, וקבע את סוגן.

תשובות סופיות:

- (1) א. הוכחה ב. $b_4 = 4n - 1$ ג. 1008
- (2) א. 12 ס"מ ב. 68.198° ג. 74.77°
- (3) א. $a = 1$ ב. $x_{\min} = \frac{5\pi}{6}$, $x_{\max} = \frac{\pi}{6}$ ג. 3 משיקים.
- (4) א. $c = 1$ ב. $x \neq 1$ ג. $\min(2, 1)$ ד. 0.359
- (5) א. $x > 0$ ב. $\min(e, -1)$ ג. $(e^2, 0)$, $(1, 0)$ ד. להלן סקיצה:

- ה. $x > e^2$ ו. $x_{\max} = 1$, $x_{\min} = e^2$

בגרות קיץ 2017 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המקיימת: $a_1 = 0$, $a_{n+1} = a_n + 2n + 5$ לכל n טבעי.

א. חשב את האיברים a_2 ו- a_3 .

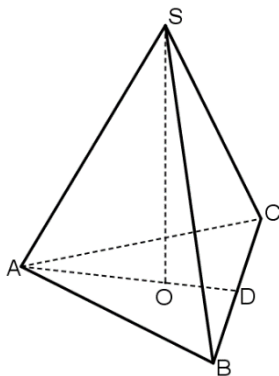
מגדירים סדרה חדשה: $b_n = a_{n+1} - a_n$.

ב. הבע את b_n באמצעות n .

ג. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה.

ד. נתון כי סכום n האיברים הראשונים בסדרה b_n שווה ל- a_5 .

מצא את n .



(2) נתונה פירמידה משולשת ישרה SABC

שבסיסה משולש ABC הוא שווה צלעות.

נתון: $AB = 2a$.

SO הוא גובה בפירמידה (ראה ציור).

AD הוא הגובה לצלע BC במשולש ABC.

א. הבע באמצעות a את אורך AD.

ב. נתון כי נפח הפירמידה הוא $\sqrt{3}a^3$.

הבע באמצעות a את גובה הפירמידה SO.

ג. חשב את גודל הזווית שבין מקצוע צדדי

ובין בסיס הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = 2x + 4\cos x$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

- מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .
- מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- מנקודות הקיצון הפנימיות של הפונקציה $f(x)$ העבירו שני אנכים לציר ה- x . חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x ושני האנכים.

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a}{e^{2x} - 10e^x}$. a הוא פרמטר שונה מאפס.

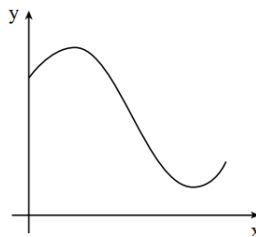
- ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
- נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y היא $\left(0, -\frac{1}{9}\right)$.
 - מצא את a .
 - הצב בפונקציה $f(x)$ את a שנמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים ג-ד.
 - ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
 - מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
 - האם לגרף הפונקציה $f(x)$ יש נקודות חיתוך עם ציר ה- x ? נמק.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את התחום שבו $f(x) < 0$ וגם $f'(x) < 0$.

(5) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(1+x)}{2+2x}$.

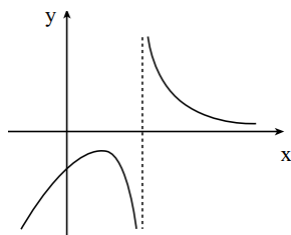
- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .
 ג. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 ד. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ו. סרטט סקיצה של גרף $-f(x)$.

תשובות סופיות:

- (1) א. $a_2 = 7, a_3 = 16$ ב. $b_n = 2n + 5$ ג. $d = 2$ ד. 4.
 (2) א. $a\sqrt{3}$ ב. $3a$ ג. 68.95° .
 (3) א. $(0, 4)$ ב. $\max(\pi, 2.28), \min\left(\frac{5\pi}{6}, 1.771\right), \max\left(\frac{\pi}{6}, 4.51\right), \min(0, 4)$ ד. 6.58 יחידות.
 ג. להלן סקיצה:

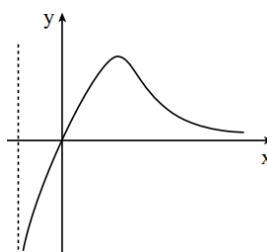
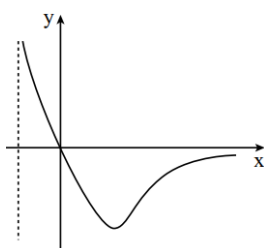


- (4) א. (i) $x \neq \ln 10$ א. (ii) $x = \ln 10$ ב. $a = 1$ ג. (i) $\max\left(\ln 5, -\frac{1}{25}\right)$
 ג. (ii) עלייה: $x < \ln 5$, ירידה: $\ln 5 < x < \ln 10$, $x > \ln 10$ ג. (iii) לא. ג. (iv) להלן סקיצה:



ד. $\ln 5 < x < \ln 10$.

- (5) א. $x > -1$ ב. $x = -1$ ג. $(0, 0)$ ד. $\max\left(e - 1, \frac{1}{2e}\right)$
 ה. להלן סקיצה: ו. להלן סקיצה:



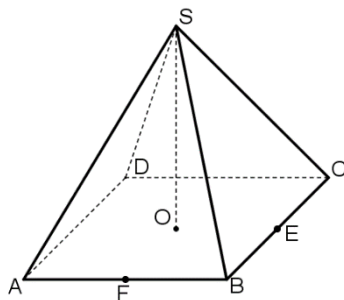
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) הדר מתאמנת לקראת מרוץ שאורך המסלול שלו הוא 22 ק"מ. במהלך השבוע הראשון לאימונים רצה הדר 2 ק"מ, ותכננה להוסיף בכל שבוע 500 מטרים לריצה, כדי שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.
- א. כמה שבועות הדר מתכננת להתאמן למרוץ?
לאחר 24 שבועות שבהם התאמנה כמתוכנן, הודיעו על הקדמת המרוץ. בשבוע ה-25 היא רצה כמתוכנן, ולאחר מכן היא החליטה לשנות את תכנית האימונים שלה: לרוץ בכל שבוע 800 מטרים יותר מבשבוע שלפניו (ולא 500 מטרים יותר, כפי שתכננה בהתחלה). כך שבשבוע האחרון לאימונים היא תרוץ 22 ק"מ.
- ב. בכמה שבועות תקצר הדר את האימונים שלה?
ג. כמה קילומטרים תרוץ הדר סך הכול במהלך האימונים שלה?

- (2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה ABCD, הוא ריבוע (ראה ציור).



- אורך הצלע של בסיס הפירמידה הוא 8 ס"מ.
SE הוא הגובה לצלע BC בפאה הצדדית SBC,
ו-SF הוא הגובה לצלע AB בפאה הצדדית SAB.
שטח הפאה SBC הוא 36 סמ"ר.
- א. ענה על הסעיפים הבאים:
- חשב את הזווית שבין SE לבסיס הפירמידה.
 - חשב את האורך של גובה הפירמידה, SO.
- ב. הנקודה G היא אמצע הקטע FE.
- חשב את אורך הקטע FE.
 - חשב את אורך הקטע OG.
 - חשב את הזווית שבין SG לבין בסיס הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 1 + \cos 3x$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

- א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
 - ג. סרטט את גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) - 2$.

ד. סרטט את גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

בתחום $0 \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{x^2-x+1}$. נתון: $g(x) = f'(x)$.

- א. ענה על הסעיפים הבאים:
 - i. מצא את משוואת הפונקציה $g(x)$.
 - ii. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
 - iii. מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
 - iv. הראה שהפונקציה $g(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- ג. מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$ ועל ידי הצירים.

5 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{\ln x - a}$. $a > 0$ פרמטר.

נתון: הישר $y = 2x$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x = e^3$.

א. מצא את a .

ב. הצב $a = 2$ וענה על הסעיפים ב-ג:

i. מצא את תחום ההגדרה של $f(x)$.

ii. מצא את משוואת האסימפטוטה של הפונקציה $f(x)$ המאונכת לציר ה- x .

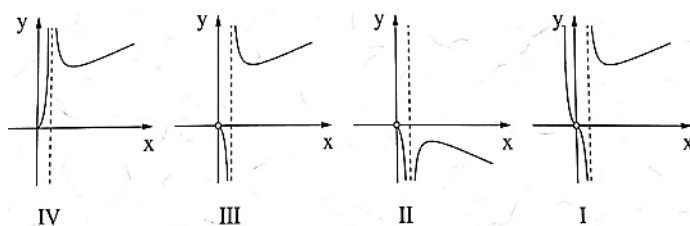
iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

iv. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

v. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ג. לפניך ארבעה גרפים, IV-I.

איזה מהם הוא הגרף של הפונקציה $f(x)$? נמק.



תשובות סופיות:

1 א. 41 שבועות.

ב. 6 שבועות.

ג. 384 ק"מ.

2 א. (i). 63.61°

א. (ii). 8.062 ס"מ

ב. (i). 5.657 ס"מ

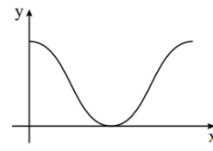
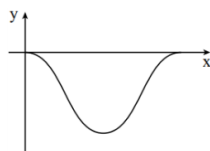
ב. (ii). 2.828 ס"מ.

ב. (iii). 70.667°

3 א. $(0, 2)$, $\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$

ב. $\max\left(\frac{2\pi}{3}, 2\right)$, $\min\left(\frac{\pi}{3}, 0\right)$, $\max(0, 2)$

ג. להלן סקיצה: $\frac{2}{3}\pi$. ד. להלן סקיצה:



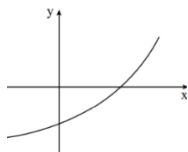
א. (iii). $(0, -e)$, $\left(\frac{1}{2}, 0\right)$

א. (ii). כל x

4 א. (i). $g(x) = (2x-1)e^{x^2-x+1}$

ג. 0.601.

א. (iv). הוכחה. ב. להלן סקיצה:



ב. (iii). $\min(e^3, 40.17)$

ב. (i). $x > 0, x \neq e^2$. (ii). $x = e^2$

5 א. $a = 2$

ב. (iv). עלייה: $x > e^3$, ירידה: $0 < x < e^2, e^2 < x < e^3$

ב. (v). אין. ג. III

בגרות חורף 2018:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

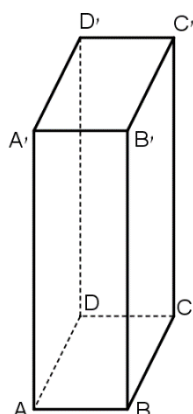
ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית שכל איבריה חיוביים.
האיבר השלישי בסדרה גדול פי 8 מן האיבר השישי בסדרה.
א. פי כמה גדול סכום כל איברי הסדרה מסכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים?
ב. סכום האיברים הנמצאים במקומות האי-זוגיים הוא 2. חשב את הערך של האיבר השלישי בסדרה הנתונה.

(2) נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה $ABCD$, הוא ריבוע (ראה ציור).

נתון: $AA' = 3a$, $AB = a$.



- א. ענה על הסעיפים הבאים:
i. הבע באמצעות a את AC ואת AD' .
ii. הסבר מדוע $AD' = CD'$.
ב. מצא את גודל הזווית $AD'C$.
ג. הבע באמצעות a את שטח המשולש $AD'C$.
ד. $D'E$ הוא גובה במשולש $AD'C$. מצא את גודל הזווית שבין $D'E$ לבין בסיס התיבה $ABCD$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים בתחום הנתון.

ii. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון,

וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = \pi$

ועל ידי ציר ה- x בתחום $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = 4^{2x} - 4^x - 2$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

בציור שלפניך סרטוט של גרף הפונקציה $g(x) = -2f(x)$.

לפונקציה $g(x)$ יש אסימפטוטה שמשוואתה $y = 4$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

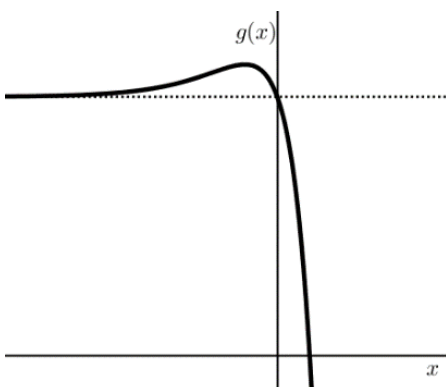
i. מה הם שיעורי נקודת הקיצון של

הפונקציה $g(x)$?

ii. מהי משוואת האסימפטוטה האופקית

של הפונקציה $f(x)$? נמק.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2\ln x + 3}{3}$.

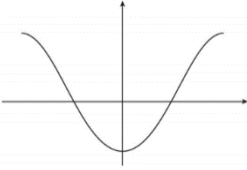
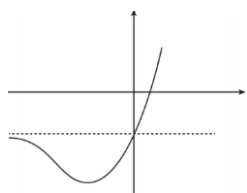
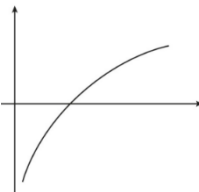
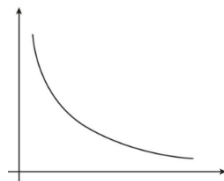
א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
- ii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- iii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
- iv. כתוב את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. כתוב את משוואות האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.
 - ii. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- $1 < b$ הוא פרמטר. השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x , על ידי הישר $x=1$ ועל ידי הישר $x=b$ שווה ל- $\ln 4$.
- ג. מצא את הערך של b .

תשובות סופיות:

- (1) א. פי 3. ב. $a_3 = \frac{3}{8}$.
- (2) א. (i). $AD' = a\sqrt{10}$, $AC = a\sqrt{2}$. ב. $\angle AD'C = 25.84^\circ$. ג. $S_{\triangle ADC} = 2.179a^2$. ד. 76.74° .
- (3) א. (i). $(0, -3)$, $(-\frac{\pi}{2}, 0)$, $(\frac{\pi}{2}, 0)$. א. (ii). מקסימום: $(-\pi, 3)$, $(\pi, 3)$, מינימום $(0, -3)$. ב. להלן סרטוט: ג. 3 יח"ר.
- 
- (4) א. (i). כל x . א. (ii). $(\frac{1}{2}, 0)$, $(0, -2)$. ב. (i). מקסימום: $(-\frac{1}{2}, 4.5)$. ב. (ii). $y = -2$. ב. (iii). להלן סרטוט:
- 
- (5) א. (i). $x > 0$. א. (ii). $(0.223, 0)$. א. (iii). עלייה: $x > 0$, ירידה: אין. א. (v). להלן סקיצה: ב. (i). $x = 0$. ב. (ii). $y = 0$, $x = 0$. ג. $b = 8$.
- 
- ב. (ii). סרטוט:
- 

בגרות קיץ 2018 מועד א':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 2-1.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) הסדרה a_n מוגדרת באופן הזה: $a_1 = 0$, $a_{n+1} = a_n + 3$.

הסדרה b_n מוגדרת על ידי הכלל: $b_n = a_n + a_{n+1}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הוכח: $b_n = 2a_n + 3$.

ii. הוכח שהסדרה b_n היא סדרה חשבונית, ומצא את ההפרש שלה ואת b_1 .

נתון: $b_1 + b_m = 120$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את m .

ii. חשב את הסכום: $b_{m+1} + b_{m+2} + \dots + b_{2m}$.

(סכום האיברים בסדרה b_n החל מהאיבר b_{m+1} ועד האיבר b_{2m} , כולל).

(2) ABCDE היא פירמידה ישרה שבסיסה הוא ריבוע, כמתואר באיור.

נתון: EM הוא גובה של הפירמידה, והוא שווה באורכו לאלכסון הבסיס.

נסמן: $AB = a$.

א. חשב את גודל הזווית בין מקצוע צדדי בפירמידה

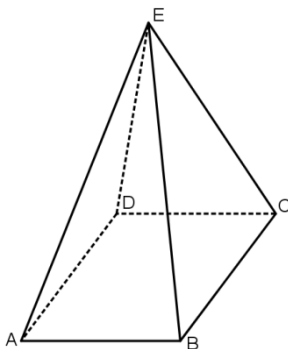
ובין בסיס הפירמידה.

EK הוא גובה בפאה צדדית של הפירמידה.

ב. חשב את גודל הזווית בין EK ובין בסיס הפירמידה.

ג. נתון: שטח המעטפת של הפירמידה הוא 36.75 סמ"ר.

חשב את a .



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) הפונקציה $f'(x) = 2 \sin 2x$ היא פונקציית הנגזרת של הפונקציה $f(x)$.

ענה על הסעיפים א-ה בעבור התחום: $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.

גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בנקודה $(0, -2)$.

ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי הישר $x = \pi$, על ידי ציר ה- y ועל ידי ציר ה- x .

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = ae^x - 9e^{-x}$. a הוא פרמטר.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = \ln 3$ הוא 6.

ב. מצא את a . פרט את חישוביך.

הצב $a = 1$ וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ii. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

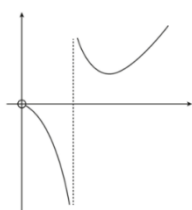
ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי הצירים.

5 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{\ln(x)-2}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- i. האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את הצירים? אם כן, מצא את נקודות החיתוך. אם לא, נמק.
- ii. לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית אחת. מצא את משוואתה.
- iii. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
- iv. מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- v. חשב את $f(0.1)$ וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
- ג. מהו תחום העלייה של הפונקציה $g(x)$?

תשובות סופיות:

- 1 א. (i) הוכחה. א. (ii) $b_1 = 3, d = 6 \leftarrow b_{n+1} - b_n = 6$. ב. (i) $m = 20$. ב. (ii) 3,600. ג. 3.5 ס"מ. ב. 70.529° . א. 63.435° .
- 2 א. $x = 0$ מינימום קצה, $x = \frac{\pi}{2}$ מקסימום, $x = \pi$ מינימום קצה.
- 3 א. כל x . ב. $a = 1$. ג. (i) $(0, -8)$, (ii) $(\ln 3, 0)$. ד. 4 יח"ר. ג. (ii) עליה: כל x , ירידה: אין. ג. (iii) להלן סקיצה:
- 4 א. $x > 0, x \neq e^2$. ב. (i) לא. ב. (ii) $x = e^2$. ב. (iii) $(e^3, 40.17)$ מינימום. ג. (iv) עליה: $x > e^3$, ירידה: $0 < x < e^2$ או $e^2 < x < e^3$. ב. (v) $f(0.1) = -0.046$, הסרטוט:
- ג. $x > e^2$



בגרות קיץ 2018 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) נתונות שתי סדרות הנדסיות אין סופיות, a_n ו- b_n .
 המנה שלה הסדרה a_n היא q , והמנה של הסדרה b_n היא $3q$.
 נתון: $a_1 = b_1$.
 נסמן את סכום איברי הסדרה a_n ב- S ואת סכום איברי הסדרה b_n ב- T .
 S ו- T הם מספרים ממשיים.
 נתון: $\frac{S}{T} = \frac{6}{7}$.
 א. חשב את q .
 נתון: $a_4 = 5$.
 ב. חשב את b_4 .

(2) ABCDA'B'C'D' היא קובייה שאורך המקצוע שלה הוא a (ראה ציור).

א. הסבר מדוע המשולש A'BD הוא משולש שווה צלעות.
 A'M הוא גובה במשולש A'BD.

ב. חשב את גודל הזווית בין A'M ובין הפאה ABCD.

נתון: שטח המשולש A'BD הוא $8\sqrt{3}$.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

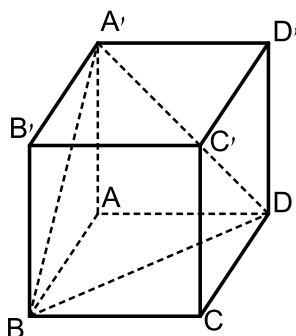
i. חשב את a .

ii. AA'BD היא פירמידה.

חשב את שטח הפנים שלה.

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי

הנקודה העשרונית.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ 66 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = 2 \cdot \sin x + \cos(2x)$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

ענה על הסעיפים א-ב בעבור התחום הנתון.

א. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

הישר $y = k$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון בנקודת המקסימום שלה.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את k .

ii. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- y ,

על ידי הישר $y = k$ ועל ידי הישר $x = \frac{\pi}{2}$.

(4) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{a - e^x}{e^{2x}}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

ii. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה). אם יש צורך, הבע באמצעות a .

נתון: גרף הפונקציה $f(x)$ עובר בראשית הצירים.

ב. מצא את a .

הצב את הערך של a שמצאת וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. ענה העל הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g'(x) = f(x)$.

ד. מצא את שיעורי ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.

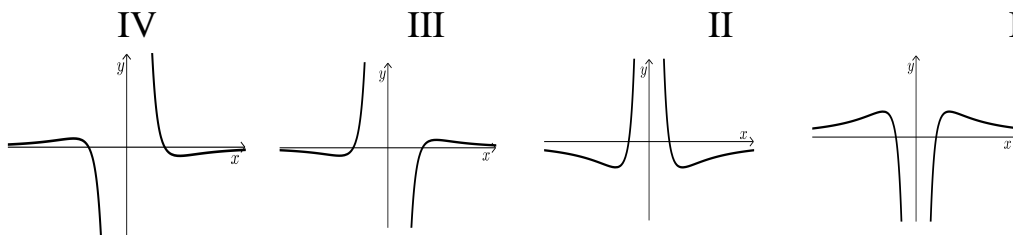
(5) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\ln(x^2)}{x^2}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- i. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ii. מצא את משוואת האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
- iii. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
- iv. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- v. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- vi. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$.

ב. לפניך ארבעה גרפים (I-IV).

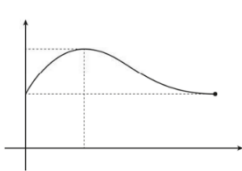
איזה מהם הוא הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$? נמק.



תשובות סופיות:

(1) א. $q = \frac{1}{15}$ ב. $b_4 = 135$

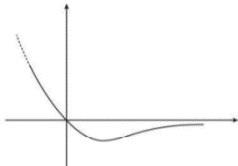
(2) א. צלעות המשולש הן אלכסונים של שלושה ריבועים זהים, ולכן הוא שווה צלעות.
 ב. 54.735° ג. (i). $a = 4$ ס"מ ג. (ii). 37.856 סמ"ר.



(3) א. $\max\left(\frac{\pi}{6}, \frac{3}{2}\right), \min\left(\frac{\pi}{2}, 1\right), \min(0, 1)$ ב. להלן סקיצה: ג. (ii). 0.356 יח"ש $= \frac{3\pi}{4} - 2$

ג. (i). $k = \frac{3}{2}$ ג. (ii). 0.356 יח"ש $= \frac{3\pi}{4} - 2$

(4) א. (i). כל x א. (ii). $(\ln a, 0), (0, a-1)$ ב. $a = 1$



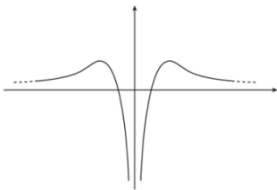
ג. (ii). להלן סקיצה:

ג. (i). $\min\left(\ln 2, -\frac{1}{4}\right)$

ד. $x = 0$, מקסימום.

(5) א. (i). $x \neq 0$ א. (ii). $x = 0$ א. (iii). $(-1, 0), (1, 0)$

א. (iv). $\max\left(-\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right), \max\left(\sqrt{e}, \frac{1}{e}\right)$ א. (v). להלן סקיצה:



א. (vi). חיוביות: $x < -1, 1 < x$, שליליות: $-1 < x < 0, 0 < x < 1$.

ב. גרף IV.

בגרות חורף 2019:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית a_n שבה $a_5 = 162$, $a_2 = 6$.

א. מצא את מנת הסדרה ואת a_1 .

סכום האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה הוא 1640.

ב. מצא את מספר האיברים במקומות האי-זוגיים בסדרה. נתון כי מספר האיברים בסדרה הוא אי-זוגי.

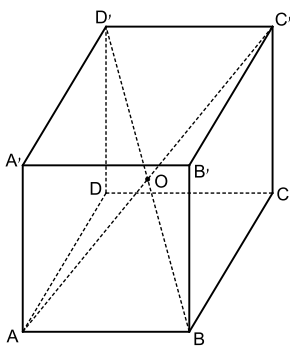
ג. מצא את סכום האיברים במקומות הזוגיים בסדרה.

הסדרה b_n היא סדרה הנדסית אין-סופית, ובה: $b_1 = \frac{5}{a_1}$, $b_2 = \frac{5}{a_2}$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את מנת הסדרה b_n .

ii. מצא את סכום הסדרה b_n .



(2) נתונה קובייה $ABCD A'B'C'D'$. אורך צלע הקובייה הוא a . האלכסונים AC' ו- BD' חוצים זה את זה בנקודה O .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס, AC .

ii. מצא את גודל הזווית בין האלכסון AC' ובין המישור $ABCD$.

ב. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הקובייה, AC' .

ג. מצא את גודל הזווית החדה שבין האלכסונים AC' ו- BD' .

ד. הבע את שטח המשולש AOB באמצעות a .

נתון כי שטח המשולש AOB הוא $4\sqrt{2}$.

ה. חשב את a .

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה $f(x) = \sin^2 x + 6$ בתחום $-\pi \leq x \leq \pi$.

א. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. סרטט במערכת צירים נפרדת סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ii. חשב את השטח שבין גרף הנגזרת $f'(x)$ ובין ציר ה- x בתחום $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x+2)e^{x+3}$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את התחום שבו הפונקציה $f(x)$ חיובית.

ג. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + a$, a הוא פרמטר.

נתון כי גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לישר $y = \frac{1}{2}$.

ה. מצא את a . נמק.

5 נתונה הפונקציה $f(x) = 2\ln(x) + 2\ln(x^2) - 3$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 ב. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 ג. מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ה. הוסף בקו מקווקו למערכת הצירים שסרטטת בסעיף ד סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

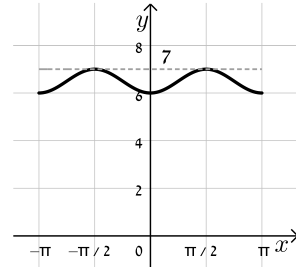
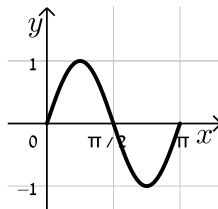
תשובות סופיות:

1 א. $a_1 = 2, q = 3$ ב. 4 ג. 546 ד. (i). $\frac{1}{3}$ ד. (ii). 3.75

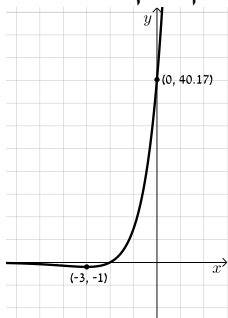
2 א. (i). $a\sqrt{2}$ א. (ii). 35.264° ב. $a\sqrt{3}$ ג. 70.529° ד. $0.354a^2$ ה. $a = 4$

3 א. $(0, 6)$ ב. $\min(-\pi, 6), \max\left(-\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(0, 6), \max\left(\frac{\pi}{2}, 7\right), \min(\pi, 6)$

ג. להלן סקיצה: ד. (i). להלן סקיצה: ד. (ii). 1 יח"ר.



ד. להלן סקיצה:

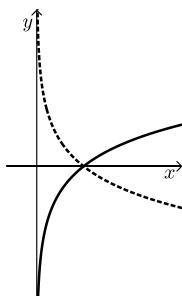


4 א. כל x ב. $x > -2$ ג. $\min(-3, -1)$ ה. $a = 1.5$

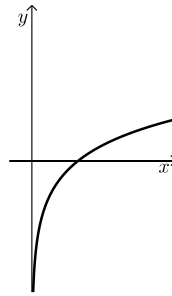
ג. עליה: כל $x > 0$, ירידה: אף x .

5 א. $x > 0$ ב. $(\sqrt{e}, 0)$

ה. להלן סקיצה:



ד. להלן סקיצה:



Year	Japan	Germany	Italy	France	Canada	United States
1980	15.0	12.0	12.0	10.0	10.0	10.0
1985	16.0	13.0	13.0	10.5	10.5	10.5
1990	17.0	14.0	14.0	11.0	11.0	11.0
1995	18.0	14.5	14.5	11.5	11.5	11.5
2000	19.0	15.0	15.0	12.0	12.0	12.0

Figure 1

Year	Africa	Asia	Latin America	Middle East	North America	Oceania	Europe
1950	~45	~35	~25	~15	~10	~5	~2
1960	~40	~30	~20	~10	~8	~4	~1
1970	~35	~25	~15	~8	~6	~3	~0.5
1980	~30	~20	~10	~5	~4	~2	~0.2
1990	~25	~15	~8	~3	~3	~1	~0.1

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

נתון: $f(0) = 0.75$, $f'(x) = -3 \sin 2x$.

פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, מוגדרת גם היא בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

- א. מצא ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.**
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .**
- ג. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.**
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.**
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x בתחום שבין נקודות החיתוך שמצאת בסעיף ב.**

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = -3e^x(2e^x - 4)$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.**
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.**
- ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.**
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.**
- ה. נתונה הפונקציה: $g(x) = -\frac{1}{2}f(x)$.**
 - i. כתוב מה הם שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$, וקבע את סוגה.**
 - ii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.**

5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(-x^2 + ax)$, שתחום ההגדרה שלה הוא $0 < x < a$.

$a > 0$ הוא פרמטר. ידוע כי לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון.

א. הראה כי שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{a}{2}$.

נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\ln\left(2\frac{1}{4}\right)$.

ב. מצא את a .

הצב $a = 3$ במשוואת הפונקציה $f(x)$ ובתחום ההגדרה שלה, וענה על הסעיפים ג-ד.

ג. קבע את הסוג של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.

ד. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .

בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ii. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לציר ה- x .

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות סופיות:

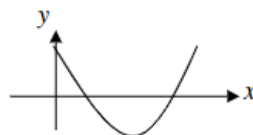
1) א. הוכחה ($d = 12$). ב. הוכחה ($d = 16$). ג. (i). 9 ג. (ii). 3,220

2) א. 8.73 ב. הסבר. ג. 49.07° ד. 725.354 יח"ק

3) א. $f(x) = 1.5 \cos 2x - 0.75$ ב. $\left(\frac{\pi}{6}, 0\right), \left(\frac{5\pi}{6}, 0\right)$

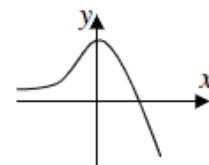
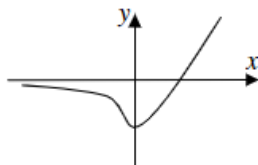
ג. $\max(0, 0.75), \min(0.5\pi, -2.25), \max(\pi, 0.75)$

ד. להלן סקיצה: ה. 2.87 יח"ר.



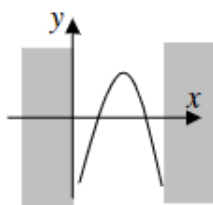
4) א. כל x . ב. $(0, 6), (\ln 2, 0)$ ג. $\max(0, 6)$

ד. להלן סקיצה: ה. (i). $\min(0, -3)$ ה. (ii). להלן סקיצה:



5) א. הוכחה. ב. 3 ג. \max ד. (i). $(0.38, 0), (2.62, 0)$

ד. (ii) $x = 0, x = 3$ ד. (iii). להלן סקיצה:



בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 2-1.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי סדרות חשבוניות, a_n ו- b_n .

נתון: $a_1 = b_1$.

הפרש הסדרה a_n הוא d , והפרש הסדרה b_n הוא $d+1$.

נתון: a_4 גדול ב-2 מ- b_3 .

א. מצא את d .

ב. הראה כי: $b_n = a_n + n - 1$.

בכל אחת מן הסדרות a_n ו- b_n יש n איברים.

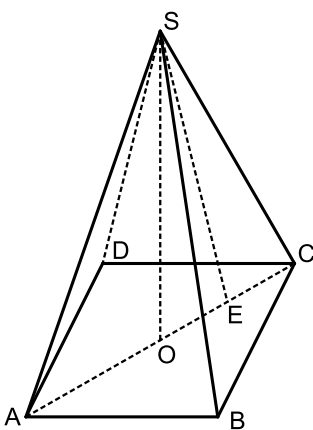
ג. הבע באמצעות n את ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין

סכום כל האיברים בסדרה a_n .

נתון: ההפרש בין סכום כל האיברים בסדרה b_n ובין סכום כל האיברים

בסדרה a_n הוא 780. סכום כל האיברים בסדרה a_n הוא 3040.

ד. מצא את a_1 .



(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה הוא ריבוע.

נתון כי שטח בסיס הפירמידה הוא $4a^2$, a הוא פרמטר חיובי.

א. הבע באמצעות a את אורך אלכסון הבסיס.

נתון כי הזווית שבין מקצוע צדדי ובין בסיס הפירמידה היא 67° .

ב. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה, SO.

נתון כי נפח הפירמידה הוא 15.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. חשב את a .

ii. הנקודה E היא אמצע הקטע OC.

חשב את שטח המשולש ASE.

בתשובתך השאר 2 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

ד. חיברו את אמצעי צלעות הבסיס לקודקוד הפירמידה S,

כך שנוצרה פירמידה ישרה חדשה. חשב את נפח הפירמידה החדשה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 2 - \cos^2 x$ בתחום: $-\frac{2\pi}{3} \leq x \leq \frac{2\pi}{3}$.

- מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון, וקבע את סוגן.
- האם יש לגרף הפונקציה $f(x)$ נקודת חיתוך עם ציר ה- x ? נמק.
- האם הפונקציה היא זוגית או אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית? נמק.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$, c הוא פרמטר.
מצא בעבור אילו ערכים של c , גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x (מצא את שני הערכים האפשריים).

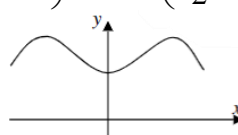
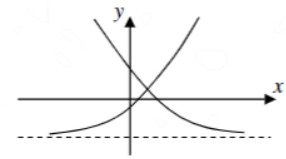
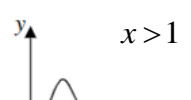
(4) נתונות הפונקציות: $f(x) = e^{2x-1} - 1$, $g(x) = e^{2-x} - 1$. $f(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות לכל x .

- ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
 - הוכח כי הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x .
 - מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.
- ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
 - הוכח כי הפונקציה $g(x)$ יורדת לכל x .
 - מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $g(x)$.
- סרטט במערכת צירים אחת סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ ושל גרף הפונקציה $g(x)$.
- מצא את שיעורי נקודת החיתוך של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$.
- חשב את השטח המוגבל על ידי הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ ועל ידי ציר ה- x .
תוכל להשאיר e בתשובתך או לדייק עד 3 ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1+\ln x}{ax}$, $a > 0$ הוא פרמטר.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.
 - רשום את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה $f(x)$.
- נתון כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא $\frac{1}{4}$.
- ענה על הסעיפים הבאים:
 - מצא את a .
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = -f(x)$.
- רשום את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבע את סוגה. נמק את תשובתך.

תשובות סופיות:

- א. $d = 4$ ב. הוכחה. ג. $\frac{n(n-1)}{2}$ ד. $a_1 = -2$
- א. $2\sqrt{2a}$ ב. $3.33a$ ג. (i) $a = 1.5$ ג. (ii) 7.95 ד. 7.5
- א. $\min\left(\frac{-2\pi}{3}, 1.75\right), \max\left(\frac{-\pi}{2}, 2\right), \min(0, 1), \max\left(\frac{\pi}{2}, 2\right), \min\left(\frac{2\pi}{3}, 1.75\right)$ ב. לא. ג. זוגית. ד. להלן סקיצה:  ה. $c = -1, c = -2$
- א. (i) $(0, -0.63), (0.5, 0)$ א. (ii) הוכחה. א. (iii) $y = -1$ שמאל
 ב. (i) $(0, 6.39), (2, 0)$ ב. (ii) הוכחה. ב. (iii) $y = -1$ ימין
 ג. להלן סרטוט:  ד. $(1, 1.72)$ ה. 1.07 יח"ר.
- א. $x > 0$ ב. $\left(\frac{1}{e}, 0\right)$ ג. $x = 1$, מקסימום.
 ד. עלייה: $0 < x < 1$ ירידה: $x > 1$
 ה. (ii) להלן סקיצה: 

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

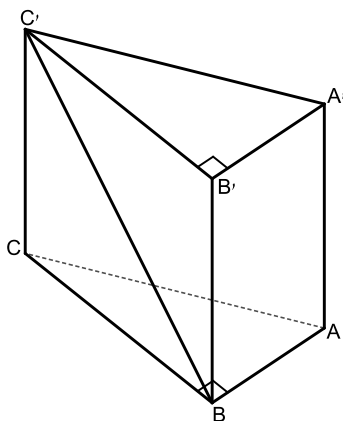
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית אין-סופית שהמנה שלה היא $\frac{1}{4}$ וסכומה $9\frac{1}{3}$.

- מצא את האיבר הראשון בסדרה.
 - בין כל שני איברים סמוכים בסדרה הוסיפו איבר חדש כך שהתקבלה סדרה הנדסית אין-סופית חדשה, בכל האיברים בה חיוביים.
 - מהי המנה של הסדרה החדשה? נמק.
 - עבור כל אחת מן הטענות i-ii שלפניך קבע אם היא נכונה או אינה נכונה. נמק את קביעותיך.
 - i. האיבר החמישי בסדרה החדשה שווה לאיבר העשירי בסדרה הנתונה.
 - ii. סכום האיברים הנמצאים במקומות הזוגיים בסדרה החדשה הוא $\frac{1}{2}$.
- מסכום הסדרה הנתונה.

(2) $ABCA'B'C'$ היא מנסרה משולשת ישרה (ראה ציור).

בסיס המנסרה, ABC , הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ($AB = BC$, $\angle ABC = 90^\circ$). נתון כי גובה המנסה הוא 8 ואורך היתר של בסיס המנסרה שווה ל- $4\sqrt{2}$.



- מצא את גודל הזווית בין אלכסון הפאה הצדדית $BB'C'C$ ובין בסיס המנסרה.
- מצא את גודל הזווית $AC'B$.
- מצא את שטח המשולש $AC'B$.
- הנקודה D היא אמצע הצלע CB.
- חשב את אורך הקטע $A'D$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sin 2x$, המוגדרת בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ענה על הסעיפים א-ג בעבור התחום $0 \leq x \leq \pi$.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

נתונה הפונקציה $g(x) = 2 \sin x$, המוגדרת גם היא בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$

עם גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. נתון: בתחום הנתון, מלבד הנקודות שמצאת בסעיף ב, גרף הפונקציה $g(x)$

נמצא מעל גרף הפונקציה $f(x)$.

חשב את השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ בתחום הנתון.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = 9 - (\ln x)^2$.

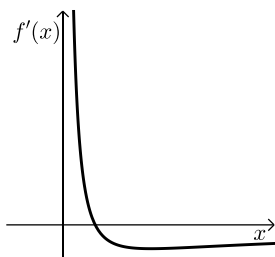
א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה).

(3) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



הציור שלפניך מתאר את הגרף של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ב. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית

הנגזרת, $f'(x)$, על ידי הישר $x = e$ ועל ידי ציר ה- x .

(5) הכמות של חומר רדיואקטיבי דועכת בקצב מעריכי. ביום מסוים נמדדה כמות התחלתית של חומר זה.

שנה לאחר יום המדידה הראשון נשארה מן החומר כמות של $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ ק"ג.

5 שנים לאחר יום המדידה הראשון נשארה מן החומר כמות של $\left(\frac{1}{3}\right)^{10}$ ק"ג.

א. מצא את קצב הדעיכה של החומר ואת הכמות התחלתית שלו.

נתונה הפונקציה: $g(x) = 3^{-2x}$ המוגדרת לכל $x \geq 0$.

הפונקציה $g(x)$ מתארת את כמות החומר x שנים לאחר יום המדידה הראשון.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(2) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה).

(3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בעבור $x \geq 0$.

תשובות סופיות:

(1) א. 7 ב. 0.5 ג. i. לא. ג. ii. כן.

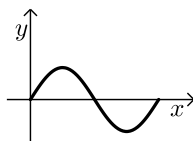
(2) א. 63.43° ב. 24.09° ג. $8\sqrt{5}$ סמ"ר ד. $\sqrt{84}$ סמ"ר.

(3) א. (1) $(\pi, 0)$, $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $(0, 0)$ א. (2) $\max\left(\frac{\pi}{4}, 1\right)$, $\min\left(\frac{3\pi}{4}, -1\right)$

א. (3) להלן סקיצה בצד:

ב. $(0, 0)$, $(\pi, 0)$

ג. 4 יח"ר.

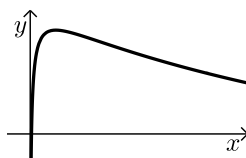


(4) א. (1) $x > 0$ א. (2) $\left(\frac{1}{e^3}, 0\right)$, $(e^3, 0)$

א. (3) $\max(1, 9)$

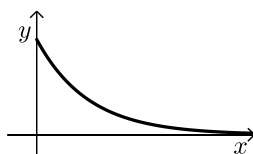
א. (4) להלן סקיצה בצד:

ב. 1 יח"ר.



(5) א. $M_0 = 1$, $q = \frac{1}{9}$ ב. $(0, 1)$ ג. ירידה: $x > 0$, אין עלייה.

ד. להלן סקיצה בצד:



מבחני חזרה של גול

מבחן מספר 1:

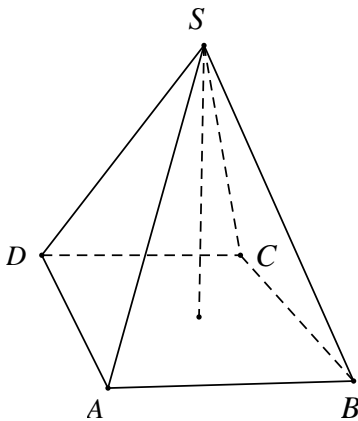
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה המוגדרת באמצעות כלל הנסיגה הבא:
$$\begin{cases} a_{n+1} = 2a_n \\ a_1 = 3 \end{cases}$$

הוכח שהסדרה הנדסית ומצא מהו האיבר השמיני בה.



(2) הבסיס ABCD של פירמידה ישרה ומרובעת SABCD הוא מלבן (ראה ציור).

נתון: $AD = 15$ ס"מ, $AB = 20$ ס"מ.

זווית הראש של הפאה הצדדית SAB היא 38° .

א. חשב את הגובה של הפאה SAB.

ב. חשב את גובה הפירמידה.

ג. חשב את זווית הראש של הפאה SAD.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) ענה על שני החלקים הבאים :

א. נתונה הפונקציה $f(x) = 2x \ln^2 x$.

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים :

i. תחום הגדרה.

ii. נקודות קיצון.

iii. תחומי עלייה וירידה.

iv. נקודות חיתוך עם הצירים.

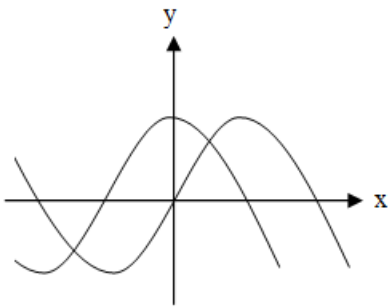
v. סרטוט.

ב. בנק א' נותן ריבית של 3% כל שנתיים בתוכנית חיסכון מסוימת.

בנק ב' נותן ריבית של 4.5% כל 3 שנים בתוכנית חיסכון אחרת.

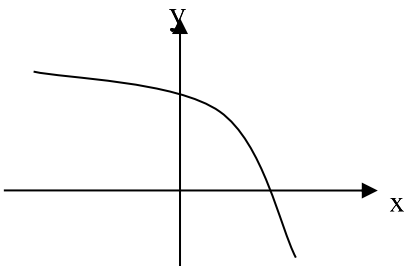
אדם מתכוון להפקיד סכום כסף מסוים לתקופה של 18 שנה.

באיזה בנק כדאי לו להשקיע את כספו?



(4) נתונות הפונקציות : $f(x) = \sin x$, $g(x) = \cos x$

חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות לציר ה-y ברביע הראשון.



(5) נתונה הפונקציה : $f(x) = 5 - e^x$.

העבירו לפונקציה משיק ששיפועו $-e$.

חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה,

המשיק וציר ה-x.

ניתן להשאיר e ו- \ln בתשובה.

תשובות סופיות:

(1) $a_8 = 384$

(2) א. 29.04 ס"מ

ב. 28.05 ס"מ

ג. 28.27°

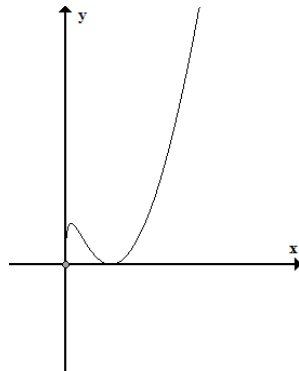
(3) א. (i) $0 < x$

א. (ii) $\max\left(\frac{1}{e^2}, \frac{8}{e^2}\right), \min(1, 0)$

א. (iii) עלייה: $1 < x$ או $0 < x < \frac{1}{e^2}$, ירידה: $\frac{1}{e^2} < x < 1$.

א. (iv) $(1, 0)$ א. (v) להלן סרטוט:

ב. בנק א'.



(4) $S = 0.41$ יח"ש

(5) $S = 0.192$ יח"ש

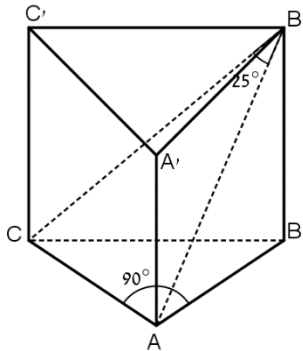
מבחן מספר 2:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) בסדרה הנדסית שבה $2n+1$ איברים, סכום n האיברים הראשונים קטן פי 9 מסכום n האיברים הבאים אחריהם.
האיבר האחרון בסדרה גדול ב-30 מהאיבר הראשון שבה.
מצא את האיבר הראשון בסדרה.



- (2) בסיסה של מנסרה ישרה $ABCA'B'C'$ הוא משולש ישר-זווית ושווה-שוקיים שבו: $\angle BAC = 90^\circ$,
 $AC = AB = 4$ ס"מ.
נתון כי: $\angle CB'A = 25^\circ$.
הסבר מדוע CA מאונך ל- AB' , וחשב את נפח המנסרה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (3) ענה על שני החלקים הבאים:

א. נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = \cos x + 4 \sin 2x$.

מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה: $\left(\frac{\pi}{6}, 1\frac{1}{2}\right)$.

ב. חומר רדיואקטיבי מתפרק בצורה מעריכית.

אם בתוך 4 שעות הוא מאבד 20% ממשקלו, תוך כמה זמן יאבד 60% ממשקלו?

(4) נתונה נגזרת שנייה של פונקציה: $f''(x) = 6x - \frac{1}{x^2}$.

מצא את הפונקציה אם ידוע שהיא עוברת בנקודה $(1, -2)$ ושיפועה בנקודה זו הוא 3.

(5) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = e^{2x} + ae^x + b$.

גוזרים את הפונקציה פעמיים וידוע כי כאשר $x = \ln \frac{2}{3}$

הנגזרות מקיימות: $f'(x) + f''(x) = 12$.

א. מצא את a .

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא: $y = 22x + 28 - 22 \ln 2$.

ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה.

ג. מצא את b .

ד. האם הפונקציה חותכת את ציר ה- x ? אם כן מצא את הנקודות.

תשובות סופיות:

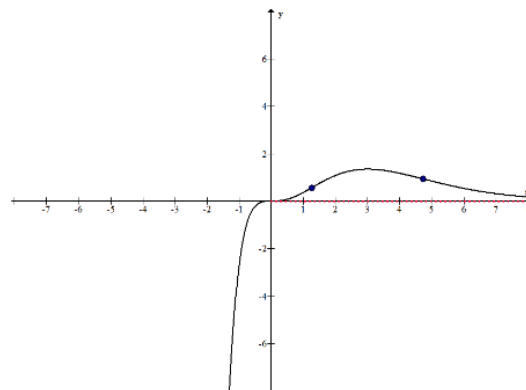
(1) $a_1 = \frac{3}{8}$

(2) $V = 60.706$ סמ"ק

(3) א. $f(x) = \sin x - 2 \cos 2x + 2$ ב. 16.43 שעות.

(4) $f(x) = x^3 + \ln |x| - x - 2$

(5) א. $a = 7$ ב. $x = \ln 2$ ג. $b = 10$ ד. לא.



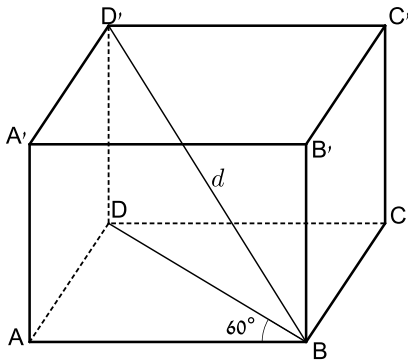
מבחן מספר 3:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) בסדרה חשבונית, שבה מספר אי-זוגי של איברים, גדול סכום כל איברי הסדרה פי $1\frac{14}{15}$ מסכום איברי הסדרה הנמצאים במקומות האי-זוגיים. כמה איברים יש בסדרה?



- (2) נתונה התיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה מלבן ABCD. נתון: $\angle ABD = 60^\circ$, האלכסון $D'B = d$, הזווית בין האלכסון $D'B$ לבסיס התיבה היא 30° . בטא באמצעות d את נפח התיבה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

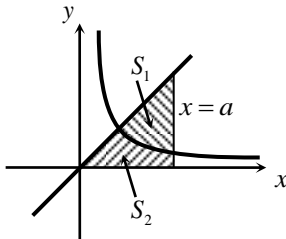
ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (3) נתונה הפונקציה $f(x) = e^{2x} - 8e^x + 6x + 10$. חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:
- תחום הגדרה.
 - נקודות קיצון.
 - תחומי עלייה וירידה.
 - נקודת חיתוך עם ציר ה- y .
 - סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.

- (4) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה: $f(x) = \frac{2}{3x-1}$ והישר: $y = x$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציות הנמצאת ברביע הראשון.



מעבירים אנך לציר ה- x : $x=a$, הנמצאת מימין לנקודת החיתוך שמצאת בסעיף הקודם. האנך חותך את הגרפים ויוצר את השטחים S_1 ו- S_2 המתוארים באיור.

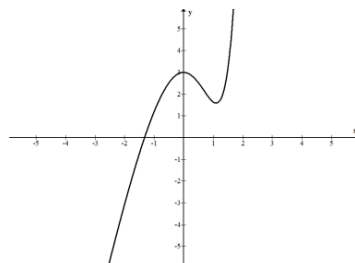
ב. מצא את הערך של a עבורו השטח S_2 יהיה שווה ל- $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \ln 7$.

ג. עבור ערך ה- a שמצאת בסעיף הקודם חשב את יחס השטחים: $\frac{S_1}{S_2}$.

- (5) בשעה 08:00 נתונים שני חומרים רדיואקטיביים. מחומר א' נתונים 150 גרם וזמן מחצית החיים שלו הוא 10 שעות. מחומר ב' נתונים 117.4 גרם וזמן מחצית החיים שלו הוא 18 שעות. באיזו שעה משקל החומרים יהיה זהה?

תשובות סופיות:

- (1) 29 איברים.
 (2) $V = 0.162d^3$.
 (3) א. כל x . ב. $\max(0,3)$, $\min(\ln 3, 1.59)$.
 ג. תחומי עלייה: $x < 0$, $x > \ln 3$; תחומי ירידה: $0 < x < \ln 3$.
 ד. $(0,3)$ ה. להלן סרטוט:



- (4) א. $(1,1)$ ב. $a = 5$ ג. $\frac{S_1}{S_2} = 5.955$

(5) 16:00

מבחן מספר 4:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

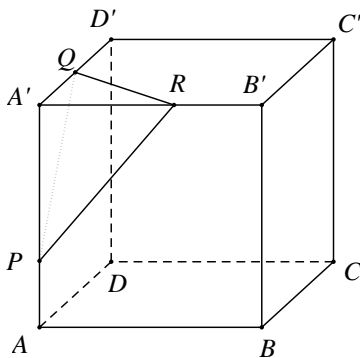
(1) סדרה מוגדרת ע"י הכלל: $a_1 = 3, a_{n+1} = 3a_n + 10n - 5$.

מגדירים סדרה חדשה המקיימת לכל n טבעי: $b_n = a_n + 5n$.

א. הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית.

ב. חשב את האיבר b_5 .

ג. חשב את הסכום: $b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{12}$.



(2) נתונה קובייה $ABCDAB'C'D'$ שאורך המקצוע שלה הוא a .

הנקודות P, Q, R נמצאות על המקצועות $AA', A'D', B'B$ ו- R נמצא על AB' בהתאמה (ראה ציור) כך ש- $AP = AR = A'Q = \frac{2}{3} \cdot a$.

בטא באמצעות a את נפח הגוף שיתקבל לאחר שיחתכו מהקובייה את הפירמידה $APQR$.

בטא באמצעות a את נפח הגוף שיתקבל לאחר שיחתכו מהקובייה את הפירמידה $APQR$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = 8^x + p \cdot 2^x + q$.

לפונקציה יש נקודת קיצון בנקודה $(\log_2 3, -19)$.

מצא את ערכי הפרמטרים p ו- q .

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x}{\ln(x)-1}$

חקור את הפונקציה על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה.
- ב. נקודות קיצון.
- ג. תחומי עלייה וירידה.
- ד. נקודות חיתוך עם הצירים.
- ה. סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ו. לאלו ערכי k הישר $y = k$ חותך את הפונקציה בשתי נקודות?

(5) אוכלוסיית הדובים בקוטב הצפוני מכפילה את עצמה כל 18 שנה. אם היום יש בקוטב הצפוני 6,000 דובים, בעוד כמה שנים יהיו 8,000 דובים?

תשובות סופיות:

(1) א. $b_{n+1} = 3b_n$ ב. $b_5 = 648$ ג. $S = 1594320$

(2) $V = \frac{77}{81}a^3$

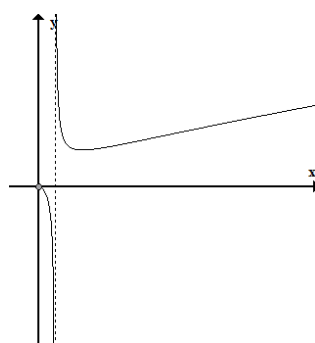
(3) $p = -27$, $q = 35$

(4) א. $0 < x \neq e$ ב. $\min(e^2, e^2)$ ג. עלייה: $x > e^2$, ירידה: $0 < x < e^2$ וגם $x \neq e$

ו. $k > e^2$

ד. אין. ה. להלן סרטוט:

(5) 7.47 שנים.



מבחן מספר 5:

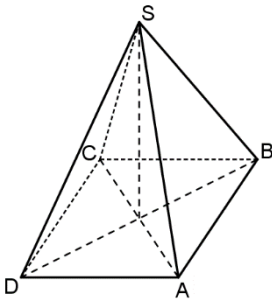
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

$$(1) \quad \begin{cases} a_{n+1} = a_n + 3 \\ a_1 = 5 \end{cases} \quad \text{נתונה סדרה המוגדרת באמצעות כלל הנסיגה הבא:}$$

הוכח שהסדרה חשבונית ומצא מהו האיבר התשעה-עשר שלה.



(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD.

בסיס הפירמידה הוא ריבוע, שאורך צלעו 8 ס"מ.

הזווית בין מקצוע הפירמידה לבסיס היא 52° .

מצא את הגובה לצלע הבסיס בפאה הצדדית של הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) ענה על שני החלקים של השאלה:

א. אדם מפקיד k שקלים בתוכנית חיסכון לפי ריבית שנתית של $p\%$.
לאחר 5 שנים הוא מושך מהחיסכון k שקלים ולאחר 5 שנים נוספות מתברר
כי הצטבר בפקדון שלו סך הכול $2.5k$ ₪. מצא את p .

ב. נתונה הפונקציה הבאה: $y = \ln x + \frac{1}{x}$.

- i. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 - ii. (2) יש לגרף הפונקציה אסימפטוטה מקבילה לציר y ? אם כן מצא אותה.
 - iii. מצא את נקודת הקיצון של גרף הפונקציה וקבע את סוגה.
 - iv. כתוב את תחומי העלייה והירידה של גרף הפונקציה.
- הערה: אין קשר בין סעיפים א' ו-ב'.

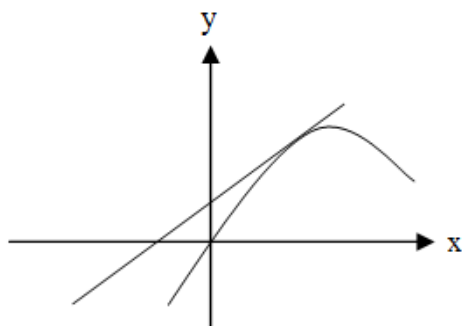
(4) מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה הבאה : $f(x) = \frac{\sqrt{2\ln x - 1}}{x}$

(5) נתונה הפונקציה : $f(x) = x + 2\sin x$

בתחום שבין ראשית הצירים לנקודת המקסימום הראשונה מימינה העבירו לפונקציה משיק ששיפועו 1.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציה, המשיק וציר ה- x ברביעים הראשון והשני.



תשובות סופיות:

(1) $a_{19} = 59$

(2) 8.271 ס"מ.

(3) א. $p = 16.6\%$ ב. (i). (1) $x > 0$ ב. (i). (2) $x = 0$ ב. (ii). $\min(1, 1)$ ב. (iii). עולה : $x > 1$, יורדת : $0 < x < 1$

(4) $\min(\sqrt{e}, 0)$, $\max\left(e\frac{1}{e}\right)$ קצה.

(5) א. $y = x + 2$ ב. π

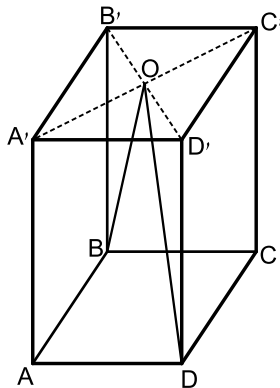
מבחן מספר 6:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) בסדרה חשבונית ידוע כי סכום האיברים העומדים במקומות ה-5, ה-7 וה-16 הוא אפס. כמו כן ידוע כי סכום שלושת האיברים הראשונים הוא 132.
- מצא את האיבר הראשון בסדרה ואת הפרש הסדרה.
 - מצא את האיבר השלילי הראשון בסדרה.
 - מצא כמה איברים יש לחבר (החל מהאיבר הראשון) כדי לקבל סכום 210.



- (2) בתיבה ריבועית $ABCD A'B'C'D'$ מעבירים את האלכסונים $B'D'$ ו- $A'C'$. האלכסונים נפגשים בנקודה O כך שנוצר המשולש BOD. נתון כי: $\angle BOD = 23^\circ$ וכי אורך מקצוע הבסיס של התיבה הוא 6 ס"מ.
- חשב את היקף המשולש BOD.
 - חשב את הזווית שנוצרת בין צלע OD של המשולש BOD ומישור הפאה $AA'D'D$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) כמות עצים ביער גדלה בצורה מעריכית לפי אחוז ריבוי של 15% לשנה.

בשנת 1990 נספרו כמות עצים מסוימת ביער.

בשנת 2000 כרתו 30,000 עצים ולאחר 5 שנים נוספות,

בשנת 2005, נספרו ביער 753,365 עצים.

מצא כמה עצים היו ביער בשנת 1990.

(4) ענה על הסעיפים :

א. נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{\ln x}$.

i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ii. הוכח כי גרף הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתו.

ב. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x) = \ln x$.

מצא את נקודות החיתוך של שני הגרפים.

ג. הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$,

והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$.

ידוע כי לנקודות A ו-B אותו שיעור x , $(x_A = x_B)$.

מצא את שיעור ה- x של שתי הנקודות אם ידוע כי המשיקים לגרפים של הפונקציות בנקודות אלו מקבילים.

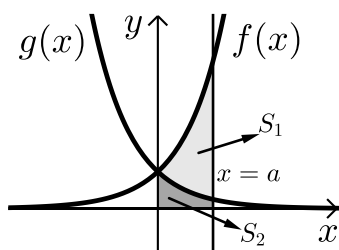
(5) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = e^{2x}$ ו- $g(x) = e^{-2x}$.

מעבירים אנך לציר ה- x את הישר $x = a$ ($a > 0$) כמתואר באיור.

אנך זה יוצר את השטחים S_1 ו- S_2 .

ידוע כי השטח S_1 גדול פי 3 מהשטח S_2 .

מצא את a .



תשובות סופיות:

- (1) א. $a_1 = 50$, $d = -6$ ב. $a_{10} = -4$ ג. $n = 6$
- (2) א. 51 ס"מ. ב. 8.1°
- (3) 100,000 עצים.
- (4) א. (i). $x \geq 1$ א. (ii). מתקבל: $f'(x) = \frac{1}{2x\sqrt{\ln x}} > 0$
- ב. $(1,0)$, $(e,1)$ ג. $x = \sqrt[4]{e}$
- (5) $a = \ln 2$.

מבחן מספר 7:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) ענה על הסעיפים הבאים:

- א. הראה כי בסדרה הנדסית שבה $2n$ איברים היחס בין סכום האיברים העומדים במקומות האי זוגיים לבין סכום כל איברי הסדרה תלוי במנת בסדרה. בסדרה הנדסית שבה מספר זוגי של איברים ידוע כי סכום האיברים העומדים במקומות האי זוגיים קטן פי 4 מסכום כל איברי הסדרה. האיבר הראשון בסדרה זו קטן ב-2 ממנת הסדרה.
- ב. כתוב נוסחה לאיבר כללי של סדרה זו.
- ג. מצא שני איברים סמוכים בסדרה שסכומם הוא 324.

(2) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות מעבירים

את האלכסונים AB' ו- AC' כך שנוצר המשולש $AB'C'$.

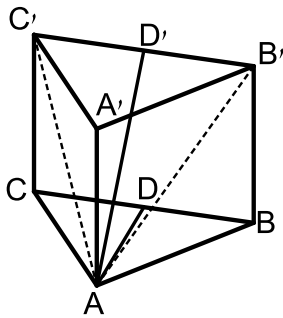
הזווית שבין האנך לצלע BC במשולש ABC והאנך

לצלע $B'C'$ במשולש $AB'C'$ היא 40° .

אורך גובה המנסרה הוא 14 ס"מ.

א. חשב את שטח המשולש $AB'C'$.

ב. חשב את נפח המנסרה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{3x}}{12x^2 + 1}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = a \sin^2 x - 5 \sin x + ax$ בתחום: $0 \leq x \leq \pi$.

ידוע כי הישר: $y = ax - 2$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה $x = \frac{\pi}{6}$.

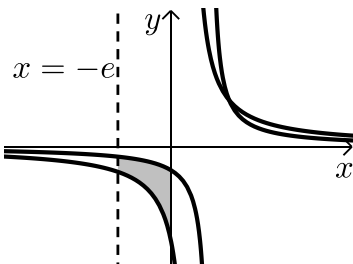
- מצא את a וכתוב את הפונקציה $f(x)$.
- מצא נקודה על גרף הפונקציה בתחום הנתון שבה שיפוע המשיק הוא: $m = 2$.
- האם קיימות נקודות נוספות בתחום הנתון ששיפוע המשיק דרכן הוא 2? נמק את תשובתך.
- כתוב את משוואת המשיק העובר דרך הנקודה שמצאת.

(5) באיור שלפניך נתונות הפונקציות:

$$f(x) = \frac{a}{x-1} \text{ ו- } g(x) = \frac{a-1}{x-2} \text{ בתחום: } x < 0.$$

ידוע כי הגרפים של הפונקציות נחתכים בנקודה שבה $x = 3$. (שימו לב – נקודת החיתוך אינה מופיעה באיור הסמוך).

- מצא את a וכתוב את שתי הפונקציות.
- חשב את השטח המוגבל ע"י הגרפים של שתי הפונקציות, ציר ה- y והישר $x = -e$.



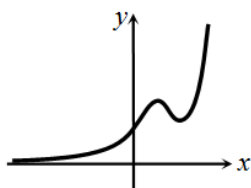
תשובות סופיות:

(1) א. $\frac{S_{n(o)}}{S_{2n}} = \frac{1}{q+1}$ ב. $a_n = 3^{n-1}$ ג. a_5, a_6

(2) א. 160.68 סמ"ר. ב. 2250 סמ"ק.

(3) א. כל x . ב. $\max\left(\frac{1}{6}, \frac{3\sqrt{e}}{4}\right), \min\left(\frac{1}{2}, \frac{e^{1.5}}{4}\right)$

ג. עולה: $x > \frac{1}{2}$, $x < \frac{1}{6}$, יורדת: $\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$ ד. (0,1) ה. להלן סקיצה:



(4) א. $f(x) = 2\sin^2 x - 5\sin x + 2x$, $a = 2$ ב. $\left(\frac{\pi}{2}, \pi - 3\right)$

ג. לא. אין פתרונות נוספים למשוואה בתחום הנתון. ד. $y = 2x - 3$

(5) א. $a = 2$, $f(x) = \frac{2}{x-1}$, $g(x) = \frac{1}{x-2}$ ב. 1.76 יח"ש $S =$

מבחן מספר 8:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

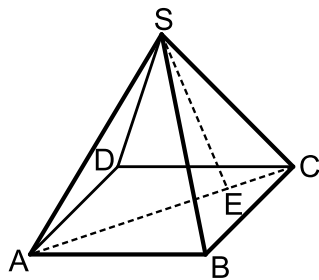
ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) ההפרש של סדרה חשבונית שווה למנה של סדרה הנדסית עולה.
 האיבר הראשון בסדרה ההנדסית הוא 6 וידוע כי סכום 2 האיברים הראשונים בסדרה החשבונית שווה לסכום שני האיברים הראשונים בסדרה ההנדסית.
 האיבר השלישי בסדרה ההנדסית גדול פי 2 מהאיבר השלישי בסדרה החשבונית.
 א. מצא את שלושת האיברים של הסדרה החשבונית.
 ב. מצא כמה יש לחבר בסדרה החשבונית החל מהאיבר הראשון כדי לקבל את הסכום: 60.
 ג. מצא את מיקומו הסידורי של איבר בסדרה ההנדסית הגדול פי 12 מהאיבר האחרון שחובר בסכום הסדרה החשבונית שחישבת בסעיף הקודם.

- (2) נתונה פירמידה ישירה SABCD שבסיסה ריבוע בעל אורך צלע a .
 אורך מקצועות הפירמידה הוא $3a$. מעבירים את האלכסון AC ועליו מסמנים

את הנקודות E המחלקת אותו ביחס של 3:1 $\left(\frac{CE}{AE} = \frac{1}{3}\right)$.



- מהנקודה S מעבירים את הקטע SE.
 א. הבע באמצעות a את גובה הפירמידה.
 ב. חשב את הזווית הנוצרת בין הקטע SE וגובה הפירמידה.
 ג. מצא את a אם ידוע כי שטח המעטפת של הפירמידה הוא: $\sqrt{560}$ סמ"ר.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות) 66

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

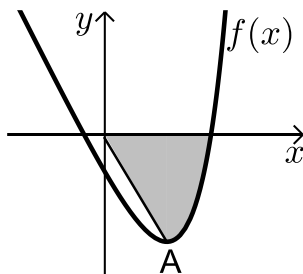
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונות שתי הפונקציות הבאות: $f(x) = \frac{x}{\ln x}$ ו- $g(x) = \frac{\ln x}{x}$.

- קבע אילו מהמשפטים הבאים נכונים ואלו שגויים.
נמק זאת ע"י חישוב מתאים ותקן במשפטים השגויים את הטעות.
 - לשתי הפונקציות אותו תחום הגדרה.
 - לשתי הפונקציות יש נקודת קיצון מאותו סוג ובעלות שיעור x זהה.
 - לשתי הפונקציות תחומי עלייה וירידה זהים.
 - לשתי הפונקציות יש אסימפטוטות אנכיות.
- בוחרים באקראי שתי נקודות, אחת על כל גרף, כך ששיעור ה- x שלהן זהה. הוכח כי מכפלת שיעורי ה- y של כל זוג נקודות כאלו שווה ל-1.

(4) נתונה פונקציה: $f(x) = 4 \sin 2x - 2$ בתחום $0 \leq x \leq \pi$.

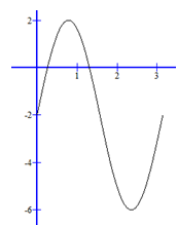
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים בתחום הנתון.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה בתחום הנתון וקבע את סוגן.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מעבירים את הישר $y = k$. היעזר בסקיצה ומצא לאילו ערכי k הישר יחתוך את גרף הפונקציה בשתי נקודות בדיוק.



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = e^{2x-1} - 2ex - 2$.

- הנקודה A היא נקודת המינימום של הפונקציה.
 - מצא את שיעורי הנקודה A.
 - מחברים את הנקודה A עם ראשית הצירים.
 - כתוב את משוואת הישר המחבר את הנקודה A עם הראשית.
 - חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, הישר וציר ה- x אם ידוע כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 1.7$.

תשובות סופיות:

- (1) א. 8, 10, 12 ב. 5 ג. 6
- (2) א. $a\sqrt{8.5}$ ב. 6.9° ג. $a=2$
- (3) א. (i). לא נכון. תחום ההגדרה של $f(x)$ הוא: $x > 0, x \neq 1$
 ותחום ההגדרה של $g(x)$ הוא: $x > 0$.
 א. (ii). לא נכון. לשתי הפונקציות נקודת קיצון שבה $x=e$ אך עבור $f(x)$ מדובר במינימום ועבור $g(x)$ מדובר במקסימום.
 א. (iii). לא נכון. עבור $f(x)$: עולה: $x > e$, יורדת: $0 < x < e, x \neq 1$.
 ועבור $g(x)$: עולה: $0 < x < e$, יורדת: $x > e$.
 א. (iv). נכון.
- ב. לגבי כל נקודה נאמר כי שיעור ה- y שלה הוא: $y = \frac{x}{\ln x}$ ו- $y = \frac{\ln x}{x}$.
 נכפול: $y = \frac{x}{\ln x} \cdot \frac{\ln x}{x} = 1$.
- (4) א. $(0, -2), \left(\frac{\pi}{12}, 0\right), \left(\frac{5\pi}{12}, 0\right)$
 ב. $\min(0, -2), \max\left(\frac{\pi}{4}, 2\right), \min\left(\frac{3\pi}{4}, -6\right), \max(\pi, -2)$
 ג. להלן סרטוט:

 ד. $-6 < k < 2$ וגם $k \neq -2$
- (5) א. $A(1, -e-2)$ ב. $y = -(e+2)x$ ג. $S \sim 4.744$ יח"ש.

מבחן מספר 9:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) לפניך שלושה איברים סמוכים בסדרה חשבונית: $2x+23$, $x-16$, $x-5$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את x .

ii. מצא את הפרש הסדרה.

ב. ידוע כי: $a_{12} = 0$.

מצא את a_1 .

ג. האיבר האחרון בסדרה הוא: $a_n = 308$.

מצא את סכום כל האיברים החיוביים העומדים במקומות האי זוגיים.

(2) נתונה תיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה מלבן.

מעבירים את האלכסונים BD ו- BD' כך שמתקיים: $\angle DBD' = \angle ABD = \alpha$.

אורך האלכסון BD יסומן ב- a .

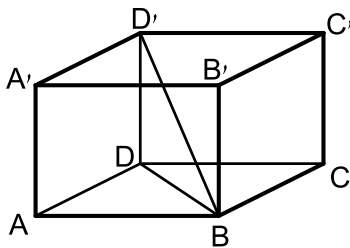
א. הבא באמצעות a ו- α את:

i. אורך התיבה AB .

ii. רוחב התיבה AD .

iii. גובה התיבה AA' .

ב. מצא את α אם ידוע כי נפח התיבה הוא $0.64a^3$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

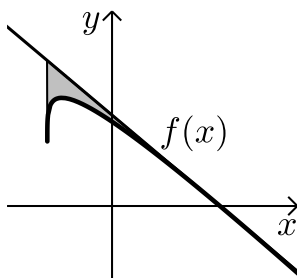
(3) ערכה של דירה יורד מדי שנה באחוז קבוע של 6%.
ידוע כי ערך הדירה לאחר 10 שנים מיום מכירתה נמוך ב- 35,000 ש"ח ממחירה המקורי.

- א. מצא את המחיר ההתחלתי של הדירה.
- ב. מצא לאחר כמה שנים ערך הדירה ירד מתחת ל- 30,000 ש"ח.

(4) נתונה הפונקציה: $y = \cos x + \frac{1}{m} \sin mx$, $1 < m < 3$, (m פרמטר).

הנגזרת של הפונקציה מתאפסת כאשר: $x = -\frac{\pi}{2}$.

- א. מצא את m .
- ב. האם הנקודה שבה: $x = -\frac{\pi}{2}$ היא נקודת קיצון?
אם כן קבע את סוגה, אם לא נמק מדוע.
- ג. מצא כמה נקודות קיצון מקומיות יש לגרף הפונקציה בתחום: $0 < x < 2\pi$.
- ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x בתחום הנתון.



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt[4]{5x+6} - ax$, (a פרמטר).

ידוע כי גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 2$.

- א. מצא את הפרמטר a וכתוב את הפונקציה.
- ב. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- ג. מצא את נקודת קיצון הקצה של הפונקציה.
- ד. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ העובר דרך החיתוך שלה עם ציר ה- x .
- ה. באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ והמשיק שמצאת בסעיף הקודם. מורידים אנך מהמשיק אל נקודת קיצון הקצה של הפונקציה שמצאת בסעיף ג'. חשב את השטח הנוצר בין גרף הפונקציה $f(x)$ והמשיק.

תשובות סופיות:

- (1) א. (i) $x = -50$ א. (ii) $d = 11$ ב. $a_1 = -121$ ג. $S = 2156$
- (2) א. (i) $a \cos \alpha$ ב. (ii) $a \sin \alpha$ ב. (iii) $a \tan \alpha$ ג. 53.13°
- (3) א. 75,858.5 ש"ח ב. לאחר 15 שנים.
- (4) א. $m = 2$ ב. פיתול. הנגזרת חיובית לפנייה ואחריה. ג. 2 נקודות.
 ד. $(0.5\pi, 0)$, $(1.5\pi, 0)$
- (5) א. $f(x) = \sqrt[4]{5x+6} - x$, $a = 1$ ב. $x \geq -1.2$ ג. $(-1.2, 1.2)$
 ד. $y = -\frac{27}{32}x + \frac{54}{32}$ ה. 0.48 יח"ש $S =$

מבחן מספר 10:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) באחת ממדינות המזרח היה מלך שאהב משחקי חשיבה. לכבוד יום הולדתו הכין לו השר הבכיר שבממלכתו משחק מיוחד המכיל 25 משבצות ו-2 חיילי משחק. המלך, מרוב התלהבות ושמחה לא ידע כיצד לגמול לשר החכם ושאל אותו מה ירצה בתמורה. השר סרב לקבל דבר על מתנתו עד שלבסוף החליט המלך לתת לשר מחצית מכל אוצרות הממלכה המונים כ-40 מיליון אבנים יקרות. לאחר ששמע על כך השר, הוא החליט לאתגר את המלך והעלה את ההצעה הבאה: תן לי אבן יקרה אחת והכפל אותה בכל משבצת שבמשבצות המשחק באופן הבא:

- א. כמה אבנים המלך ייתן לשר כנגד המשבצת האחרונה במשחק?
- ב. העזר בכמות האבנים שברשותו של השר וקבע האם הצעתו שוות-ערך יותר מהחלטת המלך לתת לו מחצית מאוצרות הממלכה.
- ג. סמוך לפני שנתן המלך את האבנים לשר, הציעה בתו של המלך הצעה נוספת והיא: תן עבור כל משבצת זוגית 2^n אבנים, כאשר n הוא מספר המשבצת. האם כדאי למלך לקבל את הצעת בתו או להישאר עם ההצעה המקורית של השר?

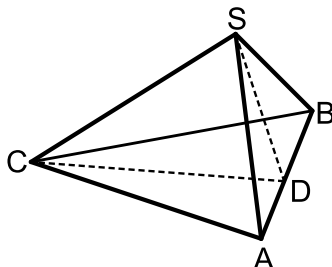
(2) נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה הוא משולש שווה צלעות.

מעבירים את הגובה SD בפאה הצדדית ASB

וכן את הגובה CD בבסיס ABC.

זווית הבסיס של פאה צדדית היא 50°

ושטח המעטפת הוא: 89.38 סמ"ר.



א. מצא את אורך מקצוע הבסיס של המנסרה.

ב. מצא את גובה המנסרה.

ג. חשב את הזווית שבין הקטע SD ומישור בסיס

הפירמידה ABC.

ד. חשב את הזווית שבין המקצוע SC ובסיס הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

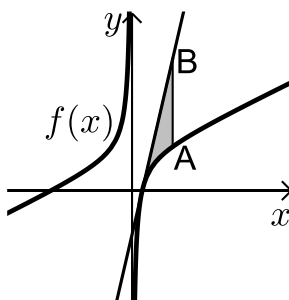
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = \tan 2x - 8 \sin 2x$ בתחום: $-0.25\pi < x < 0.25\pi$.

- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים בתחום הנתון.
- כתוב את האסימפטוטות האנכיות של גרף הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה בתחום הנתון.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום הנתון.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt[3]{x} + \sqrt[6]{x} - 6$.

- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- הוכח כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מגדירים פונקציה נוספת: $g(x) = -f(x)$. קבע לגבי כל טענה האם היא נכונה או שגויה. נמק.
- לשתי הפונקציות אותו תחום הגדרה.
- שתי הפונקציות חותכות את הצירים באותן הנקודות.
- שתי הפונקציות עולות בכל תחום הגדרתן.



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = 7 + ax + \frac{b}{x}$.

- ידוע כי משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x היא: $y = 18x - 9$.
- מצא את a ו- b וכתוב את הפונקציה.
 - מעבירים ישר המקביל לציר ה- y שחותך את גרף הפונקציה בנקודה A ואת משוואת המשיק בנקודה B כמתואר באיור. אורך הקטע AB הוא 18.

- מצא את משוואת הישר הנ"ל אם ידוע כי הנקודה A נמצאת מימין לנקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק והישר.

תשובות סופיות:

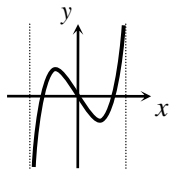
(1) א. $a_{25} = 16,777,216$

ב. לפי הצעת השר יהיו לו 33,554,431 אבנים ולפי הצעת המלך יהיו לו 20,000,000 אבנים.

ג. הסדרה שתתקבל לפי הצעת הבת היא: $4, 16, 64, \dots, 2^{24}$ וסכומה הוא: 22,369,620. כדאי למלך לקבל את הצעת בתו.

(2) א. 10 ס"מ. ב. 5.21 ס"מ. ג. 61° . ד. 42°

(3) א. $(0, 0)$, $(\pm 0.23\pi, 0)$ ב. $x = \pm 0.25\pi$



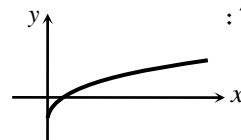
ד. סרטוט:

ג. $\min\left(\frac{\pi}{6}, -\sqrt{27}\right)$, $\max\left(-\frac{\pi}{6}, \sqrt{27}\right)$

(4) א. $x \geq 0$ ב. $(64, 0)$; $(0, -6)$

ג. הנגזרת: $f'(x) = \frac{1+2\sqrt[6]{x}}{6x^{5/6}} > 0$ בת.ה.

ה. (i). נכון.



ד. להלן סקיצה:

ה. (iii). לא נכון.

ה. (ii). לא נכון. החיתוך עם ציר ה- y שונה.

(5) א. $f(x) = 7 + 2x - \frac{4}{x}$, $a = 2$, $b = -4$ ב. $x = 2$

ג. 11.54 יחידות שטח $\approx S = 6 + \ln 256$

מבחן מספר 11:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) בסדרה הנדסית אינסופית יורדת a_n ידוע כי סכום האיברים העומדים במקומות

האי-זוגיים גדול פי $1\frac{2}{3}$ מסכום האיברים העומדים במקומות הזוגיים.

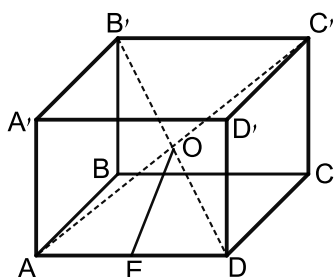
א. מצא את מנת הסדרה.

מחברים כל שני איברים בסדרה הנתונה ויוצרים סדרה חדשה b_n .

ב. הוכח כי הסדרה b_n גם היא הנדסית יורדת ומצא את מנתה.

ג. הראה כי סכום הסדרה b_n שווה לסכום הסדרה a_n .

ד. סכום שתי הסדרות יחד הוא 1000. מצא את האיבר הראשון בסדרה a_n .



(2) בתיבה ABCDA'B'C'D' שבסיסה ריבוע מעבירים את

האלכסונים AC' ו-B'D.

האלכסונים נחתכים בנקודה O שבתוך התיבה.

מהנקודה O מעבירים את הקטע OE כך ש-E היא

אמצע המקצוע AD. ידוע כי אורך מקצוע הבסיס של

התיבה הוא 8 ס"מ ואורך אלכסון התיבה הוא 12 ס"מ.

א. מצא את אורך גובה התיבה.

ב. מצא את אורך הקטע OE.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) שני בנקים מציעים שתי תכניות חיסכון כלהלן:

בנק א' מציע תכנית חיסכון ל-8 שנים שבסופה סכום הקרן יגדל ב-80%.

בנק ב' מציע תכנית חיסכון ל-6 שנים שבסופה סכום הקרן יגדל ב-60%.

א. באיזה בנק אחוז הריבית השנתית גבוה יותר?

ב. דני משקיע סכום כסף k לפי תכנית חיסכון של בנק א' ובתום התוכנית הוא

מעביר את הסכום שעומד לרשותו לתכנית החיסכון של בנק ב'.

רפי משקיע סכום כסף זהה k לפי תכנית חיסכון של בנק ב' ובתום התכנית

הוא מעביר את הסכום שעומד לרשותו לתכנית החיסכון של בנק א'.

למי יהיה סכום גדול יותר בתום שתי התכניות?

נמק את תשובתך והראה חישוב מתאים.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 + k\sqrt[3]{x} + 8$, פרמטר k .

ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה $x = -2.741$.

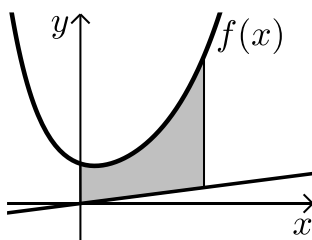
א. מצא את ערך הפרמטר k , עגל למספר שלם.

ב. הראה כי אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה נמצאת גם היא על ציר ה- x .

ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ה. העזר בסקיצה וקבע כמה פתרונות יהיו למשוואה הבאה: $x^3 + 9\sqrt[3]{x} = 8$.



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{e^x + e^{ax}}{4}$.

ידוע כי הפונקציה עוברת דרך הנקודה: $\left(1, \frac{e^3 + 1}{4e^2}\right)$.

א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.

באזור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$ והישר: $y = 0.1x$.

ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הישר, ציר ה- y והאנך: $x = 2$.

תשובות סופיות:

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_{2n+1} + a_{2n+2}}{a_{2n-1} + a_{2n}} = \frac{a_1 q^{2n} + a_1 q^{2n+1}}{a_1 q^{2n-2} + a_1 q^{2n-1}} = \frac{a_1 q^{2n} (1+q)}{a_1 q^{2n-2} (1+q)} = q^2 \quad \text{ב.} \quad \text{א. } q = 0.6 \quad (1)$$

$$S_{(b_n)} = \frac{b_1}{1-q^2} = \frac{a_1 + a_2}{1-q^2} = \frac{a_1(1+q)}{(1+q)(1-q)} = \frac{a_1}{1-q} = S_{(a_n)} \quad \text{ג.} \quad \text{ד. } a_1 = 200$$

$$\text{א. 4 ס"מ.} \quad \text{ב. 4.47 ס"מ.} \quad (2)$$

$$\text{א. בנק ב'.} \quad (3)$$

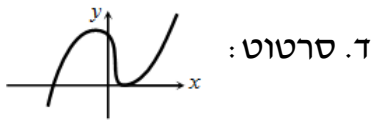
ב. לשניהם אותו הסכום שכן אין משמעות לסדר:

$$k \cdot a_1^8 \cdot a_2^6 = k \cdot 1.8 \cdot 1.6 = k \cdot 1.6 \cdot 1.8 = 2.88k$$

$$\text{א. } k = 9 \quad \text{ב. } \max(-1, 16) ; \min(1, 0) \quad (4)$$

ג. עולה: $x < -1$, $x > 1$, יורדת: $-1 < x < 1$

ה. 2



ד. סרטוט:

ב. 1.52 יחידות שטח S .

$$\text{א. } a = -2 \quad f(x) = \frac{e^x + e^{-2x}}{4} \quad (5)$$

מבחן מספר 12:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

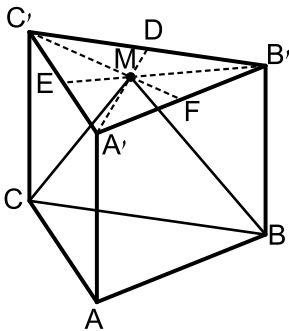
(1) סדרה מקיימת את כלל הנסיגה: $a_1 = 1, a_{n+1} = 3n - a_n - 7$.

א. חשב את 5 האיברים הראשונים וקבע האם הסדרה היא חשבונית.

ב. הוכח כי לכל n טבעי מתקיים: $a_{n+2} = a_n + 3$.

ג. כתוב נוסחה לסכום n האיברים הראשונים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

ד. חשב את הסכום הבא: $a_1 + a_3 + a_5 + \dots + a_{17}$.



(2) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות מעבירים בבסיס העליון $A'B'C'$ את התיכונים AD, BE ו- CF אשר נחתכים בנקודה M . מהנקודה M מעבירים את הקטעים MC ו- MB כך שנוצר המשולש MCB . גובה המנסרה שווה באורכו למקצוע בסיס המנסרה. חשב את הזווית שבין האנך לצלע BC במשולש MCB למישור הבסיס ABC .

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריה, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) שתי מכוניות המוצעות למכירה עולות: מכונית א' - 60,000 ₪ ומכונית ב' - 85,000 ₪.

ידוע כי ערך מכונית ב' יורד ב-4% בכל שנה וערך מכונית א' יורד ב-2.5% בכל שנה.

א. מצא בעוד כמה שנים יהיו המחירים של שתי המכוניות זהים.

ב. סיגל רוצה לקנות מכונית ולרשותה עומד סכום של 40,000 ₪.

איזו מכונית תוכל לקנות סיגל קודם ולאחר כמה שנים מיום הצעתן?

(4) שיפוע המשיק לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{e^{3x^2+6x+k}}$ בנקודה שבה: $x=1$ הוא: $-\frac{12}{e^{10}}$.

א. מצא את ערך הפרמטר k וכתוב את הפונקציה.

ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ד. הוכח על סמך הסקיצה את אי-השוויון הבא: $0 < \frac{1}{e^{3x^2+6x+1}} \leq e^2$.

(5) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{\sin 2x + 1}{2}$ בתחום: $-0.25\pi \leq x \leq 1.75\pi$.

מעבירים משיק AB דרך נקודת המקסימום של הפונקציה ומעלים אנך לציר ה- x מנקודת החיתוך הראשונה של גרף

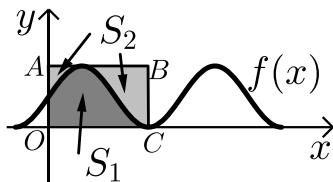
הפונקציה עם ציר ה- x בתחום הנתון המסומנת ב-C

כך שנוצר המלבן ABCO. השטח הכלוא בין גרף הפונקציה

וציר ה- x יסומן ב- S_1 (המקווקו).

השטח הכלוא בין צלעות המלבן, גרף הפונקציה וציר

ה- y יסומן ב- S_2 .



א. מצא את משוואת הצלע AB של המלבן.

ב. חשב את היחס: $\frac{S_1}{S_2}$.

תשובות סופיות:

(1) א. $a_1 = 1, a_2 = -5, a_3 = 4, a_4 = -2, a_5 = 7$. ב. הוכחה.

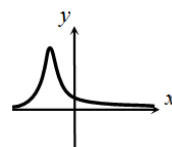
ג. $S_{n(o)} = 1.5n^2 - 0.5n$. ד. $S_{9(o)} = 117$.

(2) 73.89°

(3) א. לאחר 22.46 שנים. ב. מכונת א' ולאחר 16 שנים.

(4) א. $f(x) = \frac{1}{e^{3x^2+6x+1}}, k=1$. ב. $(-1, e^2)$.

ג. להלן סרטוט:



ד. ניתן לראות עפ"י הגרף כי ערך הפונקציה $f(x)$ נמצא בתחום $0 < f(x) \leq e^2$.

(5) א. $y=1$. ב. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{3\pi+2}{3\pi-2} = 1.538$.

מבחן מספר 13:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) בסדרה חשבונית $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ידוע כי סכום ארבעת האיברים הראשונים וסכום האיברים ה-6 עד ה-9 הם מספרים נגדיים.

א. הוכח: $a_5 = 0$.

ב. נתון: $a_3 - a_{11} = 24$. מצא את: a_1 ואת d .

מגדירים סדרה חשבונית חדשה b_n המקיימת: $b_n = 2a_n - 3$.

ג. מצא את ערך האיבר השלישי הראשון בסדרה ואת מיקומו הסידורי.

(2) נתונות שתי פירמידות ריבועיות ישרות: $SABCD$ ו- $S'A'B'C'D'$.

אורך מקצוע הבסיס בפירמידה הראשונה הוא a

וגובהה הוא $2a$. אורך מקצוע הבסיס בפירמידה

השנייה הוא $2a$ וגובהה הוא a .

א. קבע לאיזו פירמידה יש נפח גדול יותר.

כעת משנים את הגובה של כל פירמידה כך שנפחן יהיה

זהה והוא: a^3 .

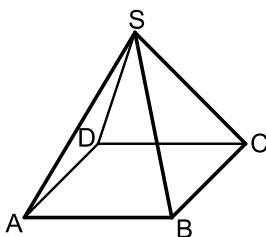
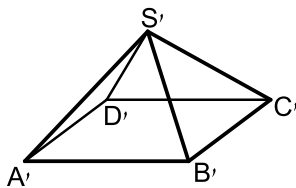
ב. מצא את יחס בין המקצוע הצדדי של הפירמידה $SABCD$

ובין המקצוע הצדדי של הפירמידה $S'A'B'C'D'$.

ג. דנה טוענת כי היות ונפח שתי הפירמידות זהה

אזי גם שטח הפנים שלהן זהה. האם דנה צודקת?

הוכח את טענתך באמצעות חישוב מתאים.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = e^{2x} + ae^x + b$.

גוזרים את הפונקציה פעמיים וידוע כי כאשר $x = \ln \frac{2}{3}$

הנגזרות מקיימות: $f'(x) + f''(x) = 8$.

א. מצא את a .

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא: $y = 16x + 7 - 16 \ln 2$.

ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה.

ג. מצא את b .

ד. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

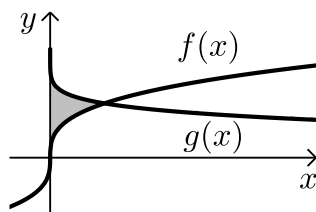
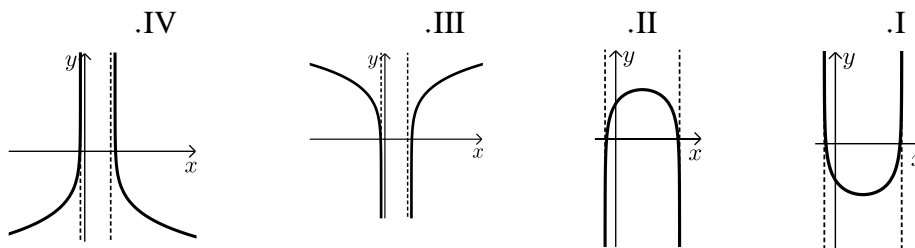
(4) נתונה הפונקציה הבאה: $y = \ln(x^2 - 6x - 7)$.

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

ב. מהן האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לציר ה- y ?

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

ד. לפניך 4 גרפים: I, II, III, ו-IV. איזה מהגרפים מתאים לפונקציה הנתונה. נמק.



(5) באיור שלפניך נתונים הגרפים של

הפונקציות: $f(x) = \sqrt[3]{x}$, $g(x) = 2 - \sqrt[6]{x}$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים.

ב. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים

וציר ה- y .

תשובות סופיות:

- (1) א. הוכחה. ב. $a_1 = 12, d = -3$. ג. $b_5 = -3$.
- (2) א. $V_{S'ABCD'} = \frac{4}{3}a^3 > V_{SABCD} = \frac{2}{3}a^3$. ב. פי $4\sqrt{\frac{19}{82}}$. ג. דנה טועה $P_{S'ABCD'} = 9a^2 \neq P_{SABCD} \approx 7a^2$.
- (3) א. $a = 4$. ב. $x = \ln 2$. ג. $b = -5$. ד. $(0,0)$.
- (4) א. $x < -1, x > 7$. ב. $x = 7, -1$. ג. עולה: $x > 7$, יורדת: $x < -1$.
- ד. III. הסבר: באיורים I ו-II גרף הפונקציה לא בתחום. באיור IV תחומי העלייה והירידה הפוכים.
- (5) א. $(1,1)$. ב. $\frac{11}{28}$ יח"ש.

מבחן מספר 14:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) המספרים: $2x-3$, $x-9$, $x-13$ הם שלושת האיברים הראשונים בסדרה הנדסית עולה שכל איבריה חיוביים.

א. מצא את x .

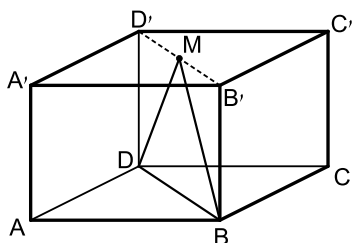
ב. ענה על הסעיפים הבאים:

i. כתוב את נוסחת האיבר הכללי בסדרה זו.

ii. מצא שני איברים סמוכים בסדרה שסכומם הוא 18,750.

ג. ידוע כי האיבר האחרון בסדרה הוא $a_n = 5^{11}$.

מצא את סכום 7 האיברים האחרונים בסדרה.



(2) בתיבה $ABCD A'B'C'D'$ שבסיסה מלבן מעבירים את

האלכסון $B'D'$ בבסיס העליון.

מאמצע האלכסון M מעבירים את הקטעים DM ו- BM

כך שנוצר המשולש ישר הזווית BMD , ($\angle BMD = 90^\circ$).

אורך מקצוע הבסיס AB הוא $5a$ ואורך הקטע DM הוא $4a$.

א. הבע באמצעות a את אורך המקצוע AD .

ב. מעבירים את הקטע AM . חשב את זווית MAD .

ג. מצא את a אם ידוע כי שטח המשולש MAD

הוא 125 סמ"ר (עגל למספר שלם).

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

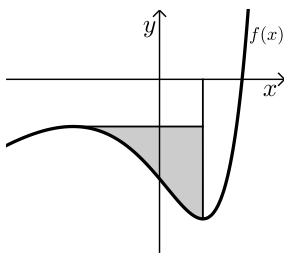
ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (3) כמות אצות בים מתרבה בצורה מעריכית. ידוע כי לאחר 40 שנים כמות אצות מכפילה את עצמה. כדי לצמצם את כמות האצות מבצעים עבודות ניקיון מדי שנה ובהן מנקים כ-200 ק"ג אצות. בחוף מסוים היו בשנת 1990 כ-1200 ק"ג אצות.
- א. מצא את קצב גידול האצות השנתי.
- ב. מצא כמה אצות יהיו בחוף המסוים בשנת 1993 לאחר הניקיון באותה שנה.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \cos^2 x - \cos x - 2$ בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$.

- א. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- ב. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה וקבע את סוגן.
- ג. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



(5) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 4e^{2x} - 9e^x + 2$.

ידוע כי שיעור ה- y של נקודת המינימום הוא: $y = \ln 4 - 10$.

- א. מצא את הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את נקודת הקיצון השנייה של הפונקציה וקבע את סוגה.
- מעבירים מנקודת המינימום אנך לציר ה- x ומנקודת הקיצון השנייה ישר המקביל לציר ה- x .
- ג. חשב את השטח הכלוא בין שני הישרים וגרף הפונקציה.

תשובות סופיות:

א. $x = 14$ (1) ב. (i) $a_n = 5^{n-1}$ ג. (ii) a_6, a_7

ג. $S_7^* = 61,034,375$

א. $a\sqrt{7}$ (2) ב. 70.6° ג. $a = 5$

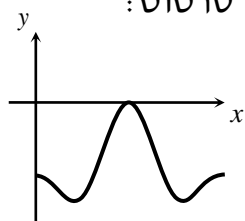
א. $a = 1.017$ (3) ב. 653.48 ק"ג אצות.

א. $(\pi, 0), (0, -2)$ (4)

ב. $\max(0, -2), \min\left(\frac{\pi}{3}, -2.25\right), \max(\pi, 0), \min\left(1\frac{2}{3}\pi, -2.25\right), \max(2\pi, -2)$

ג. עולה: $\frac{\pi}{3} < x < \pi, 1\frac{2}{3}\pi < x < 2\pi$; יורדת: $0 < x < \frac{\pi}{3}, \pi < x < 1\frac{2}{3}\pi$

ד. להלן סרטוט:



א. $f(x) = 2e^{2x} - 9e^x + 2x$ (5)

ב. $\max\left(\ln \frac{1}{4}, -\ln 16 - 2\frac{1}{8}\right)$ ג. $S \approx 3.07$ יח"ש

מבחן מספר 15:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה הסדרה ההנדסית הבאה: $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2n}$ שמנתה היא q .

בונים סדרה חדשה מריבועי כל האיברים הסדרה באופן הבא: $a_1^2, a_2^2, a_3^2, \dots, a_{2n}^2$.

א. הוכח כי היחס בין סכום n האיברים הראשונים בסדרת הריבועים ובין סכום כל האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה הנתונה תלוי רק באיבר הראשון של הסדרה.

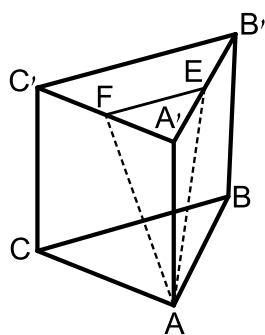
בסדרה הנדסית אינסופית יורדת שסכומה 640 ידוע כי סכום 10 האיברים הראשונים כאשר מעלים אותם בריבוע גדול פי 320 מסכום 10 האיברים הראשונים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה.

ב. מצא את מנת הסדרה.

מחברים את כל איברי הסדרה החל מאיבר a_n כלשהו.

ידוע כי סכום זה קטן פי 16 מסכום הסדרה המקורי.

ג. מצא את האיבר a_n .



(2) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה

צלעות הנקודות E ו-F הן בהתאמה אמצעי המקצועות $A'B'$ ו- $A'C'$.

מעבירים את הקטעים AE ו-AF כך שנוצר המשולש AEF.

אורך מקצוע הבסיס של המנסרה הוא 10 ס"מ וגובה המנסרה הוא 12 ס"מ.

א. חשב את אורכי הצלעות של המשולש AEF.

ב. חשב את הזווית שבין גובה המנסרה AA' לבין מישור המשולש AEF.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

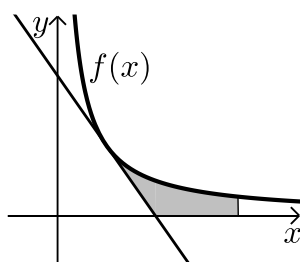
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה הבאה: $y = (\sin x + 1) \cdot \cos x$ בתחום: $0 \leq x \leq 1.5\pi$.

- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- כמה פתרונות יש למשוואה: $(\sin x + 1) \cdot \cos x = 1$ בתחום הנתון?

(4) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = (x-2)^2$, $g(x) = \sqrt[5]{2x+2.6}$.

- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות עם ציר ה- x .
- מגדירים פונקציה חדשה: $h(x) = f(x) \cdot g(x)$.
- כתוב מפורשות את הפונקציה $h(x)$ ואת תחום הגדרתה.
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $h(x)$.
- מצא עבור אלו ערכים של k יחתוך הישר $y = k$ את גרף הפונקציה ב-3 נקודות שונות.



(5) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = -\frac{4}{x^2}$.

משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה

שבה: $x = 2$ היא: $y = 4 - x$.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

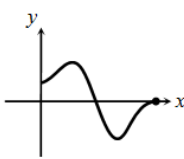
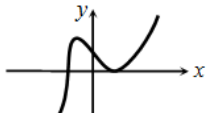
באזור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)$

והמשיק בתחום: $x > 0$.

ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, המשיק,

ציר ה- x והישר $x = e^2$.

תשובות סופיות:

- (1) א. $\frac{S_{n(s)}}{S_{n(o)}} = a_1$ ב. $q = 0.5$ ג. $a_5 = 20$
- (2) א. 13 ס"מ, 13 ס"מ, 5 ס"מ. ב. 19.84°
- (3) א. $(0.5\pi, 0)$, $(1.5\pi, 0)$ ב. $(0, 1)$, $\left(\frac{\pi}{6}, 1.29\right)$, $\left(\frac{5\pi}{6}, -1.29\right)$, $(1.5\pi, 0)$ ג. להלן סרטוט:
- 
- (4) א. $(2, 0)$, $(-1.3, 0)$ ב. $h(x) = (x-2)^2 \sqrt[3]{2x+2.6}$ כל x ג. $\max(-1, 8.12)$; $\min(2, 0)$ ד. להלן סקיצה:
- 
- ה. $0 < k < 9$ א. $f(x) = \frac{4}{x}$ (5) ב. 3.227 יח"ש $6 - 4 \ln 2 =$ יח"ש.

מבחן מספר 16:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי הסדרות הבאות:

סדרה חשבונית: a_1, a_2, a_3, \dots

וסדרה הנדסית: b_1, b_2, b_3, \dots

ידוע כי האיבר הראשון בשתי הסדרות שווה.

האיבר השלישי בסדרה ההנדסית גדול פי 4 מהאיבר הראשון בסדרה החשבונית.

א. מצא את מנת הסדרה ההנדסית אם ידוע כי היא אינה עולה.

ב. נתון גם כי האיבר החמישי בסדרה ההנדסית שווה לאיבר הרביעי בסדרה החשבונית. הוכח כי הפרש הסדרה החשבונית גדול פי 5 מהאיבר הראשון.

ג. בכל סדרה יש 10 איברים. הסכום של כל האיברים של שתי הסדרות יחד הוא 212. מצא את האיבר הראשון של שתי הסדרות.

(2) נתונה פירמידה ישרה SABC שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים ($AC = BC$).

מעבירים גבהים למקצוע SC במישורי הפאות SAC ו-SBC כך שהזווית הנוצרת בין מישורים אלו היא $\angle ADB = 42^\circ$. ידוע כי אורך המקצוע AB הוא 8 ס"מ.

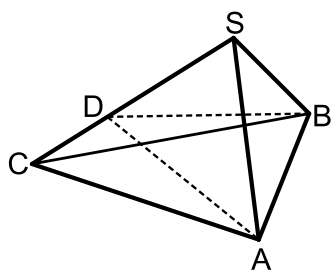
הגובה AD בפאה SAC מחלק את המקצוע SC

$$\text{ביחס: } \frac{DC}{SD} = \frac{2}{3}$$

א. חשב את אורך הגובה AD.

ב. חשב את זווית הראש בפאה SAC.

ג. חשב את שטח משולש הבסיס ABC.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

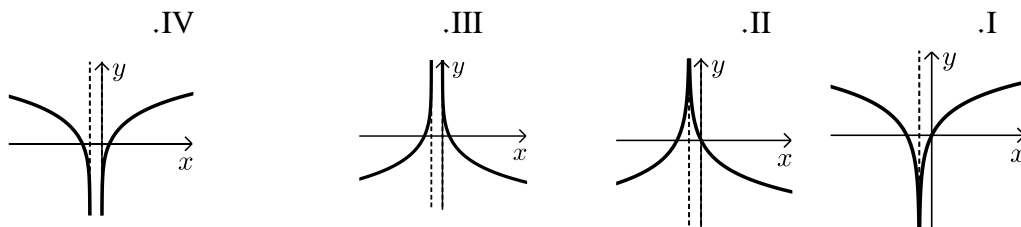
ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (3) נתונות שתי כמויות התחלתיות זהות, האחת גדלה בצורה מעריכית והשנייה קטנה בצורה מעריכית. לשתי הכמויות אחוז גדילה/דעיכה קבוע והוא 5%.
- א. האם הזמן שבו הכמות הראשונה תגדל לכמות הכפולה מהכמות ההתחלתית שלה שווה לזמן שבו תקטן הכמות השנייה למחצית מהכמות ההתחלתית שלה? נמק והראה חישוב מתאים.
- ב. ללא קשר לנתון הקודם, הראה כי כדי ששתי הכמויות יגיעו ליעדיהן באותו הזמן, אז הבסיסים שלהן (q_1, q_2) צריכים להיות מספרים הופכיים.

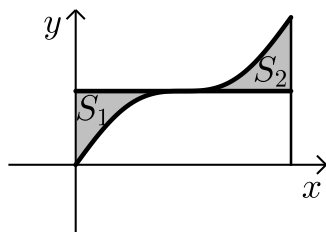
(4) נתונה הפונקציה: $y = \ln(x^2 + 2x + 1)$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מהי האסימפטוטה של הפונקציה המקבילה לציר ה- y ?
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- ד. לפניך 4 גרפים: I, II, III, ו-IV. איזה מהגרפים מתאים לפונקציה הנתונה. נמק.



ה. העזר בגרף שבחרת וכתוב את תחומי השליליות של הפונקציה.

(5) באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $y = \sin x + x$ בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$.



- א. האם יש לפונקציה נקודות קיצון פנימיות בתחום הנתון? הוכח.
- מורידים אנך מגרף הפונקציה לציר ה- x בנקודה שבה: $x = 2\pi$. מעבירים ישר המקביל לציר ה- x מהנקודה שמאפסת את הנגזרת.
- ב. הראה כי השטחים S_1 ו- S_2 המסומנים בסרטוט שווים.

תשובות סופיות:

- (1) א. $q = -2$ ב. הוכחה. ג. $a_1 = 2$.
- (2) א. 11.16 ס"מ. ב. 53.13° ג. 47.27 סמ"ר.
- (3) א. הכמות השנייה תגיע ליעדה לפני הראשונה ($13.5 < 14.2$).
ב. הוכחה.
- (4) א. $x \neq -1$ ב. $x = -1$ ג. עולה: $x > -1$, יורדת: $x < -1$
ד. I. הסבר: באיור II תחומי העלייה והירידה הפוכים.
באיורים III ו-IV יש אסימפטוטה מיותרת. ה. $-2 < x < 0$, $x \neq -1$
- (5) א. אין נקודות קיצון, הנקודה: (π, π) היא נקודת פיתול.
ב. השטח המתקבל הוא: $S = 0.5\pi^2 - 2 = 2.934$ יחידות שטח.

מבחן מספר 17:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונים שני טורים חשבוניים : $150, 144, 138, \dots$ ו- $90, 93, 96, \dots$

לשני הטורים אותו מספר איברים.

ידוע כי סכום האיברים האחרונים של שני הטורים

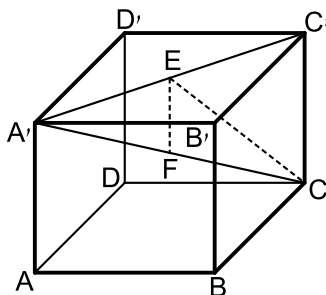
(האיבר האחרון מהטור הראשון והאיבר האחרון מהטור השני) הוא אפס.

א. מצא את מספר האיברים שבכל טור.

מחברים את n האיברים הראשונים מהטור הראשון יחד עם n האיברים

הראשונים מהטור השני. ידוע כי חיבור הסכומים הוא 3480.

ב. מצא את n אם ידוע שהוא קטן מ-20.



(2) נתונה קובייה ABCDA'B'C'D'.

מעבירים את האלכסון A'C' בבסיס העליון.

מהנקודה E שעל האלכסון A'C' מותחים את הקטע CE

השווה באורכו לקטע A'E. כמו כן מורידים גובה EF

ממישור הבסיס העליון A'B'C'D' (EF מאונך ל-A'C').

הנקודה F נמצאת על האלכסון הראשי A'C'.

נסמן: $\angle A'CE = \alpha$, $AF = m$.

הבע באמצעות α ו- m את נפח הקובייה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

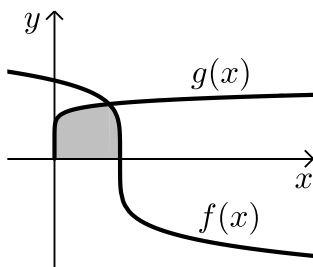
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) לפיך הפונקציה הבאה: $f(x) = \ln(1 - \ln x)$.

- מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה?
- הוכח כי הפונקציה יורדת בכל תחום הגדרתה.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cos x - x$ בתחום: $-3\pi \leq x \leq 3\pi$.

- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- ענה על הסעיפים הבאים:
 - הראה כי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x הנגזרת של הפונקציה מתאפסת.
 - ידוע גם כי: $f'(-3.67) = 0$, $f'(3.67) = 0$ וכי אין נקודות נוספות בתחום הנתון שבהן הנגזרת מתאפסת. קבע אלו נקודות, מבין נקודות החיתוך שמצאת, הן נקודות קיצון ואלו אינן נקודות קיצון. מצא את סוג הקיצון בכל מקרה.



(5) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = -\frac{1}{\sqrt[5]{(6-5x)^4}}$.

ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה: $x = 1.2$.

- מצא את הפונקציה $f(x)$.
- חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$, גרף הפונקציה: $g(x) = \sqrt[10]{x}$ וציר ה- x .

תשובות סופיות:

א. $n = 81$ (1) ב. $n = 16$

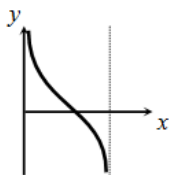
(2) $(m \sin 2\alpha \cos \alpha)^3$

(3) א. $0 < x < e$. (שימו לב כי תנאי ת.ה. הם: $1 - \ln x > 0$ וגם $x > 0$).

ב. $f'(x) = -\frac{1}{x(1 - \ln x)} < 0$ - ולכן הפונקציה יורדת בת.ה.

ג. $(1, 0)$.

ד. להלן סקיצה:



(4) א. $(0, 0)$, $(2\pi, 0)$, $(-2\pi, 0)$ ב. (i). הוכחה.

ב. (ii). $\max(2\pi, 0)$, $\min(-2\pi, 0)$, $(0, 0)$ פיתול.

(5) א. $f(x) = (6 - 5x)^{\frac{1}{5}}$ ב. 1.08 יח"ש.

מבחן מספר 18:

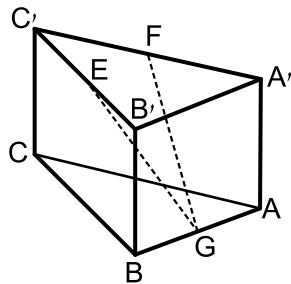
פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) בסדרה הנדסית שבה 12 איברים סכום כל איברי הסדרה גדול פי 3 מסכום האיברים כאשר מחליפים את סימני כל האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים.
- מצא את מנת הסדרה.
 - ידוע כי ההפרש בין האיבר החמישי לאיבר הרביעי בסדרה הוא 8.
 - מצא את האיבר הראשון בסדרה.
 - חשב את סכום כל האיברים העומדים במקומות הזוגיים בסדרה.

- (2) במנסרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה הוא משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$) הנקודות E, F וג' הן בהתאמה אמצעי המקצועות $B'C'$, $A'C'$ ו-AB כמתואר באיור. מסמנים את מידות הבסיס ABC : $BC = 12t$, $AB = 5t$.
- הזווית שבין הקטע GE ובין מישור הבסיס ABC היא : 36.86° .



- הבע באמצעות t את גובה המנסרה.
- חשב את הזווית שבין הקטע GF ובין מישור הבסיס ABC.
- מצא את t אם ידוע כי אורך הקטע GF הוא : $\sqrt{3825}$ ס"מ.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

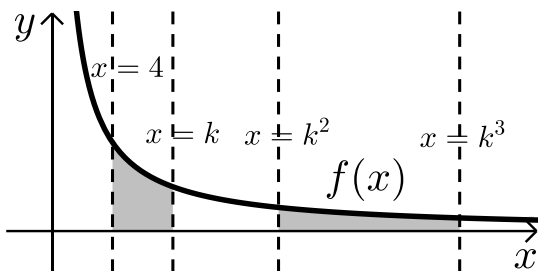
ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) כמות חומר רדיואקטיבי קטנה בצורה מעריכית לפי אחוז קבוע p מדי שעה. ביום מסוים היו k גרם מהחומר. לאחר 3 שעות הוסיפו עוד k גרם לכמות שנותרה ולאחר 3 שעות נוספות מתברר שנשארו k גרם מהחומר. מצא את p .

(4) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = 6x - e^x$ ו- $g(x) = ae^x - e^{2x} + b$.
ידוע כי לשתי הפונקציות נקודת קיצון שבה אותו שיעור x וכי שתיהן נפגשות על ציר ה- y .
א. מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b .
ב. הראה כי לשתי הפונקציות תחומי עלייה וירידה משותפים.

(5) באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2}{x}$ בתחום: $x > 0$.
מעבירים את הישרים: $x = k^3$, $x = k^2$, $x = k$, $x = 4$ כמתואר ($k > 4$).



א. הבע באמצעות k את השטחים: S_1 ו- S_2 .
ב. הראה כי ההפרש: $S_2 - S_1$ אינו תלוי ב- k וחשב את ערכו.
ג. נתון כי השטח S_2 גדול פי 3 מהשטח S_1 . מצא את k .

תשובות סופיות:

- (1) א. $q = 2$ ב. $a_1 = 1$ ג. $S_{6(p)} = 2730$
- (2) א. $4.875t$ ב. 39.1° ג. $t = 8$
- (3) 14.82%
- (4) א. $a = 12$, $b = -12$ ב. עולות: $x < \ln 6$, יורדות: $x > \ln 6$
- (5) א. $S_1 = 2 \ln k - \ln 16$, $S_2 = 2 \ln k$ ב. $S_2 - S_1 = \ln 16 = 2.77$ ג. $k = 8$

מבחן מספר 19:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) סדרה מוגדרת לפי כלל הנסיגה הבא: $a_{n+1} = a_n + 2 \cdot 3^n + 2$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

i. הבע את a_{n+2} באמצעות a_n .

ii. מצא את מיקומו הסידורי של איבר הגדול ב-652 מהאיבר העומד שני מקומות לפניו.

ב. הנוסחה לסכום n האיברים הראשונים של אחת מהסדרות המיוצגות ע"י כלל

הנסיגה הנ"ל היא: $S_n = 1.5 \cdot 3^n + n^2 + n - 1.5$.

חשב את הסכום הבא: $a_6 + a_7 + a_8 + \dots + a_{11}$.

ג. מהו האיבר הראשון של הסדרה המיוצגת ע"י כלל הנסיגה ונוסחת הסכום הנ"ל?

(2) בתיבה ריבועית וישרה ABCDA'B'C'D' מסמנים את אורך הגובה ב- h .

מעבירים את הקטעים AB' , AC ו- $B'C$ כך שנוצר המשולש AB'C' כמתואר באיור.

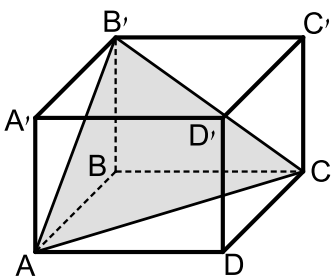
הזווית הנוצרת בין אנך לצלע AC במשולש AB'C' ומישור

הבסיס ABCD היא α .

א. הבע באמצעות h ו- α את אורך מקצוע

הבסיס של התיבה.

ב. הבע באמצעות h ו- α את נפח התיבה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $(\frac{2}{3})$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה הבאה: $y = \ln \frac{2x+1}{x-1}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- כתוב את האסימפטוטות האנכיות של גרף הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- הראה כי גרף הפונקציה יורד בכל תחום הגדרתו.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(4) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{5x^2 - 66x - 440}{\sqrt[6]{x}}$.

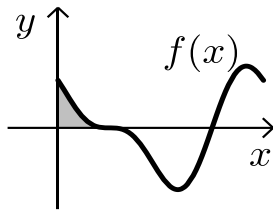
- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? האם יש לפונקציה אסימפטוטה אנכית?
 - האם הפונקציה חותכת את הצירים בתחום: $[0:18]$? נמק ע"י חישוב.
 - מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - ה. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x)$ המקיימת: $g(x) = -f(x)$.
- לפניך מספר טענות המתייחסות לפונקציה $g(x)$.
- קבע אלו מהטענות הבאות נכונות ואלו שגויות.
- נמק ע"י הסבר או חישוב מתאים.
- $g(x)$ חיובית בכל התחום $[0:18]$.
 - ל- $g(x)$ אותן נקודות קיצון (אותם שיעורים ואותו סוג) כמו $f(x)$.
 - ל- $g(x)$ אותו תחום הגדרה כמו ל- $f(x)$.

(5) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = -\cos 2x - \sin x$.

א. מצא את שיעורי ה- x של הנקודות המקיימות: $f'(x) = 0$

בתחום: $0 < x < 2\pi$.

ידוע כי הנקודה המקיימת $f'(x) = 0$ אשר אינה קיצון נמצאת על ציר ה- x .



ב. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ג. באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה בתחום הנתון.

חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה והצירים.

תשובות סופיות:

(1) א. (i). a_4 א. (ii). $a_{n+2} = a_n + 8 \cdot 3^n + 4$ ב. $S_{6-11} = 265458$

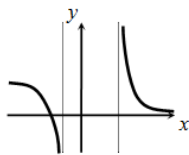
ג. $a_1 = 5$

(2) א. $\frac{h\sqrt{2}}{\tan \alpha}$ ב. $\frac{2h^3}{\tan^2 \alpha}$

(3) א. $x < -\frac{1}{2}, x > 1$ ב. $x = -\frac{1}{2}, 1$ ג. $(-2, 0)$

ה. להלן סקיצה:

ד. מתקבל: $y' = \frac{-3}{(2x+1)(x-1)} < 0$

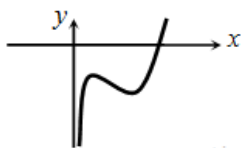


ב. לא.

(4) א. $x=0, x>0$, אסימפטוטה אנכית.

ד. להלן סקיצה:

ג. $\min(4, -495.27)$; $\max(2, -491.77)$



ה. (iii). נכון.

ה. (i). נכון. ה. (ii). לא נכון.

ב. $f(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + \cos x$

(5) א. $x = \frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

ג. $S = \frac{1}{2}$ יחידות שטח

מבחן מספר 20:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

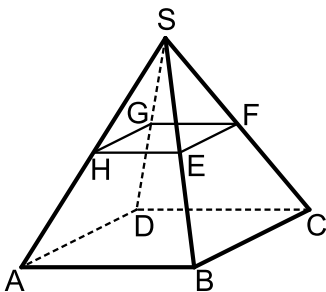
ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית אינסופית a_1, a_2, a_3, \dots שמנתה היא q , $(0 < q < 1)$.

נגדיר את הסכומים הבאים: $V = a_3 + a_7 + a_{11} + \dots$; $T = a_1 + a_2 + a_5 + a_6 + a_9 + a_{10} + \dots$.
נתון כי: $T = 6V$.

- מצא את מנת הסדרה q .
- פי כמה קטן V מסכום כל האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים בסדרה?
- מצא את האיבר הראשון אם ידוע כי סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים הוא $1365\frac{1}{3}$.



- (2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן. מאמצעי המקצועות הצדדיים מעבירים קטעים כך שנוצר המלבן EFGH. ידוע כי שטח מלבן זה הוא 48 סמ"ר וכי אורך האלכסון שלו הוא 10 ס"מ. הזווית HSF היא בת 50° .
- מצא את מידות הבסיס ABCD.
 - מצא את גובה הפירמידה.
 - חשב את שטח הפנים של הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (3) ערך מנייה מסוימת גדל בצורה מעריכית. ידוע כי בשנת 1980 הייתה המנייה שווה k שקלים. המנייה גדלה באחוז קבוע של 2% לשנה עד לשנת 1992 ומשם צנחה בקצב של 5% לשנה במשך 8 שנים נוספות. לאחר מכן גדלה המנייה בקצב שנתי קבוע עד לשנת 2010. אדם הרוצה לקנות את המנייה של שנת 2010 נוכח לדעת כי מחירה הוא $1.5k$. מצא באיזה אחוז עלתה המנייה לאחר הצניחה שלה.

- (4) נתונות הפונקציות הבאות: $f(x) = x^2 + \cos^2 x$ ו- $g(x) = x^2 + \sin^2 x$.

א. הוכח כי ההפרש: $f(x) - g(x)$ שווה ל- $\cos 2x$.

ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציות בתחום: $-\pi < x < \pi$.

- ג. ישר $x = t$, $(0 < t < 1)$ חותך את הגרפים בנקודות A ו-B ומהן מעבירים משיקים לפונקציות. ידוע כי ההפרש בין שיפוע המשיק של גרף הפונקציה $g(x)$ לשיפוע המשיק של גרף הפונקציה $f(x)$ הוא 1. מצא את כל הערכים האפשריים עבור t .

- (5) נתונות הפונקציות: $f(x) = -\frac{4}{x}$ ו- $g(x) = \frac{k}{2x+5}$.

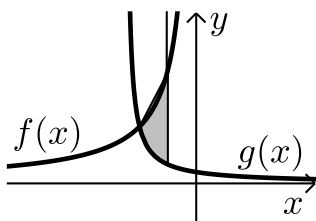
גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את ציר ה- y בנקודה

שבה: $y = 0.4$.

א. מצא את הפונקציה $g(x)$.

ב. מצא את נקודת החיתוך של שני הגרפים.

ג. חשב את השטח המוגבל ע"י שני הגרפים והישר $x = -1$.



תשובות סופיות:

(1) א. $q = \frac{1}{2}$ ב. פי 5. ג. $a_1 = 1024$

(2) א. 12 ס"מ ו-16 ס"מ. ב. 21.44 ס"מ. ג. 823 סמ"ר.

(3) ב-5.95%.

(4) א. הוכחה. ב. $\left(-\frac{3\pi}{4}, 6.05\right), \left(-\frac{\pi}{4}, 1.11\right), \left(\frac{\pi}{4}, 1.11\right), \left(\frac{3\pi}{4}, 6.05\right)$

ג. $t_{1,2} = \frac{\pi}{12}, \frac{5\pi}{12}$

(5) א. $g(x) = \frac{2}{2x+5}$ ב. $(-2, 2)$ ג. $\ln 5 \frac{1}{3} = 1.674$ יח"ש.

מבחן מספר 21:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) בסדרה חשבונית שבה מספר זוגי של איברים נתון כי סכום ריבועי האיברים העומדים במקומות ה-4 וה-5 שווה לריבוע האיבר העומד במקום ה-6. האיבר הראשון אינו אפס.

א. הוכח את הטענות הבאות:

i. $a_1 = -4d$

ii. $S_9 = 0$

האיבר העומד במקום ה-6 גדול ב-2 מהאיבר העומד במקום ה-5.

ב. מצא את a_1 ואת d .

ג. מצא את מספר איברי הסדרה אם ידוע כי סכום האיברים העומדים במקומות הזוגיים הוא 504.

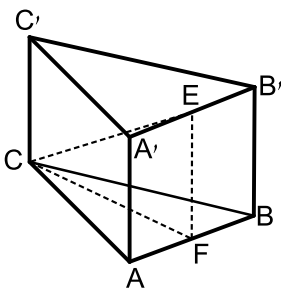
(2) נתונה מנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים ($AC=BC$).

מאמצעי המקצועות $A'B'$ ו- AB מעבירים את הקטע EF . ידוע כי מקצוע הבסיס AB הוא k והוא קטן פי 2 משוק הבסיס AC . נסמן: $\angle FCE = \alpha$.

א. הבע באמצעות k ו- α את נפח המנסרה.

ב. חשב את נפח המנסרה אם ידוע כי: $2EF = CE$.

וכי שטח הבסיס ABC הוא: $\sqrt{15}$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

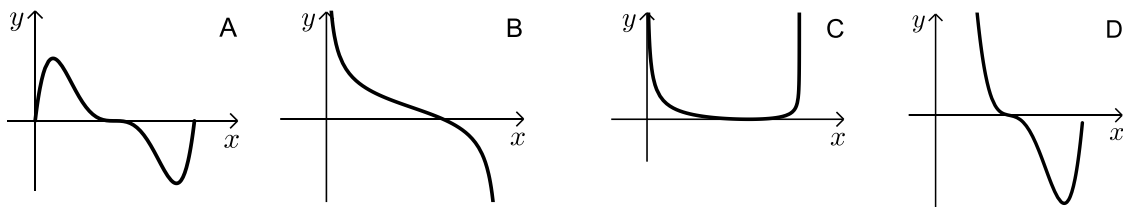
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

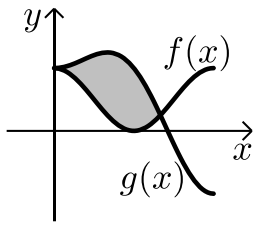
(3) לגרף הפונקציה: $f(x) = ax^2 \cdot e^{-bx^2}$ יש נקודת קיצון: $\left(2, \frac{4}{e}\right)$, $a, b \neq 0$.

- מצא את ערכי הפרמטרים a ו- b וכתוב את הפונקציה.
- מצא את נקודות הקיצון הנוספות של הפונקציה וקבע את סוגן.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מעבירים ישר: $y = k$. באיזה תחום ערכים צריך להימצא k כדי שהישר יחתוך את גרף הפונקציה ב-4 נקודות שונות?

(4) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{9-x}$.

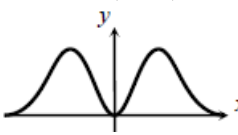
- מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה?
- מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה (מקומיות וקצה) וקבע את סוגן.
- כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- על סמך הסעיפים הקודמים קבע כמה פתרונות יש למשוואה
הבאה: $\sqrt{x} \cdot \sqrt[4]{9-x} = k$ כאשר:
 - $k = -2$
 - $k = 1$
- קבע איזה מבין הגרפים הבאים מתאר את הנגזרת של הפונקציה. נמק.





- (5) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות הבאות :
- א. מצא את נקודות החיתוך של הגרפים בתחום הנתון.
- ב. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים.
- השתמש בזהות : $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$.

תשובות סופיות:

- (1) א. (i+ii). הוכחה. ב. $a_1 = -8, d = 2$. ג. $n = 36$.
- (2) א. $V = \frac{15k^3 \tan \alpha}{8}$. ב. $\frac{15}{\sqrt{3}}$ סמ"ק.
- (3) א. $f(x) = x^2 e^{-\frac{1}{4}x^2}, a = 1, b = 0.25$. ב. $\max\left(-2, \frac{4}{e}\right), \min(0,0)$. ג. $(0,0)$. ד. להלן סקיצה:
- 
- (4) א. $0 \leq x \leq 9$. ב. $\max(6, 3.22); \min(0,0); \min(9,0)$ קצה. ג. עולה : $0 < x < 6$, יורדת : $6 < x < 9$. ד. (i). $k = -2$, אין פתרון. (ii). $k = 1$ שני פתרונות. ה. B.
- (5) א. $(0,1), \left(\frac{2\pi}{3}, \frac{1}{4}\right)$. ב. $S = 1.5 \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.299$ יח"ש.

מבחן מספר 22:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה הסדרה הבאה: a_n , 4 , 12 , 36 , \dots .

מוסיפים לכל איבר בסדרה זו שישית מהאיבר הבא אחריו ויוצרים סדרה חדשה b_n

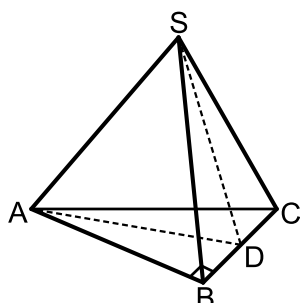
$$\text{כך: } b_1 = a_1 + \frac{a_2}{6}, b_2 = a_2 + \frac{a_3}{6}, b_3 = a_3 + \frac{a_4}{6}, \dots, b_n = a_n + \frac{a_{n+1}}{6}.$$

א. הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית ומצא את מנתה.

ב. הראה כי היחס בין סכום n האיברים הראשונים של הסדרה a_n ובין סכום n

האיברים הראשונים של הסדרה b_n הוא $\frac{2}{3}$.

ג. מצא שני איברים סמוכים בסדרה b_n שסכומם מהווה $\frac{2}{9}$ מ- a_8 .



(2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה הוא

משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).

בפירמידה זו מעבירים גובה SD בפאה הצדדית SBC

כך שנוצר המשולש SAD.

ידוע כי משולש זה הוא שווה שוקיים ובו נסמן: $SA = AD = 2m$.

הזווית הנוצרת בין הגובה SD והקטע AD תסומן ב- $\angle SDA = \alpha$.

א. הראה כי הגובה SD בפאה SBC שווה באורכו למקצוע הבסיס AB.

ב. מה ניתן לומר על המשולשים SAB ו-SAD במקרה זה?

ג. הבע באמצעות m , α את גובה הפירמידה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) מספר העופות בשמורת טבע גדל לפי אחוז קבוע של 3% לשנה. בשנה מסוימת נספרו 2300 עופות בשמורה, לאחר 5 שנים הוסיפו לשמורת הטבע 1000 עופות נוספים.

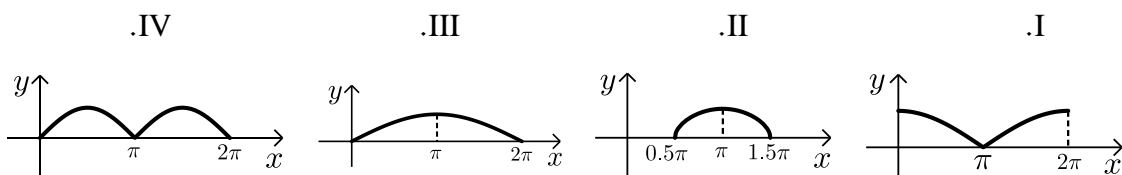
- מצא כמה עופות יהיו בשמורה לאחר 5 שנים נוספות.
- מצא תוך כמה שנים יהיה מספר העופות בשמורה זהה לזה שמצאת בסעיף א' אילולא היו מוסיפים את 1000 העופות הנוספים, אלא אם הייתה גדילה רציפה.

(4) לפניך הפונקציות הבאות: $f(x) = \sqrt{-\cos x}$ ו- $g(x) = \sqrt{\cos x + 1}$.

הפונקציה $f(x)$ מוגדרת בתחום $0.5\pi \leq x \leq 1.5\pi$

והפונקציה $g(x)$ מוגדרת בתחום $0 \leq x \leq 2\pi$.

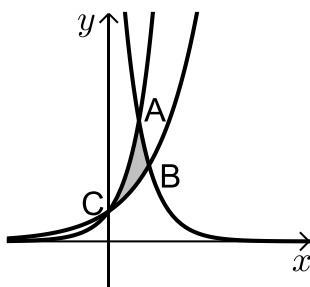
- האם הגרפים חותכים את ציר ה- x בתחום הנתון? הראה חישוב מתאים.
- האם הגרפים חותכים זה את בתחום הנתון? אם כן מצא את נקודות החיתוך.
- מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון וקבע את סוגה.
- לפניך ארבעה איורים: I, II, III ו-IV. קבע על סמך הסעיפים הקודמים איזה איור מתאר את הגרף של $f(x)$ ואיזה מתאר את $g(x)$:



(5) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של שלוש פונקציות:

$$I. f(x) = 2^x \quad II. g(x) = 4^x \quad III. h(x) = 2^{4-2x}$$

- סרטט את הסקיצה וקבע איזה גרף מתאר כל פונקציה.
- מצא את שיעורי הנקודות A, B ו-C (נקודות החיתוך שבין הגרפים).
- חשב את השטח המסומן באיור.



תשובות סופיות:

$$\frac{b_{n+1}}{b_n} = \frac{a_{n+1} + \frac{1}{6}a_{n+2}}{a_n + \frac{1}{6}a_{n+1}} = \frac{a_1q^n + \frac{1}{6}a_1q^{n+1}}{a_1q^{n-1} + \frac{1}{6}a_1q^n} = \frac{a_1q^n \left(1 + \frac{q}{6}\right)}{a_1q^{n-1} \left(1 + \frac{q}{6}\right)} = q = 3 \quad \text{א. (1)}$$

$$\frac{S_{(a_n)_n}}{S_{(b_n)_n}} = \frac{\frac{4(3^n - 1)}{3 - 1}}{\frac{6(3^n - 1)}{3 - 1}} = \frac{2}{3} \quad \text{ב.}$$

ג. b_5, b_6

$$\text{א. (2) } SD = AB = 4m \cos \alpha \quad \text{ב. המשולשים חופפים.} \quad \text{ג. } 2\sqrt{3}m \cos \alpha$$

$$\text{א. (3) } 4250 \text{ עופות.} \quad \text{ב. } 20.77 \text{ שנים.}$$

$$\text{א. (4) } \text{כ. } (1.5\pi, 0), f(x): (0.5\pi, 0), g(x): (\pi, 0).$$

$$\text{ב. (5) } \text{כ. } \left(\frac{2\pi}{3}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \left(\frac{4\pi}{3}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right). \quad \text{ג. } \max(\pi, 1).$$

$$\text{ד. איור I - } g(x), \text{ איור II - } f(x). \text{ ניתן לאמת זאת עפ"י הסעיפים הקודמים.}$$

$$\text{א. (5) } \text{ב. } C(0,1), B\left(1\frac{1}{3}, 2.52\right), A(1,4) \quad \text{ג. } S = 1.03 \text{ יח"ש.}$$

מבחן מספר 23:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונות שתי הסדרות החשבוניות הבאות: a_n שהפרשה הוא d_1 ו- b_n שהפרשה הוא d_2 .

ידוע כי: $d_1 = -2d_2$.

סכום 50 האיברים הראשונים של שתי הסדרות שווה והאיבר העומד במקום ה-20

בסדרה a_n גדול ב-1 מהאיבר העומד במקום ה-37 בסדרה b_n .

א. מצא את הפרש הסדרה $d_1 - a_n$.

ידוע כי האיבר a_{10} קטן ב-1 מ-5 פעמים האיבר b_{50} .

ב. מצא את a_1 ואת b_1 .

(2) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה הוא משולש שווה

שוקיים ($AC = BC$) מעבירים את האלכסונים AB' ו- CB' כך

שנוצר המשולש $AB'C$. ידוע כי הזווית שבין אנך למקצוע AC

במשולש ABC ואנך למקצוע AC במשולש $AB'C$ היא 45°

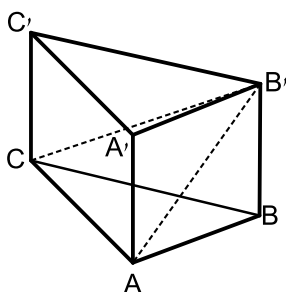
(האנכים נפגשים על המקצוע AC בנקודה E).

זוויות הבסיס ABC הן: $\angle ABC = \angle CAB = 75^\circ$, $\angle ACB = 30^\circ$.

גובה המנסרה הוא 5 ס"מ.

א. מצא את אורך המקצוע AC .

ב. חשב את הזווית שבין האלכסון CB' למישור הבסיס.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = x(\ln^3 x + 2\ln^2 x)$

א. הראה כי נגזרת הפונקציה היא: $f'(x) = \ln^3 x + 5\ln^2 x + 4\ln x$

ב. מצא את התחום בו הפונקציה עולה.

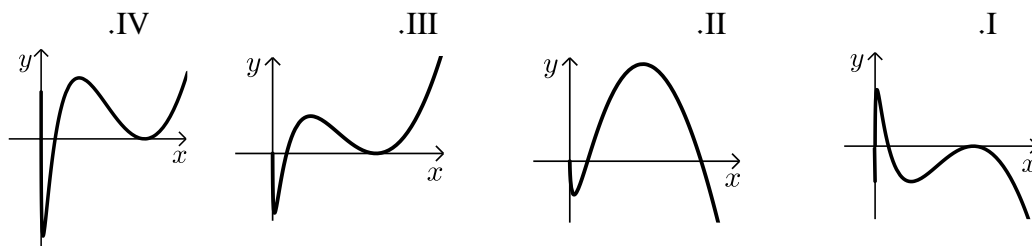
ג. ענה על הסעיפים הבאים:

i. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

ii. מצא את התחום בו הפונקציה חיובית.

ד. לפניך 4 גרפים. קבע איזה מהם מתאר את הפונקציה $f(x)$ ונמק את בחירתך.

שים לב: תשובה ללא נימוק לא תחשב.



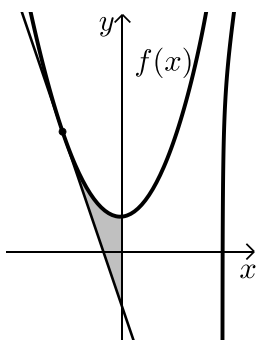
(4) נתונה הפונקציה: $y = (\cos x + k)^2$ בתחום: $0 \leq x \leq 2\pi$

הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה $x = \frac{2\pi}{3}$.

א. מצא את k וכתוב את הפונקציה.

ב. מצא את נקודת המקסימום שאיננה מוחלטת בתחום הנתון.

ג. האם יש לגרף הפונקציה נקודות מינימום שאינן מוחלטות? אם כן מהן?



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{5-x}} + \frac{1}{2}x^2$

א. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה

בנקודה שבה $x = -3$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה $f(x)$,

המשיק וציר ה- y .

תשובות סופיות:

- (1) א. $d_1 = 4$ ב. $a_1 = -52$, $b_1 = 95$
- (2) א. 10 ס"מ. ב. 26.56°
- (3) א. הוכחה. ב. $x > 1$, $e^{-4} < x < e^{-1}$
- ג. (i). 2 נקודות והן: $(e^{-2}, 0)$, $(1, 0)$. הנקודה שבה: $x = 0$ לא קיימת עקב ת.ה.
 ג. (ii). $x \neq 1$, $x > e^{-2}$
- ד. III – בראשית הצירים יש חור ולא אסימפטוטה. שאר הנתונים כפי שהתקבלו בסעיפים הקודמים.
- (4) א. $y = (\cos x + 0.5)^2$, $k = 0.5$ ב. $(\pi, 0.25)$
- ג. לא – כל נקודות המינימום הן מוחלטות.
- (5) א. $y = -2\frac{15}{16}x - \frac{45}{16}$ ב. 4.56 יח"ש $S =$

מבחן מספר 24:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) אדם המעוניין לקנות רכב קיבל שתי הצעות מחיר. ההצעה הראשונה: לשלם בתשלום הראשון 1000 ₪ ובכל תשלום שאחריו סכום הגדול ב-500 ₪ מהתשלום הקודם. ההצעה השנייה: לשלם בתשלום הראשון 7200 ₪ ובכל תשלום שאחריו סכום הקטן ב-450 ₪ מהתשלום הקודם. ידוע כי מספר התשלומים בהצעה השנייה קטן ב-4 ממספר התשלומים שבהצעה הראשונה.
- א. כמה תשלומים יצטרך לשלם לפי כל הצעה.
ב. מה מחיר הרכב?

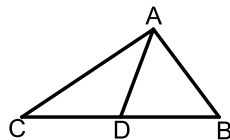
(2) ענה על הסעיפים הבאים:

א. הוכח את הטענה: תיכון במשולש חוצה אותו לשני משולשים שווים שטח.

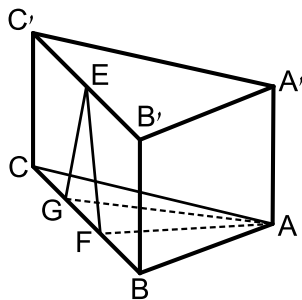
כלומר, הקטע AD הוא תיכון במשולש ABC.

הראה כי: $S_{ABD} = S_{ACD}$.

במנסרה ABCA'B'C' שבסיסה הוא משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).



הנקודות F ו-G מחלקות את מקצוע הבסיס BC לשלושה חלקים שווים. הנקודה E היא אמצע המקצוע B'C'. ידוע כי אורך הקטע EF הוא 10 ס"מ ואורך המקצוע BC הוא 24 ס"מ. שטח המשולש AFG הוא 40 סמ"ר.



- ב. איזה משולש הוא המשולש EFG? מצא את זוויותיו.
ג. מצא את גובה המנסרה.
ד. היעזר בטענה שהוכחת בסעיף א' ומצא את אורך המקצוע AB. (רמז: התבונן במשולש ABF ומצא את הצלע AB באמצעות שטחו).
ה. חשב את שטח המעטפת של המנסרה.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

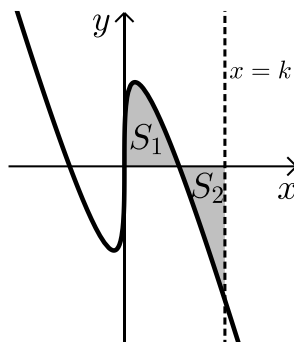
ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (3) אדם מפקיד סכום של 120,000 ₪ לפי ריבית דריבית של 12% בשנה. כעבור t שנים הוא משך את כל הסכום שעמד לרשותו והפקיד אותו ל- t שנים נוספות בתכנית חיסכון חדשה לפי ריבית דריבית של 15%. בתום תקופה זו עמד לרשותו סכום של 330,252 ₪.
- א. מצא את t .
 לאחר תקופה זו הוא מפקיד את סכום הכסף הסופי בתכנית לפי ריבית דריבית מסוימת. לאחר 5 שנים עמד לרשותו סכום של 821,772 ₪.
 ב. מצא את אחוז הריבית החדש.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln^3 x - 3 \ln x$.

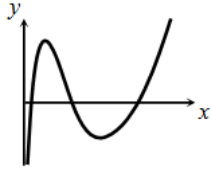
- א. מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
 ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
 ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ה. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הפונקציה $g(x) = \ln x$.



(5) נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt[3]{x} - 4x$.

- א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 ב. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
 ג. באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה ברביע הראשון. השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר ה- x יסומן ב- S_1 .
 מעבירים ישר $x=k$ אשר יוצר את השטח S_2 כמתואר בציור.
 מצא את k אם ידוע כי: $S_1 = S_2$.

תשובות סופיות:

- (1) א. 12 לפי הראשונה ו-8 לפי השנייה. ב. 45000 ₪.
- (2) א. הוכחה. ב. משולש שווה שוקיים, 47.15° , 66.42° .
- ג. $\sqrt{84}$ ס"מ. ד. 10 ס"מ.
- ה. $60\sqrt{84}$ סמ"ר.
- (3) א. $t = 4$ ב. $p = 20\%$
- (4) א. $x > 0$ ב. $(1,0)$, $(e^{\sqrt{3}},0)$, $(e^{-\sqrt{3}},0)$
- ג. $\min(e, -2)$, $\max(e^{-1}, 2)$ ד. להלן סקיצה:
- ה. $(1,0)$, $(e^2, 2)$, $(e^{-2}, -2)$
- 
- א. כל x ב. $(0,0)$, $(\frac{1}{8}, 0)$, $(-\frac{1}{8}, 0)$
- ג. $k = \left(\frac{3}{8}\right)^{1.5} = 0.2296\dots$

מבחן מספר 25:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) סדרה מוגדרת לכל n טבעי ע"י הנוסחה: $a_1 = k$, $a_{n+1} = 8n - a_n + 3$.

- הבע באמצעות k את ארבעת האיברים הראשונים בסדרה.
- הוכח כי סדרת האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים וסדרת האיברים העומדים במקומות הזוגיים הן חשבוניות ומצא את הפרשן.
- חשב את סכום 20 האיברים הראשונים בסדרה.

(2) נתונות שתי פירמידות ישרות שבסיסן מלבן $SABCD$ ו- $S'A'B'C'D'$.

הקטעים SH ו- $S'H'$ הם בהתאמה הגבהים של שתי הפירמידות.

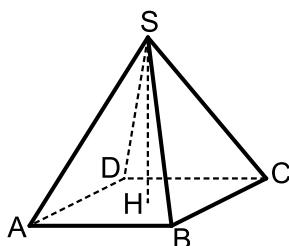
ידוע כי: $AB = 2k$, $BC = k$, $HS = 3k$

וכי: $A'B' = 3k$, $B'C' = k$, $H'S' = 2k$.

א. לפניך מספר טענות, קבע אלו מהן נכונות ואלו שגויות, נמק את קביעותיך.

- לשתי הפירמידות אותו הנפח.
- בשתי הפירמידות הזווית שבין מקצוע צדדי לבסיס הפירמידה שווה.
- אורך מקצוע צדדי בפירמידה $SABCD$ גדול יותר מאורך מקצוע צדדי בפירמידה $S'A'B'C'D'$.

ב. מצא את הערך של k עבורו סכום הנפחים של שתי הפירמידות יהיה שווה לנפחה של קובייה בעלת אורך מקצוע של 4 ס"מ.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (3) ערכן של שתי חלקות אדמה יורד בצורה מעריכית. ידוע כי בזמן שערכה של אדמה א' מגיע למחצית מערכה המקורי, ערכה של אדמה ב' מגיע ל-30% מערכה המקורי. לאחר 50 שנים אדמה א' מאבדת 60% מערכה.
- מצא את אחוז הדעיכה של אדמה ב'.
 - ידוע כי לאחר 100 שנים ערכן של שתי האדמות שווה. ערכה המקורי של אדמה ב' הוא 100,000 ₪. מצא את ערכה המקורי של אדמה א'.

(4) לפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 - 6x - 7}{e^{ax-1}}$ יש קיצון בנקודה שבה: $x=1$.

- מצא את ערך הפרמטר a .
- האם יש לגרף הפונקציה נקודות קיצון נוספות? אם כן מצא אותן.
- כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(5) נתונות הנגזרות הבאות:

$$g'(x) = \sin 2x, \quad f'(x) = \sin 2x - \cos x + k$$

ידוע כי לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ יש משיק משותף

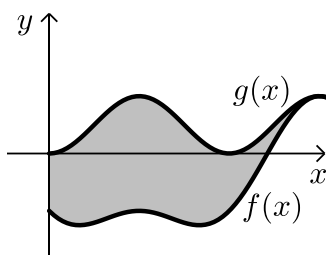
בנקודה שבה: $x = 1.5\pi$.

- מצא את ערך הפרמטר k .
- ידוע כי משוואת המשיק המשותף היא: $y=1$.

הראה כי: $f(x) = -\cos^2 x - \sin x$ ו- $g(x) = \sin^2 x$.

באיור שלפניך מתוארים הגרפים של שתי הפונקציות בתחום: $0 \leq x \leq 1.5\pi$.

- חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים בתחום הנתון.



תשובות סופיות:

(1) א. $k, 11-k, k+8, 19-k$ ב. הוכחה. ג. 830.

(2) א. (i). נכון, הנפח הוא: $V = 2k^3$.

א. (ii). לא נכון, הזוויות המתקבלות הן: $51.67^\circ, 69.56^\circ$.

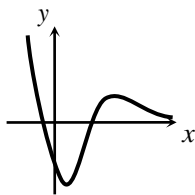
א. (iii). נכון, מתקבל: $k\sqrt{10.25} > k\sqrt{6.5}$ ב. $k = \sqrt[3]{16} = 2.51$.

(3) א. 3.13% ב. 24,033.096 ₪.

(4) א. $a = \frac{1}{3}$ ב. כן: $\left(11, \frac{48}{e^{\frac{2}{3}}}\right)$

ג. עולה: $1 < x < 11$, יורדת: $x < 1, x > 11$.

ד. $(-1, 0), (7, 0), (0, -7e)$ ה. להלן סקיצה:



(5) א. $k = 0$ ב. הוכחה.

ג. $S = 1.5\pi + 1 = 5.71$ יחידות שטח.

מבחן מספר 26:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) סדרה מוגדרת ע"י כלל הנסיגה: $a_1 = 6$, $a_{n+1} = \frac{2a_n}{a_n + 5}$.

מגדירים סדרה חדשה b_n המקיימת לכל n טבעי: $b_n = \frac{a_n + 3}{a_n}$.

א. הוכח כי הסדרה b_n היא הנדסית ומצא את מנתה.

ב. כתוב נוסחה ל- b_n באמצעות n בלבד.

ג. חשב את הסכום הבא: $b_1 - b_2 + b_3 - b_4 + \dots - b_{10}$.

(2) בתיבה הריבועית ABCDA'B'C'D' שלפניך מעבירים את אלכסון הבסיס העליון B'D'.

הנקודות E ו-F נמצאות על אמצעי המקצועות A'B' ו-B'C' כך שהקטע EF חותך את האלכסון B'D' בנקודה O.

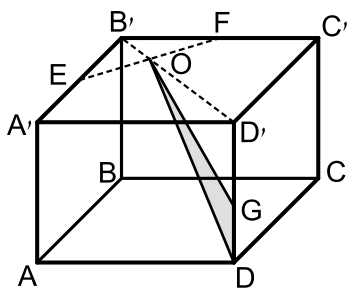
מקצים נקודה נוספת G הנמצאת על הגובה DD' כך ש: $DG = a$.

מעבירים את הקטעים GO ו-DO כך שנוצר המשולש DOG.

אורך מקצוע הבסיס הוא k וגובה התיבה הוא h .

א. הבע באמצעות k ו- a את שטח המשולש DOG.

ב. מצא את היחס: $\frac{a}{h}$ עבורו מתקיים: $S_{\text{DOG}} = S_{\text{D'OG}}$.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)^{66}$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) ענה על הסעיפים הבאים (אין קשר בין סעיפים א' ו-ב') :

- א. מספר העופות בשמורת טבע גדל לפי אחוז קבוע של p אחוזים לשנה. בשנה מסוימת נספרו 3000 עופות בשמורה, לאחר 4 שנים הוסיפו לשמורה 1000 עופות נוספים.
- i. מצא את אחוז הגידול השנתי p אם ידוע כי לאחר 4 שנים נוספות היו בשמורת 5647 עופות.
- ii. מצא לאחר כמה שנים יהיו 5647 עופות אילולא היו מוסיפים את 1000 העופות הנוספים.

ב. הישר $x = \sqrt{6}$ הוא אסימפטוטה אנכית של הפונקציה: $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 + m}$.

- i. מצא את ערך הפרמטר m וכתוב את הפונקציה.
- ii. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- iii. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- iv. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

(4) ענה על הסעיפים הבאים :

א. פתור את המשוואה הבאה: $\ln(x+e) - \ln(x\sqrt{e}) = \ln 2 - 0.5$.

נתונה הפונקציה: $f(x) = \ln(x+e) - \ln(x\sqrt{e})$.

- ב. הראה כי הפונקציה יורדת בכל תחום הגדרתה.
- ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = e$.

(5) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = \cos x + \sin x$.

- א. ידוע כי הפונקציה המקורית עוברת בראשית הצירים. הוכח כי הנגזרת $f'(x)$ והפונקציה המקורית $f(x)$ מקיימות את המשוואה: $f(x) + f'(x) = 2 \sin x + 1$.
- ב. מגדירים פונקציה חדשה $g(x)$ באופן הבא: $g(x) = f(x) + f'(x)$.
- i. מצא את נקודת המקסימום הנמצאת ברביע הראשון והקרובה ביותר לציר ה- y של הפונקציה $g(x)$.
- ii. מצא את נקודת המקסימום הנמצאת ברביע הראשון והקרובה ביותר לציר ה- y של הפונקציה $f(x)$.
- iii. כתוב את משוואת הישר העובר דרך שתי הנקודות שמצאת.

תשובות סופיות:

(1) א. הוכחה (מתקבל: $q = 2.5$). ב. $b_n = 1.5 \cdot 2.5^{n-1}$.

ג. -4086.74

ב. $\frac{a}{h} = \frac{1}{2}$

(2) א. $S_{\text{DOG}} = \frac{3ka}{4\sqrt{2}}$

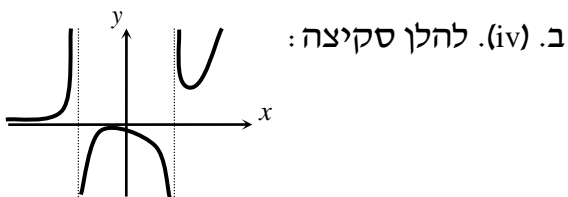
א. (ii) 12.96 שנים.

(3) א. (i) 5%

ב. (ii) $\max\left(-2, -\frac{1}{2e^4}\right), \min\left(3, \frac{e^6}{3}\right)$

ב. (i) $f(x) = \frac{e^{2x}}{x^2 - 6}, m = -6$

ב. (iii) $\left(0, -\frac{1}{6}\right)$



ב. מתקבל: $y' = \frac{-e}{x(x+e)} < 0$

(4) א. $x = e$

ג. $y = -\frac{1}{2e}x + \ln 2$

ב. (i) $(0.5\pi, 3)$

(5) א. הוכחה.

ב. (iii) $y = -0.746x + 4.172$

ב. (ii) $(0.75\pi, \sqrt{2} + 1)$

מבחן מספר 27:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

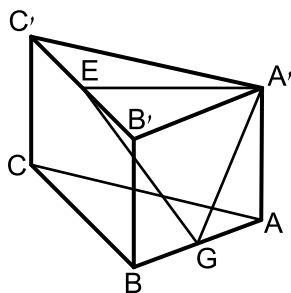
ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) נתונה סדרה הנדסית אינסופית a_1, a_2, a_3, \dots שמנתה היא q , $(q \neq 0, |q| < 1)$.
נגדיר את הסכומים הבאים: $T = a_1 + a_3 + a_6 + a_8 + a_{11} + a_{13} + \dots$, $V = a_2 + a_7 + a_{12} + \dots$.
נתון כי: $V = 0.3T$.

- מצא את מנת הסדרה q .
מחליפים את הסימנים של כל האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים ומתקבלת סדרה חדשה שסכומה הוא 12.
- מצא את האיבר הראשון בסדרה המקורית.
- מעלים את כל איברי הסדרה בריבוע. חשב את סכום הסדרה כעת.

(2) לפניך מנסרה ישרה שבסיסה משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).
ידוע כי הפאה הצדדית $AA'B'B$ היא ריבוע וכי אורך המקצוע BC גדול פי 3 מ- AB .
הנקודות E ו- G נמצאות על אמצעי המקצועות $B'C'$ ו- AB בהתאמה.
מעבירים את הקטעים $A'E$, $A'G$ ו- GE .



- חשב את הזווית הנוצרת בין הקטע GE ומישור הבסיס.
- חשב את הזווית הנוצרת בין הקטע GE ומישור הפאה $AA'B'B$.
- נתון כי: $\angle EGA = 69^\circ$.
חשב את זווית $EA'G$.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) ענה על הסעיפים הבאים (אין קשר בין סעיפים א' ו-ב') :

א. בכוורת דבורים ידוע כי בכל 10 שעות כמות הדבורים גדלה פי 1.5.

i. מצא באיזה אחוז גדלה כמות הדבורים בכל שעה.

מוציאים לאחר 10 שעות 3000 דבורים וידוע כי נשארו 1500 דבורים.

ii. חשב כמה דבורים היו בתחילה בכוורת.

ב. נתונה הפונקציה : $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$.

i. מצא את הנקודות המקיימות : $f'(x) = 0$ וקבע כמה מהן הן נקודות קיצון.

ii. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.

iii. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

iv. בכמה נקודות חותך הישר $y = -0.01$ את גרף הפונקציה?

(4) נתונה הפונקציה הבאה : $y = \frac{x+a}{\ln(x+a)}$, a פרמטר חיובי, $a \neq 1$.

א. הבע באמצעות a את :

i. תחום ההגדרה של הפונקציה.

ii. הנקודה המקיימת $y' = 0$.

iii. נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

iv. האסימפטוטה האנכית של הפונקציה.

ב. ידוע כי גרף הפונקציה עולה רק בתחום : $x > e - 2$.

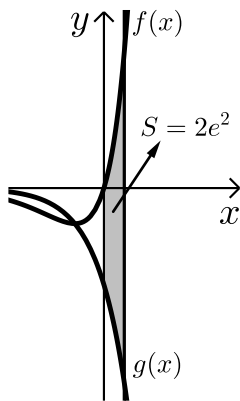
מצא את a .

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה בתחום $x > -1$.

ד. נתון הישר : $y = k$.

מצא בסקיצה את תחום הערכים של k עבורו לישר ולגרף הפונקציה

לא תהיה אף נקודה משותפת.



(5) ענה על הסעיפים הבאים :

א. גזור את הפונקציה הבאה : $y = e^x(x-1)$.

ב. באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות :

$$f(x) = xe^x, \quad g(x) = -e^x$$

מעבירים ישר $x = a$ ($a > 0$) החותך את הגרפים של

שתי הפונקציות ויוצר את השטח המתואר הכלוא בין

הגרפים של שניהם, ציר ה- y והישר.

ידוע כי שטח זה שווה ל- $2e^2$.

מצא את a .

תשובות סופיות:

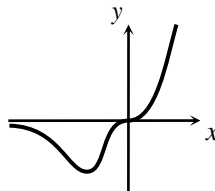
א. $q = \frac{1}{3}$ ב. $a_1 = -16$ ג. $S = 288$ (1)

א. $\angle EGH = 32.31^\circ$ ב. $\angle B'GE = 53.3^\circ$ ג. $\angle GA'E = 75.6^\circ$ (2)

א. (i). ב-4.1% א. (ii). 3000 דבורים. (3)

ב. (i). נקודת הקיצון היא : $\min\left(-1.5, -3\frac{3}{8}e^{-3}\right)$ ב. (ii). $(0,0)$ (4)

ב. (iii). להלן סקיצה : ב. (iv). 2 נקודות. (5)



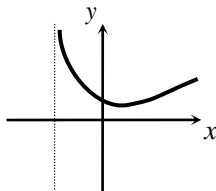
א. (i). $x > -a, x \neq 1-a$ א. (ii). $(e-a, e)$ א. (iii). $\left(0, \frac{a}{\ln a}\right)$ (6)

א. (iv). $x = 1-a$ ב. $a = 2$ ג. להלן סקיצה : (7)

ד. $k < e$

א. $y' = xe^x$ (8)

ב. $a = 2$



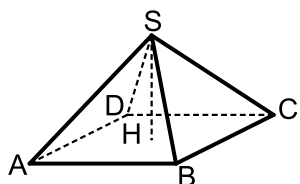
מבחן מספר 28:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (1) סדרה מוגדרת ע"י הכלל: $a_1 = 3$, $a_{n+1} = 3a_n + 10n - 5$.
 מגדירים סדרה חדשה המקיימת לכל n טבעי: $b_n = a_n + 5n$.
- הוכח כי הסדרה b_n היא סדרה הנדסית.
 - חשב את האיבר b_5 .
 - חשב את הסכום: $b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{12}$.



- (2) נתונה פירמידה ישרה SABCD שבסיסה מלבן.
 ידוע כי מקצוע הבסיס BC שווה באורכו לגובה הפירמידה ויסומן ב- t . כמו כן נתון כי אלכסון הבסיס AC גדול פי 4 מהמקצוע BC.
- הבע באמצעות t את אורך המקצוע AB.
 - הורד גובה SH למקצוע BC במישור הפאה SBC וחשב את הזווית הנוצרת בינו לבין מישור הבסיס ABCD.
 - חשב את הזווית שבין שני מקצועות צדדיים שאינם סמוכים.
 - מעבירים גובה SH בפאה SBC לבסיס BC. מסמנים את פגישת התיכונים בפאה ב-N מעבירים קטע היוצא מנקודת פגישת האלכסונים שבמישור הבסיס ABCD לנקודה N. חשב את הזווית שהוא יוצר עם הבסיס.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)^{66}$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) ענה על הסעיפים הבאים (אין קשר בין סעיפים א' ו-ב') :

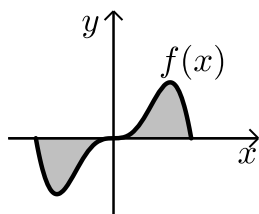
- א. אדם מפקיד k שקלים בתוכנית חיסכון לפי ריבית שנתי של $p\%$.
לאחר 4 שנים תנאי התוכנית השתנו וכעת הריבית השנתית שלו היא $2p\%$.
ידוע כי לאחר 4 שנים נוספות הצטבר סכום הגדול ב-80% מהסכום ההתחלתי.
מצא את p .
- ב. נתונה הפונקציה הבאה : $y = x - \ln(x+1)$.
 - i. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?
 - ii. מצא את האסימפטוטה לגרף הפונקציה המקבילה לציר ה- y .
 - iii. מצא את נקודת הקיצון של גרף הפונקציה וקבע את סוגה.
 - iv. כתוב את תחומי העלייה והירידה של גרף הפונקציה.

(4) נתונה הפונקציה הבאה : $f(x) = e^{2x} + ae^x + b$.

גוזרים את הפונקציה פעמיים וידוע כי כאשר $x = \ln \frac{2}{3}$

הנגזרות מקיימות : $f'(x) + f''(x) = 12$.

- א. מצא את a .
- משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודה מסוימת היא : $y = 22x + 28 - 22\ln 2$.
- ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת ההשקה.
- ג. מצא את b .
- ד. האם הפונקציה חותכת את ציר ה- x ?
אם כן מצא את הנקודות.



(5) ענה על הסעיפים הבאים :

א. נתונה הפונקציה : $y = -x^2 \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x$.

הוכח כי הנגזרת של הפונקציה היא : $y' = x^2 \sin x$.

באיור שלפניך נתונה הפונקציה : $f(x) = x^2 \sin x$

בתחום : $-\pi \leq x \leq \pi$.

ב. הראה כי גרף הפונקציה עובר בראשית הצירים.

ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר ה- x בתחום הנתון.

תשובות סופיות:

- | | | |
|-------------------------------|--|--------------------------------|
| א. $b_{n+1} = 3b_n$ | ב. $b_5 = 648$ | ג. $S = 1594320$ |
| א. $AB = t\sqrt{15}$ | ב. $\angle SHM = 27.31^\circ$ | ג. $\angle ASC = 126.86^\circ$ |
| ד. $\angle NMH = 14.47^\circ$ | | |
| א. 5.1% | ב. (i). $x > -1$ | ב. (ii). $x = -1$ |
| ב. $\min(0,0)$ | ב. (iv). עולה : $x > 0$, יורדת : $-1 < x < 0$ | |
| א. $a = 7$ | ב. $x = \ln 2 = 0.693$ | ג. $b = 10$ |
| א. הוכחה. | ג. $S = 2(\pi^2 - 4) = 11.74$ | ד. לא. |

מבחן מספר 29:

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

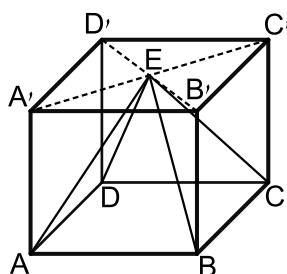
(1) סדרה מוגדרת ע"י כלל הנסיגה הבא: $a_1 = 2$, $a_{n+1} = \frac{3a_n}{2a_n + 3}$.

מגדירים סדרה חדשה לפי: $b_n = \frac{4 - 7a_n}{a_n}$.

א. הוכח כי הסדרה b_n היא חשבונית ומצא את הפרשה.

ב. חשב את הסכום הבא: $b_2 + b_4 + b_6 + \dots + b_{22}$.

(2) נתונה קובייה $ABCD A'B'C'D'$. מעבירים את האלכסונים $A'C'$ ו- $B'D'$ בבסיס העליון ומסמנים ב- E את פגישתם. מהנקודה E מעבירים את הקטעים AE , BE , CE ו- DE כך שנוצרת הצורה המרחבית $ABCDE$.



א. איזו צורה היא $ABCDE$? נמק.

ב. חשב את הזווית שנוצרת בין הקטע AE ומישור הפאה $AA'D'D$.

ג. חשב את הנפח הכלוא בתוך הקובייה ומחוץ לצורה $ABCDE$, אם ידוע כי שטח הפנים של הקובייה הוא 384 סמ"ר.

פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה ($66\frac{2}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) נתונה הפונקציה: $f(x) = x \cdot a^x$, $(a > 0)$. לפונקציה יש נקודת קיצון שבה: $x = -\frac{1}{\ln 2}$.

א. מצא את a .

ב. כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

הנקודה שבה $x = 2$ היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם גרף הפונקציה: $g(x) = x^2 \cdot 2^x - kx \cdot 2^x$.

ג. מצא את k .

ד. מצא נקודה נוספת שבה הגרפים נחתכים.

(4) נתונה הפונקציה: $f(x) = m \sin x + k \cos^2 x$.

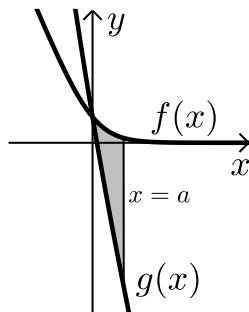
מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = \pi$ שמשוואתו

היא: $y = -6x + 6\pi + \sqrt{7}$.

א. מצא את ערכי הפרמטרים k ו- m .

ב. מצא את נקודות הקיצון בתחום: $-0.5\pi \leq x \leq 1.5\pi$.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה וקבע עפ"י הסקיצה בכמה נקודות גרף הפונקציה חותך את ציר ה- x בתחום הנ"ל.



(5) באיור מתוארים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = \ln(e^{-x} + 1) \quad \text{ו-} \quad g(x) = \ln(e^{-2x} + e^{-3x})$$

בתחום: $x \geq 0$.

א. הראה כי הגרפים נחתכים על ציר ה- y .

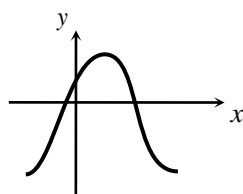
מעבירים ישר $x = a$, $(a > 1)$ המאונך לציר ה- x

אשר חותך את הגרפים של שתי הפונקציות ויוצר את השטח S (ראה איור).

ב. מצא את ערכו של a עבורו מתקיים: $S = 4$.

תשובות סופיות:

- (1) א. הוכחה. ב. $S_{11(P)} = 267\frac{2}{3}$
- (2) א. פירמידה ישרה שבסיסה ריבוע. ב. $\angle GAE = 24.1^\circ$ ג. $341\frac{1}{3}$ סמ"ק.
- (3) א. $a = 2$ ב. עולה: $x > -\frac{1}{\ln 2}$, יורדת: $x < -\frac{1}{\ln 2}$ ג. $k = 1$ ד. $(0, 0)$
- (4) א. $m = 6, k = \sqrt{7}$ ב. $(-0.5\pi, -6), (0.5\pi, 6), (1.5\pi, -6)$



ג. בשתי נקודות, להלן סקיצה:

(5) ב. $a = 2$

פרק ראשון – סדרות, טריגונומטריה במרחב ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 1-2.

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(1) בסדרה חשבונית שבה $2n$ איברים ידוע כי סכום כל האיברים גדול ב-66 מפעמיים סכום האיברים העומדים במקומות האי-זוגיים.

א. הוכח כי $dn = 66$.

ב. ידוע כי הפרש הסדרה הוא 3.

הבע באמצעות a_1 את סכום n האיברים הראשונים.

ג. סכום n האיברים הראשונים הוא 187.

מצא את האיבר החיובי הקטן ביותר בסדרה ואת מיקומו הסידורי בסדרה.

(2) במנסרה משולשת וישרה $ABCA'B'C'$ שבסיסה משולש שווה צלעות מעבירים

בבסיס העליון $A'B'C'$ את התיכונים $A'D$, $B'E$ ו- $C'F$ אשר נחתכים ב- M .

מהנקודה M מעבירים את הקטעים MA ו- MB כך שנוצר המשולש MAB .

גובה המנסרה שווה באורכו למקצוע בסיס המנסרה ויסומן ב- $2a$.

א. הבע באמצעות a את אורך הקטע MA .

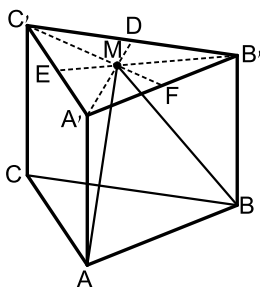
ב. חשב את הזווית שבין הקטע MA ומישור הבסיס ABC .

ג. חשב את הזווית שבין הגובה למקצוע AB במישור MAB

לבין מישור הבסיס ABC .

ד. חשב את הזווית שבין MA והפאה $AA'B'B$.

ה. הבע באמצעות a את שטח הפנים של המנסרה.



פרק שני – גדילה ודעיכה, חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, פונקציות מעריכיות ולוגריתמיות ופונקציות חזקה $\left(\frac{2}{3}\right)^{66}$ (נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 3-5 (לכל שאלה $33\frac{1}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(3) ענה על הסעיפים הבאים (אין קשר בין סעיפים א' ו-ב') :

א. ערך מנייה מסוימת גדל בצורה מעריכית. ידוע כי בשנת 1995 הייתה המנייה שווה k שקלים. המנייה גדלה באחוז קבוע של 5% לשנה עד לשנת 2000 ושם צנחה בקצב של 8% לשנה במשך 6 שנים נוספות. לאחר מכן גדלה המנייה בקצב שנתי קבוע עד לשנת 2010. אדם הרוצה לקנות את המנייה בשנת 2010 נוכח לדעת כי מחירה הוא k . מצא באיזה אחוז עלתה המנייה לאחר צניחתה.

ב. נתונה הפונקציה : $f(x) = 3^{2x} + 2 \cdot 3^{1-x}$.

i. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .

ii. הוכח כי גרף הפונקציה אינו חותך את ציר ה- x .

iii. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

(4) נתונה הפונקציה : $f(x) = \tan x + kx$ בתחום : $0 \leq x \leq \pi$.

א. מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה בתחום הנתון.

הפונקציה : $g(x) = \tan^2 x + kx$ חותכת את הפונקציה $f(x)$ בשתי נקודות החיתוך שלה עם ציר ה- x בתחום הנתון.

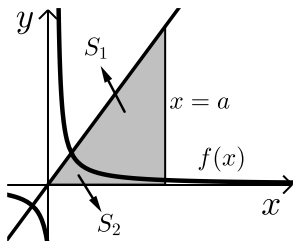
ב. מצא את k אם ידוע כי $k \neq 0$.

ג. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון וקבע את סוגן.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(5) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה: $f(x) = \frac{2}{3x-1}$ והישר: $y = x$.

א. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציות הנמצאת ברביע הראשון. מעבירים אנך לציר ה- x : $x = a$ הנמצאת מימין לנקודת החיתוך שמצאת בסעיף הקודם.



האנך חותך את הגרפים ויוצר את השטחים S_1 ו- S_2 המתוארים באיור.

ב. מצא את הערך של a עבורו השטח S_2 יהיה שווה

ל- $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \ln 7$.

ג. עבור ערך ה- a שמצאת בסעיף הקודם חשב את יחס השטחים: $\frac{S_1}{S_2}$.

תשובות סופיות:

(1) א. הוכחה. ב. $S = 22a_1 + 693$ ג. $a_9 = 1$

(2) א. $MA = \frac{4a}{\sqrt{3}} \approx 2.3a$ ב. 60° ג. 73.9°

ד. 14.47° ה. $P = a^2(12 + 2\sqrt{3}) \approx 15.46a^2$

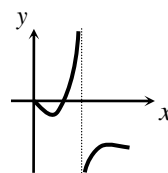
(3) א. ב-6.6% ב. (i). $y = -x \ln 81 + 7$ ב. (ii). הוכחה.

ב. (iii). $\min\left(\frac{1}{3}, \sqrt[3]{243}\right)$

(4) א. $x = 0.5\pi$ ב. $k = -\frac{4}{\pi} \approx -1.27$

ג. $\max(0,0)$, $\min(0.15\pi, -0.07)$, $\max(0.84\pi, -3.9)$, $\min(\pi, -4)$.

ד. להלן סקיצה:



(5) א. $(1,1)$ ב. $a = 5$ ג. $\frac{S_1}{S_2} = 5.955$