

הקדמה כללית:

ספרי התרגילים של גול הינם פרי של שנות ניסיון רבות בהוראת חומרי הלימוד ובהגשה לבחינות הבגרות במתמטיקה הן בבתי הספר התיכוניים, הן בבתי הספר הפרטיים והן במכינות האוניברסיטאיות. שאלות תלמידים וטעויות נפוצות וחוזרות הולידו את הרצון להאיר את הדרך הנכונה לעומדים בפני מקצוע חשוב זה.

מבנה ספר הבגרויות של גול:

הספר מורכב משני חלקים :

- (1) בחינות בגרות משנים קודמות.
- (2) בחינות חזרה של גול.

שימו לב, מטרת חוברת הבחינות היא להכין אתכם בצורה הטובה ביותר לבגרות. על מנת להתכונן ברמת הבגרות תוכלו להיעזר בבחינות משנים קודמות. עם זאת, כשם שבשביל להתכונן לריצת 2000 מ' רצים באימונים 3000 מ', בנינו עבורכם בחינות לדוגמה, שרמתן מעט מעל רמת הבגרות, על מנת שתוכלו להתמקצע עוד יותר ולהגיע לבחינת הבגרות מוכנים ברמה הגבוהה ביותר.

ניתן למצוא את הפתרונות מלאים בוידאו באתר הבגרויות של גול לכל השאלות שבספר זה. הפתרונות מלווים בהסבר קולי, כך שאתם רואים את התהליכים בצורה מובנית, שיטתית ופשוטה, ממש כפי שנעשה בשיעור פרטי. הפתרון המלא של השאלה מכוון ומוביל לדרך חשיבה נכונה בפתרון בעיות דומות מסוג זה.

תקוותנו היא שספר זה ישמש מורה-דרך לכם התלמידים ויוביל אתכם להצלחה.

בהצלחה!

צוות האתר גול

תוכן העניינים:

6	שאלון 481
6	בגרויות משנים קודמות
6	בגרות חורף 2012 :
10	תשובות סופיות :
11	בגרות קיץ 2012 מועד א' :
14	תשובות סופיות :
15	בגרות קיץ 2012 מועד ב' :
18	תשובות סופיות :
19	בגרות חורף 2013 :
22	תשובות סופיות :
23	בגרות קיץ 2013 מועד א' :
27	תשובות סופיות :
28	בגרות קיץ 2013 מועד ב' :
32	תשובות סופיות :
33	בגרות חורף 2014 :
38	תשובות סופיות :
39	בגרות קיץ 2014 מועד א' :
42	תשובות סופיות :
43	בגרות קיץ 2014 מועד ב' :
47	תשובות סופיות :
48	בגרות קיץ 2014 מועד ג' :
51	תשובות סופיות :
52	בגרות חורף 2015 :
55	תשובות סופיות :
57	בגרות קיץ 2015 מועד א' :
61	תשובות סופיות :
62	בגרות קיץ 2015 מועד ב' :
65	תשובות סופיות :
66	בגרות חורף 2016 :
70	תשובות סופיות :
71	בגרות קיץ 2016 מועד א' :
74	תשובות סופיות :

75	בגרות קיץ 2016 מועד ב' :
79	תשובות סופיות :
80	בגרות חורף 2017 :
83	תשובות סופיות :
84	בגרות קיץ 2017 מועד א' :
88	תשובות סופיות :
89	בגרות קיץ 2017 מועד ב' :
93	תשובות סופיות :
94	בגרות חורף 2018 :
98	תשובות סופיות :
99	בגרות קיץ 2018 מועד א' :
102	תשובות סופיות :
103	בגרות קיץ 2018 מועד ב' :
106	תשובות סופיות :
107	בגרות חורף 2019 :
110	תשובות סופיות :
111	בגרות קיץ 2019 מועד א' :
115	תשובות סופיות :
116	בגרות קיץ 2019 מועד ב' :
119	תשובות סופיות :
120	בגרות חורף 2020 :
124	תשובות סופיות :
125	שאלון 481
125	מבחני חזרה של גול
125	מבחן מספר 1 :
127	תשובות סופיות :
128	מבחן מספר 2 :
131	תשובות סופיות :
132	מבחן מספר 3 :
135	תשובות סופיות :
136	מבחן מספר 4 :
138	תשובות סופיות :
139	מבחן מספר 5 :
142	תשובות סופיות :
143	מבחן מספר 6 :
146	תשובות סופיות :
147	מבחן מספר 7 :
150	תשובות סופיות :

151	מבחן מספר 8 :
154	תשובות סופיות :
155	מבחן מספר 9 :
158	תשובות סופיות :
159	מבחן מספר 10 :
162	תשובות סופיות :
163	מבחן מספר 11 :
166	תשובות סופיות :
167	מבחן מספר 12 :
170	תשובות סופיות :
171	מבחן מספר 13 :
174	תשובות סופיות :
175	מבחן מספר 14 :
178	תשובות סופיות :
179	מבחן מספר 15 :
183	תשובות סופיות :
184	מבחן מספר 16 :
186	תשובות סופיות :
187	מבחן מספר 17 :
190	תשובות סופיות :
191	מבחן מספר 18 :
194	תשובות סופיות :
195	מבחן מספר 19 :
198	תשובות סופיות :
199	מבחן מספר 20 :
202	תשובות סופיות :
203	מבחן מספר 21 :
206	תשובות סופיות :
207	מבחן מספר 22 :
210	תשובות סופיות :
211	מבחן מספר 23 :
215	תשובות סופיות :
216	מבחן מספר 24 :
219	תשובות סופיות :
220	מבחן מספר 25 :
223	תשובות סופיות :
224	מבחן מספר 26 :
228	תשובות סופיות :

229	מבחן מספר 27 :
232	תשובות סופיות :
233	מבחן מספר 28 :
235	תשובות סופיות :
236	מבחן מספר 29 :
239	תשובות סופיות :
240	מבחן מספר 30 :
243	תשובות סופיות :

שאלון 481

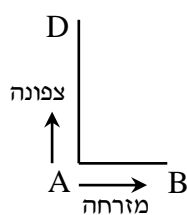
בגרויות משנים קודמות

בגרות חורף 2012:

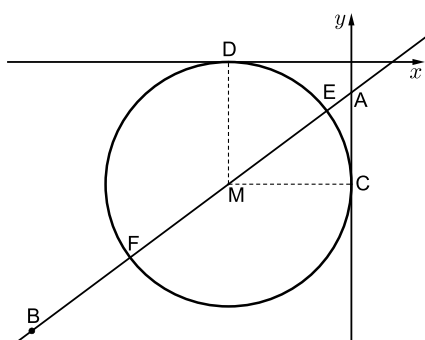
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (1) שני הולכי רגל יוצאים בשעה 7:00 מנקודה A :
 אחד הולך צפונה ואחד הולך מזרחה (ראה ציור).
 בשעה 9:00 הגיע ההולך מזרחה לנקודה B, וההולך צפונה
 הגיע לנקודה D כך שהמרחק ביניהם היה 10 ק"מ.
 ההולך צפונה הלך מיד מנקודה D לנקודה B בדרך הקצרה
 ביותר, והגיע לנקודה B בשעה 11:30. המהירויות של הולכי
 הרגל אינן משתנות.
 מצא את המהירויות של כל אחד מהולכי הרגל.



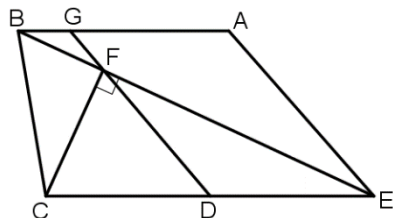
- (2) נקודה A נמצאת על ציר ה- y בחלקו השלילי,
 ומרחקה מראשית הצירים הוא 1.25.
 שיעורי נקודה B הם $(-13, -11)$ (ראה ציור).
 א. מצא את משוואת הישר AB.
 ב. נקודה M נמצאת ברביע השלישי על הישר AB.
 M היא מרכז של מעגל, המשיק לציר
 ה- x בנקודה D ולציר ה- y בנקודה C
 (ראה ציור). מצא את שיעורי הנקודה M.
 ג. הישר AB חותך את המעגל שמרכזו M בנקודות E ו-F.
 שטח המשולש EMC הוא S.
 הבע באמצעות S את שטח המשולש FMC. נמק.
 אין צורך למצוא את השיעורים של E ו-F.

- (3) מפעל מייצר מחשבים.
 6% מהמחשבים המיוצרים במפעל הם לא תקינים.
 95% מהמחשבים התקינים ו-2% מהמחשבים הלא תקינים מזוהים על ידי היחידה לבקרת איכות כתקינים.
 א. מהי ההסתברות שמחשב יזוהה כתקין?
 היחידה לבקרת איכות בודקת כל מחשב 4 פעמים.
 (הבדיקות אינן תלויות זו בזו).
 אם המחשב זוהה 4 פעמים כתקין, הוא נמכר עם התווית של המפעל.
 אם המחשב זוהה 3 פעמים כתקין, הוא נמכר במחיר נמוך בלי תווית של המפעל.
 אם המחשב זוהה לפחות 2 פעמים כלא תקין, הוא נשלח למחזור.
 ב. מהי ההסתברות שהמחשב יימכר עם תווית של המפעל?
 ג. מהי ההסתברות שמחשב יישלח למחזור?
 בתשובותיך דייק עד ארבע ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

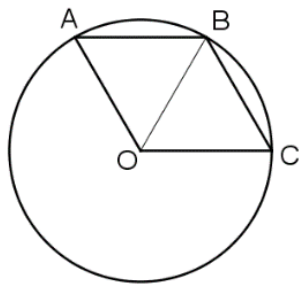
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (4) בטרפז $ABCE$ ($CE \parallel BA$) היא נקודה F על האלכסון BE כך ש- $CF \perp BE$.
 D היא נקודה על CE כך ש- $CD = ED$. (ראה ציור).
 המשך FD חותך את AB בנקודה G .
 נתון: $EA = 4$ ס"מ, $ED = 3$ ס"מ.
 EB חוצה זווית AEC .
 א. הוכח כי $\triangle EDF \sim \triangle BAE$.
 ב. הוכח כי המרובע $AGDE$ הוא מקבילית.
 ג. שטח המשולש EDF הוא S .
 הבע באמצעות S את שטח המשולש BGF . נמק.



(5) A, B ו-C הן נקודות על המעגל שמרכזו O (ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = \angle AOC$, $\angle AOB = \angle COB$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) הוכח כי $\angle ABO = \angle CBO$.

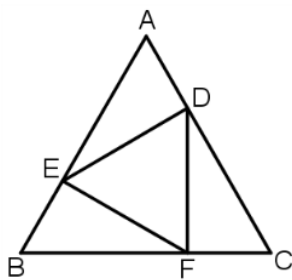
(2) הוכח כי המרובע AOCB הוא מעוין.

D היא נקודה על הקשת הגדולה AC.

ב. חשב את גודל הזווית ADC.

ג. נתון גם כי $AC = 10$ ס"מ.

חשב את שטח המשולש AOC.



(6) במשולש שווה צלעות ABC חסום משולש שווה צלעות DEF (ראה ציור).

נתון: $DE = a$, $\angle ADE = \alpha$.

א. הבע באמצעות α במידת הצורך את זווית המשולש BEF.

ב. הבע באמצעות a ו- α את האורך של BC.

ג. אם $DE \parallel BC$, ורדיוס המעגל החוסם את המשולש DEF הוא 4 ס"מ, מצא את אורך הצלע BC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

שורש $(33\frac{1}{3})$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

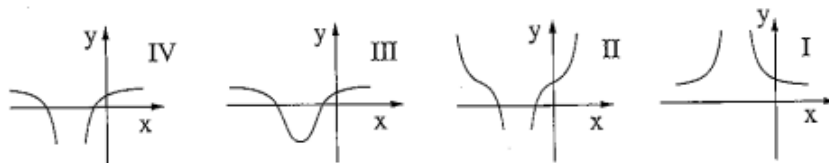
(7) נתונה פונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 5}{x + 3}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- (1) מצא את התחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- (3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- (4) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

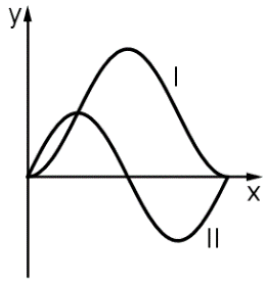
ב. ענה על הסעיפים הבאים:

- (1) מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
- (2) מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך, איזה גרף מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



(8) במשולש ישר זווית סכום הניצבים הוא 20 ס"מ.

- א. מבין כל המשולשים המקיימים תנאי זה, מצא את אורכי הניצבים במשולש שבו אורך התיכון ליתר הוא מינימלי.
- ב. מצא את אורכי התיכונים לניצבים במשולש שאת הניצבים שלו מצאת בסעיף א.



(9) בציור מוצגים הגרפים I ו-II של שתי הפונקציות

$$0 \leq x \leq \pi \quad \text{בתחום} \quad g(x) = \sin(2x), \quad f(x) = 1 - \cos 2x$$

(ראה ציור).

א. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$, ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$? נמק.

ב. בתחום הנתון מצא את שיעורי ה- x של נקודות החיתוך בין הגרפים של שתי הפונקציות.

ג. בתחום $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$ מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של

$$\text{שתי הפונקציות ועל ידי הישר } x = \frac{\pi}{2}.$$

תשובות סופיות:

(1) 3 קמ"ש $v_{A \rightarrow B}$, 4 קמ"ש $v_{A \rightarrow D}$.

(2) א. $AB: y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$ ב. $M(-5, -5)$ ג. $S_{\Delta FMC} = S$

(3) א. 0.8942 ב. 0.6393 ג. 0.0581

(4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $S_{\Delta BGF} = \frac{1}{9}S$

(5) א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. $\angle ADC = 60^\circ$

$$S_{\Delta AOC} = \frac{25\sqrt{3}}{3} = 14.43 \text{ סמ"ר}$$

(6) א. $\angle EFB = 120^\circ - \alpha$, $\angle BEF = \alpha$, $\angle B = 60^\circ$

ב. $BC = 1.1547a[\sin \alpha + \sin(120^\circ - \alpha)]$ ג. $BC = 13.86$ ס"מ

(7) א. (1) $x \neq -3$ (2) אנכית: $x = -3$, אופקית: אין.

(3) $(-\sqrt{5}, 0)$, $(\sqrt{5}, 0)$, $(0, -1\frac{2}{3})$

(4) $\min(-1, -2)$, $\max(-5, -10)$ (5)

ב. (1) אנכית: $x = -3$, אופקית: $y = 1$

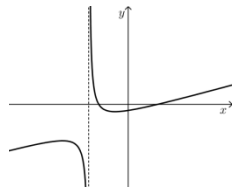
(2) גרף IV.

(8) א. ניצב א' = 10 ס"מ, ניצב ב' = 10 ס"מ;

ב. תיכון א' = 11.18 ס"מ, תיכון ב' = 11.18 ס"מ.

(9) א. $f(x)$ מתאים ל-I, $g(x)$ מתאים ל-II. ב. $x = 0$, $x = 0.25\pi$, $x = \pi$

ג. $S = 2.57$ יח"ר



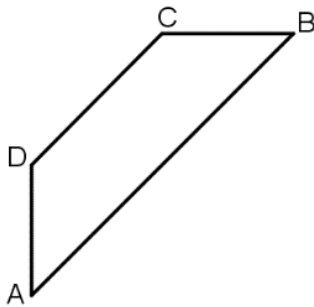
בגרות קיץ 2012 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 16 $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) המחיר של טלפון נייד בחנות א' היה 600 ₪. מחיר זה הועלה באחוז מסוים. המחיר של אותו טלפון נייד בחנות ב' היה 900 ₪. מחיר זה הוזל באותו אחוז שהועלה המחיר של הטלפון הנייד בחנות א', ואז המחיר של טלפון הנייד בשתי החנויות היה זהה. מצא את המחיר הסופי של הטלפון הנייד.



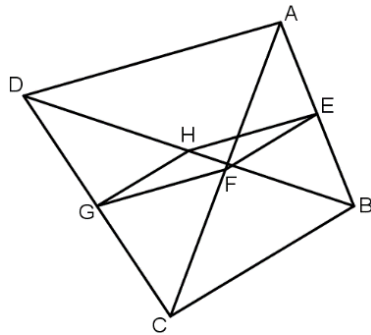
- (2) נתון טרפז ABCD ($AB \parallel DC$), ראה ציור. משוואת הצלע AB היא $y = \frac{3}{4}x - 6$. משוואת הצלע AD היא $x = -8$. שיפוע הצלע CB הוא 0. שיעורי הקדקוד C הם (4, 6). א. מצא את השיעורים של הקדקודים A, B ו-D. ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- (1) מצא את אורך הגובה לצלע BC במשולש ACB.
- (2) מצא את שטח המשולש ACB.

- (3) במפעל לייצור נורות נאון יש שלוש מכונות: A, B, C. מכונה A מייצרת 60% מהנורות. מכונה B מייצרת 30% מהנורות. מכונה C מייצרת 10% מהנורות. 2% מהנורות שמייצרת מכונה A הן פגומות. 3% מהנורות שמייצרת מכונה B הן פגומות. 4% מהנורות שמייצרת מכונה C הן פגומות. א. ענה על הסעיפים הבאים:
- (1) מצא את אחוז הנורות הפגומות במפעל.
- (2) בוחרים באקראי נורה אחת מבין הנורות הפגומות. מהי ההסתברות שהנורה שנבחרה נוצרה על ידי מכונה C?
- ב. בוחרים באקראי 5 נורות מבין הנורות המיוצרות במפעל. מהי ההסתברות שלכל היותר 3 מהן יהיו תקינות?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

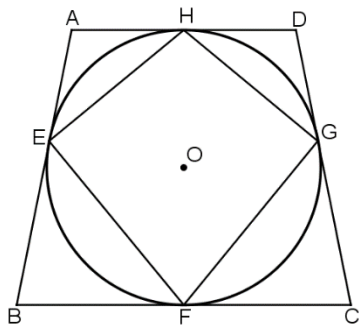
ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



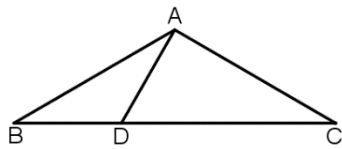
- (4) במרובע ABCD נקודה E היא אמצע הצלע AB, ונקודה G היא אמצע הצלע DC. נקודה F היא אמצע האלכסון AC, ונקודה H היא אמצע האלכסון DB (ראה ציור). הוכח:

- א. $EF \parallel HG$.
ב. $\triangle EHG \cong \triangle EFG$.



- (5) נתון טרפז שווה שוקיים ABCD ($AD \parallel BC$). צלעות הטרפז משיקות למעגל שמרכזו O. בנקודות E, F, G, H-ו (ראה ציור). הוכח:

- א. $\triangle BOF \cong \triangle COF$.
ב. המרובע EHGF הוא דלתון.



- (6) נתון משולש שווה שוקיים ABC שבו $AB = AC$ ו- $\angle ABC = \alpha$. D היא נקודה על בסיס BC כך ש- $\angle BAD = \beta$.

א. הבע באמצעות α ו- β את היחס בין שטח המשולש ABD לשטח המשולש ACD.

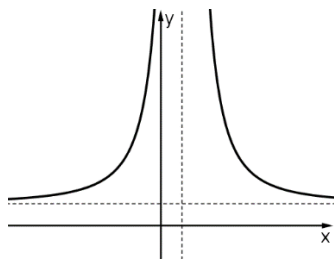
- ב. נתון גם: $\frac{BD}{DC} = \frac{1}{2}$, $\beta = 30^\circ$. מצא את α .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

שורש $(33\frac{1}{3})$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(7) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2 - 4}{2x - 1}$

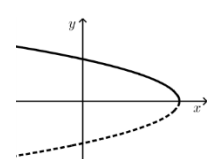
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים (אם יש כאלה).
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- לפניך סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום הגדרתה. עבור אילו ערכים של k הישר $y = k$ אינו חותך את הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.

(8) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \sqrt{12 - 3x}$, $g(x) = -\sqrt{12 - 3x}$

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציות.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של כל אחת מהפונקציות (אם יש כאלה).
- מצא את נקודות החיתוך של כל אחת מהפונקציות עם הצירים.
- במערכת צירים אחת סרטט בקו מלא (-) סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$, וסרטט בקו מרוסק (---) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
- העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 1$, והעבירו ישר אחר המשיק לגרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 1$.
- (1) מצא את השיעורים של נקודות המפגש בין המשיקים.
- (2) מצא את שטח המשולש המוגבל על ידי המשיקים ועל ידי הישר $x = 1$.

- (9) משאית נוסעת 100 ק"מ במהירות קבועה של x קמ"ש.
 א. הבע באמצעות x את מספר שעות הנסיעה של המשאית.
 עלות הנסיעה של המשאית היא פונקציה של המהירות שלה.
 העלות של שעת נסיעה אחת במהירות x היא $\left(16 + \frac{x^2}{400}\right)$ שקלים.
 ב. ענה על הסעיפים הבאים:
 (1) מה צריך להיות הערך של x כדי שעלות הנסיעה של המשאית תהיה מינימלית?
 (2) חשב את העלות המינימלית של הנסיעה.

תשובות סופיות:

- (1) 720 נח.
 (2) א. $A(-8, -12)$, $B(16, 6)$, $D(-8, -3)$ ב. (1) 18 יח'.
 (2) 108 יח"ר.
 (3) א. (1) 2.5% (2) 0.16 ב. 0.0059.
 (4) א. הוכחה. ב. הוכחה.
 (5) א. הוכחה. ב. הוכחה.
 (6) א. $\frac{\sin \beta}{\sin(2\alpha + \beta)}$ ב. $\alpha = 30^\circ$.
 (7) א. $x \neq \frac{1}{2}$ ב. $x = \frac{1}{2}$ ג. $(2, 0)$, $(-2, 0)$, $(0, 4)$.
 ד. עלייה: $x > \frac{1}{2}$ או $x < \frac{1}{2}$; ירידה: אין. ה.
 ו. $k \leq \frac{1}{2}$.
 (8) א. $f(x): x \leq 4$, $g(x): x \leq 4$.
 ב. $f(x)$ - עלייה: אין; ירידה: $x < 4$. $g(x)$ - עלייה: $x < 4$; ירידה: אין.
 ג. $f(x): (4, 0)$, $(0, \sqrt{12})$, $g(x): (4, 0)$, $(0, -\sqrt{12})$.
 ד.  ה. (1) (7, 0) (2) 18 יח"ר.
 (9) א. $\frac{100}{x}$ ב. (1) 80 (2) 40 נח.

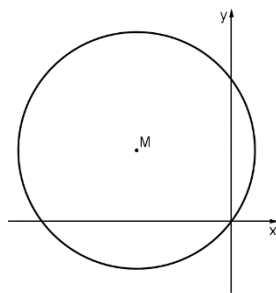
בגרות קיץ 2012 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

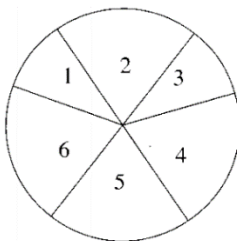
ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) בחברת טלפונים המחיר לדקת שיחה בשעות הערב נמוך ב-40% מן המחיר לדקת שיחה בשעות היום. כדי לעודד שיחות בשעות הערב הורידה החברה ב-18% את המחיר לדקת שיחה בשעות הערב. (מחיר לדקת שיחה בשעות היום לא השתנה). אחרי ההוזלה אלעד שוחח 150 דקות בשעות היום ו-300 דקות בשעות הערב, ושילם 44.64 שקלים. מצא את המחיר באגורות לדקת שיחה ביום, ולדקת שיחה בערב לפני ההוזלה.



- (2) נתון מעגל שמשוואתו $(x-a)^2 + (y-3)^2 = 25$.
 a הוא פרמטר. המעגל עובר דרך ראשית הצירים, ומרכזו M נמצא ברביע השני (ראה ציור).
 א. מצא את הערך של a.
 ב. מצא את השיעורים של נקודות על המעגל, ששיעור ה-y שלהן גדול ב-2 משיעור ה-x שלהן.
 ג. בכל אחת מהנקודות שמצאת בסעיף ב מעבירים משיק למעגל. מצא את המשוואות של משיקים אלה.

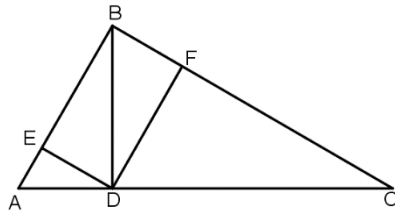


- (3) גלגל משחק מאוזן מחולק לשש גזרות.
 על 2 גזרות, שכל אחת היא $1/10$ מהעיגול, רשומים המספרים 1 ו-3, ועל 4 גזרות, שכל אחת היא $1/5$ מהעיגול, רשומים המספרים 2, 4, 5, 6, כמתואר בציור.
 כאשר מסובבים את הגלגל, הוא נעצר על אחד המספרים (לא על הקו שבין הגזרות).
 א. מסובבים את הגלגל פעם אחת.
 מהי ההסתברות שהגלגל יעצר על מספר זוגי?
 מסובבים את הגלגל 5 פעמים.
 ב. ענה על הסעיפים הבאים:
 (1) מהי ההסתברות שהגלגל יעצר על מספר זוגי 2 פעמים לכל היותר?
 (2) ידוע שהגלגל נעצר על מספר זוגי 2 פעמים לכל היותר.
 מהי ההסתברות שהגלגל נעצר על מספר זוגי בדיוק 2 פעמים?
 (3) מהי ההסתברות שרק בפעם הראשונה ובפעם האחרונה יעצר הגלגל על מספר זוגי?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה 16 $\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(4) נתון משולש ישר זווית ($\angle ABC = 90^\circ$).

BD הוא גובה המשולש ליתר AC.

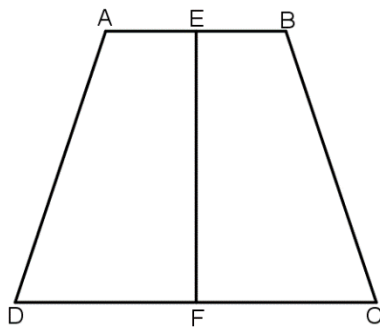
F היא נקודה על BC כך ש- $DF \perp BC$.

E היא נקודה על BA כך ש- $DE \perp BA$.

(ראה ציור).

א. הוכח כי EF ו-BD שווים זה לזה וחוצים זה את זה.

ב. הוכח כי $ED^2 = DF \cdot AE$.



(5) נתון טרפז שווה שוקיים ABCD ($AB \parallel CD$).

הנקודות E ו-F הן אמצע הבסיסים AB ו-DC בהתאמה (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

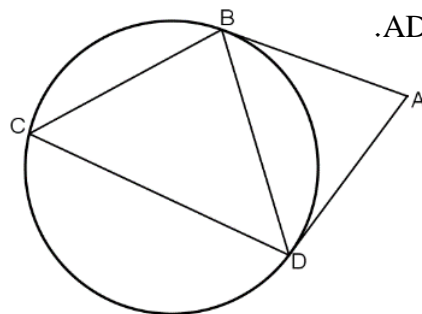
(1) הוכח כי $ED = EC$.

(2) הוכח כי $EF \perp DC$.

ב. נתון: $AB = 4$ ס"מ, $BC = 6$ ס"מ.

$\angle EBC = 110^\circ$.

מצא את גודל הזווית ECB.



(6) מנקודה A העבירו שני משיקים למעגל, AB ו-AD.

נקודה C נמצאת על המעגל מחוץ למשולש ABD (ראה ציור).

נתון: רדיוס המעגל הוא 10 ס"מ.

$\angle BAD = 2\alpha$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) הוכח כי $\angle BCD = 90^\circ - \alpha$.

(2) הבע באמצעות α את האורך של AB.

ב. אם נתון גם כי $\alpha = 30^\circ$ ו- $\angle CBD = 70^\circ$,

חשב את האורך של AC.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

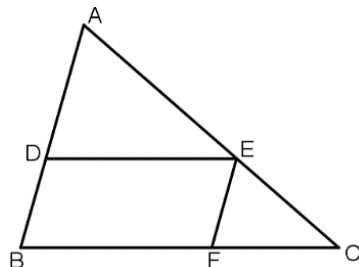
שורש $(33\frac{1}{3})$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2\sqrt{x+5}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- האם יש ערכים של x שעבורם $f(x) > 0$? נמק.
- מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של גרף הפונקציה, וקבע את סוגן.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- כמה פתרונות יש למשוואה $-14 = -x^2\sqrt{x+5}$? נמק.



(8) נתונה מקבילית DEFB שאורכי צלעותיה הם:

$$BD = 40 \text{ ס"מ}, DE = 90 \text{ ס"מ}.$$

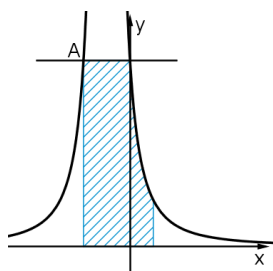
נקודה A נמצאת על המשך הצלע BD
 ונקודה C נמצאת על המשך הצלע BF
 כך שהישר AC עובר דרך קדקוד E (ראה ציור).

א. נסמן $AD = x$.

היעזר בדמיון משולשים, והבע באמצעות x את אורך הקטע FC.

ב. מצא את x שעבורו סכום הצלעות AB ו-BC הוא מינימלי.

ג. מצא את הסכום המינימלי של הצלעות AB ו-BC.



9) בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה: $f(x) = \frac{4}{(2x+1)^2}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המאונכות לצירים.

ג. דרך נקודת החיתוך של הגרף הפונקציה עם ציר ה- y העבירו ישר המקביל לציר ה- x .

הישר חותך את גרף הפונקציה בנקודה נוספת, A (ראה ציור).

1) מצא את השיעורים של הנקודה A .

2) דרך נקודה A העבירו אנך לציר ה- x . מצא את השטח המוגבל על ידי האנך, על ידי הישר המקביל, על ידי גרף הפונקציה, על ידי הישר $x = 1/2$ ועל ידי ציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

תשובות סופיות:

1) 15 אגורות ביום, 9 אגורות בערב.

2) א. $a = -4$ ב. $(-4, -2)$, $(1, 3)$ ג. $x = 1$, $y = -2$

3) א. 0.6 ב. 0.31744 (1) ג. 0.725 (2)
 ג. 0.02304

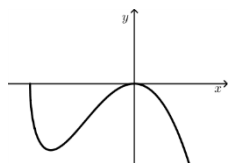
4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

5) א. (1) הוכחה. ב. (2) הוכחה. ג. 15.7°

6) א. (1) הוכחה. ב. $\frac{20 \cos^2 \alpha}{\sin 2\alpha}$ (2) ג. 29.6 ס"מ.

7) א. $x \geq -5$ ב. $(-5, 0)$, $(0, 0)$ ג. לא.

ה. $\max(-5, 0)$, $\min(-4, -16)$, $\max(0, 0)$ ד.
 ו. 3 פתרונות.



8) א. $FC = \frac{3600}{x}$ ב. 60 ס"מ. ג. 250 ס"מ.

9) א. $x \neq -0.5$ ב. $x = -0.5$, $y = 0$ ג. (1) $(-1, 4)$ (2) 5.

בגרות חורף 2013:

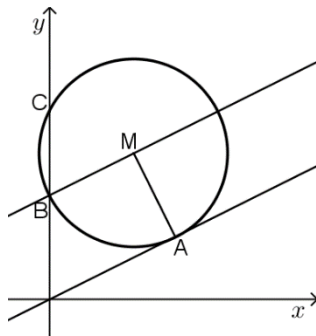
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) רוכב אופניים יצא מיישוב A ליישוב B, ובדיוק באותה השעה יצא הולך רגל מיישוב B ליישוב A. הולך הרגל הלך במהירות קבועה שקטנה ב-10 קמ"ש מהמהירות של רוכב האופניים. כעבור 24 דקות המרחק בין רוכב האופניים להולך רגל היה 12 ק"מ. כעבור 36 דקות נוספות הם נפגשו.

- א. מצא את המהירות של רוכב האופניים.
ב. מצא באיזה מרחק מיישוב A נפגשו רוכב האופניים והולך הרגל.



- (2) נתון מעגל, שמרכזו M נמצא על הישר $y = 7$.

הישר $y = \frac{1}{2}x$ משיק למעגל בנקודה A(6,3) (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- (1) מצא את השיעורים של מרכז M.
(2) מצא את משוואת המעגל.

ב. המעגל חותך את ציר ה-y בנקודות B ו-C. נקודה C נמצאת מעל נקודה B (ראה ציור).

- (1) הראה כי הישר BM מקביל לישר המשיק למעגל בנקודה A.
(2) מצא את שטח המשולש BMA.

- (3) בשלוש קופסאות A, B ו-C יש כדורים שחורים ולבנים.

בקופסה A יש 2 כדורים שחורים ו-3 כדורים לבנים.
בקופסה B יש 3 כדורים שחורים ו-2 כדורים לבנים.
בקופסה C יש 4 כדורים שחורים ו-1 כדור לבן.

א. בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה באקראי כדור אחד.

(1) מהי ההסתברות להוציא כדור לבן?

(2) ידוע שהוצא כדור לבן. מהי ההסתברות שהכדור הוצא מקופסה B?

ב. מקופסה C מוציאים באקראי 2 כדורים זה אחר זה בלי החזרה.

מהי ההסתברות שאחרי הוצאת הכדורים לא נותר בקופסה C כדור לבן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(4) מנקודה A יוצא ישר המשיק בנקודה B למעגל שמרכזו O.

הקטע AO חותך את המעגל בנקודה D (ראה ציור).

א. הוכח כי $\angle BOD = 2 \cdot \angle ABD$.

מנקודה A יוצא עוד ישר המשיק למעגל בנקודה C.

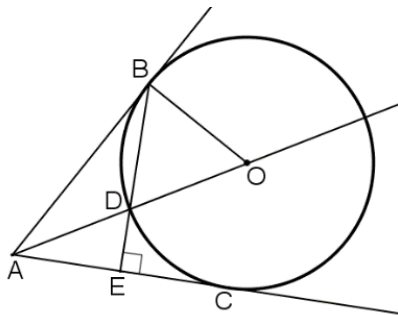
המשך המיתר BD חותך את AC בנקודה E

(ראה ציור). נתון כי $BE \perp AC$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) הוכח כי $\angle BOD = 2 \cdot \angle DAE$.

(2) הוכח כי $BD = AD$.



(5) נתון ריבוע ABCD שאורך צלעו a ס"מ.

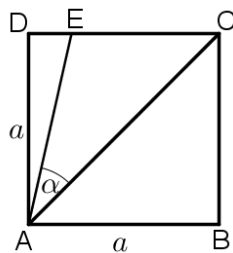
נקודה E נמצאת על צלע DC (ראה ציור).

נתון: $DE = 2$ ס"מ, $\angle EAC = \alpha$.

א. הבע את a באמצעות α .

ב. אם נתון כי $\alpha = 30^\circ$, חשב את שטח המשולש ACE.

ג. חשב את α במקרה שבו $DE = EC = 2$ ס"מ.



(6) במשולש ABC נתון: $AB = 5$ ס"מ

$BC = 10$ ס"מ, $AC = 8$ ס"מ

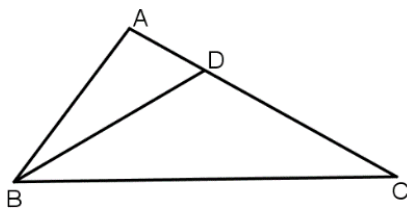
נקודה D נמצאת על הצלע AC

כך ש- $BD = DC$ (ראה ציור).

א. חשב את זוויות המשולש BDC.

ב. מצא את היחס בין רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD

לרדיוס המעגל החוסם את המשולש BDC.



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

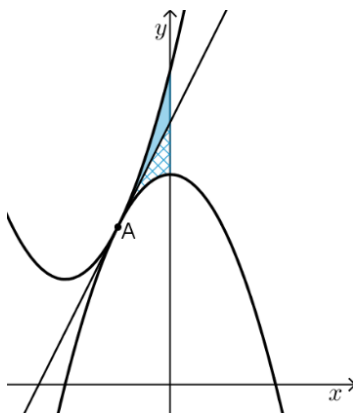
שורש $(33\frac{1}{3})$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^2}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).
- ג. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ד. ענה על הסעיפים הבאים:
 - (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - (2) היעזר בגרף שסרטטת, ומצא את משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בשתי נקודות בדיוק.



(8) בציור שלפניך מוצגות שתי פרבולות:

$$f(x) = x^2 + 4x + 6 ; g(x) = -x^2 + c$$

c הוא פרמטר. הפרבולות משיקות זו לזו בנקודה A. דרך נקודה A העבירו משיק המשותף לשתי הפרבולות (ראה ציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

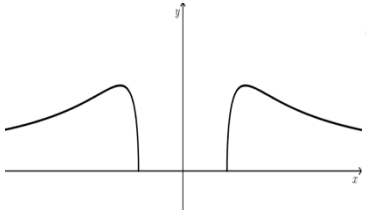
- (1) סמן ב- t את שיעור ה- x של נקודה A, והבע באמצעות t את השיפוע של המשיק המשותף. הבע בשני אופנים.
- (2) מצא את השיעורים של נקודה A.
- (3) מצא את ערך הפרמטר c .

ב. המשיק המשותף מחלק את השטח, המוגבל על ידי שתי הפרבולות ועל ידי ציר ה- y , לשני שטחים (השטח האפור והשטח המקווקו בציור). הצב את הערך של הפרמטר c שמצאת, והראה כי שני השטחים שווים זה לזה.

(9) ענה על הסעיפים הבאים :

- א. מבין כל המלבנים ששטחם k סמ"ר, הבע באמצעות k את צלעות המלבן שהיקפו מינימלי.
 ב. נתון כי קוטר המעגל החוסם את המלבן שהיקפו מינימלי, הוא 8 ס"מ. מצא את הערך של k .

תשובות סופיות:

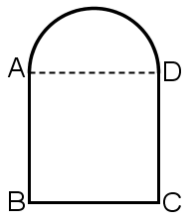
- (1) א. 15 קמ"ש. ב. 15 ק"מ.
 (2) א. $M(4, 7)$ (1) ב. $(x-4)^2 + (y-7)^2 = 20$ (2) (3) 10 יח"ר.
 (3) א. (1) $\frac{2}{5}$ ב. (2) $\frac{1}{3}$ ב. $\frac{2}{5}$.
 (4) א. הוכחה. ב. (1) הוכחה. ב. (2) הוכחה.
 (5) א. $a = \frac{2}{\tan(45^\circ - \alpha)}$ ב. 20.36 סמ"ר. ג. 18.43° .
 (6) א. $29.686^\circ, 29.686^\circ, 120.62^\circ$ ב. $\frac{1}{2}$.
 (7) א. $x \leq -2$ או $x \geq 2$ ב. $(-2, 0)$, $(2, 0)$ ג. $\left(-\sqrt{8}, \frac{1}{4}\right)_{\max}$, $\left(\sqrt{8}, \frac{1}{4}\right)_{\max}$, $(2, 0)_{\min}$, $(-2, 0)_{\min}$.
 ד. (1) $y = \frac{1}{4}$.

 (8) א. (1) $-2t$, $2t + 4$ (2) $A(-1, 3)$ (3) $c = 4$.
 (9) א. $AB = \sqrt{k}$, $BC = \sqrt{k}$ ב. $k = 32$.

בגרות קיץ 2013 מועד א':

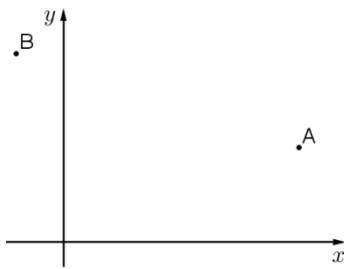
פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (1) חלון מורכב מחצי עיגול ומריבוע ABCD.
 צלע הריבוע AD היא קוטר של חצי העיגול, כמתואר בציור.
 שטח הריבוע גדול ב- 0.2187 מ"ר משטח חצי העיגול.
 מצא את ההיקף של המסגרת החיצונית של החלון.
 בחישובך השתמש ב- $\pi = 3.14$.



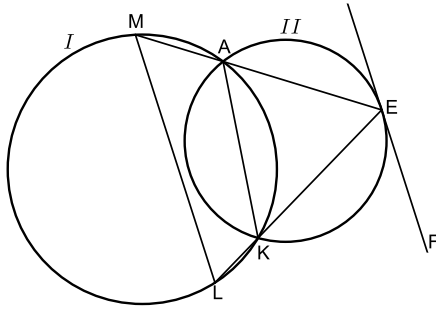
- (2) נתונות הנקודות A(10,4) ו-B(-2,8) (ראה ציור).
 נקודה P נמצאת על ציר ה-x כך שמרחקה מנקודה A שווה למרחקה מנקודה B.
 א. מצא את השיעורים של הנקודה P.
 הנקודות A, B ו-P הן קדקודים של מרובע ADBP.
 נתון: $BD \parallel PA$, $BP \parallel AD$.
 ב. מצא את השיעורים של הקדקוד D.
 ג. מצא את אורך הרדיוס של מעגל החוסם את המשולש BDA. נמק.

- (3) חקלאי מייצא פרחים לבנים ופרחים אדומים. במחסן של חקלאי:
 $\frac{1}{12}$ מהפרחים הלבנים הם ורדים. $\frac{2}{3}$ מהפרחים האדומים הם ורדים.
 25% מכלל הפרחים הם ורדים, והשאר הם חבצלות.
 א. בוחרים באקראי פרח מבין הפרחים שבמחסן.
 (1) מהי ההסתברות שהפרח הוא אדום?
 (2) מהי ההסתברות שהפרח הוא אדום אם ידוע שהוא ורד?
 ב. נתון שמספר הוורדים האדומים במחסן הוא 300.
 מהו מספר הפרחים במחסן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



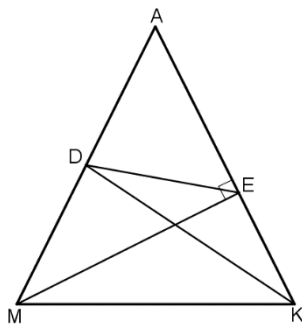
- (4) מרובע AKLM חסום במעגל I.
דרך קדקודים A ו-K העבירו מעגל II.
המשכי הצלעות MA ו-LK נפגשים
בנקודה E שעל המעגל II.
הישר FE משיק למעגל II בנקודה E
(ראה ציור).

א. הוכח כי FE מקביל למיתר LM.

ב. נתון: $AE = 6$ ס"מ, $KE = 7$ ס"מ, $KL = 2$ ס"מ.

(1) חשב את היחס בין שטח המשולש AEK לשטח המשולש LEM.

(2) חשב את היחס בין שטח המשולש AEK לשטח המרובע AKLM.



- (5) במשולש שווה שוקיים AMK ($AK=AM$)

KD הוא תיכון לשוק AM,

ו-ME הוא גובה לשוק AK (ראה ציור).

א. הוכח כי $\angle DAE = \angle DEA$.

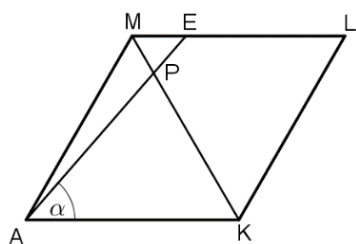
נתון: $AM = 2b$, $\angle MAK = 2\alpha$.

ב. הבע באמצעות b ו- α את שטח המשולש ADE.

ג. אם נתון גם כי $MK = 2 \cdot DE$:

(1) חשב את α .

(2) הוכח כי $DE \parallel MK$.



6) נתון מעוין AMLK.

נקודה E נמצאת על הצלע ML.

האלכסון KM חותך את הקטע AE בנקודה P (ראה ציור).

נתון: $\angle EAK = \alpha$, $\angle AML = 120^\circ$,

אורך צלע המעוין הוא a .

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את גודל הזווית PKA. נמק.

(2) הבע באמצעות a ו- α את אורך הקטע PK.

ב. דרך הנקודה P העבירו אנך לצלע AK. האנך חותך את AK בנקודה G.

נתון גם כי $\alpha = 46^\circ$.

הבע באמצעות a את אורך הקטע GL.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות

טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

שורש $(\frac{1}{3} 33)$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7) נתונה הפונקציה $f(x) = x\sqrt{4x} - 6x$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.

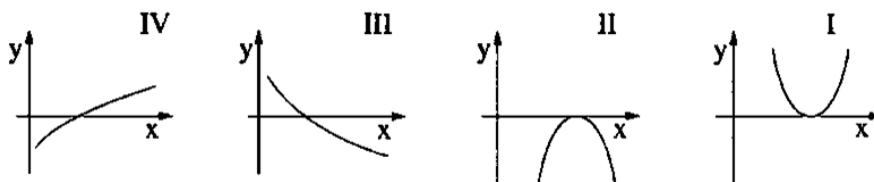
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.

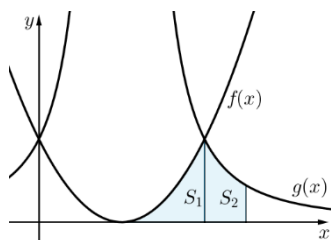
(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

ג. איזה גרף מבין הגרפים I, II, III, IV, עשוי לתאר את פונקציית

הנגזרת $f'(x)$ בתחום $1 \leq x \leq 10$? נמק.





8) בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = (x-a)^2$$

$$g(x) = \frac{16}{(x-a)^2}$$

a הוא פרמטר גדול מ-0.

א. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה $g(x)$

(הבע באמצעות a במידת הצורך).

אחת מנקודות החיתוך בין הגרפים של הפונקציות היא הנקודה

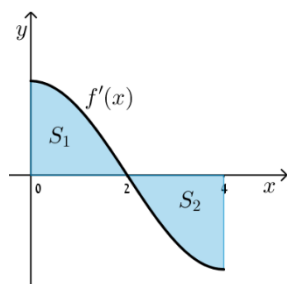
שבה $x = a+2$. S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף הפונקציה $f(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = a+2$ (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x

ועל ידי הישרים $x = a+2$ ו- $x = a+3$ (השטח האפור בציור).

ב. חשב את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.



9) בציור מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$

בתחום $0 \leq x \leq 4$. הגרף של $f'(x)$ חותך את ציר

ה- x בנקודה שבה $x = 2$.

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית

הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי הצירים (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$,

על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = 4$ (השטח האפור בציור).

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) נתון $f(0) = 0$, $S_1 = 4$.

חשב את $f(2)$.

(2) נתון גם: $S_2 = 4$.

חשב את $f(4)$.

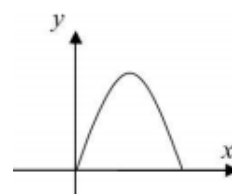
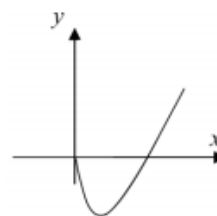
ב. מצא את השיעורים של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$

בתחום הנתון, וקבע את סוגה. נמק.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום הנתון.

תשובות סופיות:

- (1) 2.742 מטר.
- (2) א. $(2,0)$ ב. $(6,12)$ ג. 6.32 .
- (3) א. $\frac{2}{7}$ (1) ב. $\frac{16}{21}$ (2) ג. 1575 .
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $\frac{4}{9}$ (1) ד. $\frac{4}{5}$ (2) .
- (5) א. הוכחה. ב. $0.5b^2 \sin 4\alpha$ ג. 30° (1) ד. 30° (1) .
- (6) א. 60° (1) ב. $\frac{a \sin \alpha}{\sin(120^\circ - \alpha)}$ (2) ג. $1.23a$.
- (7) א. $x \geq 0$ (1) ב. $(0,0)$, $(9,0)$ (2) ג. $\max(0,0)$, $\min(4,-8)$ (3) ד. גרף IV .
- (8) א. $x=a$, $y=0$ ב. $\frac{S_1}{S_2} = 1$.
- (9) א. 4 (1) ב. 0 (2) ג. $\max(2,4)$.



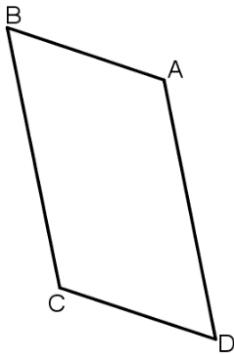
בגרות קיץ 2013 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (33 $\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) ראובן רוצה לרכוש מינוי למכון כושר. המחיר המלא של המינוי הוא 200 שקלים. אם ראובן יביא שני חברים שירכשו מינוי במחיר מלא, הוא יקבל על המינוי שלו הנחה של $x\%$ עבור החבר הראשון, ועבור החבר השני יקבל הנחה $x\%$ על המחיר שאחרי ההנחה הראשונה. ראובן הביא שני חברים, ושילם עבור המינוי שלו רק 144.5 שקלים.
- א. מצא את אחוז ההנחה שקיבל ראובן על המינוי שלו עבור החבר הראשון.
ב. מצא את אחוז ההנחה הכולל שקיבל ראובן על המינוי שלו לאחר שהביא את שני החברים.



- (2) נתונה מקבילית ABCD (ראה ציור).
- הצלע AB מונחת על הישר $y = -\frac{1}{3}x + 6$.
- הצלע AD מונחת על הישר $y = -5x + 20$.
- אלכסוני המקבילית נפגשים בנקודה (2,3).
- א. מצא את השיעורים של קדקוד C.
ב. מצא את השיעורים של קדקוד B, ואת השיעורים של קדקוד D.
ג. האם הצלע BC משיקה בנקודה C למעגל שמרכזו A והרדיוס שלו הוא AC? נמק.

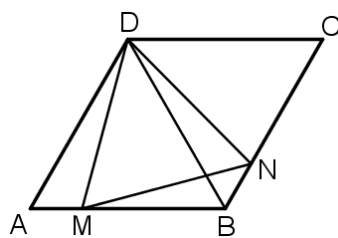
3) ידוע שההסתברות להצליח במבחן הנהיגה (טסט) גדולה ב-0.2 מההסתברות להיכשל בו.

- א. מהי ההסתברות להצליח במבחן הנהיגה?
- ב. ראובן, שמעון, לוי ויהודה הם 4 אנשים שנבחרו באקראי מבין הנבחנים במבחן הנהיגה.
 - (1) מהי ההסתברות שבדיוק 2 מהם יצליחו במבחן הנהיגה?
 - (2) ידוע שרק 2 מהם הצליחו במבחן הנהיגה.
 - מהי ההסתברות שהיו אלה ראובן ושמעון?
 - (3) האם ההסתברות שלפחות אחד מהארבעה יצליח במבחן הנהיגה גדולה מההסתברות שלפחות אחד מהארבעה ייכשל במבחן הנהיגה? נמק.

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



4) במעוין ABCD הזווית החדה היא של 60° .

נקודה M נמצאת על צלע AB

נקודה N נמצאת על צלע BC

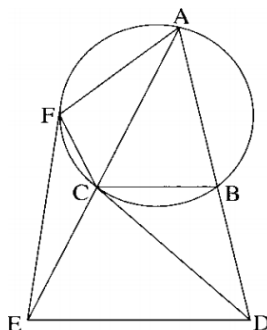
כך ש- $AM = BN$ (ראה ציור).

א. הוכח כי $\triangle MDB \cong \triangle NDC$.

ב. הוכח כי $\triangle ADM \cong \triangle BDN$.

ג. שטח המרובע DMBN הוא S.

הבע באמצעות S את שטח המעוין ABCD.



5) נתון משולש ADE.

דרך הקדקוד A העבירו מעגל החותך את

הצלעות AD ו-AE בנקודות B ו-C בהתאמה (ראה ציור).

נתון: $BC \parallel DE$, DC משיק למעגל.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

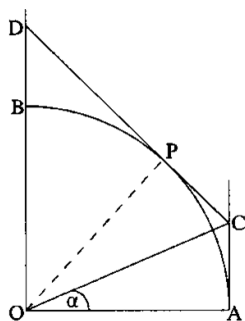
(1) הוכח כי $\angle EAD = \angle CDE$.

(2) הוכח כי $AE \cdot CE = DE^2$.

ב. דרך הקדקוד E העבירו ישר המשיק למעגל בנקודה F (ראה ציור).

הוכח כי $\triangle ECF \sim \triangle EFA$.

ג. היעזר בסעיפים הקודמים והוכח כי $DE = EF$.



- 6) נתון רבע מעגל OAB שרדיוסו R .
 העבירו ישר המשיק לרבע המעגל בנקודה P ,
 והעבירו ישר המשיק לרבע המעגל בנקודה A .
 המשיקים נפגשים בנקודה C .
 המשיק בנקודה P חותך את המשך OB בנקודה D
 (ראה ציור). נתון: $\angle COA = \alpha$.
 א. הוכח כי $AC \parallel OD$.
 ב. הבע באמצעות R ו- α את שטח המרובע ACDO.
 ג. נתון כי שטח המשולש OPD הוא $\frac{R^2}{2}$.
 חשב את α .

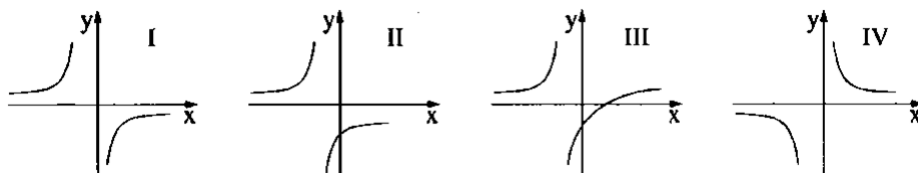
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות
שורש $(\frac{1}{3})^{33}$ נקודות)

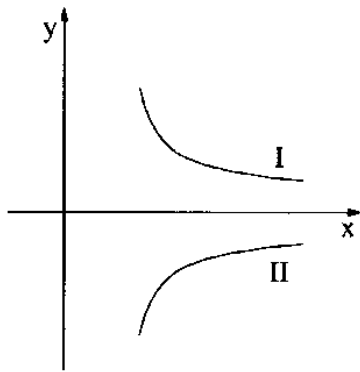
ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

7) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{9}{(x+1)^2} - 1$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ג. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
 ד. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה).
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. איזה מבין הגרפים I, II, III, IV שלפניך מציג סקיצה של פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.





(8) הגרפים I ו-II שבציור הם של הפונקציות:

$$f(x) = \frac{2}{\sqrt{2x-3}}, \quad g(x) = -\frac{2}{\sqrt{2x-3}}$$

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את תחום ההגדרה של כל אחת מהפונקציות.

(2) מהי האסימפטוטה האנכית של כל אחת מהפונקציות?

ב. איזה גרף הוא של הפונקציה $f(x)$,

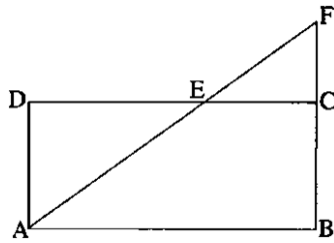
ואיזה גרף הוא של הפונקציה $g(x)$? נמק.

ג. הישר $y = 2$ חותך את הגרף I בנקודה A.

הישר $y = -2$ חותך את הגרף II בנקודה B.

מצא את השטח המוגבל על ידי הישר AB,

על ידי הגרפים של שתי הפונקציות ועל ידי הישר $x = 3$.



(9) נתון מלבן ABCD שאורכי צלעותיו הם:

$$AB = 9, \quad AD = 4$$

הנקודה E נמצאת על הצלע CD (בין C ל-D).

ההמשך של AE חותך את המשך הצלע BC

בנקודה F (ראה ציור).

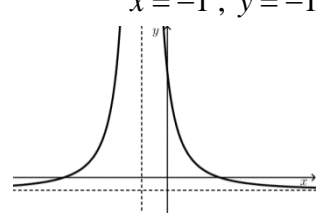
א. הוכח: $\triangle ADE \sim \triangle FCE$.

ב. סמן $DE = x$, ומצא מה צריך להיות האורך של DE כדי שסכום

השטחים של המשולשים ADE ו-FCE יהיה מינימלי.

בתשובתך תוכל להשאיר שורש.

תשובות סופיות:

- (1) א. 15% ב. 27.75%
- (2) א. $C(1,1)$ ב. $D(4,0)$, $B(0,6)$ ג. לא משיקה.
- (3) א. 0.6 ב. 0.3456 (1) (2) $\frac{1}{6}$ (3) כן.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. $2S$.
- (5) א. (1) הוכחה. (2) הוכחה. ב. הוכחה.
- (6) א. הוכחה. (2) $\frac{R^2 \left(\tan \alpha + \frac{1}{\sin 2\alpha} \right)}{2}$ ג. 22.5° .
- (7) א. $x \neq -1$ ב. $(0,8)$, $(2,0)$, $(-4,0)$ ג. $x = -1$, $y = -1$ ד. עליה: $x < -1$ ה.  ו. גרף II.
- (8) א. (1) $x > 1.5$ (2) $x = 1.5$ ב. $f(x): I$, $g(x): II$
- (9) א. הוכחה. ב. 6.36 ג. $4\sqrt{3} - 4$.

בגרות חורף 2014:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתון מעגל I שרדיוסו r , ונתון מעגל II שרדיוסו R . הרדיוס R גדול מהרדיוס r ב-30%.

א. מצא בכמה אחוזים גדול שטל העיגול II משטח העיגול I.

ב. ידוע כי שטח העיגול II גדול ב-54.165 סמ"ר משטח העיגול I. חשב את הרדיוס r . בחישובך השתמש ב- $\pi = 3.14$.

(2) במלבן ABCD הקדקוד A נמצא על יד ציר ה- x (ראה ציור). שיעור ה- y של הקדקוד B הוא 8.

משוואת הצלע BC היא: $y = \frac{1}{4}x + 7\frac{1}{2}$.

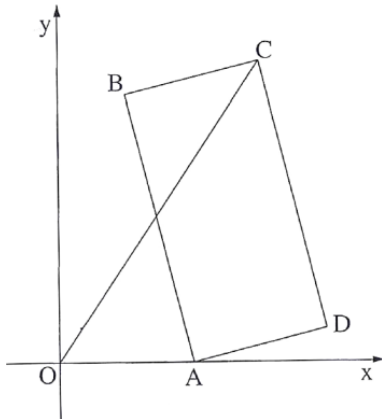
משוואת הישר OC (O - ראשית הצירים) היא: $y = 1.5x$.

א. מצא את השיעורים של קדקוד B ושל הקדקוד C.

ב. (1) מצא את השיעורים של הקדקוד A.

(2) מצא את השיעורים של נקודות המפגש של אלכסוני המלבן.

ג. מצא את שטח המשולש OAD.



- 3) ענת אבי ודוד מתמודדים על תפקיד יושב-ראש של מועצת התלמידים בבית הספר. לפניך תוצאות של סקר שנערך לפני הבחירות בקרב תלמידי בית הספר.

המתחרה	ענת	אבי	דוד
מספר הבנים התומכים	100	200	100
מספר הבנות התומכות	200	150	50

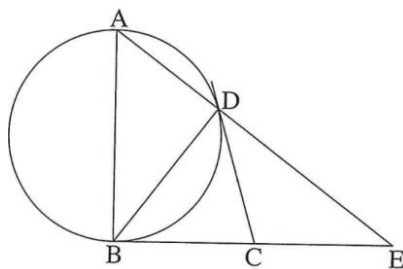
(כל תלמיד תומך בדיוק באחד המתמודדים).

- א. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר. מהי ההסתברות שהוא תומך באבי?
- ב. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר. ידוע שהוא תומך בענת. מה ההסתברות שהתומך הוא בת?
- ג. (1) בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) מבין המשתתפים בסקר. ידוע שהוא אינו תומך בענת. מהי ההסתברות שהוא תומך בדוד?
- (2) בוחרים באקראי 5 תלמידים (בנים/בנות) מבין אלה שאינם תומכים בענת. מהי ההסתברות שלפחות אחד מהם תומך בדוד? (הניסיונות הם בלתי תלויים).

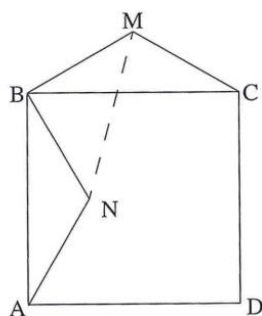
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור ($33\frac{1}{3}$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 4-6 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

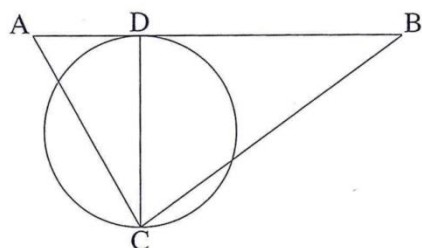
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- 4) CB ו-CD הם שני משיקים למעגל. AB הוא קוטר במעגל זה. המשך AD והמשך BC נפגשים בנקודה E (ראה ציור).
- א. הוכח: $\angle DCB = 2 \cdot \angle E$.
- ב. הוכח: $BD^2 = AD \cdot DE$.
- ג. הוכח: DC הוא תיכון במשולש BDE.



- (5) נתון משולש שווה שוקיים MBC ($MC = MB$)
 על הבסיס BC בנו ריבוע ABCD.
 N היא נקודה בתוך הריבוע
 כך ש- $\triangle NBA \cong \triangle MBC$ בהתאמה
 (ראה ציור).
 א. הוכח כי: $\angle MBN = 90^\circ$.
 ב. הוכח כי: $\angle BMN = \angle BNM$.
 ג. נתון גם: 16 ס"מ $MN =$, $\angle BMC = 120^\circ$.
 חשב את האורך של צלע הריבוע ABCD.



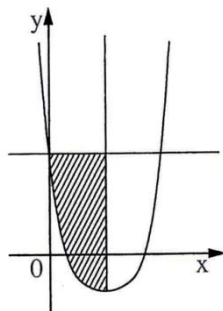
- (6) נתון משולש ABC. מעגל שקוטרו CD
 משיק לצלע AB בנקודה D (ראה ציור).
 נתון: $\angle ABC = \beta$, $\angle DAC = \alpha$.
 רדיוס המעגל הוא R.
 א. הבע באמצעות R, α ו- β
 את אורך הצלע AB.
 ב. מצא את $\angle ACB$, אם $\beta = \alpha$.
 ושטח המשולש ABC הוא $4R^2$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות
טריגונומטריות, של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות

שורש $(33\frac{1}{3})$ נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 7-9 (לכל שאלה $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



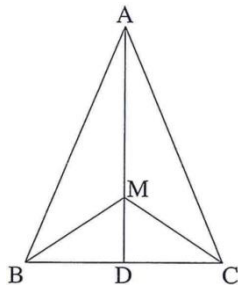
(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = (2x-2)^4 - 3$.

דרך נקודת המינימום של הפונקציה העבירו ישר המאונך לציר ה- x , ודרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y העבירו ישר המקביל לציר ה- x (ראה ציור).

א. מהו תחום ההגדרה של הפונקציה?

ב. מצא את משוואת האנך ואת משוואת המקביל.

ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי האנך ועל ידי המקביל (השטח המקווקו בציור).



(8) נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$)

שבו אורך הגובה AD לבסיס BC הוא 12 ס"מ,

ואורך הבסיס BC הוא 10 ס"מ.

M היא נקודה כלשהי על הגובה AD.

נסמן: $MD = x$.

א. מצא עבור איזה ערך של x

סכום הקטעים $AM + MB + MC$ הוא מינימלי.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

ב. חשב את גודל הזווית BMC עבור הערך של x שמצאת בסעיף א.

(9) נתונה פונקציית הנגזרת $f'(x) = x - \frac{16}{x^3}$, $x \neq 0$.

א. (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$,
וקבע את סוגן.

(2) שיעור ה- y של כל אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$
הוא 4. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$,

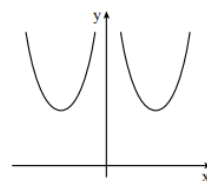
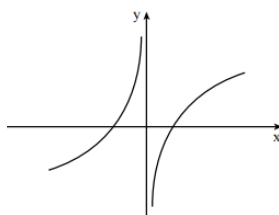
וסרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

(2) ידוע כי לפונקציית הנגזרת $f'(x)$ אין נקודות קיצון.

סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$.

תשובות סופיות:

- (1) א. 69% ב. 5 ס"מ = r .
- (2) א. $C(6,9)$, $B(2,8)$ ב. $A(4,0)$ (1) (2) $(5,4.5)$ ג. 2 יח"ר.
- (3) א. $0.4375 = \frac{7}{16}$ ב. $\frac{2}{3}$ ג. 0.3 (1) (2) 0.83193.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
- (5) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. 19.596 ס"מ = $8\sqrt{6}$.
- (6) א. $\frac{2R}{\tan \alpha} + \frac{2R}{\tan \beta}$ ב. 90° .
- (7) א. כל x ב. $y = 13$, $x = 1$ ג. 12.8.
- (8) א. $2.887x = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ ב. 120° .
- (9) א. (1) $x_{\min} = 2$, $x_{\min} = -2$ (2) $f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{8}{x^2}$ ב. (1) $x = 0$ (2)

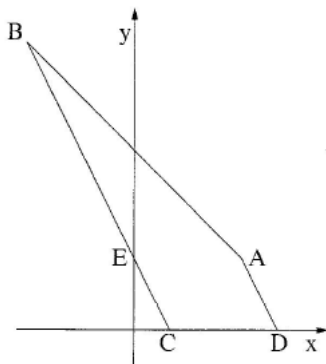


בגרות קיץ 2014 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) כל אחת משתי חברות תיירות, חברה א' וחברה ב', פרסמה באינטרנט הצעה לטיול בחו"ל. לכל הצעה יש אותו מחיר. המחיר של כל אחת מההצעות כולל את מחיר הטיסה ואת מחיר האירוח במלון.
מחיר הטיסה בחברה א' קטן ב- 10% ממחיר הטיסה בחברה ב'.
מחיר האירוח במלון בחברה א' גדול ב- 20% ממחיר האירוח במלון בחברה ב'.
סמן ב- x את מחיר הטיסה בחברה ב', וב- y את מחיר האירוח במלון בחברה ב'.
א. הראה כי: $x = 2y$.
ב. יוסי הזמין את הטיסה בחברה א' ואת האירוח במלון בחברה ב' ושילם סך הכול 5040 שקלים.
מצא את מחיר הטיסה בחברה ב', ואת מחיר האירוח במלון בחברה ב'.



- (2) ABCD הוא מרובע שבו $BC \parallel AD$.
הצלע AB מונחת על הישר $x + y = 10$, והצלע CD מונחת על ציר ה- x . נתון: $C(2,0)$, $D(8,0)$, שיעור ה- x של הנקודה A הוא 6.
א. מצא את שיעור ה- y של הנקודה A.
ב. מצא את משוואת הישר AD.
ג. מצא את שיעורי הנקודה B.
ד. הישר BC חותך את ציר ה- y בנקודה E.
(1) הראה כי הישר AE מקביל לציר ה- x .
(2) מצא את שטח המשולש AEB.

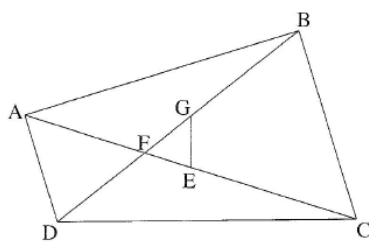
(3) ערכו סקר בקרב מספר גדול של תלמידים. הסקר בדק כמה תלמידים רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים. על פי ממצא הסקר, 60% מהמשתתפים בסקר (בנים / בנות) רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים. מספר הבנים שהשתתפו בסקר קטן פי 3 ממספר הבנות שהשתתפו בסקר. ידוע כי 80% מן הבנים שהשתתפו בסקר רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים.

- א. בוחרים באקראי תלמיד (בן / בת) שהשתתף בסקר.
 (1) מהי ההסתברות שנבחרה בת הרוצה להמשיך ללימודים אקדמיים?
 (2) ידוע שנבחרה בת.
 מהי ההסתברות שהיא רוצה להמשיך ללימודים אקדמיים?
 ב. בוחרים באקראי 5 תלמידים (בנים / בנות) מבין המשתתפים בסקר.
 מהי ההסתברות שלפחות 4 מהם רוצים להמשיך ללימודים אקדמיים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



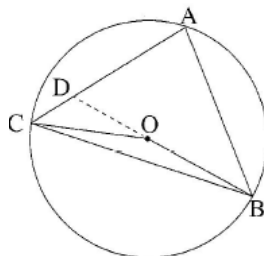
(4) F היא נקודת החיתוך של האלכסונים במרובע ABCD. הנקודה E נמצאת על FC, והנקודה G נמצאת על FB, באופן שהמרובע BCEG הוא בר-חסימה במעגל (ראה ציור).

א. הוכח: $\triangle FEG \sim \triangle FBC$.

ב. נתון: $\frac{AF}{FG} = \frac{DF}{FE}$.

הוכח: $\triangle FDA \sim \triangle FEG$.

ג. הוכח: $AD \parallel BC$.



(5) ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AC = AB$), החסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R (ראה ציור). נתון: $\angle BAC = 80^\circ$.

א. הבע באמצעות R את אורך הצלע AB.

ב. מצא את $\angle COB$. נמק.

ג. המשך OB חותך את השוק AC

בנקודה D (ראה ציור).

נתון: $BD = 5$ ס"מ.

(1) מצא את $\angle ABD$.

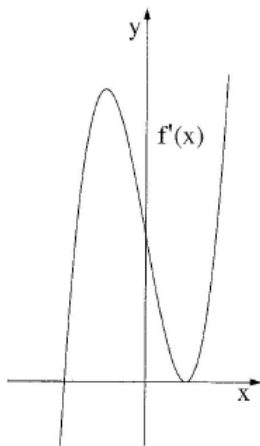
(2) מצא את R.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 3}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- האם הישר $y = x - 2$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$? נמק.



7 $f(x)$ היא פונקציה שמוגדרת לכל x .

- בציור שלפניך מוצג הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$.
הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עובר
דרך הנקודות: $(-2, 0)$, $(1, 0)$.

- על פי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$
מצא את תחומי העלייה והירידה
של הפונקציה $f(x)$.

- מהו שיעור ה- x של נקודת הקיצון

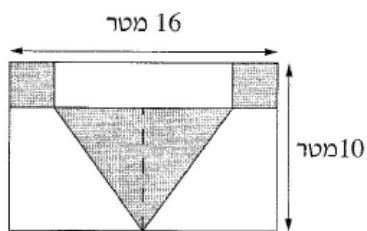
של הפונקציה $f(x)$, ומהו סוג הקיצון? נמק.

3 נתון כי פונקציית הנגזרת היא: $f'(x) = 4x^3 - 12x + 8$.

שיעור ה- y של נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ הוא -10.

מצא את הפונקציה $f(x)$.

- מצא את השיעורים של הנקודות שבהן שיפוע המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ הוא 0.



(8) האורך של קיר בצורת מלבן הוא 16 מטר, והגובה של הקיר הוא 10 מטר.

רוצים לצפות בקרמיקה חלק מהקיר. החלק שרוצים לצפות כולל:

- שני ריבועים זהים בפינות המלבן
- משולש שווה-שוקיים שבסיסו מקביל לצלע המלבן (השטחים האפורים בציור).
- סמן ב- x את האורך של צלע הריבוע, וענה על הסעיפים א-ג.

א. הבע באמצעות x את הגובה לבסיס במשולש שווה-השוקיים.

ב. מה צריך להיות x , כדי שסכום השטחים שרוצים לצפות בקרמיקה יהיה מינימלי?

ג. עבור ה- x שמצאת בסעיף ב, חשב כמה אחוזים משטח הקיר מהווה החלק שרוצים לצפות בקרמיקה.

תשובות סופיות:

(1) ב. $y = 1800$, $x = 3600$.

(2) א. 4 ב. $y = -2x + 16$ ג. $(-6, 16)$

ד. (1) $y = 4$ (2) 36 יח"ר.

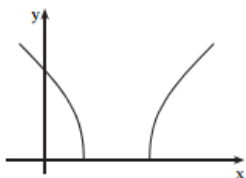
(3) א. (1) 0.4 ב. $\frac{8}{15}$ ג. 0.33696

(4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

(5) א. $1.532R$ ב. 160° ג. 40° (1) 2.87 ס"מ. (2)

(6) א. $x \leq 1$ או $x \geq 3$ ב. $(0, \sqrt{3})$, $(3, 0)$, $(1, 0)$

ג. עלייה: $x > 3$ ד. ירידה: $x < 1$ ה. לא.



(7) א. (1) עלייה: $x > -2$ ירידה: $x < -2$

א. (2) $x_{\min} = -2$ ב. $f(x) = x^4 - 6x^2 + 8x + 14$ ג. $(-2, -10)$, $(1, 17)$

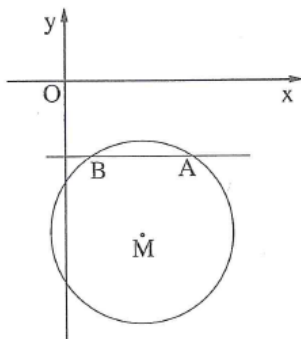
(8) א. $10 - x$ ב. $x = 3$ ג. 33.125%

בגרות קיץ 2014 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) רוכב אופניים יצא מיישוב A, ורכב במהירות קבועה ליישוב B. הרוכב הגיע ליישוב B, וחזר מיד ליישוב A. המרחק בין יישוב A ליישוב B הוא 30 ק"מ. מהירות הרוכב בדרכו חזרה ליישוב A הייתה קטנה ב-3 קמ"ש מהמהירות שלו בדרכו ליישוב B. זמן הרכיבה בחזרה ליישוב A היה ארוך ב-50 דקות מזמן הרכיבה ליישוב B.
- א. מצא את המהירות של רוכב האופניים בדרכו ליישוב B.
- ב. מצא באיזה מרחק מיישוב B היה הרוכב כעבור $3\frac{1}{2}$ שעות מרגע היציאה מיישוב A.



- (2) הישר $y = -3$ חותך מעגל בנקודות A ו-B (ראה ציור).

הנקודה A נמצאת גם על הישר: $y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$.

- א. מצא את השיעורים של הנקודה A.
- ב. נתון כי מרכז המעגל הוא $M(3, -6)$. מצא את משוואת המעגל.
- ג. מצא את שטח המרובע OAMB (O – ראשית הצירים).

(3) בעיר גדולה ערכה מחלקת החינוך סקר שהשתתפו בו כל המורים המלמדים במוסדות החינוך בעיר. המורים נשאלו באיזו שעה הם מעדיפים להתחיל את יום הלימודים : בשעה 8:00 או בשעה 9:00.

$\frac{1}{5}$ מן המשתתפים בסקר הן נשים שמעדיפות להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

$\frac{1}{4}$ מן הנשים שהשתתפו בסקר מעדיפות להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

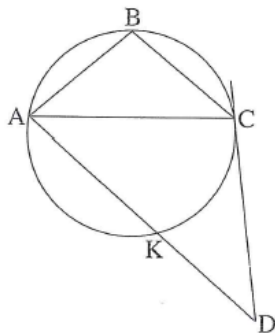
$\frac{1}{2}$ מן הגברים שהשתתפו בסקר מעדיפים להתחיל את הלימודים בשעה 8:00.

- א. מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי מורה (גבר / אישה). מהי ההסתברות שהוא מעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 8:00?
- ב. מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי מורה (גבר / אישה) שמעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 9:00. מהי ההסתברות שנבחרה אישה?
- ג. מבין המשתתפים בסקר בוחרים באקראי 5 מורים (גברים / נשים). מהי ההסתברות שבדיוק אחד מהם מעדיף להתחיל את הלימודים בשעה 9:00?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) משולש שווה-שוקיים (קהה-זווית) ABC ($AB = BC$)

חסום במעגל. הישר CD משיק למעגל בנקודה C .

נתון כי $AD \parallel BC$ (ראה ציור).

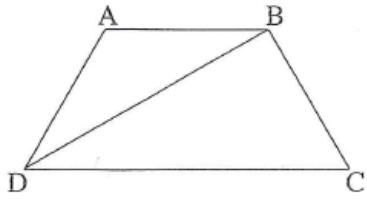
א. הוכח כי משולש ACD הוא

משולש שווה-שוקיים.

AD חותך את המעגל בנקודה K . הוכח:

ב. $\angle CKD = \angle ABC$.

ג. $\triangle ABC \cong \triangle CKD$.



(5) ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים

($AB < DC$, $AB \parallel DC$) (ראה ציור).

נתון: $\angle ABD = \alpha$, $AD = AB = BC = m$.

א. נתון כי שטח המשולש DAB הוא: $\frac{m^2 \sqrt{3}}{4}$.

מצא את α .

ב. נתון כי שטח הטרפז ABCD הוא: $27\sqrt{3}$.

מצא את m .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של

פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה $f(x) = 1 - \frac{1}{(x-5)^2}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.

(3) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(4) מצא את הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x < 5$,

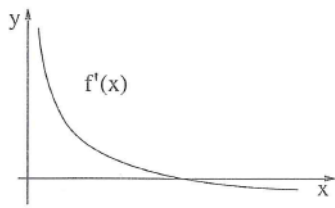
ומצא את הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $x > 5$.

ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ג. העבירו ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 4$.

מצא את השיעורים של נקודות החיתוך של המשיק עם האסימפטוטות

של הפונקציה $f(x)$.



7) בציור שלפניך מוצג גרף של פונקציה

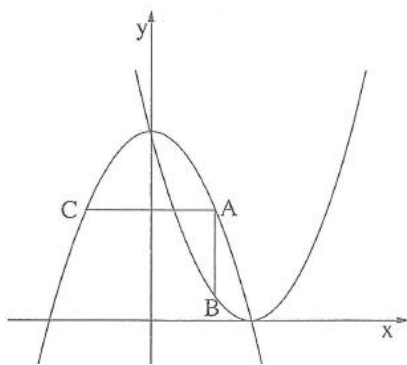
$$\text{הנגזרת: } f'(x) = \frac{4}{\sqrt{x}} - 1, x > 0.$$

א. מצא את שיעור ה- x של נקודת החיתוך של $f'(x)$ עם ציר ה- x .

ב. מצא את שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה. נמק.

ג. ידוע כי שיעור ה- y של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$ הוא 0. מצא את $f(x)$.

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי הישר $x = 4$, על ידי הישר $x = 25$ ועל ידי ציר ה- x .



8) בציור שלפניך מוצגים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = -x^2 + 9 \text{ ו- } g(x) = (x-3)^2$$

הנקודה A נמצאת ברביע הראשון על גרף הפונקציה $f(x)$.

מהנקודה A העבירו שני ישרים:

ישר אחד, המקביל לציר ה- y וחותר את גרף

הפונקציה $g(x)$ בנקודה B, וישר אחר, המקביל

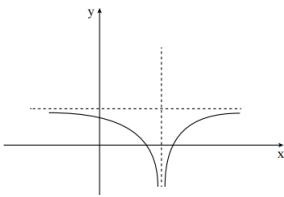
לציר ה- x וחותר את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה C (ראה ציור).

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

א. הבע באמצעות t את השיעורים של הנקודות A, B ו-C.

ב. מצא את הערך של t שעבורו שטח המשולש ABC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

- (1) א. 12 קמ"ש. ב. 9 קמ"ש.
- (2) א. $(5, -3)$ ב. $(x-3)^2 + (y+6)^2 = 13$ ג. 12 יח"ר.
- (3) א. 0.3 ב. $\frac{6}{7}$ ג. 0.02835.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
- (5) א. 30° ב. 6.
- (6) א. $x \neq 5$ (1) (2) $y = 1, x = 5$ (3) $(0, \frac{24}{25})$, $(4, 0)$, $(6, 0)$
- (4) הסימן של $f'(x)$: שלילי בתחום $x < 5$; חיובי בתחום $x > 5$.
- ב. $(3.5, 1)$, $(5, -2)$.
- 
- (7) א. $x = 16$ ב. $x_{\max} = 16$ ג. $f(x) = 8\sqrt{x} - x - 16$
- ד. 5.
- (8) א. $A(t, -t^2 + 9)$, $B(t, (t-3)^2)$, $C(-t, -t^2 + 9)$ ב. $t = 2$.

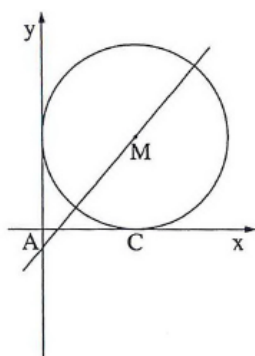
בגרות קיץ 2014 מועד ג':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) רמי ויוסי קנו מחברות זהות באותה החנות. רמי קנה מספר מסוים של המחברות. אילו רמי היה קונה מחברת אחת יותר משקנה, היה משלם סך הכול 80 שקלים. יוסי קנה 5 מחברות יותר ממספר המחברות שקנה רמי, וקיבל הנחה של 15% על כל מחברת. יוסי שילם סך הכול 10 שקלים יותר מהסכום ששילם רמי עבור המחברות שקנה. מצא את הסכום ששילם רמי עבור המחברות שקנה.



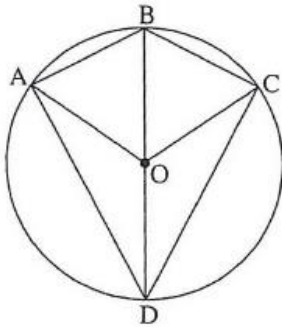
- (2) נתון מעגל המשיק לצירים.
נקודה C היא נקודת ההשקה עם ציר ה- x .
מרכז המעגל M מונח על ישר שמשוואתו: $y = 1.2x - 1$.
הישר חותך את ציר ה- y בנקודה A (ראה ציור).
א. (1) מצא את השיעורים של מרכז המעגל M.
(2) רשום את משוואת המעגל.
ב. דרך הנקודה C העבירו מקביל לישר AM.
המקביל חותך את ציר ה- y בנקודה E.
מצא את שטח המרובע AMCE.

- (3) יוסי ואורי מתמודדים ביניהם בתחרות שש-בש. בתחרות 6 משחקים. מי שמנצח ביותר משחקים הוא המנצח בתחרות. בכל משחק בודד מנצח אחד מהם. (אין תיקו במשחק בודד). ההסתברות שיוסי ינצח במשחק בודד היא 0.5. (בכל משחק יש ליוסי אותה הסתברות לנצח).
א. מהי ההסתברות שיוסי ינצח בתחרות?
ב. מהי ההסתברות שאחד מהם ינצח בתחרות?
ג. מהי ההסתברות שהתחרות תסתיים בתיקו?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) מרובע ABCD חסום במעגל שמרכזו O.

BD הוא קוטר במעגל (ראה ציור).

נתון: $\angle AOB = \angle COB = \alpha$.

א. הוכח כי BD חוצה זווית ADC.

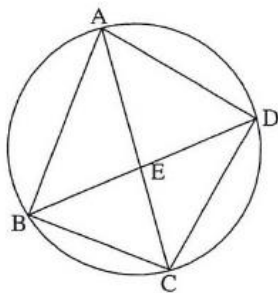
ב. (1) הבע באמצעות α את $\angle ABC$.

(2) האם אפשר לחסום במעגל את

המרובע ABCO? נמק.

ג. נתון: $\angle AOC = 120^\circ$.

הוכח כי המרובע ABCO הוא מעוין.



(5) מרובע ABCD חסום במעגל (ראה ציור).

נתון: $\angle ABC = 90^\circ$, $AB = 8$ ס"מ.

רדיוס המעגל הוא 5 ס"מ.

א. חשב את גודל הזווית BDC.

ב. נתון גם: $DC = 7$ ס"מ.

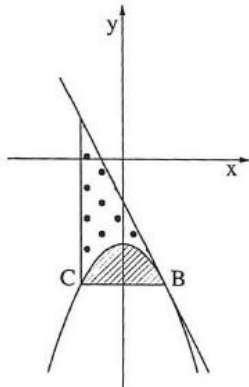
אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.

(1) חשב את גודל הזווית DBC.

(2) חשב את AE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



6 נתונה הפונקציה $f(x) = -x^2 - 2$.

B ו-C הן נקודות על גרף הפונקציה כך ש-BC מקביל לציר ה-x. הנקודה B נמצאת ברביע הרביעי. דרך הנקודה B העבירו משיק לגרף הפונקציה (ראה ציור). המשיק מקביל לישר $y = -2x + 1$.

א. מצא את משוואת המשיק.

ב. דרך הנקודה C העבירו אנך ל-BC (ראה ציור).

S_1 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$

ועל ידי הישר BC (השטח המקווקו בציור).

S_2 הוא השטח המוגבל על ידי הגרף של $f(x)$,

על ידי המשיק ועל ידי האנך (השטח המנוקד בציור).

מצא את היחס $\frac{S_1}{S_2}$.

7 הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x שונה מ-1.

נתון כי פונקציית הנגזרת של $f(x)$ היא: $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x-1)^2}$.

הישר $y = 3$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המינימום שלה.

א. מצא את השיעורים של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.

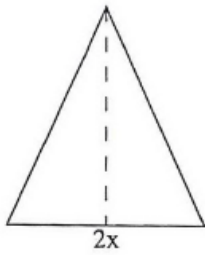
ב. מצא את הפונקציה $f(x)$, ואת השיעורים של נקודת המקסימום שלה.

ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ המקביל למשיק $y = 3$.

שני המשיקים יוצרים מלבן עם ציר ה-y ועם האסימפטוטה האנכית

של הפונקציה $f(x)$. מצא את שטח המלבן.



8 נתון משולש שווה-שוקיים שהיקפו 30 ס"מ.

א. סמן ב- $2x$ את בסיס המשולש, והבע באמצעות x את גובה המשולש לבסיס.

ב. מה צריך להיות x כדי ששטח המשולש יהיה מקסימלי?

ג. הראה כי המשולש שיש לו שטח מקסימלי הוא משולש שווה-צלעות.

תשובות סופיות:

1 75 נח.

2 א. (1) $M(5,5)$ (2) $(x-5)^2 + (y-5)^2 = 25$ ב. 25 יח"ר.

3 א. $\frac{11}{32} = 0.34375$ ב. $\frac{11}{16} = 0.6875$ ג. $\frac{5}{16} = 0.3125$

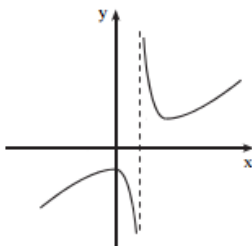
4 א. הוכחה. ב. (1) $180^\circ - \alpha$ ג. הוכחה. (2) לא.

5 א. 36.87° ב. (1) 44.43° (2) 5.763 ס"מ.

6 א. $y = -2x - 1$ ב. $\frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{2}$

7 א. (2,3) ב. $f(x) = x + \frac{1}{x-1}$, (0,-1) ג.

ד. 4 יח"ר.



8 א. $\sqrt{225-30x}$ ב. $x=5$

ג. כל הצלעות שוות ל-10 ס"מ במשולש המקסימלי.

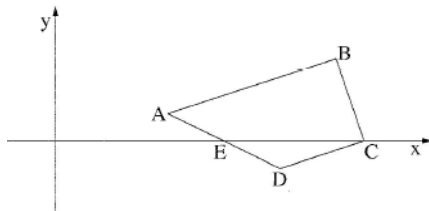
בגרות חורף 2015:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) בתחילת השנה מחיר ספה היה גדול ב-1500 שקל ממחיר כורסה. בסוף השנה עלה מחיר הספה ב-8%, ומחיר הכורסה ירד ב-10%. מחיר הספה עלה באותו הסכום שהמחיר של 2 כורסאות ירד.
א. מצא את מחיר הספה, ואת מחיר הכורסה לפני שינוי המחירים.
ב. משה קנה בסוף השנה 3 כורסאות וספה אחת. בכמה אחוזים קטן הסכום ששילם עבור הקניה שלו מהסכום שהיה משלם לפני שינוי המחירים?



- (2) במרובע ABCD הקדקוד C נמצא על ציר ה-x (ראה ציור).
נתון: $\angle BCD = 90^\circ$, $AB \parallel DC$, $B(10, 3)$, $A(4, 1)$.
א. מצא את השיעורים של הקדקוד C.
הישר AD עובר דרך הנקודה $E(6, 0)$.
ב. האם הנקודה E היא אמצע הצלע AD? נמק.
ג. האם EC הוא קוטר במעגל החוסם את המשולש EDC? נמק.

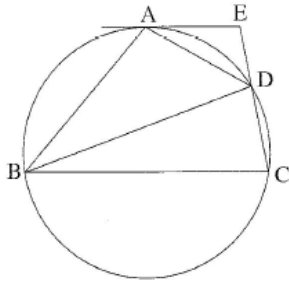
- (3) בשקית א' יש 7 מטפחות צהובות ו-5 מטפחות אדומות. בשקית ב' יש 10 מטפחות: חלקן צהובות והשאר אדומות. הוציאו באקראי מטפחת אחת משקית א' ומטפחת אחת משקית ב'. ההסתברות ששתי המטפחות צהובות היא $\frac{7}{40}$.

- א. כמה מטפחות צהובות היו בשקית ב' ?
ב. מחזירים כל מטפחת לשקית שממנה הוציאו אותה, ומוציאים באקראי מטפחת משקית א' ומטפחת משקית ב'. ידוע כי המטפחות שהוצאו הן בצבעים שונים. מהי ההסתברות שהמטפחת שהוצאה משקית ב' היא צהובה?
ג. מחזירים שוב כל מטפחת לשקית שממנה הוציאו אותה. בוחרים באקראי שקית, ומוציאים ממנה באקראי בלי החזרה שתי מטפחות. מהי ההסתברות ששתי המטפחות הן אדומות?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



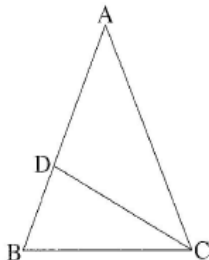
- (4) המרובע ABCD חסום במעגל.
 בנקודה A העבירו משיק למעגל.
 המשיק נפגש עם המשך CD בנקודה E (ראה ציור).
 נתון: $\angle EDB$ חוצה-זווית EDB.
 א. הוכח כי $\triangle AED \sim \triangle BAD$.
 נתון גם כי שטח המשולש BAD גדול פי 4 משטח המשולש AED.

ב. חשב פי כמה גדול היקף המשולש BAD מהיקף המשולש AED.

ג. נתון גם כי $AD = a$.

(1) הבע באמצעות a את האורך של BD.

(2) מצא את היחס $\frac{BD}{DE}$



- (5) במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) נקודה D נמצאת על השוק AB (ראה ציור).
 נתון: $\angle BAC = \alpha$, שטח המשולש ABC הוא 12.5 סמ"ר.
 א. הבע באמצעות α את אורך השוק של המשולש ABC.

נתון גם: $\alpha = 44^\circ$, $BD = 2$ ס"מ.

ב. מצא את האורך של DC.

ג. מצא את גודל הזווית BCD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

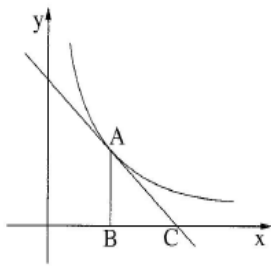
ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2}{x^2 - x}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.
- (3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת: $g(x) = f(x) - 2$.
- הסתמך על סעיף א, וענה על התת-סעיפים שלפניך.
- (1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $g(x)$?
- (2) מה הם השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ (אם יש כאלה)?
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

7 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} + 2$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- (2) האם גרף הפונקציה חותך את הצירים? נמק.
- (3) על פי התת-סעיפים הקודמים סרטט סקיצה של גרף הפונקציה, אם נתון כי הפונקציה יורדת בכל תחום ההגדרה שלה.
- ב. (1) הוסף לסקיצה שסרטטת את הישר $y = 3x + 2$, ואת הישר $x = 4$.
- (2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$,
- על ידי שני הישרים שהוספת, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y .



(8) בציור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x}$

ברביע הראשון.

דרך הנקודה A שעל גרף הפונקציה העבירו

משיק לגרף הפונקציה, והעבירו אנך לציר ה- x .

המשיק חותך את ציר ה- x בנקודה C,

והאנך חותך את ציר ה- x בנקודה B (ראה ציור).

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

א. (1) הבע באמצעות t את שיפוע המשיק.

(2) הבע באמצעות t את משוואת המשיק.

(3) הבע באמצעות t את האורך של הקטע BC.

ב. מצא את הערך של t שעבורו סכום

הקטעים $AB + BC$ הוא מינימלי.

תשובות סופיות:

(1) א. ספה : 2500 ₪, ב. כורסה : 1000 ₪, ג. ב- 1.818% .

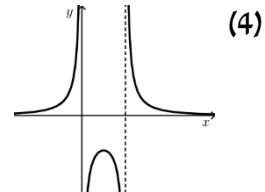
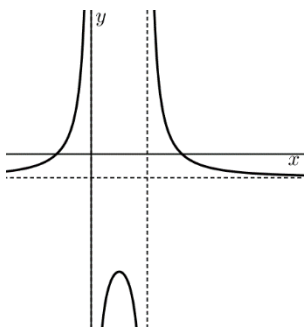
(2) א. $C(11,0)$, ב. כן. ג. לא.

(3) א. 3 , ב. $\frac{15}{64}$, ג. $\frac{17}{55}$.

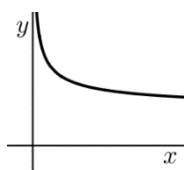
(4) א. הוכחה. ב. פי 2. ג. $2a$ (1) , 4 (2) .

(5) א. $\frac{5}{\sqrt{\sin \alpha}}$, ב. 4.18 ס"מ. ג. 26.34° .

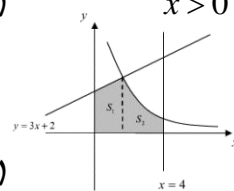
(6) א. (1) $x \neq 1$, $x \neq 0$, (2) $y = 0$, $x = 1$, $x = 0$, (3) $\max\left(\frac{1}{2}, -8\right)$.



ב. (1) $y = -2$, $x = 1$, $x = 0$, (2) $\max\left(\frac{1}{2}, -10\right)$, (3) .



(7) א. (1) $x > 0$, (2) לא. (3) .



ב. (1) , (2) 15.5 יח"ר.

$$\begin{array}{llll}
 \cdot \quad t=2 \quad \cdot \mathbf{1} & \text{BC} = t \quad \mathbf{(3)} & y = \frac{-4}{t^2} x + \frac{8}{t} \quad \mathbf{(2)} & \frac{-4}{t^2} \quad \mathbf{(1)} \cdot \mathbf{N} \quad \mathbf{(8)}
 \end{array}$$

בגרות קיץ 2015 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתון מלבן שרוחבו x ס"מ, ואורכו גדול פי 1.2 מרוחבו. הגדילו את אורך המלבן ב-10%, והקטינו את רוחב המלבן ב-10%. התקבל מלבן חדש.

- א. (1) הבע באמצעות x את שטח המלבן החדש.
(2) בכמה אחוזים השתנה השטח של המלבן הנתון?
ב. R הוא הרדיוס של המעגל החוסם את המלבן הנתון. נתון כי $R = \sqrt{61}$ (ס"מ). מצא את שטח המלבן החדש.

(2) נתון כי מעגל, שמשוואתו $(x-3)^2 + (y+k)^2 = 25$, עובר דרך ראשית הצירים. k הוא פרמטר.

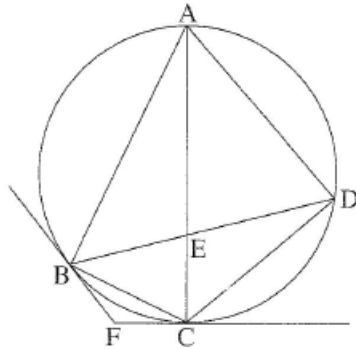
- א. (1) מצא את שני הערכים של k .
(2) רשום את המשוואות של שני המעגלים המתאימים לערכים של k שמצאת.
ב. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של כל אחד משני המעגלים.
ג. סרטט את שני המעגלים במערכת צירים אחת.
ד. הישר $x = a$ משיק לשני המעגלים, $a > 0$.
(1) מצא את a .
(2) מה הם השיעורים של נקודות ההשקה?

(3) בקופסה I יש 3 כדורים אדומים ו-6 כדורים ירוקים.
בקופסה II יש 12 כדורים אדומים ו-4 כדורים ירוקים.
בוחרים באקראי קופסה, ומוציאים ממנה 2 כדורים זה אחר זה (ללא החזרה).
א. מהי ההסתברות ש-2 הכדורים יהיו באותו צבע?
ב. מהי ההסתברות ש-2 הכדורים יהיו בצבעים שונים?
ג. ידוע כי 2 הכדורים היו באותו צבע.
מהי ההסתברות שהם הוצאו מקופסה I?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) מרובע חסום במעגל.

אלכסוני המרובע נפגשים בנקודה E.

העבירו משיק למעגל בנקודה B

ומשיק למע ABCD גל בנקודה C.

המשיקים נפגשים בנקודה F (ראה ציור).

נתון $\angle ABC = 90^\circ$.

א. (1) הוכח: $\angle ADB + \angle FBC = 90^\circ$.

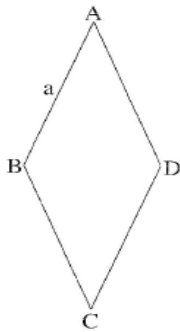
(2) הוכח: $\angle BFC = 2 \cdot \angle ADB$.

ב. (1) הוכח: $\triangle BEC \sim \triangle AED$.

(2) נתון גם: $AE = 7$, $BE \cdot DE = 21$.

מצא את קוטר המעגל.

הערה: הפתרון של סעיף ב אינו תלוי בפתרון של סעיף א.



(5) במעוין ABCD שצלעו a (ראה ציור)

נתון: $\angle BAD = 2\alpha$, $\angle BAD < 90^\circ$.

א. (1) הבע את AC ואת BD באמצעות a ו- α .

(2) נתון גם: $AC \cdot BD = a^2$. מצא את α .

ב. נתון גם כי רדיוס המעגל החוסם את

המשולש ABD הוא 10 ס"מ.

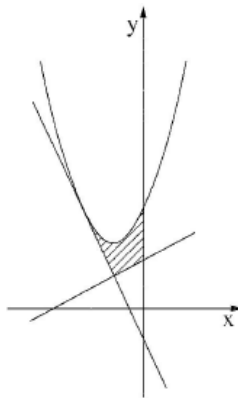
מצא את שטח המעוין ABCD (ערך מספרי).

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x^2}$

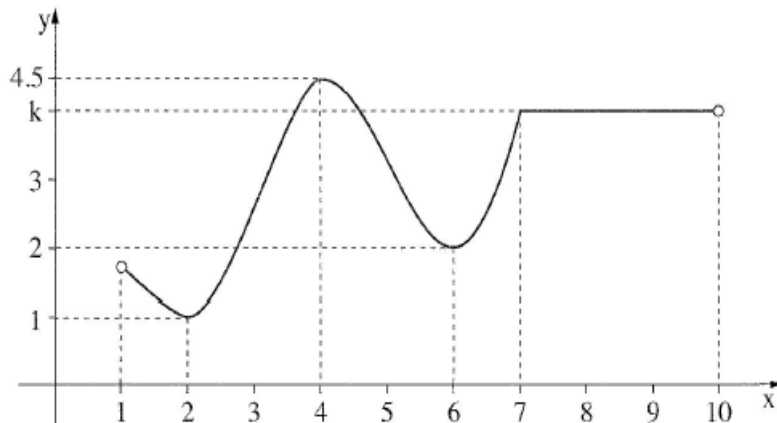
- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
- מצא את השיעורים של נקודת הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגה.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- נתון כי הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g'(x) = f(x)$.
($g'(x)$ ו- $g(x)$ מוגדרות באותו תחום).
העבירו משיקים לגרף הפונקציה $g(x)$ המקבילים לציר ה- x .
מה הם שיעורי ה- x של נקודות ההשקה של המשיקים האלה? נמק.



(7) נתונה הפונקציה $f(x) = x^2 + ax + b$.

- a ו- b הם פרמטרים.
הישר $y = -2x - 1$ משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה $x = -2$ (ראה ציור).
א. מצא את הערך של a ואת הערך של b .
הצב $a = 2$ ו- $b = 3$ וענה על סעיף ב.
- מצא את השטח, המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק, על ידי הישר $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ ועל ידי ציר ה- y (השטח המקווקו בציור).

8) בציור שלפניך מוצג גרף של הפונקציה $f(x)$ בתחום $1 < x < 10$:



הסתמך על הגרף של $f(x)$ ועל הערכים הרשומים על הצירים, וענה על הסעיפים א, ב, ג, ד.

א. מצא עבור אילו ערכים של x השונים מ-7 מתקיים :

(1) $f'(x) < 0$. נמק.

(2) $f'(x) > 0$. נמק.

(3) $f'(x) = 0$. נמק.

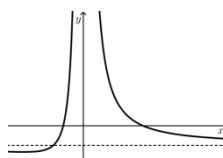
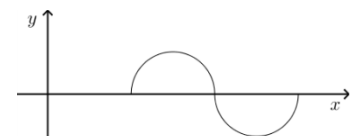
ב. נתון : $\int_7^9 k dx = 8$, הוא הפרמטר המסומן על ציר ה- y בציור.

מצא את הערך של הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 9$.

ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $2 \leq x \leq 6$.

ד. מצא את השטח המוגבל על ידי הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x , בתחום $2 \leq x \leq 4$ (ערך מספרי).

תשובות סופיות:

- (1) א. $1.188x^2$ (1) ב. 118.8 סמ"ר. (2) 1%
- (2) א. $k = \pm 4$ (1) ב. $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$, $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 25$ (2) ג. $(6,0)$, $(0,-8)$, $(0,0)$; $(6,0)$, $(0,8)$, $(0,0)$.
- ד. $a = 8$ (1) (2) $(8,-4)$, $(8,4)$ ג. $\frac{5}{11}$.
- (3) א. $\frac{11}{20} = 0.55$ ב. $\frac{9}{20} = 0.45$ ג. $\frac{5}{11}$.
- (4) א. (1) הוכחה. א. (2) הוכחה. ב. (1) הוכחה. ב. (2) 10.
- (5) א. (1) $BD = 2a \sin \alpha$, $AC = 2a \cos \alpha$ א. (2) 15° ב. 186.602 סמ"ר.
- (6) א. $x \neq 0$ ב. $y = -1$, $x = 0$ ג. $(-1,0)$, $(3,0)$ ו. $x = 3$, $x = -1$.
- ד. $\min\left(-3, -\frac{4}{3}\right)$ ה.  ב. $1\frac{5}{12}$.
- (7) א. $b = 3$, $a = 2$ ג. $1\frac{5}{12}$.
- (8) א. (1) $1 < x < 2$ או $4 < x < 6$ א. (2) $2 < x < 4$ או $6 < x < 7$.
- א. (3) 2 , 4 , 6 , $7 < x < 10$ ב. 4 ד. 3.5 .
- ג. 

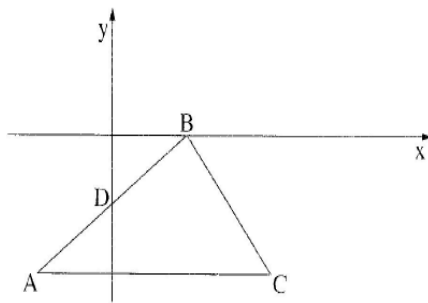
בגרות קיץ 2015 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) בסוף העונה קנתה דנה שלושה פריטי לבוש: חולצה, חצאית ומכנסיים. לפני סוף העונה היה המחיר של החולצה x שקלים, המחיר של החצאית היה גבוה ב-40 שקל מהמחיר של החולצה, והמחיר של המכנסיים היה פי 2 ממחיר החולצה. נתון כי המחיר של המכנסיים היה הגבוה ביותר מבין שלושת המחירים.
- א. בסוף העונה קיבלה דנה הנחה של 30% עבור פריט הלבוש הזול ביותר, הנחה של 20% עבור פריט הלבוש היקר ביותר והנחה של 25% עבור פריט הלבוש השלישי. דנה שילמה עבור שלושת הפריטים 274 שקלים. מה היה מחיר המכנסיים לפני סוף העונה?
- ב. בכמה אחוזים היה המחיר הכולל של שלושת הפריטים בסוף העונה נמוך ממחירם הכולל לפני סוף העונה?



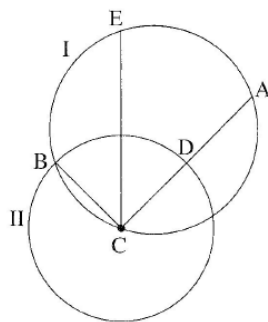
- (2) נתון משולש ישר-זווית שבו $\angle ABC = 90^\circ$. הצלע AB מונחת על הישר $3x - 4y = 12$. הישר חותך את ציר ה- x בנקודה B ואת ציר ה- y בנקודה D. הצלע AC מקבילה לציר ה- x . הנקודה D היא אמצע הצלע AB (ראה ציור).
- א. מצא את משוואת הצלע AC.
- ב. מצא את השיעורים של הנקודה C.
- ג. תן כי המרובע BACF הוא מקבילית ($BF \parallel AC$, $AB \parallel CF$).
- ד. מצא את השטח של המקבילית BACF.

- (3) שניים מהלומדים (בנים / בנות) באוניברסיטה גדולה מועמדים לתפקיד של יושב ראש אגודת הסטודנטים באוניברסיטה. 40% מהלומדים הם בנים, והשאר בנות. $\frac{3}{4}$ מהבנים תומכים במועמד א', והשאר תומכים במועמד ב'. $\frac{1}{3}$ מהבנות תומכות במועמד ב', והשאר תומכות במועמד א'.
- א. מצא את אחוז התומכים במועמד א'.
- ב. מבין הלומדים נבחר באקראי תומך במועמד א' (בן / בת). מהי ההסתברות שנבחרה בת?
- ג. בחרו באקראי 4 לומדים באוניברסיטה (בנים / בנות). מהי ההסתברות שיותר ממחציתם תומכים במועמד א'?

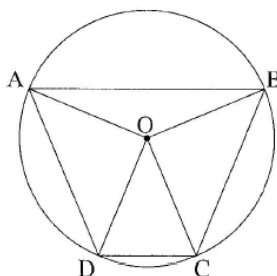
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) נקודה B היא אחת מנקודות החיתוך של שני מעגלים, I ו-II. נקודה C היא מרכז המעגל II, והיא נמצאת על המעגל I. הנקודות A ו-E נמצאות על המעגל I כך ש- $\widehat{EB} = \widehat{EA}$. המיתר AC חותך את המעגל II בנקודה D (ראה ציור).
- א. הוכח: $\triangle EBC \cong \triangle EDC$.
- ב. המיתר EC חותך את המיתר AB בנקודה F. הוכח: $\triangle EBF \sim \triangle ECD$.



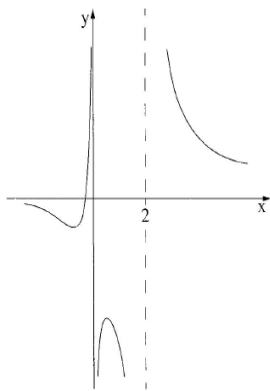
- (5) טרפז ABCD ($AB \parallel DC$) חסום במעגל שמרכזו O ורדיוסו R (ראה ציור). נתון: $\angle AOB = 135^\circ$, $\angle DOC = 45^\circ$.
- א. (1) מצא את $\angle BOC$.
(2) מצא את $\angle BAD$.
- ב. נתון כי גובה הטרפז הוא 13.065 ס"מ. מצא את R.
- ג. הראה כי שטח המשולש AOB שווה לשטח המשולש DOC.
- ד. מצא את שטח הטרפז ABCD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה $f(x) = 8(2x-1)^3$ המוגדרת לכל x .

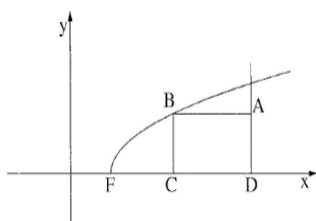
- א. מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- ב. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ג. הגרף של הפונקציה $g(x)$ הוא קו ישר. ישר זה עובר דרך נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- 1) מצא את משוואת הישר.
- 2) מצא את הערך של $g(1/4)$ ואת הערך של $f(1/4)$.
- 3) מצא את השטח הרביעי הרביעי, המוגבל על ידי הישר ועל ידי גרף הפונקציה $f(x)$.



7 בצור שלפניך מוצג הגרף של הפונקציה: $f(x) = \frac{4x+1}{ax^2-2x}$

a הוא פרמטר.

- א. מצא את הערך של a .
- הצב $a=1$, וענה על הסעיפים ב, ג, ד.
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ד. 1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לצירים של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?
- 2) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ בתחום $0 < x < 2$.



(8) הקדקוד B של המלבן ABCD נמצא על גרף

$$f(x) = \sqrt{2x-4}$$

הצלע AD מונחת על הישר $x=10$

והצלע DC מונחת על ציר ה- x . (ראה ציור).

א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה B

כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי?

ב. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את ציר ה- x בנקודה F (ראה ציור).

מצא את שטח המשולש BFC כאשר שטח המלבן ABCD הוא

מקסימלי. (הערה: תוכל להשאיר שורש בתשובתך).

תשובות סופיות:

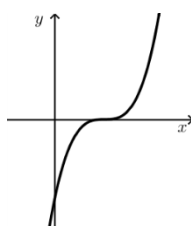
(1) א. 160 ש. ב. 23.89%

(2) א. $y = -6$ ב. $(8.5, -6)$ ג. $(16.5, 0)$ ד. 75 יח"ר.

(3) א. 70% ב. $\frac{4}{7}$ ג. 0.6517

(4) א. הוכחה. ב. הוכחה.

(5) א. 90° (1) ב. 67.5° (2) ג. 10 ס"מ. ד. 170.71 סמ"ר.

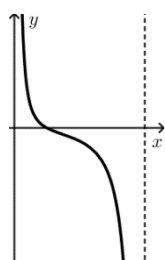
(6) א. $(1, 0)$, $(\frac{1}{2}, 0)$, $(0, -8)$ (2) עלייה: כל x , ירידה: אין. ב. 

$$y = 16x - 8 \quad (1) \quad g\left(\frac{1}{4}\right) = -4, \quad f\left(\frac{1}{4}\right) = -1 \quad (2)$$

(3) 1 יח"ר.

(7) א. $a=1$ ב. $x \neq 0, x \neq 2$

ג. עלייה: $0 < x < \frac{1}{2}$ או $-1 < x < 0$; ירידה: $x > 2$ או $\frac{1}{2} < x < 2$ או $x < -1$.



(2)

$$y = 0, x = 0, x = 2 \quad (1) \quad ד.$$

(8) א. $(4\frac{2}{3}, 2.31)$ ב. 3.08 יח"ר.

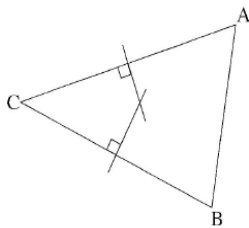
בגרות חורף 2016:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) יוסי תכנן טיול למספר מסוים של ימים בהוצאה כוללת של 1400 שקלים. הוא תכנן להוציא בכל יום את אותו סכום כסף.
ב-5 הימים הראשונים הייתה ההוצאה ליום כפי שתכנן, אבל אחר כך גדלה ההוצאה ליום ב-100 שקלים, והטיול התארך ביום אחד. לבסוף הוציא יוסי עבור הטיול 1900 שקלים סך הכול.
א. מצא לכמה ימים תוכנן הטיול, ומה הייתה ההוצאה המתוכננת ליום.
ב. בכמה אחוזים גדלה ההוצאה ליום (לאחר 5 הימים הראשונים) לעומת ההוצאה המתוכננת ליום?



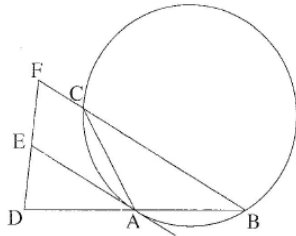
- (2) נתון משולש ABC (ראה ציור).
שניים מקדקודי המשולש הם: $C(-2, 2)$, $B(6, -2)$.
א. מצא את משוואת האנך אמצעי לצלע BC.
משוואת האנך האמצעי לצלע AC היא $y = -3x + 11$.
ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את משולש ABC.
ג. (1) האם האנך האמצעי לצלע AC עובר דרך הקדקוד B? נמק.
(2) האם $BA = BC$? נמק.

- (3) בקופסה יש כדורים בשלושה צבעים:
2 כדורים אדומים, 2 כדורים כחולים, 1 כדור לבן.
מוציאים מהקופסה שני כדורים בלי החזרה.
א. מהי ההסתברות להוציא שני כדורים בשני צבעים שונים?
ב. ידוע שהוצאו שני כדורים בשני צבעים שונים.
מהי ההסתברות שאחד הכדורים הוא לבן והאחר הוא אדום?
ג. מהי ההסתברות שאחרי הוצאת שני הכדורים יישארו בקופסה כדורים בשלושה הצבעים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

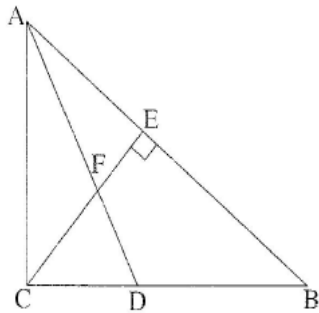


4) משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$) חסום במעגל.

נקודה D נמצאת על המשך הצלע AB כך ש- $DA = AB$.
נקודה F נמצאת על המשך הצלע BC . דרך הנקודה A
העבירו משיק למעגל החותך את FD בנקודה E
(ראה ציור).

א. הוכח כי AE הוא קטע אמצעים במשולש BDF .

ב. הוכח כי $(DC \perp BC)$.



5) נתון משולש ישר-זווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$).

CE הוא גובה ליתר, ו- AD הוא חוצה-זווית CAB .

CE ו- AD נפגשים בנקודה F (ראה ציור).

נתון: $AC = 10$ ס"מ, $\angle CAB = 50^\circ$.

א. מצא את שטח המשולש CFD .

ב. (1) מצא את האורך של הקטע FB .

(2) היעזר בתת-סעיף ב (1), ומצא את האורך

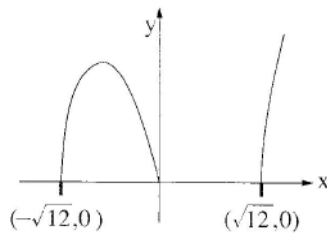
של רדיוס המעגל החוסם את

המשולש FEB .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- 6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \sqrt{ax^3 - 12x}$, a הוא פרמטר.
תחום ההגדרה של הפונקציה הוא: $x \geq \sqrt{12}$, $x \leq -\sqrt{12}$ (ראה ציור).



א. על פי הערכים שבגרף, מצא את הערך של a .

הצב $a=1$, וענה על הסעיפים ב, ג, ד.

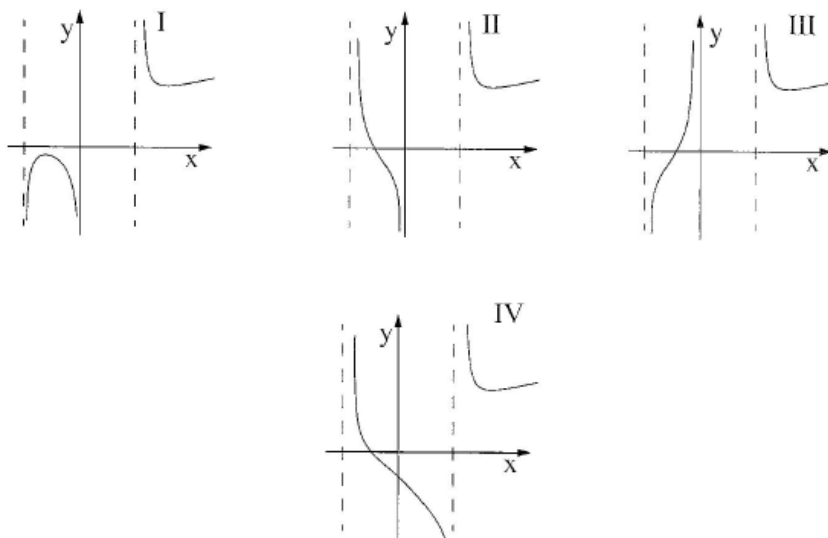
ב. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא עבור אילו ערכים של k יש רק פתרון אחד למשוואה $f(x) = k$.

(1) מה הן האסימפטוטות המאונכות לציר ה- x של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

(2) איזה מן הגרפים IV-I שלפניך הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$?

נמק.



7 נתונות שתי פונקציות : $f(x) = -x^2 + 16$, $g(x) = -x^2 - ax$.
 a הוא פרמטר.

א. (1) ישר המקביל לציר ה- x משיק לגרף הפונקציה $f(x)$.
מצא את משוואת הישר.

(2) הישר, שאת משוואתו מצאת, משיק גם לגרף הפונקציה $g(x)$.
בנקודה שבה $x = -4$.

הצב $a = 8$, וענה על הסעיפים ב ו- ג.

ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$.
ושל גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.

(2) סרטט באותה מערכת צירים סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
וסקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את החלק השלילי של ציר ה- x בנקודה A .
גרף הפונקציה $g(x)$ חותך את החלק השלילי של ציר ה- x בנקודה B .
מצא את השטח (ברביע השני) המוגבל על ידי הגרפים של שתי
הפונקציות ועל ידי הקטע AB.

8 נתון משולש שווה-צלעות שאורך צלעו x ס"מ, ונתון ריבוע.
סכום ההיקפים של הריבוע ושל המשולש שווה-הצלעות הוא 9 ס"מ.

א. הבע באמצעות x את האורך של צלע הריבוע.

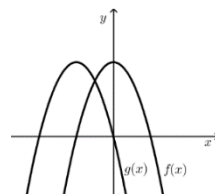
ב. (1) הבע באמצעות x את שטח המשולש ואת שטח הריבוע.

(2) מצא מה צריך להיות הערך של x , כדי שסכום השטחים של
הריבוע ושל המשולש יהיה מינימלי.

ג. כאשר סכום השטחים הוא מינימלי, לאיזה צורה היקף גדול יותר :
לריבוע או למשולש? נמק.
בתשובתיך תוכל להשאיר שלוש ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

תשובות סופיות:

- (1) א. 7 ימים, 200 ₪. ב. 50%.
- (2) א. $y = 2x - 4$. ב. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$. ג. (1) לא. (2) לא.
- (3) א. $\frac{4}{5}$. ב. $\frac{1}{4}$. ג. $\frac{2}{5}$.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה.
- (5) א. 8.329 סמ"ר. ב. (1) 9.609 סמ"ר. (2) 4.804 סמ"ר.
- (6) א. $a = 1$. ב. $\max(-2, 4)$. ג. $k > 4$.
- ד. (1) $x = -\sqrt{12}$, $x = \sqrt{12}$, $x = 0$. (2) גרף II.
- (7) א. (1) $y = 16$. (2) $a = 8$.
- ב. (1) עבור $f(x)$: $(-4, 0)$, $(0, 16)$, $(4, 0)$; עבור $g(x)$: $(-8, 0)$, $(0, 0)$.
- (2) ג. $58\frac{2}{3}$.
- (8) א. $2.25 - 0.75x$. ב. (1) $S_{\square} = (2.25 - 0.75x)^2$; $S_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4}x^2 = 0.433x^2$. (2) 1.695 ס"מ. ג. למשולש היקף גדול יותר.



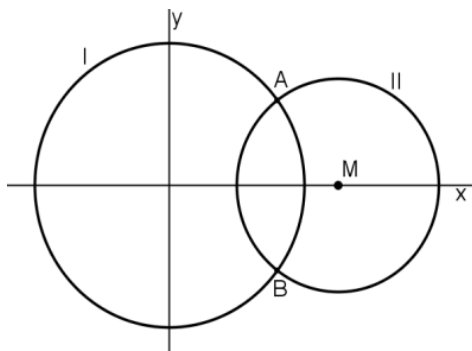
בגרות קיץ 2016 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) יבואן קנה מחשבים זהים במחיר של 1200 שקלים למחשב. הוא מכר את המחשבים לחנות במחיר זהה לכל מחשב, והרוויח על כל מחשב אחוז מסוים. בחנות מכרו את כל מחשב במחיר של 1728 שקלים, והרוויחו על כל מחשב אותו אחוז שהרוויח היבואן.
- א. מצא את אחוז הרווח של היבואן.
- ב. יוסי קנה מחשב ישירות מן היבואן, במחיר הגדול ב-42% ממחיר הקנייה של היבואן. האם שילם יוסי עבור המחשב פחות ממי שקנה מחשב זהה בחנות? נמק.



(2) נתונים שני מעגלים, I ו-II :

$$I: x^2 + y^2 = 36; II: (x - 7.5)^2 + y^2 = 20.25$$

המעגלים נחתכים בנקודות A ו-B.

A נמצאת ברביע הראשון (ראה ציור).

א. מצא את השיעורים של הנקודות A ו-B.

ב. דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל II.

מצא את משוואת המשיק.

ג. המשיק שמצאת בסעיף ב חותך את מעגל I בנקודה נוספת, C.

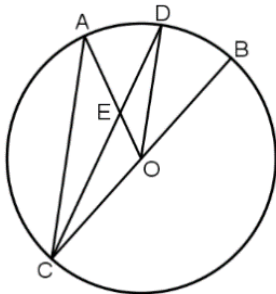
מצא את שטח המשולש ACM. M - מרכז מעגל II.

- (3) כדי להתקבל למדעי המחשב באוניברסיטה צריך לעבור מבחן כניסה. למבחן ניגשו בוגרי תיכון רבים: בוגרים שלמדו מחשבים בתיכון, ובוגרים שלא למדו מחשבים בתיכון. אחוז הנבחנים שלמדו מחשבים בתיכון היה גדול פי 3 מאחוז הנבחנים שלא למדו מחשבים. אחוז הנבחנים שעברו את המבחן היה גדול פי 4 מאחוז הנבחנים שנכשלו בו. אחוז הנבחנים שעברו את המבחן וגם למדו מחשבים היה 65%.
- א. מהי ההסתברות לבחור באקראי מבין הנבחנים בוגר תיכון שלא למד מחשבים ועבר את המבחן?
- ב. ידוע כי נבחן עבר את המבחן. מהי ההסתברות שהוא לא למד מחשבים בתיכון?
- ג. בוחרים באקראי שני נבחנים. מהי ההסתברות שלכל היותר אחד מהם עבר את המבחן?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

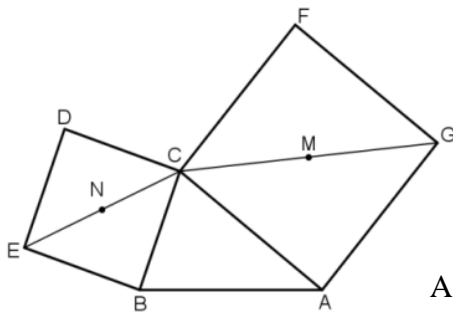
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
המיתר CD חותך את הרדיוס AO בנקודה E.
הנקודה D היא אמצע הקטע AB (ראה ציור).
נסמן $\angle ACD = \alpha$.

- א. (1) הוכח כי $\angle ACO = \angle AOD$.
(2) הוכח כי $AC \parallel DO$.

- ב. (1) הבע באמצעות α את גודל הזווית DAO.
(2) מצא מה צריך להיות הערך של α , כדי שהמרובע ACOD יהיה מקבילית. נמק.



- (5) נתון משולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$).
על השוק AC בנו ריבוע ACFG.
שאלכסוניו נחתכים בנקודה M.
על הבסיס BC בנו ריבוע BCDE.
שאלכסוניו נחתכים בנקודה N (ראה ציור).
נתון: $AB = AC = 6$ ס"מ, $BC = 4$ ס"מ.

- א. מצא את אורך האלכסון של הריבוע ACFG ואת אורך האלכסון של הריבוע BCDE.

- ב. מצא את הגודל של זווית הבסיס במשולש ABC.

- ג. הראה כי שטח המשולש BCM שווה לשטח המשולש ABN.

- ד. מצא את אורך הקטע AN.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{m-4x}{(x-1)^2}$, m הוא פרמטר.

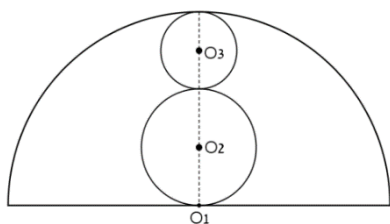
- לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון בנקודה שבה $x=3$.
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
ב. מצא את ערך הפרמטר m .

הצב $m=8$, וענה על הסעיפים ג, ד, ו-ה.

- ג. (1) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
(2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
(3) מצא את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה), וקבע את סוגן.
(4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ה. היעזר בגרף שסרטטת, ומצא עבור אילו ערכים של x מתקיים $f(x) > 0$, וגם $f'(x) > 0$.

(7) הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ היא $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$.

- א. (1) מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
(2) הישר $y=4$ משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודת המקסימום של הפונקציה. מצא את הפונקציה $f(x)$.
ב. (1) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ג. דרך נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ העבירו אנך לציר ה- x . מצא את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי המשיק $y=4$, ועל ידי ציר ה- y ועל ידי האנך.



- (8) בחצי מעגל שמרכזו O_1 ורדיוסו 10 ס"מ, חסומים שני מעגלים שמרכזיהם O_2 ו- O_3 . המעגלים משיקים זה לזה, כמתואר בציור. (שלושת המרכזים נמצאים על ישר אחד).

א. מצא מה צריך להיות האורך של רדיוס המעגל שמרכזו O_2 ושל רדיוס המעגל שמרכזו O_3 , כדי שסכום השטחים של העיגולים O_2 ו- O_3 יהיה מינימלי.

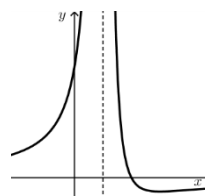
ב. כאשר סכום השטחים של העיגולים O_2 ו- O_3 הוא מינימלי, מצא את סכום ההיקפים של מעגלים אלה.

נתון: $\pi R^2 =$ שטח העיגול

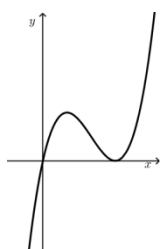
$2\pi R =$ היקף מעגל

תשובות סופיות:

- (1) א. 20% ב. כן, $1704 < 1728$.
- (2) א. $A(4.8, 3.6)$, $B(4.8, -3.6)$ ב. $y = \frac{3}{4}x$ ג. 27 יח"ר.
- (3) א. 0.15 ב. 0.1875 ג. 0.36
- (4) א. (1) הוכחה. א. (2) הוכחה. ב. $90^\circ - \alpha$ (1) 30° .
- (5) א. 8.49 ס"מ, 5.66 ס"מ. ג. 7.66 סמ"ר $S_{\Delta BCM} = S_{\Delta ABN}$. ד. 7.66 ס"מ.
- (6) א. $x \neq 1$ ב. $m = 8$ ג. (1) $x = 1$, $y = 0$ ג. (2) $(0, 8)$, $(2, 0)$.
- ג. (3) $\min(3, -1)$.
- ג. (4) עלייה: $x < 1$ או $x > 3$; ירידה: $1 < x < 3$. ד. ה. $x < 1$.



- (7) א. (1) $x_{\min} = 3$; $x_{\max} = 1$. ב. (1) $(0, 0)$, $(3, 0)$.
- א. (2) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$ ג. 5.25 יח"ר.



- (8) א. 2.5 ס"מ. ב. 10π ס"מ.

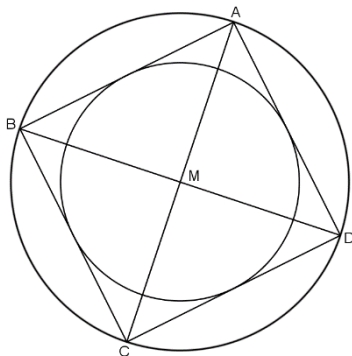
בגרות קיץ 2016 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) יואב רכב על אופניים. הוא יצא מהעיר A, עבר דרך העיר B, והגיע לעיר C. המרחק מ-B ל-C גדול ב-40 ק"מ מן המרחק מ-A ל-B.
- יואב רכב מ-B ל-C במהירות קבועה הגדולה ב-20% מן המהירות הקבועה שבה רכב מ-A ל-B. זמן הרכיבה של יואב מ-B ל-C ארוך פי 1.25 מזמן הרכיבה שלו מ-A ל-B. אילו רכב יואב מ-B ל-C במהירות שבה רכב מ-A ל-B, הוא היה עובר את הדרך מ-B ל-C ב-6 שעות.
- א. מצא את מהירות הרכיבה של יואב בדרך מ-A ל-B.
ב. מצא את המרחק AB.



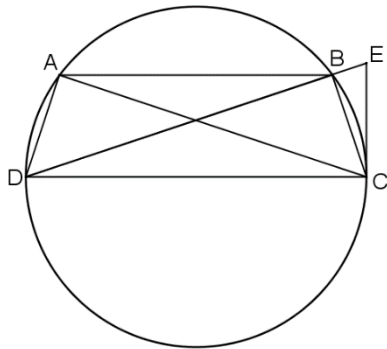
- (2) אלכסוני הריבוע ABCD נפגשים בנקודה M (ראה ציור). שיעורי הקדקוד A הם (5,5).
- משוואת האלכסון BD היא $y = -\frac{1}{3}x$.
- א. מצא את משוואת האלכסון AC.
ב. מצא את משוואת המעגל החוסם את הריבוע.
ג. חשב את האורך של צלע הריבוע.
ד. חשב את אורך הרדיוס של המעגל החוסם בריבוע (ראה ציור).

- (3) שחר קנה קופסה שיש בה כדורי טניס בשני צבעים: 4 כדורים צהובים ו-6 כדורים ירוקים.
- שחר הוציא מן הקופסא באקראי 3 כדורים זה אחר זה (ללא החזרה).
- א. (1) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים צהובים?
(2) מהי ההסתברות ששחר הוציא 3 כדורים באותו הצבע?
- ב. דנה קנתה 3 קופסאות של כדורי טניס. כל אחת מן הקופסאות שקנתה זהה לקופסא שקנה שחר. דנה הוציאה באקראי כדור אחד מכל אחת מן הקופסאות.
- (1) מה ההסתברות שדנה הוציאה 3 כדורים צהובים?
(2) מהי ההסתברות שדנה הוציאה לפחות כדור אחד ירוק?

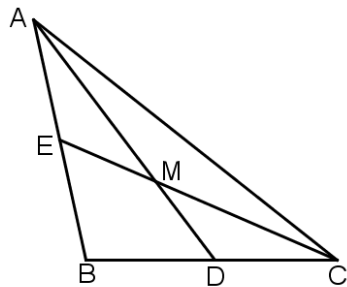
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- 4 טרפז שווה-שוקיים ABCD חסום במעגל.
 המשיק למעגל בנקודה C נפגש בנקודה E
 עם המשך האלכסון DB.
 CD הוא קוטר במעגל (ראה ציור).
 א. הוכח: $\triangle DAC \sim \triangle ECD$.
 ב. נתון: $AC = 25$ ס"מ, $DE = 36$ ס"מ.
 חשב את רדיוס המעגל.
 ג. חשב את השטח המשולש DAC.



- 5 AD ו-CE הם תיכונים במשולש ABC הנפגשים
 בנקודה M (ראה ציור).
 נתון: $AD = 12$ ס"מ, $CE = 9$ ס"מ, $\angle CMD = 40^\circ$.
 א. חשב את אורכי הקטעים MD, MC.
 ב. חשב את אורך הצלע BC.
 ג. חשב את גודל הזווית $\angle MCD$.
 ד. חשב את שטח המשולש ADB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

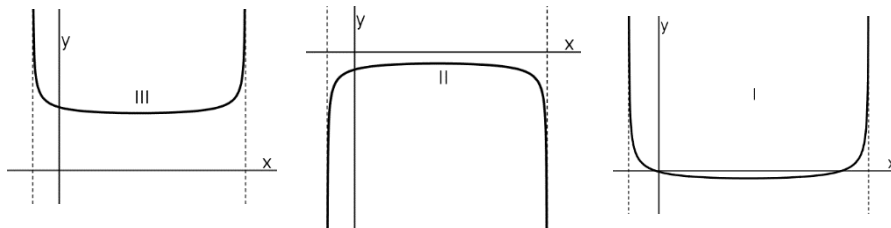
ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + 6x + 7}$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את נקודות הקיצון המוחלט של הפונקציה, וקבע את סוגן.
- ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

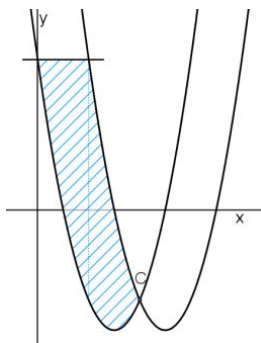
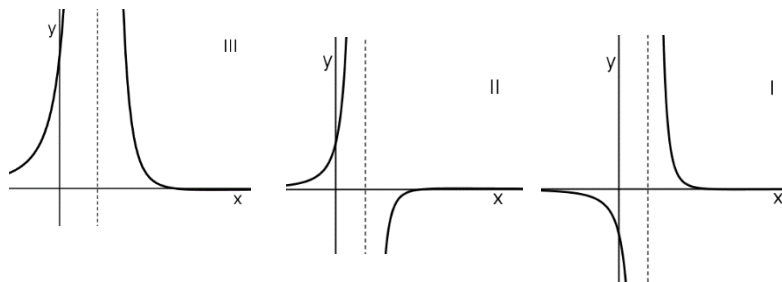
ד. נתונה הפונקציה $g(x)$ המקיימת $g(x) = \frac{1}{f(x)}$.

- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $g(x)$.
- (2) מבין הגרפים I, II, III שלפניך, איזה גרף מייצג סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$? נמק.



7 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2-x}{(x-1)^2}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - מצא את האסימפטוטות של גרף הפונקציה המאונכות לצירים.
 - מצא את תחומי העלייה ואת תחומי הירידה של הפונקציה.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - לפניך שלושה גרפים I, II, III.
- איזה מן הגרפים מתאר את פונקציית הנגזרת $f'(x)$? נמק.



8 בציור שלפניך מתוארים גרפים של שתי פונקציות:

$$f(x) = x^2 - 6x + 5$$

$$g(x) = x^2 - 10x + a$$

a הוא פרמטר.

הגרפים נחתכים בנקודה C (ראה ציור).

שיעור ה- x של הנקודה C שווה ל-4.

א. מצא את הערך של a .

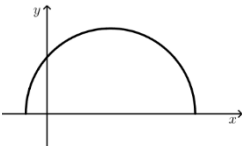
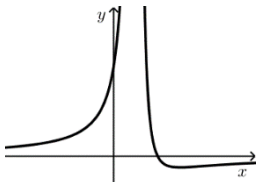
ב. דרך נקודת החיתוך של אחד הגרפים עם ציר ה- y

העבירו ישר המקביל לציר ה- x , כמתואר בציור.

מצא את השטח המוגבל על ידי הגרפים של שתי הפונקציות

ועל ידי הישר המקביל לציר ה- x (השטח המקווקו בציור).

תשובות סופיות:

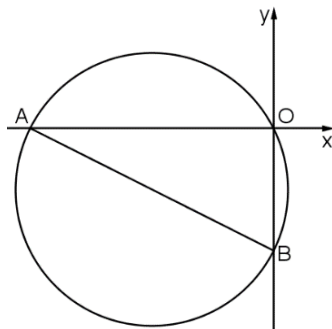
- (1) א. 20 קמ"ש. ב. 80 ק"מ.
- (2) א. $y = 3x - 10$ ב. $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 40$ ג. $\sqrt{80} = 4\sqrt{5}$
- ד. $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$
- (3) א. (1) $\frac{1}{30}$ (2) $\frac{1}{5}$ ב. (1) $\frac{8}{125}$ (2) $\frac{117}{125}$
- (4) א. הוכחה. ב. 15 ס"מ. ג. 207.29 סמ"ר.
- (5) א. $MD = 4$, $MC = 6$. ב. 7.81 ס"מ. ג. 41.21° ד. 23.14 סמ"ר.
- (6) א. $-1 \leq x \leq 7$ ב. (3,4) מקסימום מוחלט; $(-1,0), (7,0)$ מינימום מוחלט.
ג.  ד. (1) $-1 < x < 7$ ד. (2) גרף III.
- (7) א. $x \neq 1$ ב. (0,2), (2,0) ג. $x=1, y=0$ ד. עלייה: $x < 1$ או $x > 3$; ירידה: $1 < x < 3$ ה.  ו. גרף II.
- (8) א. $a = 21$ ב. $17\frac{1}{3}$

בגרות חורף 2017:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) המרחק בין תל אביב לאשקלון הוא 70 ק"מ.
אהוד יצא מתל אביב לכיוון אשקלון בשעה 7:00.
הוא צעד שעתיים במהירות קבועה, עצר למנוחה של חצי שעה, ואחריה המשיך במהירות קבועה הגבוהה ב-20% ממהירותו הקודמת.
תמר יצאה מאשקלון לכיוון תל אביב בשעה 9:30.
היא צעדה במהירות קבועה הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שצעד אהוד לפני המנוחה. תמר ואהוד נפגשו בנקודה המרוחקת 30 ק"מ מתל אביב.
א. מה הייתה המהירות של אהוד כשיצא מתל אביב (לפני המנוחה)?
ב. באיזו שעה נפגשו אהוד ותמר?



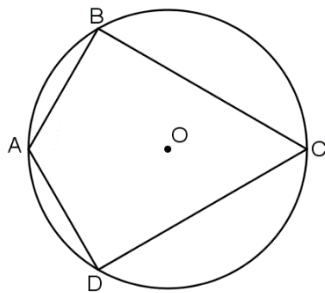
- (2) מעגל שמרכזו M עובר דרך ראשית הצירים O.
המעגל חותך את ציר ה-x בנקודה נוספת $A(-8, 0)$,
ואת ציר ה-y בנקודה נוספת $B(0, -4)$ (ראה ציור).
א. האם AB הוא קוטר במעגל? נמק את תשובתך.
ב. מצא את משוואת המעגל.
ג. נקודה C נמצאת על המעגל ברביע השלישי
(אך לא על הצירים), כך ששטח משולש BOC הוא 16.
(1) מצא את שיעור ה-x של נקודה C.
(2) מצא את שיעור ה-y של נקודה C.
ד. חשב את שטח המשולש BMC.

- (3) בבית ספר גדול הממוקם בעיר, חלק מן התלמידים הם תושבי העיר, והשאר גרים מחוץ לעיר. בוחרים באקראי 3 תלמידים מבית הספר הזה. ההסתברות שכל השלושה הם תושבי עיר זו היא 0.512.
- א. בוחרים באקראי תלמיד אחד מבין תלמידי הבית ספר. מהי ההסתברות שהוא תושב העיר?
- ב. בוחרים באקראי 4 תלמידים מבין תלמידי בית הספר. מהי ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם תושבי העיר?
- ג. ידוע של- 0.18 מתלמידי בית הספר אין טלפון נייד. ל- $\frac{1}{8}$ מן התלמידים תושבי העיר אין טלפון נייד. בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר, והתברר שאין לו טלפון נייד. מהי ההסתברות שהוא תושב העיר?

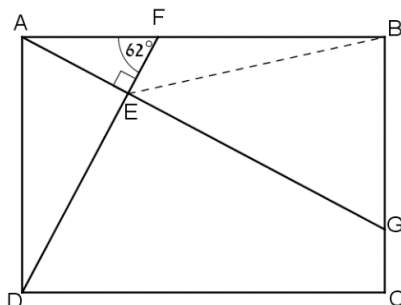
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) נתון דלתון ABCD ($BC = DC$, $AB = AD$) החסום במעגל שמרכזו O, כמתואר בציור.
- נתון: $\angle BCD = 60^\circ$.
- א. (1) הוכח: $\angle ABC = \angle ADC = 90^\circ$.
- (2) הוכח: $\triangle ABO$ הוא משולש שווה צלעות.
- ב. הוכח: המרובע ABOD הוא מעוין.
- ג. נתון: $AB = 5$ ס"מ. מצא את BC.
- ד. הראה ש- $\triangle ABO \sim \triangle BCD$.



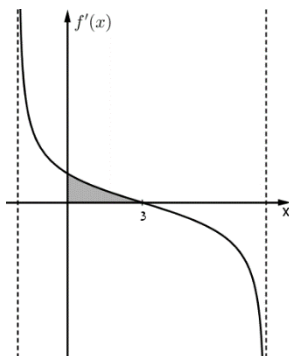
- (5) נתון מלבן ABCD. הנקודה F נמצאת על הצלע AB כך ש- $FB = a$, $AF = 0.6a$.
- הנקודה G נמצאת על הצלע BC כך ש- AG ו- DF נחתכים בנקודה E.
- (ראה ציור). נתון: $\angle AFE = 62^\circ$.
- א. (1) הבע את אורך הקטע EF באמצעות a.
- (2) הבע את אורך הקטע BE באמצעות a.
- נתון: $a = 5$ ס"מ.
- ב. (1) מצא את הזווית EBA.
- (2) חשב את שטח המשולש EBG.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x-2}{2x+4}$.

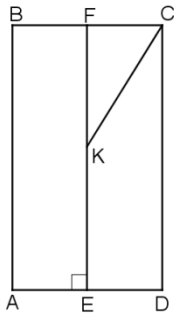
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - (2) מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - (3) מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
 - (4) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה (אם יש כאלה), ואת תחומי העלייה והירידה של הפונקציה (אם יש כאלה). נמק.
 - (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
- ב. בנקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x מעבירים משיק לגרף הפונקציה. בנקודה נוספת, P , שעל גרף הפונקציה, גם מעבירים משיק. שני המשיקים מקבילים זה לזה. מצא את שיעורי הנקודה P .
- ג. הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f(x) + C$. האסימפטוטה האופקית של $g(x)$ מתלכדת עם ציר ה- x . מצא את C . הסבר את תשובתך.



7 בסרטוט שלפניך מתואר גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$

של הפונקציה $f(x) = \sqrt{-x^2 + bx + 16}$. פרמטר b פרמטר.
ענה על הסעיפים שלפניך (אפשר להיעזר בגרף הנגזרת במידת הצורך):

- א. (1) מהו שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$? נמק.
- (2) מצא את b .
- ב. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי הנקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- y ועל ידי ציר ה- x (השטח האפור).



8 נתון מלבן ABCD.

הנקודה F היא אמצע הצלע BC.

E היא נקודה על הצלע AD, כך ש-EF מאונך ל-AD.

הנקודה K נמצאת על EF כך ש- $EK = KC = 10$ ס"מ.

(ראה ציור). $FC = x$.

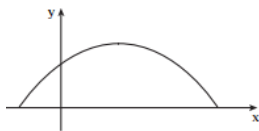
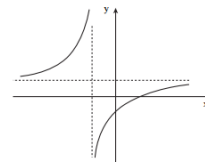
א. הבע את FK באמצעות x .

ב. חשב את אורך צלע המלבן BC שעבורו היקף

המלבן ABCD יהיה מקסימלי (תוכל להשאיר שורש בתשובתך).

תשובות סופיות:

- 1 א. 3 קמ"ש. ב. 16:10.
- 2 א. כן. ב. $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 20$. ג. $x_C = -8$ (1).
- ג. $y_C = -4$ (2). ג. 8 יח"ר. ג. $\frac{5}{9}$.
- 3 א. 0.8. ב. 0.4096. ג. $\frac{5}{9}$.
- 4 א. (1) הוכחה. א. (2) הוכחה. ב. הוכחה. ג. $\sqrt{75} = 8.66$ ס"מ.
- 5 א. (1) $0.2817a$. א. (2) $1.159a$. ב. 12.4° . ג. (2) 12.04 סמ"ר.
- 6 א. (1) $x \neq -2$. א. (2) $\left(0, -\frac{1}{2}\right)$, $(2, 0)$. א. (3) $y = \frac{1}{2}$, $x \neq -2$.
- א. (4) אין נקודות קיצון. עלייה: $x > -2$, $x < -2$; ירידה: אין.
- א. (5) $(-6, 1)$. ג. $c = -\frac{1}{2}$.
- א. (1) $x = 3$. א. (2) $b = 6$. ב. $-2 \leq x \leq 8$.
- ג. $\min(8, 0)$, $\min(-2, 0)$, $\max(3, 5)$. ה. 1 יח"ר.
- 8 א. $\sqrt{100 - x^2}$. ב. $2\sqrt{80} = 17.89$ ס"מ.

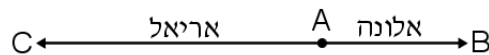


פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

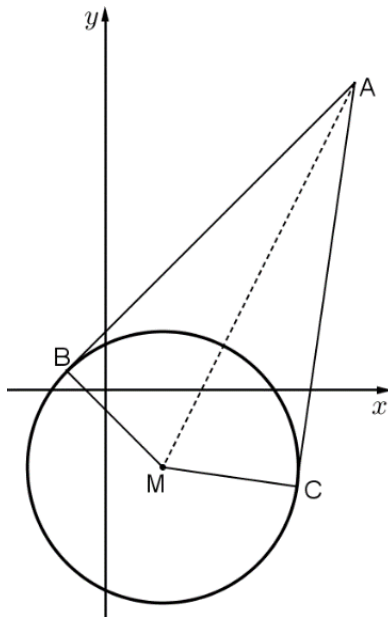
ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) אלונה ואריאל יצאו, כל אחד במכוניתו, מעיר A באותה השעה. אלונה נסעה מעיר A לעיר B, ואילו אריאל נסע מעיר A לעיר C המרחק בין עיר A לעיר B הוא 60 ק"מ. מהירות הנסיעה של אלונה הייתה גבוהה פי 1.5 ממהירות הנסיעה של אריאל. שניהם נסעו כל הדרך במהירות קבועה. כאשר הגיעה אלונה לעיר B, עבר אריאל 40% מן המרחק בין עיר A לעיר C.



- א. מהו המרחק בין עיר A לעיר C?
 ב. אריאל הגיע לעיר C שעה לאחר שהגיעה אלונה לעיר B. מה הייתה מהירות הנסיעה של אריאל?
- (2) הנקודות $B(-2,1)$ ו- $C(10,-5)$ נמצאות על מעגל שמרכזו $M(3,-4)$. מן הנקודה A, שמחוץ למעגל, יוצאים שני קטעים המשיקים למעגל בנקודות B ו- C, כמתואר בציור.



- א. ענה על הסעיפים הבאים:
- (1) מצא את משוואת הישרים AB ו- AC.
 - (2) מצא את שיעורי הנקודה A.
- ב. ענה על הסעיפים הבאים:
- (1) מצא את אורך הקטע AM.
 - (2) מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABM.
 - (3) האם הנקודה C נמצאת על המעגל שאת משוואתו מצאת? נמק את קביעתך.

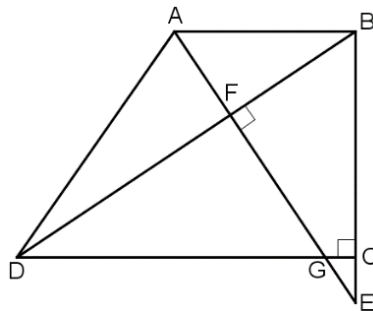
- (3) במשחק מזל כל משתתף מטיל קובייה פעמיים.
 הקובייה היא קוביית משחק הוגנת.
 בכל אחת מן ההטלות, אם המספר שעל הקובייה הוא 3,
 המשתתף מקבל 5 נקודות, אם המספר גדול מ-3 המשתתף מקבל 10 נקודות,
 ואם המספר קטן מ-3 המשתתף אינו מקבל נקודות.
 א. מהי ההסתברות שמשתתף במשחק יצבור 15 נקודות לפחות?
 ב. ידוע שאחד מהמשתתפים צבר 15 נקודות לפחות.
 מהי ההסתברות שבשתי ההטלות שלו היה המספר על הקובייה גדול מ-3?
 ג. ארבעה משתתפים משחקים במשחק.
 מהי ההסתברות שבדיוק שניים מהם יצברו כל אחד 15 נקודות לפחות?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.
 שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) ABCD הוא טרפז ישר זווית ($\angle BCD = 90^\circ$, $AB \parallel DC$).

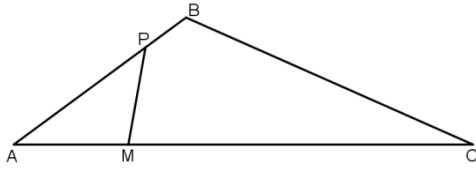
E היא נקודה על המשך הצלע BC כך שהקטע AE מאונך
 לאלכסון BD וחותך אותו בנקודה F.
 AE חותך את הקטע DC בנקודה G, כמתואר בציור.



- א. הוכח: $\angle AEB = \angle BDC$.
 ב. נתון כי $DC = BE$.
 הוכח: $\triangle DCB \cong \triangle EBA$.
 נתון כי $CB = 4CE$.
 ג. ענה על הסעיפים הבאים:
 (1) הוכח: $\triangle GCE \sim \triangle ABE$.
 (2) מצא את היחס $\frac{GC}{AB}$.

5 במשולש ABC הנקודה P נמצאת על הצלע AB, והנקודה M נמצאת על צלע AC (ראה ציור). נסמן: $AP = x$.

נתון כי: $PM = 0.6x$, $\angle AMP = 100^\circ$, $\angle ABC = 120^\circ$, $AM = 4$ ס"מ, $MC = 12$ ס"מ.



א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) חשב את הזווית PAM.

(2) חשב את אורך צלע BC.

ב. חשב את אורך הקטע BM.

ג. מצא את יחס שטחי המשולשים $\frac{S_{\triangle AMB}}{S_{\triangle BMC}}$. נמק את תשובתך.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{2x^2 + 4}{x^2 - a}$, $0 < a$ הוא פרמטר.

ענה על סעיף א. הבע את תשובותיך באמצעות a במידת הצורך.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$.

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית $x = 1$.

ב. מצא את a .

הצב את a שמצאת בסעיף ב וענה על הסעיפים 1-3.

ג. ענה על הסעיפים הבאים:

(1) האם הפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית נוספת?

אם כן – מהי? אם לא – נמק.

(2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגה.

(3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. עבור אילו ערכים של k אין פתרון למשוואה $f(x) = k$? נמק.

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4}{\sqrt{x+16}}$

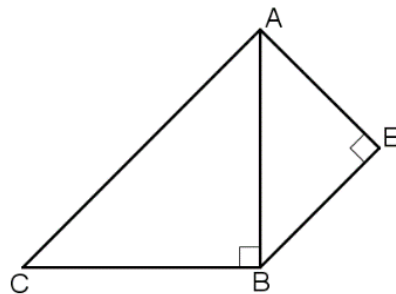
א. ענה על הסעיפים הבאים:

- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).
 - (3) מצא את האסימפטוטה האנכית של הפונקציה $f(x)$.
 - (4) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).
 - (5) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בתחום $x \leq 0$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 2$.

ב. ענה על הסעיפים הבאים:

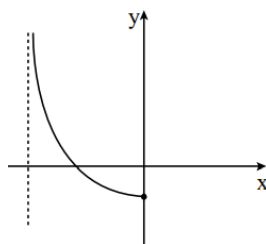
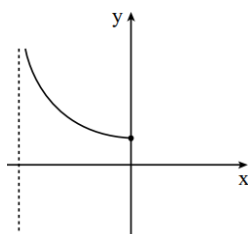
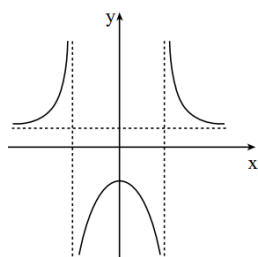
- (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $g(x)$ עם הצירים.
 - (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$ בתחום $x \leq 0$.
- ג. מצא את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה $g(x)$ בין הצירים.

- (8) ABC הוא משולש ישר זווית ושווה שוקיים ($\angle ABC = 90^\circ$).
 על הצלע AB בנו משולש ישר זווית AEB כך ש- AB הוא היתר של המשולש AEB, כמתואר בציור.
 נתון כי סכום אורכי הניצבים של המשולש AEB הוא 6 ס"מ.
 נסמן את אורך הצלע AE ב- x .
 א. הבע באמצעות x את שטח המשולש ABC.
 ב. עבור איזה ערך של x שטח AEBC הוא מינימלי?



תשובות סופיות:

- (1) א. 100 ק"מ. ב. 60 קמ"ש.
- (2) א. (1) $AC: y = 7x - 75$, $AB: y = x + 3$ (2) $A(13, 16)$.
- ב. (1) $10\sqrt{5}$ (2) $(x-8)^2 + (y-6)^2 = 125$ (3) כן.
- (3) א. $\frac{5}{12}$ ב. $\frac{3}{5}$ ג. $\frac{1225}{3456} = 0.3545$.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. (1) הוכחה. (2) $\frac{1}{5}$.
- (5) א. (1) 36.22° (2) 10.917 ס"מ ב. 4.84 ב"מ ג. $\frac{1}{3}$.
- (6) א. (1) $x \neq \pm\sqrt{a}$ (2) $\left(0, -\frac{4}{a}\right)$ (3) $y = 2$.
- ב. $a = 1$ ג. $x = -1$ (1) (2) $\max(0, -4)$.
- (3) עלייה: $-1 < x < 0$, $x < -1$ ירידה: $0 < x < 1$, $x > 1$.
- ד. סקיצה בצד. ה. $-4 < k \leq 2$.
- (7) א. (1) $x > -16$ (2) $(0, 1)$ (3) $x = -16$.
- (4) עלייה: אין. ירידה: $x > -16$.
- (5) סקיצה בצד.
- ב. (1) $(-12, 0)$, $(0, -1)$ (2) להלן סקיצה.
- ג. 8 יח"ר.
- (8) א. $x^2 - 6x + 18$ ב. 3.



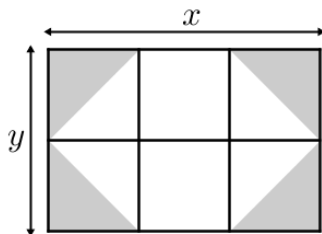
בגרות קיץ 2017 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) משפחת דותן החליטה לרצף את הגינה שלה, שצורתה מלבנית. אורכי צלעות הגינה הם x ו- y מטרים. את הגינה חילקו ל-6 מלבנים זהים. בתוך כל אחד מן המלבנים הפינתיים חסמו משולש ישר זווית, שניצביו הם צלעות המלבן. שטח כל משולש רוצף באבן אפורה, כמתואר בציור. את שטח הגינה ריצפו באבן לבנה.



א. (1) הבע באמצעות x ו- y את שטח הגינה

שרוצף באבן אפורה.

(2) הבע באמצעות x ו- y את שטח הגינה

שרוצף באבן לבנה.

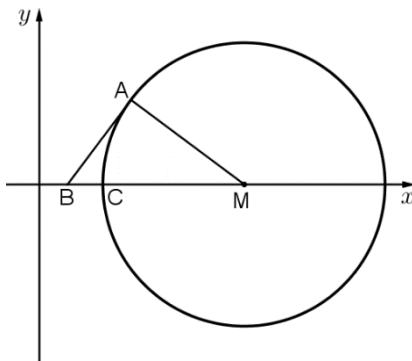
המחיר למ"ר ריצוף באבן האפורה הוא 75 שקלים.

המחיר לריצוף באבן הלבנה הוא 60 שקלים.

נתון שצלע אחת של הגינה ארוכה ב-3 מטרים מן הצלע האחרת שלה.

עלות הריצוף לכל הגינה היא 1170 שקלים.

ב. מצא את אורכי צלעות הגינה.



- (2) בציור שלפניך מתואר מעגל.

נתון: רדיוס המעגל הוא 20.

מרכז המעגל, M , נמצא על החלק החיובי של ציר ה- x .

הנקודה $A(13,12)$ נמצאת על המעגל.

א. מצא את שיעורי הנקודה M .

דרך הנקודה A העבירו משיק למעגל, החותך

את ציר ה- x בנקודה B .

ב. מצא את שיעורי הנקודה B .

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש BAM .

C היא נקודת החיתוך של המעגל עם ציר ה- x , כמתואר בציור.

ד. (1) מצא את שיעור ה- x של הנקודה C .

(2) מצא לאילו ערכים של k הישר $x=k$ חותך את שני

המעגלים (ואינו משיק אף לא לאחד מהם).

3) בעיר מסוימת ערכו סקר הבדק אם נערים ונערות עוסקים בפעילות גופנית. מספר הנערים שהשתתפו בסקר היה גדול פי 2 ממספר הנערות שהשתתפו בסקר.

מן הסקר עולה כי $\frac{3}{4}$ מן הנערות שהשתתפו בסקר עוסקות בפעילות גופנית

וכי $\frac{4}{5}$ מן הנערים שהשתתפו בסקר עוסקים בפעילות גופנית.

א. בחרו באקראי משתתף מבין כל משתתפי הסקר (נערים ונערות).

מהי ההסתברות שהמשתתף שנבחר עוסק בפעילות גופנית?

ב. בחרו באקראי משתתף מבין משתתפי הסקר והתברר שהוא

עוסק בפעילות גופנית. מהי ההסתברות שנבחרה נערה?

ג. נבחרו באקראי 4 מן המשתתפים בסקר.

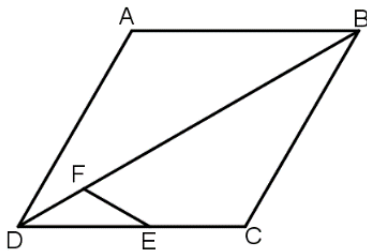
מהי ההסתברות שלפחות 2 מן המשתתפים שנבחרו יהיו נערות

שעוסקות בפעילות גופנית?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



4) ABCD הוא מעוין. הנקודה E נמצאת על הצלע DC

והנקודה F נמצאת על האלכסון DB (ראה ציור).

נתון כי המרובע BCEF הוא בר-חסימה במעגל.

א. (1) הוכח: $\angle FED = \angle CBD$.

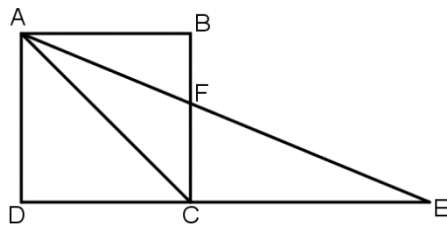
(2) הוכח שהמשולש DFE הוא שווה שוקיים.

ב. הוכח: $\triangle DFE \sim \triangle DCB$.

ג. נתון: $DB = 3DE$, שטח המשולש DFE הוא 2 סמ"ר.

חשב את שטח המעוין ABCD.

5 נתון ריבוע ABCD. הנקודה E נמצאת על המשך הצלע DC, כמתואר בציור.



המשולש ACE הוא שווה שוקיים ($AC = CE$).

הישר AE חותך את הצלע BC בנקודה F.

א. מצא את זוויות המשולש ACE.

ב. שטח המשולש ACE הוא $8\sqrt{2}$ סמ"ר.

ג. חשב את אורך צלע הריבוע.

ד. חשב את אורך הקטע DF.

ה. מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש DFE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של

פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{5}{(2x-4)^2}$

א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.

ג. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ד. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. (1) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $-f(x)$.

(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $-f(x)$.

7) נתונה הפונקציה: $f(x) = x\sqrt{4-x^2}$.

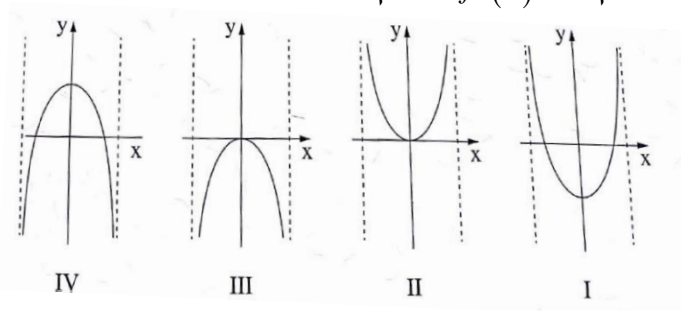
א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

(2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

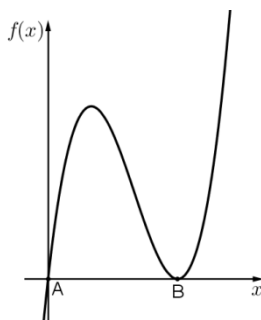
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. איזה מן הגרפים הנתונים בסוף השאלה (IV-I) הוא הגרף של הפונקציה $f'(x)$? נמק.



ה. חשב את השטח המוגבל על ידי הגרף של הפונקציה $f'(x)$,

על ידי ציר ה- x , על ידי ציר ה- y ועל ידי הישר $x=1$.



8) לפניך סרטוט של גרף הפונקציה: $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$.

א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B,

נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$

עם ציר ה- x .

הנקודה C נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $x_A < x_C < x_B$ (שיעור ה- x של הנקודה C נמצא בין

שיעור ה- x של הנקודה A לשיעור ה- x של הנקודה B).

ב. מצא את שיעורי הנקודה C שעבורה שטח

המשולש ABC הוא מקסימלי.

ג. האם הנקודה C היא נקודת קיצון של הפונקציה $f(x)$? הסבר.

תשובות סופיות:

(1) א. $\frac{1}{3}xy$ (2) ב. $\frac{2}{3}xy$

ב. 6 מטרים, 3 מטרים.

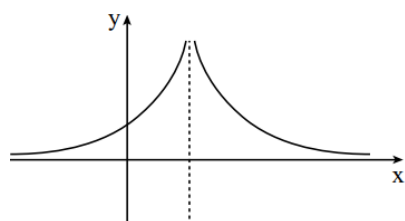
(2) א. $M(29,0)$ ב. $B(4,0)$ ג. $(x-16.5)^2 + y^2 = 156.25$

ד. $x_C = 9$ (1) (2) $9 < k < 29$

(3) א. $\frac{47}{60}$ ב. $\frac{15}{47}$ ג. $\frac{67}{256}$

(4) א. (1) הוכחה. ב. (2) הוכחה. ג. 36 סמ"ר. ד. 6.055 ס"מ.

(5) א. $22.5^\circ, 22.5^\circ, 135^\circ$ ב. 4 ס"מ. ג. 4.6356 ס"מ. ד. 6.055 ס"מ.



(6) א. $x \neq 2$ ב. $x=2, y=0$

ג. עלייה: $x < 2$, ירידה: $x > 2$.

ד. סקיצה בצד.

ה. (1) $x=2, y=0$ (2) סקיצה בצד.

(7) א. $-2 \leq x \leq 2$

ב. (1) $(-2,0), (0,0), (2,0)$

(2) $\max(-2,0), \min(-\sqrt{2},2)$

$\max(\sqrt{2},2), \min(2,0)$

ג. להלן סקיצה.

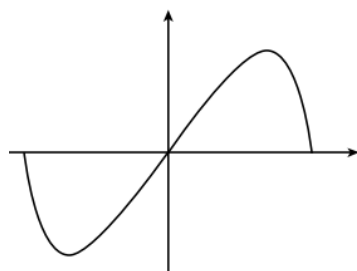
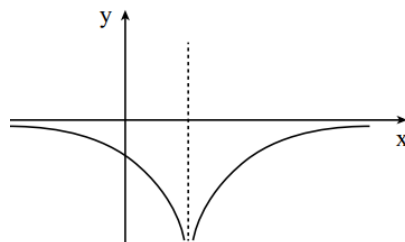
ד. גרף IV.

ה. $\sqrt{3}$.

(8) א. $(0,0), (3,0)$

ב. $(1,4)$

ג. כן.



בגרות חורף 2018:

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

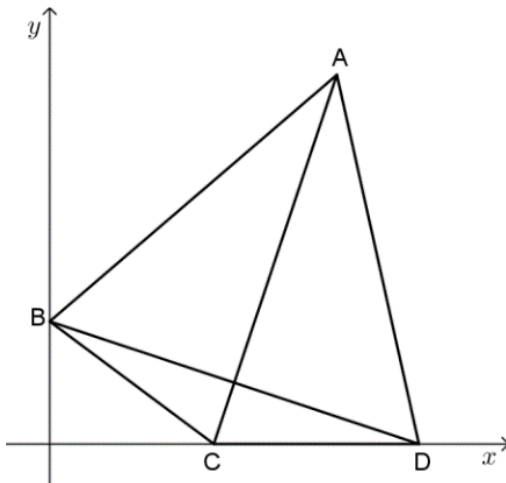
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) סוחר קנה כמה מוצרים במחיר זהה ושילם בעבורם 6,000 שקלים סך הכול. 10% מכל המוצרים שקנה הוא מכר במחיר מבצע של 40 שקלים לכל מוצר. 20 מוצרים הוא השאיר במחסן, ואת השאר הוא מכר ברווח של 60% למוצר. הכנסתו ממכירת המוצרים האלה הייתה 7,520 שקלים.

- א. כמה מוצרים קנה הסוחר?
בשלב מאוחר יותר מכר הסוחר את 20 המוצרים שהשאיר במחסן, ברווח של 200% למוצר.
ב. מה הייתה הכנסתו של הסוחר ממכירת 20 המוצרים האלה?

- (2) נתון דלתון ABCD ($AB = AD$, $CB = CD$).

הקדקוד B מונח על ציר ה- y והקדקודים C ו-D מונחים על ציר ה- x , כמתואר בצור.



משוואה הישר BD היא: $y = -\frac{1}{3}x + 3$.

- א. מצא את שיעורי הקדקודים B, D, ו-C.
שיעורי הקדקוד A הם (7,9).

- ב. חשב את שטח הדלתון ABCD.
הישר $y = 5.4$ חותך את הישרים AB ו-AD בנקודות E ו-F בהתאמה.
אורך הקטע EF הוא 5.

- ג. (1) חשב את שטח המשולש AEF.
(2) חשב את שטח המחומש EFDCB.

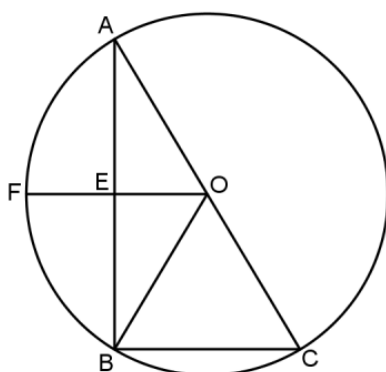
- (3) שירה משחקת בקוביית משחק הוגנת ובמטבע מאוזן.
 שירה משחקת על פי הכללים האלה: היא זורקת את הקובייה פעם אחת ומטילה את המטבע פעמיים. אם המספר שיתקבל על הקובייה יהיה גדול מ-2 ובשתי ההטלות ייפול המטבע על "פלי", תזכה שירה בפרס.
- א. (1) מהי ההסתברות ששירה תזכה בפרס?
 (2) שירה משחקת במשחק שלה 4 פעמים.
 מהי ההסתברות שתזכה ב-2 פרסים בדיוק?
 אביגיל משחקת גם היא בקובייה הוגנת ובמטבע מאוזן.
 אביגיל משחקת לפי כללים אחרים:
 היא זורקת את הקובייה פעמיים ואת מטילה את המטבע פעם אחת.
 אם סכום המספרים שיתקבל על הקובייה בשתי הזריקות יהיה קטן מ-10 והמטבע ייפול על "עץ", תזכה אביגיל בפרס.
- ב. (1) מהי ההסתברות שבזריקת הקובייה פעמיים סכום המספרים שיתקבל יהיה קטן מ-10?
 (2) אביגיל משחקת במשחק שלה פעם אחת.
 מהי ההסתברות שאביגיל תזכה בפרס?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

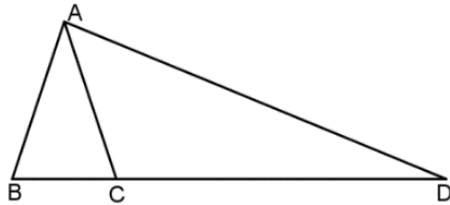
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) משולש ABC חסום במעגל. מרכז המעגל O נמצא על הצלע AC.
 הנקודה E נמצאת על הצלע AB כך ש- $OE \perp AB$ (ראה ציור).



- א. הוכח ש- OE הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
 המשך הקטע OE חותך את המעגל בנקודה F, כמתואר בציור.
- ב. הוכח שהמשולש AFB הוא משולש שווה-שוקיים.
- נתון: $\angle ACB = 60^\circ$.
- ג. הוכח שהמרובע FOCB הוא מעוין.

- (5) ABC הוא משולש חד-זווית ושווה-שוקיים ($AB = AC$).
אורכו של רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABC הוא R .
נתון: $BC = 1.2R$.



- א. (1) חשב את זוויות המשולש ABC.
(2) הבע את אורך הצלע AB באמצעות R .
המשיכו את הצלע BC עד הנקודה D,
כמתואר בציור, כך ש- $CD = 3.8R$.
ב. הבע את אורך הקטע AD באמצעות R .
ג. AE הוא גובה במשולש ACD.
אורך הגובה AE הוא 9.
חשב את R .

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

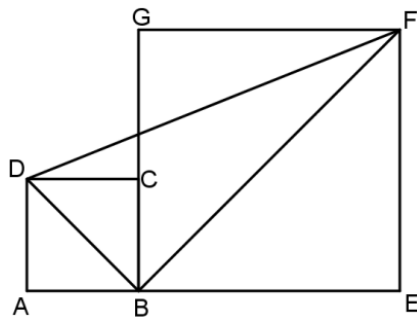
ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (6) נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{4x}{(x-1)^2} + a$, a הוא פרמטר.

- ענה על סעיף א. הבע באמצעות a במידת הצורך.
א. (1) מהו תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$?
(2) מה הן משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים?
(3) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
(4) מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?
נתון: לפונקציה יש אסימפטוטה שמשוואתה היא $y = -3$.
ב. מהו ערך הפרמטר a ?
הצב את הערך של a שמצאת וענה על סעיפים ג-ד.
ג. (1) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y .
(2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ד. עבור אילו ערכים של k הישר $y = k$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה אחת בדיוק?

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{49 - x^2}$.

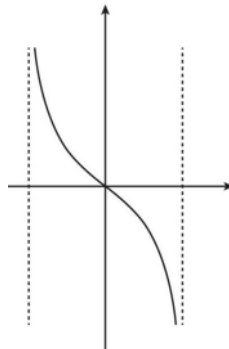
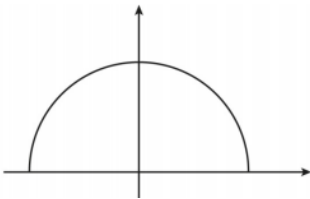
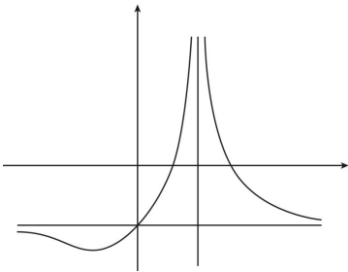
- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 ב. (1) מצא את משוואת האסימפטוטות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$, המאונכת לציר ה- x .
 (2) מה הם תחומי החיוביות והשליליות של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?
 (3) סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.
 תוכל להיעזר בסעיפים הקודמים.
 ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$, על ידי החלק השלילי של ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -6$.
 בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.



- (8) ABCD ו-BEFG הם שני ריבועים.
 הצלע BC מונחת על הצלע BG.
 נתון: $DB + BF = a$, $0 < a$ הוא פרמטר.
 א. מצא את אורך האלכסון DB שעבורו אורך הקטע DF הוא מינימלי.
 הבא באמצעות a .
 ב. עבור אורך DB שמצאת שבסעיף א,
 מהו היחס: $\frac{AB}{BE}$?

תשובות סופיות:

- (1) א. הסוחר קנה 120 מוצרים. ב. 3000 ₪.
- (2) א. $B(0,3)$, $C(4,0)$, $D(9,0)$. ב. 45 יח"ר $S =$
- ג. (1) 9 יח"ר $S =$ (2) 36 יח"ר $S =$.
- (3) א. (1) $\frac{1}{6}$. ב. (2) $\frac{25}{216}$. ג. (1) $\frac{5}{6}$. ד. (2) $\frac{5}{12}$.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
- (5) א. (1) 71.565° , 71.565° , 36.869° . ב. $1.897R$ (2) $4.753R$. ג. 5.
- (6) א. (1) $x \neq 1$. ב. (2) $y = a$, $x = 1$. ג. (3) מינימום: $(-1, a-1)$.
- (4) עליה: $-1 < x < 1$, ירידה: $x < -1$, $1 < x$.
- ב. $a = -3$. ג. (1) $(0, -3)$.
- (2) סרטוט בצד. ד. $k = -3$, $k = -4$.
- (7) א. (1) $-7 \leq x \leq 7$. ב. (2) מקסימום: $(0, 7)$, מינימום: $(-7, 0)$, $(7, 0)$.
- (3) סרטוט בצד. ג. (1) $x = -7$, $x = 7$. ד. (2) חיובי: $-7 < x < 0$, שלילי: $0 < x < 7$.
- (3) להלן סקיצה:
- ג. $7 - \sqrt{13} \approx 3.39$ יח"ר.
- (8) א. $\frac{a}{2}$. ב. $\frac{AB}{BE} = 1$.



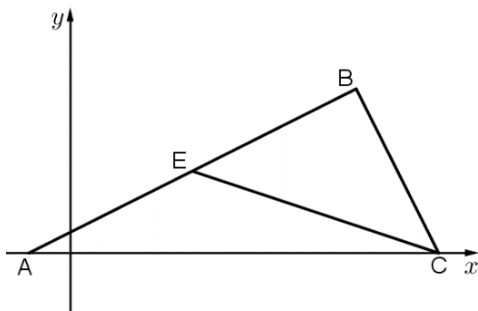
בגרות קיץ 2018 מועד א':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) המרחק בין עיר א ובין עיר ב הוא 126 ק"מ.
 בשעה 8:00 יצאה מכונית מעיר א לעיר ב.
 בשעה 8:30 יצא רוכב אופניים מעיר ב לעיר א.
 המכונית ורוכב האופניים נפגשו בשעה 9:30 והמשיכו בדרכם.
 15 דקות לאחר הפגישה הגיעה המכונית לעיר ב.
 המכונית ורוכב האופניים לא שינו את מהירויותיהם בזמן הנסיעה.
 א. מצא את מהירות הנסיעה של המכונית ואת מהירות הנסיעה של רוכב האופניים.
 יום לאחר מכן, יצאו המכונית ורוכב האופניים זה לקראת זה באותו הזמן.
 המכונית יצאה מעיר ב לעיר א, ואילו רוכב האופניים יצא מעיר א לעיר ב.
 המכונית נסעה במהירות קבועה הגדולה ב- a קמ"ש מן המהירות שבה נסעה
 ביום שלפני כן, ואילו רוכב האופניים נסע במהירות קבועה הקטנה ב- a קמ"ש
 מן המהירות שבה נסע ביום שלפני כן.
 המכונית ורוכב האופניים נפגשו לאחר t שעות.
 ב. מצא את t .



- (2) CE הוא תיכון במשולש ABC.
 נתון: $A(-1, 0)$, $B(7, 4)$,
 הקדקוד C נמצא על ציר ה- x (ראה ציור).
 א. מצא את שיעורי הנקודה E.
 נתון: $EB = BC$, שיעור ה- x של הקדקוד C
 גדול משיעור ה- x של הקדקוד B.
 ב. מצא את שיעורי הקדקוד C.
 מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה- x .
 האנך שהורידו חותך את הקטע CE בנקודה K ואת ציר ה- x בנקודה F.
 ג. (1) מצא את שיעורי הנקודה K ואת אורך הקטע KF.
 (2) חשב את שטח המשולש EKF.

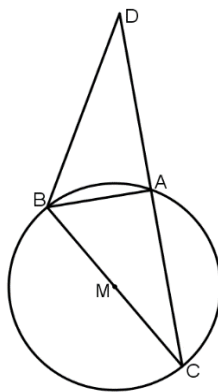
- (3) בסל יש 2 תפוחים ומספר מסוים של אפרסקים.
טל הוציאה באקראי מן הסל שני פירות זה אחר זה ללא החזרה.
ההסתברות שהיא הוציאה שני תפוחים היא $\frac{1}{36}$.

- א. מצא כמה אפרסקים היו בסל לפני שטל הוציאה ממנו פירות.
ב. מהי ההסתברות שהפרי השני שהוציאה טל היה תפוח?
ג. (1) חשב את ההסתברות שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג.
(2) ידוע שטל הוציאה מן הסל שני פירות מאותו הסוג.
מהי ההסתברות שהיא הוציאה שני אפרסקים?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

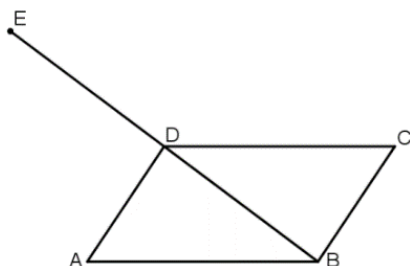
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) בציור שלפניך מתואר מעגל שמרכזו M ורדיוסו R.
BC הוא קוטר במעגל. הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל.
הקטע DC חותך את המעגל בנקודה A.

$$\text{נתון: } \angle ABD = \frac{1}{2} \angle AMC.$$

- א. הוכח ש-BA הוא חוצה זווית במשולש DBC.
ב. הוכח: $\triangle CBD \sim \triangle CMA$.
ג. הוכח כי MA הוא קטע אמצעים במשולש DBC.
ד. נתון: המשולש ABM הוא משולש שווה צלעות.
הבע את שטח המשולש CBD באמצעות רדיוס המעגל.



- (5) ABCD היא מקבילית.
נתון: $BC = 10, AB = 15$.
נסמן: $\angle DAB = \alpha$, $(\alpha < 90^\circ)$.
א. הבע באמצעות α את שטח המשולש BAD.
נתון: שטח המקבילית הוא $75\sqrt{3}$.
ב. חשב את גודל הזווית α .
ג. חשב את אורך האלכסון BD.
הנקודה E נמצאת על המשך האלכסון BD, כמתואר בציור, כך ש- $ED = DB$.
ד. (1) מצא את גודל הזווית ABE.
(2) מצא את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

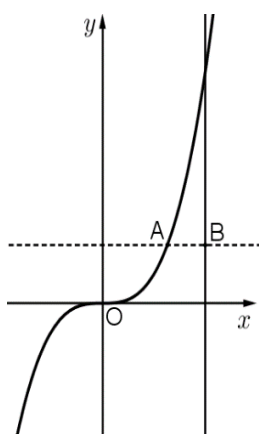
ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{(x-3)^2} + 4$

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- (2) מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, המאונכות לצירים.
- (3) מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, על ידי ציר ה- x , ועל ידי הישרים $x=4$ ו- $x=5$.
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - 4$.
- ג. מהו השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי ציר ה- x , ועל ידי הישרים $x=4$ ו- $x=5$? נמק.

(7) נתונה הפונקציה $f(x) = x^3 \cdot \sqrt{x+a}$. a הוא פרמטר.

- א. הבע באמצעות a את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- הנקודה $(2, 24)$ נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את a .
- הצב $a=7$ וענה על הסעיפים ג-ד.
- ג. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- (4) מהם תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$?
- נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.
- ד. מהו הערך של c , שעבורו גרף הפונקציה $g(x)$ משיק לציר ה- x ? נמק.



8) בציור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x) = x^3$

והישר $x = 2$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$.

נתון: $0 < x_A < 2$ (x_A הוא שיעור ה- x של הנקודה A).

מהנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x (הישר המקווקו בציור).

הישר שהעבירו חותך את הישר $x = 2$

בנקודה B (ראה ציור).

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. מה הם שיעורי הנקודה A שבעבורה

שטח המשולש ABO הוא מקסימלי? נמק.

ב. חשב את שטח המשולש ABO בעבור הנקודה A

שמצאת בסעיף א.

תשובות סופיות:

1) א. מכונית : 72 קמ"ש, אופניים : 18 קמ"ש.

ב. $t = 1.4$

2) א. $E(3,2)$ ב. $C(9,0)$ ג. $K\left(7, \frac{2}{3}\right)$ ד. $KF = \left(\frac{2}{3}\right)$ ה. $\frac{4}{3}$ יח"ש.

3) א. 7 ב. $\frac{2}{9}$ ג. $\frac{11}{18}$ ד. $\frac{21}{22}$

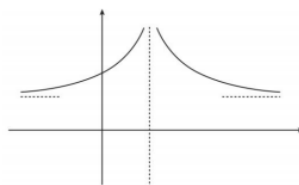
4) א+ב+ג. הוכחה. ד. $\sqrt{3}R^2$

5) א. $75 \sin \alpha$ ב. 60° ג. $5\sqrt{7}$ יח"א ד. 40.893° (2) 13.769 יח"א.

6) א. (1) $x \neq 3$ (2) $x = 3$, $y = 4$ (3) עליה: $x < 3$, ירידה: $x > 3$.

ב. 4.5 יח"ש ג. $\frac{1}{2}$ יח"ש.

(4) גרף:



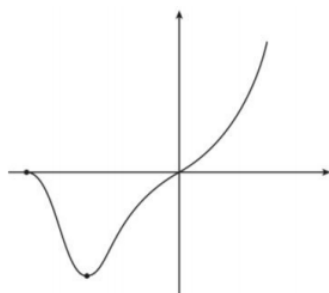
7) א. $x \geq -a$ ב. $a = 7$ ג. $(-7,0)$, $(0,0)$

(2) $(-6, -216)$ מינימום, $(-7,0)$ מקסימום. (3) גרף:

(4) חיובית: $x > 0$, שלילית: $-7 < x < 0$.

ד. $c = 216$

8) א. $(1.5, 3.375)$ ב. $\frac{27}{32}$ יח"ש.



בגרות קיץ 2018 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) בשיעור אומנות קיבל תלמיד חוט ברזל שאורכו $52a$ ס"מ והכין ממנו שתי

מסגרות לתמונות: מסגרת אחת בצורת ריבוע ומסגרת אחת בצורת מלבן.

צלע אחת של המלבן שווה באורכה לצלע הריבוע

והצלע האחרת של המלבן גדולה פי $\frac{4}{3}$ מצלע הריבוע.

החוט הספיק בדיוק להכנת שתי המסגרות.

א. הבע באמצעות a את אורכי המלבן.

ב. מחוט ברזל נוסף (באורך אחר) הכין התלמיד עוד שתי מסגרות: מסגרת

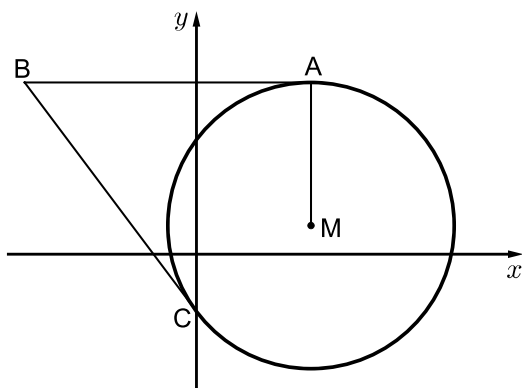
מלבנית וזהה למסגרת המלבנית הראשונה, ומסגרת בצורת ריבוע שצלעו

ארוכה ב-65% מצלע הריבוע הראשון.

מצא בכמה אחוזים החוט הנוסף ארוך מן החוט הראשון.

ג. האורך של אלכסון המלבן הוא 45 ס"מ.

חשב את אורכי צלעות המלבן.



(2) מעגל שמרכזו בנקודה $M(4, 1)$ חותך

את ציר ה- y בנקודה C , כמתואר בציור.

מן הנקודה B , הנמצאת ברביע השני,

העבירו שני ישרים המשיקים למעגל

בנקודות A ו- C .

משוואת הישר AB היא $y = 6$.

א. מהי משוואת המעגל?

ב. מצא את משוואת הישר BC .

ג. חשב את שטח המרובע $ABCM$.

ד. חשב את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש BCM .

בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.

(3)

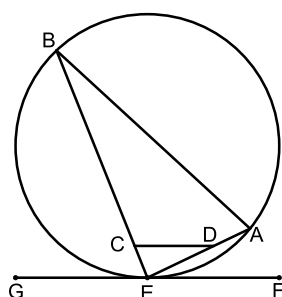
- בבית ספר מסוים יש תלמידים שגרים בעיר ויש תלמידים שגרים מחוץ לעיר.
 מספר הבנות הלומדות בבית הספר גדול פי 1.25 ממספר הבנים הלומדים בבית הספר.
 75% מן הבנים גרים בעיר ו-40% מן הבנות גרות מחוץ לעיר.
 בחרו באקראי תלמיד מבין תלמידי בית הספר (בן או בת).
 א. מהי ההסתברות שבחרו בן שגר בעיר?
 ב. ידוע שהתלמיד שנבחר (בן או בת) גר בעיר. מהי ההסתברות שנבחרה בת?
 ג. בבית הספר יש 900 תלמידים (בנים ובנות). כמה תלמידים (בנים ובנות) גרים בעיר?
 ד. בכל יום בוחרים באקראי תלמיד מבית הספר שיהיה תורן ניקיון (אותו התלמיד יכול להיבחר ברצף יום אחר יום). מהי ההסתברות שבמשך 3 ימים רצופים נבחרו לפחות 2 תורנים שגרים מחוץ לעיר? (תורן יכול להיות בן או בת)

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

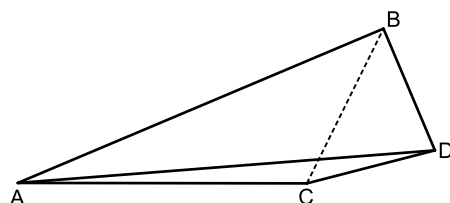
שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) המשולש AEB חסום במעגל. הקטע GF משיק למעגל בנקודה E. הנקודות C ו-D נמצאות על הצלעות BE ו-AE, בהתאמה, כך שהקטע CD מקביל למשיק.



- א. הוכח: $\angle ABE = \angle CDE$.
 ב. הוכח: $\triangle ABE \sim \triangle CDE$.
 ג. הוכח כי אפשר לחסום את המרובע ABCD במעגל.
 ד. נתון $CD = 4$ ס"מ, $BE = 12$ ס"מ, $ED = \frac{1}{3} AB$.
 חשב את אורך הקטע ED.

- (5) ABD הוא משולש ישר-זווית ($\angle ABD = 90^\circ$).



- נסמן: $BD = a$. נתון: $AB = 3a$.
 א. חשב את גודל הזווית ADB.
 ב. נתון: $CD = BD$, $\angle ADC = 10^\circ$.
 ג. הבע באמצעות a את אורך הקטע BC.
 ד. הבע באמצעות a את אורך הקטע AC.
 ה. נתון: שטח המשולש BDC הוא 30 סמ"ר.
 חשב את שטח המרובע ABDC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה $f(x) = x^2(x-4)^2$, המוגדרת לכל x .

ענה על הסעיפים א-ג. פתח סוגריים אם יש צורך.

א. (1) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.

ב. (2) מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

ג. (3) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. (4) מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה $f(x)$ (אם יש כאלה).

ה. ב. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$ ועל ידי ציר ה- x .

ו. ג. סרטט סקיצה של גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

7 נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{2x-13}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

ב. (2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים

(אם יש כאלה).

ג. (3) הראה כי הפונקציה $f(x)$ עולה בכל תחום הגדרתה.

ד. (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ה. לפי גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ו. ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

ז. (2) מהי משוואת האסימפטוטה האנכית

של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

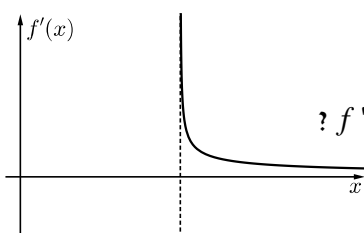
ח. הגרפים של הפונקציות $f(x)$ ו- $f'(x)$ חותכים זה את זה בנקודה A.

ט. ג. חשב את שיעורי הנקודה A.

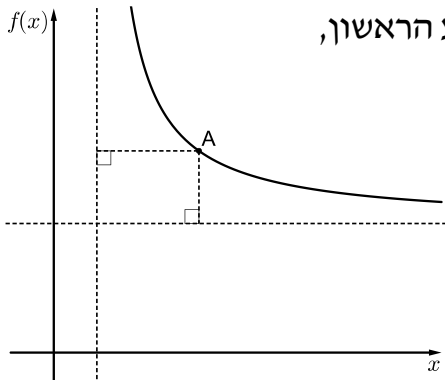
י. מן הנקודה A הורידו אנך לציר ה- x .

יא. ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה הנגזרת $f'(x)$,

על ידי האנך, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x=11$.



8) לפניך ציור של גרף הפונקציה $f(x) = \frac{4}{x-1} + 3$ ברביע הראשון.



מנקודה A, הנמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, העבירו אנכים לאסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$, כך שנוצר מלבן.

א. מצא את משוואות האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המאונכות לצירים.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A שבעבורה היקף המלבן מינימלי.

ג. חשב את שטח המלבן שהיקפו מינימלי.

תשובות סופיות:

1) א. $6a, 8a$. ב. 30% . ג. 36 ס"מ, 27 ס"מ.

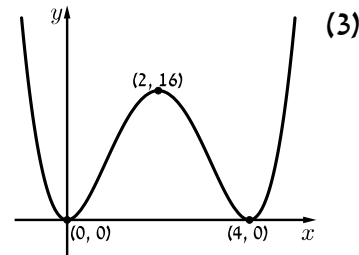
2) א. $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$. ב. $y = -\frac{4}{3}x - 2$. ג. $S_{ABCM} = 50$. ד. $\frac{\sqrt{125}}{2} = 5.59$.

3) א. $\frac{1}{3}$. ב. $\frac{1}{2}$. ג. 600 . ד. $\frac{7}{27}$.

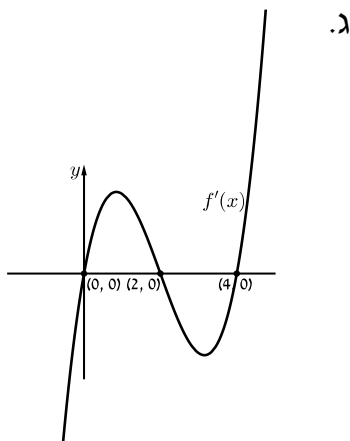
4) א-ג. הוכחה. ד. 4 ס"מ.

5) א. 71.565° . ב. $1.306a$. ג. $2.185a$. ד. $S_{ABDC} = 107.55$ ס"מ.

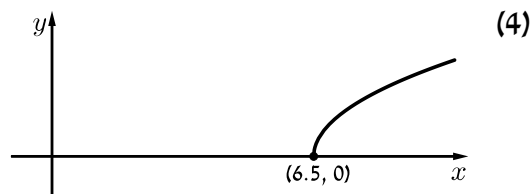
6) א. (1) $(0,0)$, (2) $(4,0)$, מינימום, (3) $(2,16)$ מקסימום. (4) חיוביות: $0 < x < 4$, $4 < x$. שליליות: אין.



ב. $\frac{512}{15}$



7) א. (1) $6.5 \leq x$, (2) $(6.5, 0)$, (3) הוכחה.



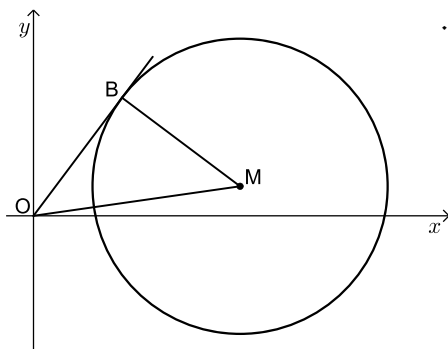
ב. (1) $6.5 < x$, (2) $6.5 = x$. ג. A(7,1). ד. 2.

8) א. $x=1, y=3$. ב. A(3,5). ג. 4.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) בפיצרייה "נפולי" המחיר של פיצה משפחתית גבוה פי 3 מן המחיר של פיצה אישית. בפיצרייה הכריזו על מבצע:
10% הנחה על קניית פיצה אישית,
20% הנחה על קניית פיצה משפחתית.
תלמידי שכבה י"א קנו 63 פיצות במבצע, חלקן אישיות וחלקן משפחתיות.
נתון כי מספר הפיצות המשפחתיות היה גדול פי 2.5 ממספר הפיצות האישיות.
תלמידי שכבה י"א שילמו על הפיצות 3477.6 שקלים סך הכול.
א. חשב את המחיר המקורי של פיצה אישית, ואת המחיר המקורי של פיצה משפחתית (המחירים שלפני ההנחה).
ב. לאחר שבוע הכריזו על מבצע אחר:
מי שישלם את המחיר המקורי בעבור שתי פיצות אישיות, יקבל פיצה אישית שלישית חינם. כמה פיצות אישיות אפשר לקנות במבצע הזה תמורת 1232 שקלים (כולל הפיצות שהתקבלו בחינם)?



- (2) בציור שלפניך נתון מעגל שמרכזו M.
ישר העובר בראשית הצירים משיק למעגל בנקודה B(3,4).
חיברו את מרכז המעגל, M, עם ראשית הצירים, O.
נתון: משוואת הישר OM היא: $y = \frac{1}{7}x$.
א. מצא את משוואת הישר BM.
ב. מצא את משוואת המעגל.
המשך הקטע BM חותך את המעגל בנקודה C.
ג. מצא את שטח המשולש OBC.
העבירו מעגל נוסף כך ש-OM הוא קוטר שלו.
ד. האם המרכז של המעגל הנוסף נמצא בתוך המעגל שמרכזו M, עליו או מחוצה לו? נמק ופרט את חישוביך.

3) ל-8% בדיוק מחברי מועדון ג'ודו ארצי יש חגורה שחורה.

א. בוחרים באקראי 6 מן החברים במועדון.

(1) מהי ההסתברות שבדיוק ל-2 מהם יש חגורה שחורה?

(2) מהי ההסתברות שאין חגורה שחורה לאף אחד מן ה-6 שנבחרו?

$\frac{1}{5}$ מן החברים במועדון הם מדריכים, והשאר חניכים.

75% מחברי המועדון שיש להם חגורה שחורה הם מדריכים.

ב. בחרו באקראי חבר מועדון.

מהי ההסתברות שהחבר שנבחר הוא חניך שיש לו חגורה שחורה?

ג. בחרו באקראי חניך חבר מועדון.

מהי ההסתברות שיש לו חגורה שחורה?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתון מעגל שמרכזו O.

C היא נקודה מחוץ למעגל, כך שהישר CA משיק למעגל בנקודה A.

מן הנקודה C העבירו ישר החותך את המעגל בנקודות F ו-B,

כמתואר בציור, כך ש-AB הוא קוטר במעגל.

א. הוכח: $\triangle AFB \sim \triangle CAB$.

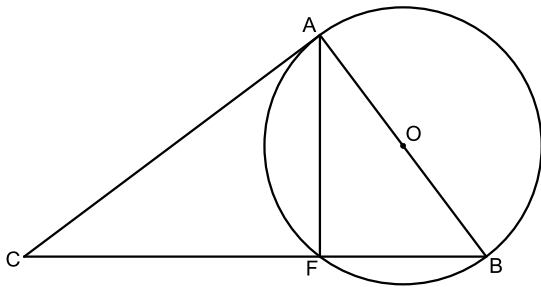
נתון: $FC = 16$, $FB = 9$.

ב. חשב את קוטר המעגל, AB.

ג. חשב את שטח המשולש CFA.

ד. האם $\triangle CFA \sim \triangle CAB$?

הוכח את תשובתך.



5) נתון משולש ABC.

הנקודה D נמצאת על הצלע AB כך ש- $BD = 2DA$

(ראה ציור).

נתון: $\angle DCB = 65^\circ$, $DC = 10$, $BC = 12$.

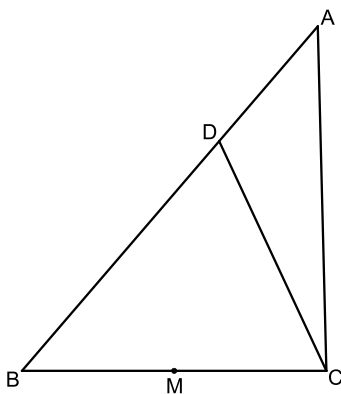
א. חשב את אורך הקטע BD.

ב. חשב את שטח המשולש ADC.

הנקודה M היא אמצע הקטע BC.

ג. האם הנקודה M היא מרכז המעגל החוסם

את המשולש BDC? נמק.



**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

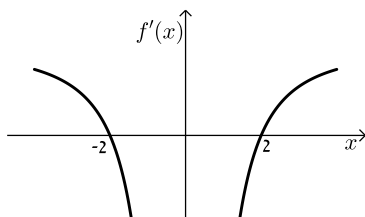
ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = -2 + \sqrt{-x^2 + 5x}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 - מה הם שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x ?
 - מצא את השיעורים של כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
 - מה הם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$?
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$, שתחום הגדרתה הוא תחום ההגדרה של $f(x)$. c הוא פרמטר.
- ו. מה הם כל ערכי c שבעבורם הפונקציה $g(x)$ חיובית בכל תחום הגדרתה?

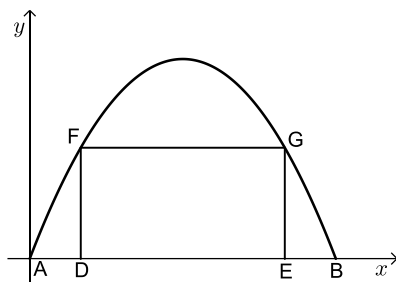
7 הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל $x \neq 0$.

- בציור שלפניך מתואר הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$, המוגדרת גם היא לכל $x \neq 0$, וחותכת את ציר ה- x בנקודות $(-2, 0)$, $(2, 0)$.
- מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן על פי הגרף.



נתון: $f'(x) = -\frac{1}{x^2} + a$ לכל $x \neq 0$. $a > 0$ הוא פרמטר.

- מצא את a .
- ענה על סעיף ג בעבור $x > 0$.
- שיעור ה- y של נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ הוא 10.
- כתוב ביטוי אלגברי לפונקציה $f(x)$.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$ בעבור $x > 0$.



(8) המלבן DFGE חסום בין גרף הפרבולה $y = -x^2 + 6x$

ובין ציר ה- x , כמתואר בציור.

הנקודות A ו-B הן נקודות החיתוך של גרף הפרבולה

עם ציר ה- x , כמתואר בציור.

k הוא פרמטר. נתון: $0 < k < 3$.

נתון: $AD = EB = k$.

א. הבע באמצעות k את אורכי הצלעות של המלבן DFGE.

ב. מצא את k שבעבורו שטח המלבן DFGE הוא מקסימלי.

תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

תשובות סופיות:

(1) א. מחיר פיצה אישית: 28 ₪, מחיר פיצה משפחתית: 84 ₪. ב. 66 פיצות.

(2) א. $y = -\frac{3}{4}x + 6\frac{1}{4}$. ב. $(x-7)^2 + (y-1)^2 = 25$. ג. 25 יח"ר S_{OBC} .

ד. בתוך המעגל.

(3) א. (1) 0.0688 (2) 0.6064. ב. 0.02. ג. $\frac{1}{40}$.

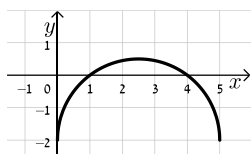
(4) א. הוכחה. ב. 15 יח"ר AB . ג. 96 יח"ר S_{CFA} . ד. כן.

(5) א. 11.94 יח"ר BD . ב. 27.193 יח"ר S_{ADC} . ג. לא.

(6) א. $0 \leq x \leq 5$. ב. $(1,0)$, $(4,0)$. ג. $\min(5, -2)$, $\max(2.5, 0.5)$, $\min(0, -2)$.

ד. עולה: $0 < x < 2.5$, יורדת: $2.5 < x < 5$. ה. סקיצה:

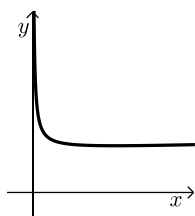
ו. $c > 2$.



(7) א. $x_{\max} = -2$, $x_{\min} = 2$. ב. $a = \frac{1}{4}$.

ג. (1) $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{x}{4} + 9$. (2) להלן סקיצה:

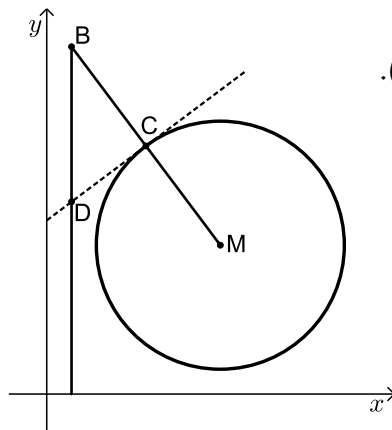
(8) א. $GE = -k^2 + 6k$, $DE = 6 - 2k$. ב. $k = 3 - \sqrt{3} = 1.27$.



פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) המרחק בין עיר א' לעיר ב' הוא 120 ק"מ.
מכונית נסעה בבוקר מעיר א' לעיר ב' במהירות קבועה.
בערב חזרה המכונית מעיר ב' לעיר א' באותה הדרך.
המכונית נסעה במשך שעה באותה המהירות שבה נסעה בבוקר.
היא עצרה בצד הדרך למשך 2 דקות, ולאחר מכן המשיכה בנסיעתה עד עיר א'
במהירות הגבוהה ב-10 קמ"ש ממהירות נסיעתה בבוקר.
זמן הנסיעה של המכונית בערב (כולל משך זמן העצירה) היה שווה לזמן
הנסיעה שלה בבוקר.
א. מצא את מהירות המכונית בבוקר.
ב. השעה שבה יצאה המכונית מעיר ב' בדרכה חזרה לעיר א' הייתה שמונה בערב.
מה היה המרחק שלה מעיר א' בשעה תשע ו-8 דקות בערב?



- (2) נתון מעגל שמרכזו $M(7,6)$.
הישר MB חותך את המעגל בנקודה C (ראה ציור).
נתון: $MC = CB$, $B(1,14)$.
א. מצא את משוואת המעגל.
העבירו משיק למעגל בנקודה C.
ב. מצא את משוואת המשיק.
מן הנקודה B הורידו אנך לציר ה-x.
המשיק והאנך נחתכים בנקודה D.
ג. חשב את שטח המשולש BCD.
הנקודה E נמצאת על האנך שהורידו מנקודה B לציר ה-x.
נתון: $ME \parallel CD$.
ד. מצא את שיעורי הנקודה E.
ה. הראה כי הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש BME.

3) במשחק יש שני סיבובים. בכל סיבוב יש שתי אפשרויות בלבד : לזכות או להפסיד. משתתף שזוכה בשני הסיבובים מנצח במשחק כולו.

ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון גדולה פי 3 מן ההסתברות להפסיד בו.

א. מהי ההסתברות לזכות בסיבוב הראשון? נמק.

אם משתתף במשחק זכה בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.8.

אם משתתף הפסיד בסיבוב הראשון, ההסתברות שהוא יזכה בסיבוב השני היא 0.6.

ב. (1) מהי ההסתברות לזכות בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים?

(2) ידוע שמשתתף זכה בדיוק בסיבוב אחד מבין שני הסיבובים.

מהי ההסתברות שהוא זכה בסיבוב הראשון?

ג. (1) מהי ההסתברות לנצח במשחק כולו?

(2) 4 משתתפים משחקים במשחק.

מהי ההסתברות שכל המשתתפים ינצחו במשחק כולו?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) נתון מעגל שמרכזו O.

BC הוא קוטר במעגל. מן הנקודה A שמחוץ למעגל העבירו שני ישרים :

האחד משיק למעגל בנקודה E והאחר חותך את המעגל בנקודה C,

כמתואר בציור שלפניך.

נתון כי $\angle EAC = 90^\circ$.

א. הוכח : $EO \parallel AC$.

ב. הוכח : $\angle OCE = \angle ACE$.

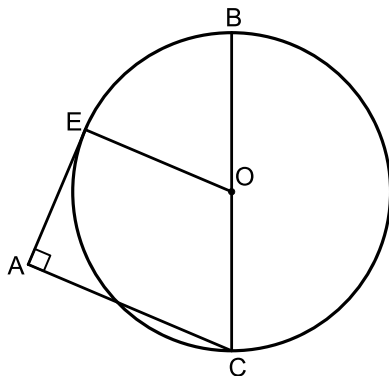
ג. הוכח : $\triangle EBC \sim \triangle AEC$.

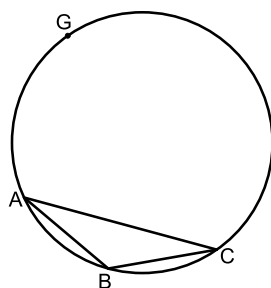
נתון : $BC \cdot AC = 64$.

ד. (1) חשב את EC.

(2) נתון : $EB = 6$.

חשב את EO.





5) במעגל שהרדיוס שלו הוא 10, חסום משולש שווה שוקיים ABC ($AB = BC$), כמתואר בציור שלפניך. נתון כי: $\angle ABC = 130^\circ$.

- חשב את אורך הצלע AC.
- חשב את שטח המשולש ABC.
- G היא נקודה על המעגל כך ש-GC הוא קוטר במעגל. הישר GB חותך את הצלע AC בנקודה E. חשב את אורך הקטע EB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים, של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3x^2}{x^2 + x - 2}$.

- מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- מצא את האסימפטוטות של הפונקציה $f(x)$ המקבילות לצירים.
- מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים.
- מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- האם גרף הפונקציה $f(x)$ חותך את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה $f(x)$?
- אם הוא חותך את האסימפטוטה, מצא את שיעורי נקודת החיתוך.
- נתון: לפונקציה: $g(x) = f(x) + c$ (c הוא פרמטר) יש אסימפטוטה אופקית $y = 5$. מצא את c . נמק.

7 נתונה הפונקציה: $f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 9x + a$ המוגדרת לכל x . a הוא פרמטר.

א. מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y (אם יש צורך, הבע באמצעות a).

ב. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ (אם יש צורך, הבע באמצעות a), וקבע את סוגן.

ג. מצא את הערך של a שבעבורו נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$ נמצאת על ציר ה- x . נמק.

הצב $a = 18$ במשוואת הפונקציה $f(x)$, וענה על הסעיפים ד-ו.

ד. רשום את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה.

ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

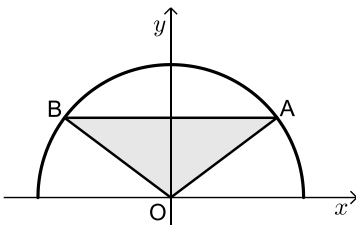
ו. (1) חשב את השטח ברביע השני המוגבל על ידי גרף הפונקציה $f(x)$, ציר ה- x וציר ה- y .

(2) A היא נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- y , ו- B

היא נקודת המינימום של הפונקציה $f(x)$.

הראה שגרף הפונקציה $f(x)$ מחלק את המשולש ABO לשני שטחים

שהיחס ביניהם הוא 3:1 (O – ראשית הצירים).



8 בצור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x) = \sqrt{25 - x^2}$

המוגדרת בתחום $-5 \leq x \leq 5$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון.

דרך הנקודה A העבירו ישר המקביל לציר ה- x .

הישר חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה B שברביע השני.

הנקודה O היא ראשית הצירים.

נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

א. (1) הבע באמצעות t את שיעורי הנקודה B .

(2) הבע באמצעות t את שטח המשולש ABO .

ב. מצא את t שבעבורו שטח המשולש ABO הוא מקסימלי. תוכל להשאיר שורש בתשובתך.

תשובות סופיות:

(1) א. 90 קמ"ש. ב. 20 ק"מ.

(2) א. $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 25$ ב. $y = \frac{3}{4}x + 7$ ג. 9.37 יח"ר.

ד. $E(1, 1.5)$ ה. הסבר.

(3) א. 0.75 ב. (1) 0.3 ב. (2) 0.5 ג. (1) 0.6 ג. (2) 0.1296

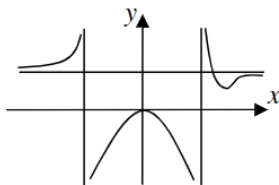
(4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. (1) 8 ד. (2) 5

(5) א. 15.32 יחידות. ב. 27.36 יחידות שטח. ג. 3.94

(6) א. (1) $x \neq 1, -2$ א. (2) $x = 1, x = -2, y = 3$ א. (3) $(0, 0)$

א. (4) $\max(0, 0), \min(4, 2.67)$ א. (5) עלייה: $x < -2, -2 < x < 0, x > 4$

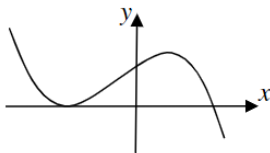
ירידה: $0 < x < 1, 1 < x < 4$ ב. סקיצה:



ג. כן $(2, 3)$ ד. 2

(7) א. $(0, a)$ ב. $\min(-3, a-18), \max(3, a+18)$ ג. 18

ד. $\max(3, 36), \min(-3, 0)$ ה. סקיצה:



ו. (1) 20.25 יח"ר ו. (2) הוכחה.

(8) א. (1) $B(-t, \sqrt{25-t^2})$

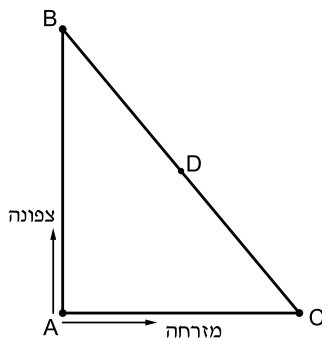
א. (2) $t\sqrt{25-t^2}$ יחידות שטח.

ב. $t = \sqrt{12.5}$.

בגרות קיץ 2019 מועד ב':

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

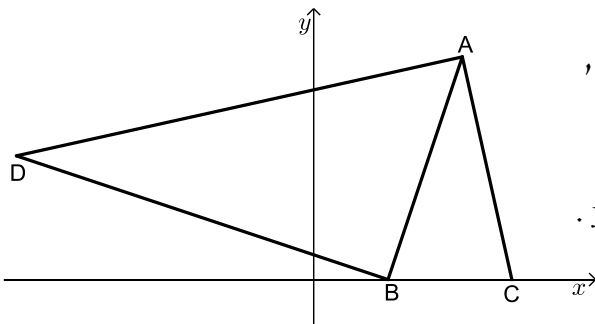
ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(1) שני רוכבי אופניים יצאו בשעה 8:00 מנקודה A. רוכב א' רכב צפונה, ורוכב ב' רכב מזרחה (ראה ציור) בשעה 9:00 הגיע רוכב א' לנקודה B, ורוכב ב' הגיע לנקודה C כך שהמרחק ביניהם, BC, היה 30 ק"מ. מהירות הנסיעה של רוכב א' הייתה גבוהה ב-6 קמ"ש ממהירות הנסיעה של רוכב ב'.

א. מצא את מהירות הנסיעה של כל אחד משני הרוכבים.

לאחר מנוחה של 10 דקות יצאו הרוכבים זה לכיוונו של זה: רוכב א' רכב לכיוון הנקודה C באותה המהירות שבה נסע קודם, ורוכב ב' רכב לכיוון הנקודה B במהירות הגבוהה ב-3 קמ"ש מן המהירות שבה נסע קודם. הם נפגשו בנקודה D (ראה ציור).
ב. באיזו שעה נפגשו הרוכבים?



(2) נתון משולש ABC. הקודקודים B ו-C מונחים על ציר ה- x , כמתואר בציור שלפניך.

הקודקוד A נמצא ברביע הראשון. משוואת הצלע AC היא: $y = -4\frac{1}{2}x + 36$.

נתון כי אורך הצלע BC הוא 5.
א. מצא את שיעורי הנקודות B ו-C.

נתון כי שטח המשולש ABC הוא $22\frac{1}{2}$.

ב. מצא את שיעורי הנקודה A.

D היא נקודה ברביע השני כך ש-DB מאונך ל-AB.

ג. מצא את משוואת הישר BD.

נתון כי שיעור ה- x של הנקודה D הוא -12.

ד. (1) הוכח כי $\angle DAC = 90^\circ$.

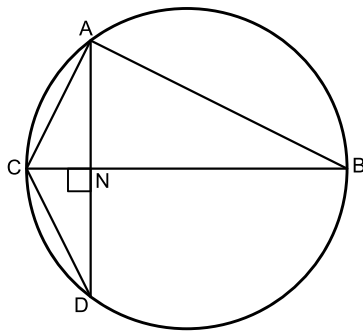
(2) מצא את מרכז המעגל החוסם את המשולש DAC.

- (3) בשק יש 80 כדורים. מקצתם עשויים מזכוכית והשאר עשויים מפלסטיק.
 20 מן הכדורים שבשק הם כחולים והשאר צהובים.
 70% מן הכדורים שבשק הם כדורים צהובים מפלסטיק.
 25% מן הכדורים העשויים זכוכית הם צהובים.
 א. כמה כדורים מפלסטיק יש בשק?
 ב. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.
 (1) מהי ההסתברות שהכדור שהוציאו הוא כדור כחול מזכוכית?
 (2) ידוע שהכדור שהוציאו מן השק הוא כחול.
 מהי ההסתברות שהוא מזכוכית?
 ג. הוציאו באקראי כדור מן השק והחזירו אותו לשק.
 את הפעולה הזאת (הוצאה והחזרה) עשו 4 פעמים.
 מה ההסתברות שבדיוק 3 מן הכדורים שהוציאו הם צהובים?

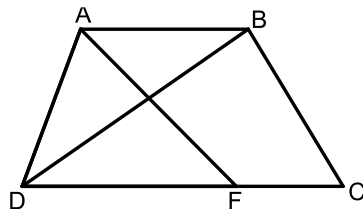
פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) המשולש ABC חסום במעגל כך ש-BC הוא קוטר במי
 מקודקוד A העבירו אנך לצלע BC.
 האנך חותך את הצלע BC בנקודה N ואת המעגל
 בנקודה D, כמתואר בציור שלפניך.
 א. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle NDC$.
 ב. הוכח: $\triangle ACD$ הוא משולש שווה שוקיים.
 ג. הוכח: $AC^2 = NC \cdot BC$.
 ד. נתון כי: $CD = 4$, וכי רדיוס המעגל שווה ל-5.
 חשב את אורך הקטע NC.



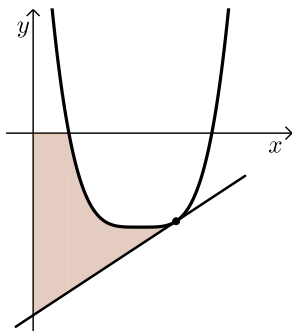
- (5) בטרפז ABCD ($AB \parallel DC$) שבציור שלפניך נתון:
 $BC = 4$, $DC = 7$, $BD = 6$.
 א. חשב את גודל הזווית $\angle BDC$.
 נתון: $AB = AD$.
 ב. מצא את אורך הצלע AD.
 הנקודה F נמצאת על הצלע DC.
 נתון כי שטח המשולש ADF הוא 8.
 ג. (1) מצא את אורך הצלע DF.
 (2) מצא את אורך רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADF.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

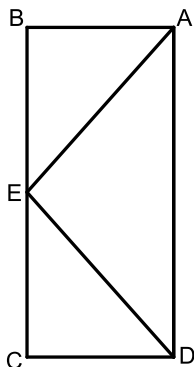
6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2}{x^2 + 2x - 3}$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. (2) מצא את האסימפטוטות המאונכות לצירים של הפונקציה $f(x)$.
- ג. מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.
- ד. (1) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- ה. (2) סרטט סקיצה של גרף הנגזרת $f'(x)$ בתחום $-3 < x < 1$.
- ו. (2) הסתמך על הסרטוט בתת סעיף ד (1) וחשב את השטח המוגבל על ידי גרף הנגזרת $f'(x)$, על ידי ציר ה- x ועל ידי הישר $x = -2$.



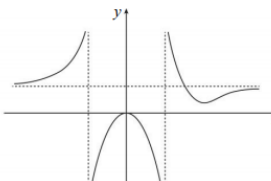
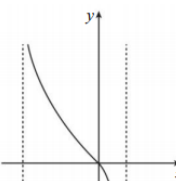
7 לפיכך סרטוט של גרף הפונקציה: $f(x) = (x-3)^4 - 16$ המוגדרת לכל x .

- א. מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
- ג. העבירו משיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = 4$.
- ד. (1) מצא את משוואת המשיק.
- ה. (2) חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, על ידי המשיק, על ידי ציר ה- x ועל ידי ציר ה- y (השטח המסומן בסרטוט).



- 8 במלבן ABCD סכום האורכים של שתי צלעות סמוכות הוא 20. בתוך המלבן בנו משולש AED כך שהקודקוד E נמצא באמצע הצלע BC (ראה ציור). נסמן ב- x את אורך הקטע BE.
- א. (1) הבע באמצעות x את אורך הקטע AE.
 - ב. (2) מצא את אורכי צלעות המלבן שבעבורן אורך הקטע AE הוא מינימלי.
 - ג. ענה על סעיף ב עבור אורכי צלעות המלבן שמצאת בסעיף א.
 - ד. חשב את שטח המשולש AED.

תשובות סופיות:

- (1) א. מהירות רוכב א': 24 קמ"ש, מהירות רוכב ב': 18 קמ"ש.
ב. 09:50.
- (2) א. $B(3,0)$, $C(8,0)$ ב. $A(6,9)$ ג. $y = -\frac{1}{3}x + 1$ ד. (1) הוכחה.
(2) $(-2, 2.5)$
- (3) א. 64 כדורים. ב. (1) $\frac{3}{20} = 0.15$ ב. (2) $\frac{3}{5} = 0.6$ ג. $\frac{27}{64}$
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה. ד. 1.6.
- (5) א. 34.77° ב. 3.652 ג. (1) 4.676 ג. (2) 2.754
- (6) א. (1) $x \neq -3$, $x \neq 1$ א. (2) $y = 1$, $x = -3$, $x = 1$ ב. $\max(0,0)$, $\min\left(3, \frac{3}{4}\right)$
- ג. סקיצה:  ד. (1) סקיצה:  ד. (2) $\frac{4}{3}$
- (7) א. $\min(3, -16)$ ב. $(1,0)$, $(5,0)$ ג. (1) $y = 4x - 31$
- ג. (2) 50.6 יח"ר.
- (8) א. (1) $\sqrt{5x^2 - 80x + 400}$ א. (2) 16 ס"מ, 4 ס"מ. ב. 32 יח"ש.

פרק ראשון – אלגברה, גאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

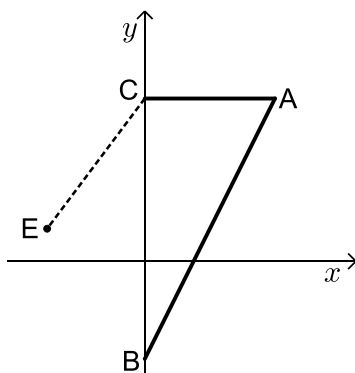
ענה על שתיים מהשאלות 1-3 (לכל שאלה 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) המחיר של כרטיס כניסה של מבוגר למוזאון הוא x שקלים.
מחיר כרטיס של מבוגר גדול פי 2 ממחיר כרטיס של ילד.
מחיר כרטיס של סטודנט נמוך ב-25% ממחיר כרטיס של מבוגר.
א. הבע באמצעות x את מחיר הכרטיס של ילד ואת מחיר הכרטיס של סטודנט.

ביום ראשון ביקרו במוזיאון מבוגרים בלבד.
סך כל ההכנסות של המוזאון ממכירת כרטיסים ביום ראשון היה 1,560 שקלים.
ביום שני ביקרו במוזאון רק ילדים וסטודנטים.
מספר הילדים שביקרו במוזאון ביום שני היה גדול ב-16 ממספר המבוגרים שביקרו בו ביום ראשון.
מספר הסטודנטים שביקרו במוזאון ביום שני היה קטן ב-2 ממספר הילדים שביקרו בו באותו יום.
סך כל ההכנסות של המוזאון ממכירת כרטיסים ביום שני היה 2,912 שקלים.
ב. (1) מצא את מחיר הכרטיס של מבוגר למוזאון.
(2) בכמה אחוזים גדול מספר המבקרים ביום שני ממספר המבקרים ביום ראשון?

- (2) במשולש ABC קודקודי המשולש B ו-C מונחים על ציר ה- y , כמתואר בציור.
משוואת הישר CA היא: $y = 5$, ומשוואת הישר BA היא: $y = 2x - 3$.



א. מצא את שיעורי הנקודות C, B ו-A.

נתון כי הנקודה E נמצאת ברביע השני
וכי שיעור ה- y שלה הוא 1.
אורך הקטע CE הוא 5.

ב. מצא את שיעור ה- x של הנקודה E.

הנקודה D היא מרכז המעגל החוסם את המשולש ABC.

ג. מצא את משוואת המעגל החוסם את המשולש ABC.

ד. האם הנקודה E נמצאת על המעגל החוסם את המשולש ABC, בתוך המעגל החוסם או מחוצה לו? נמק ופרט את חישוביך.

(3) 80% מתלמידי שכבה י"א בבית ספר גדול יצאו לטיול. בשכבה י"א יש בנים ובנות.

ידוע כי 0.75 מן הבנים בשכבה ו- $\frac{5}{6}$ מן הבנות בשכבה יצאו לטיול.

בחרו באקראי תלמיד משכבה י"א (בן או בת).

א. (1) מהי ההסתברות שנבחרה בת?

(2) מהי ההסתברות שנבחרה בת שיצאה לטיול?

ב. ידוע כי נבחר תלמיד שיצא לטיול (בו או בת). מהי ההסתברות שנבחרה בת?

ג. בחרו באקראי 5 תלמידים מן הבנים והבנות של שכבה י"א.

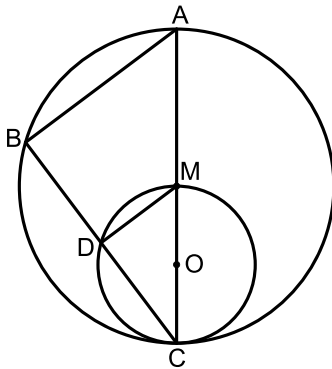
מהי ההסתברות שבדיוק 3 מהם הם בנים שיצאו לטיול?

פרק שני – גאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על אחת מהשאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על יותר משאלה אחת, תיבדק רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) בציור שלפניך שני מעגלים: מעגל גדול שמרכזו M ומעגל קטן שמרכזו O. המעגל הקטן משיק מבפנים למעגל הגדול בנקודה C, ועובר דרך הנקודה M (ראה ציור). הקטע CM עובר דרך הנקודה O, והמשכו חותך את המעגל הגדול בנקודה A. דרך הנקודה C העבירו ישר נוסף, החותך את המעגלים בנקודות D ו-B, כמתואר בציור.



- א. (1) הוכח: $\angle ABC = \angle MDC$.
 (2) הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle MDC$.
 ב. (1) הוכח כי DM הוא קטע אמצעים במשולש ABC.
 (2) מהו היחס בין שטח המשולש ABC ובין שטח המשולש MDC? נמק.
 ג. נתון: $DM = 2.4$, $CO = 2$.
 חשב את אורך הקטע BC.

- (5) במשולש ABD הנקודה C נמצאת על הצלע BD (ראה ציור).

נתון: $AD = 10$, $CD = 4$, $AC = 7$.

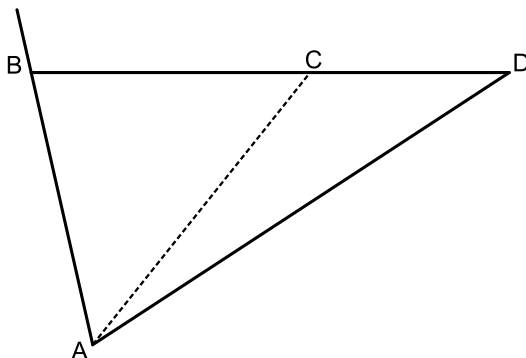
- א. חשב את גודל הזווית ACD.
 נתון: $AB = BC$.
 ב. חשב את שטח המשולש ABD.

הנקודה E נמצאת על המשך הצלע AB

כך ששטח המשולש EBD קטן פי 4

משטח המשולש ABD.

ג. מהו אורך הצלע EB? נמק.



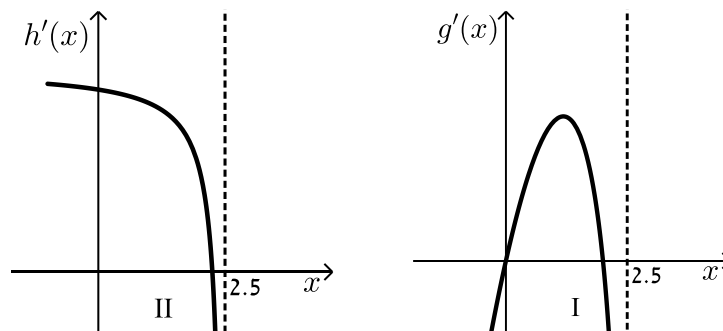
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פולינומים,
של פונקציות רציונליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מהשאלות 6-8 (לכל שאלה 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{x^2} - 6x$.

- א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.
 (2) מצא את שיעורי נקודת הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגה.
 (3) מצא את שיעורי נקודת החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x .
 בתשובתך השאר שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית.
 (4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
 נתונה הפונקציה: $g(x) = f(x) + c$. c הוא פרמטר.
 נתון כי נקודת הקיצון של הפונקציה $g(x)$ נמצאת על ציר ה- x .
 ב. (1) מצא את c .
 (2) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
 ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה $g(x)$, על ידי הישר $x = -3$ ועל ידי ציר ה- x .

- 7 לפניך הגרפים של הפונקציות $g'(x)$ ו- $h'(x)$, שהן פונקציות הנגזרות של הפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בהתאמה. פונקציות הנגזרת $g'(x)$ ו- $h'(x)$ מוגדרות בתחום: $x < 2.5$.



א. קבע על פי הגרפים כמה נקודות קיצון פנימיות יש לפונקציות $g(x)$ ו- $h(x)$ בתחום: $x < 2.5$. נמק את תשובתך.
(התייחס בתשובתך לחלק של הגרף המתואר בציור).

הפונקציה: $f(x) = 3 + x^2 \cdot \sqrt{5 - 2x}$ מוגדרת בתחום $x \leq 2.5$.

ב. מצא את שיעורי כל נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$, וקבע את סוגן.

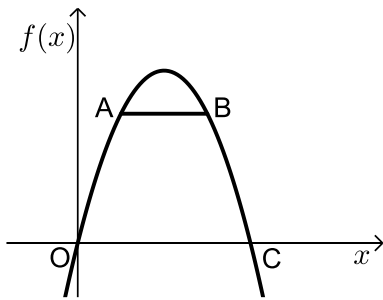
ג. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

ד. אחד מן הגרפים הנתונים בתחילת השאלה (II-I) הוא הגרף של פונקציית הנגזרת $f'(x)$. קבע מי מהם הוא הגרף של $f'(x)$. נמק.

ה. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציית הנגזרת $f'(x)$ ועל ידי ציר ה- x ברביע הראשון.

(8) גרף הפונקציה: $f(x) = -x^2 + 4x$ עובר בראשית הצירים, O, וחותך את ציר ה- x בנקודה נוספת, C (ראה ציור).

א. מצא את שיעורי הנקודה C.
הנקודות A ו-B נמצאות על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון, כמתואר בציור.



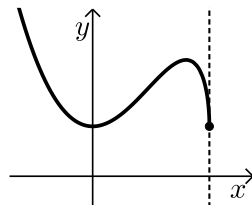
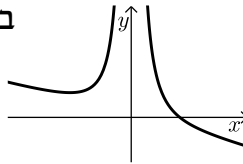
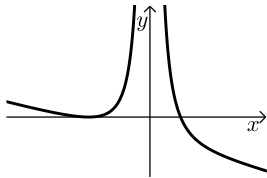
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- x . נתון כי שיעור ה- x של הנקודה B שווה ל- $(4 - x)$.

ב. הסבר מדוע הישר AB מקביל לציר ה- x .

ג. מצא את שיעור ה- x של הנקודה A שבעבורו שטח הטרפז OABC הוא מקסימלי.

תשובות סופיות:

- (1) א. מחיר כניסה לילד $0.5x$, מחיר כניסה לסטודנט $0.75x$
 ב. (1) 52.1 ₪ ב. (2) 200%.
- (2) א. $A(4,5)$, $B(0,-3)$, $C(0,5)$ ב. $x_E = -3$
 ג. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 20$ ד. מחוץ למעגל.
- (3) א. (1) 0.6 א. (2) 0.5 ב. $\frac{5}{8}$ ג. 0.1323
- (4) א. (1) הוכחה א. (2) הוכחה ב. (1) הוכחה ב. (2) 1:4 ב. (3) 6.4 ס"מ.
- (5) א. 128.68° ב. 26.23 סמ"ר ג. 1.4 ס"מ.
- (6) א. (1) $x \neq 0$ א. (2) $\min(-1,9)$ א. (3) $(0.79,0)$
 א. (4) להלן סרטוט: ב. (2) להלן סרטוט:
 ב. (1) -9 ג. 8 יח"ר.
- (7) א. לפונקציה $g(x)$ - 2 נקודות קיצון פנימיות.
 לפונקציה $h(x)$ - נקודת קיצון פנימית אחת.
 ב. $\min(0,3)$, $\max(2,7)$, $\min(2.5,3)$
 ג. להלן סקיצה:
 ד. גרף I.
 ה. 4 יח"ר.
 א. (4,0) (8)
 ב. הוכחה. ג. $\frac{4}{3}$.



שאלון 481

מבחני חזרה של גול

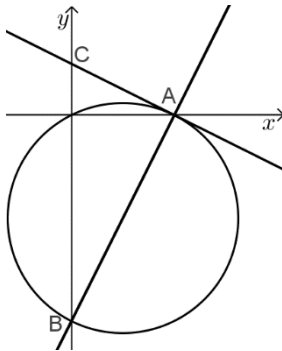
מבחן מספר 1:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) אופנוע עובר מרחק של 200 ק"מ במהירות מסוימת. לאחר מכן מאיץ האופנוע ומגדיל את מהירותו ב-40%. הוא נוסע במהירות זו ועובר מרחק של 280 ק"מ. המהירות הממוצעת של האופנוע היא 96 קמ"ש.
א. כמה זמן נסע האופנוע?
ב. באיזו מהירות התחיל האופנוע את נסיעתו?

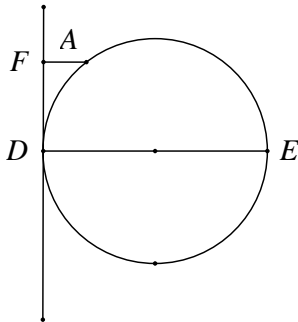


- (2) נתון ישר שמשוואתו $y = 2x - 10$.
הישר חותך את ציר ה- x בנקודה A ואת ציר ה- y בנקודה B.
הנקודה C היא נקודה על הישר $y = 2x - 10$ מעבר לנקודה A.
המשקע AB הוא קוטר.
מצא את אורך הקטע BC.

- (3) 70% מאוהדי קבוצת כדורגל הם גברים והשאר נשים. 40% מהאוהדים מעשנים.
נתון כי 45% מהאוהדים הם גברים שאינם מעשנים.
א. מהו אחוז הנשים המעשנות מבין האוהדים?
ב. בוחרים באקראי אוהד. מה ההסתברות שהוא גבר או שהוא מעשן?
ג. בוחרים באקראי אישה שהיא אוהדת את הקבוצה. מה ההסתברות שהיא מעשנת?
ד. האם מין האוהד והעובדה שהוא מעשן הם מאורעות תלויים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

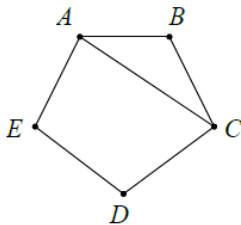


(4) DE הוא קוטר במעגל. בנקודה D מעבירים משיק למעגל. מנקודה A, שעל המעגל, מעבירים ישר המקביל לקוטר DE. הישר חותך את המשיק למעגל בנקודה F (ראה ציור).

א. הוכח כי: $AD^2 = AF \cdot DE$.

ב. נתון: $AF = 4$ ס"מ, $DE = 9$ ס"מ.

חשב את שטח הטרפז AFDE.



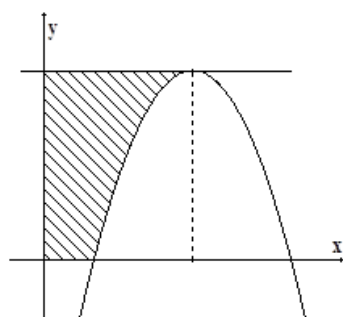
(5) במחומש משוכלל ABCDE (ראה איור) ידוע כי אורך האלכסון AC הוא 15 ס"מ. חשב את שטח המחומש.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

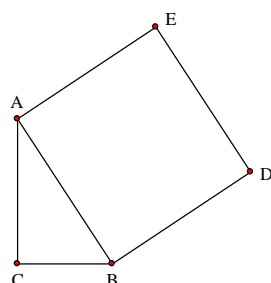
ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{9-x^2}}{x}$. חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- תחום הגדרה.
- נקודות קיצון.
- תחומי עלייה וירידה.
- נקודות חיתוך עם הצירים.
- אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.
- מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.



- (7) נתונה הפונקציה: $y = -x^2 + 6x - 5$ (ראה ציור).
 א. מצא את השיעורים של נקודת המקסימום של הפונקציה.
 ב. מהי משוואת הישר המשיק לגרף הפונקציה בנקודת המקסימום שלה?
 ג. מצא את השטח המוגבל על ידי המשיק בנקודת המקסימום, הצירים וגרף הפונקציה (השטח המקווקו בציור).



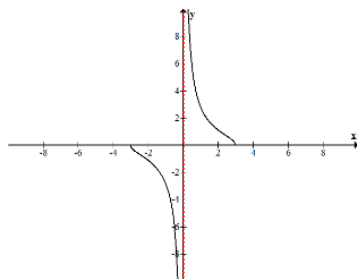
- (8) במשולש ישר זווית ABC ($\angle C = 90^\circ$) סכום אורכי הניצבים הוא 8 ס"מ.

על היתר AB בונים ריבוע ABDE.
 מה צריכים להיות אורכי הניצבים, כדי ששטח המחומש AEDBC יהיה מינימלי.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) א. 5 שעות. ב. 80 קמ"ש.
 (2) 12.5
 (3) א. 15% . ב. 0.85 . ג. 0.5 . ד. כן.
 (4) ב. 29.07 סמ"ר S_{AFDE} .
 (5) 147.86 סמ"ר.
 (6) א. $-3 \leq x \leq 3$ וגם $x \neq 0$. ב. $\max(-3, 0)$ קצה, $\min(3, 0)$ קצה . ג. תחומי עלייה: אף x ,



- תחומי ירידה: $-3 < x < 0$, $0 < x < 3$. ד. $(-3, 0)$, $(3, 0)$.
 ה. $x = 0$. ו. סקיצה בצד.
 ז. חיובית: $0 < x < 3$ שלילית: $-3 < x < 0$.
 (7) א. $(3, 4)$. ב. $y = 4$. ג. $6\frac{2}{3}$ יח"ש.
 (8) $AC = BC = 4_{cm}$.

מבחן מספר 2:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) סוחר קנה שולחנות במחיר כולל של 18,000 ₪.
10 שולחנות הוא מכר ברווח של 60% לשולחן, 20 שולחנות הוא מכר בלי רווח ואת שאר השולחנות הוא מכר בהפסד של 15% לשולחן.
סה"כ הרוויח הסוחר בעסקאות אלו 450 ₪.
א. כמה שולחנות קנה הסוחר?
ב. מה המחיר ששים הסוחר בעבור כל שולחן?

- (2) נתון מעוין ABCD שבו נתונים הקדקודים $A(-9,1)$ ו- $B(5,-7)$.
משוואת הישר עליו מונח האלכסון AC היא: $x + 3y + 6 = 0$.
א. מצא את משוואת הישר עליו מונח האלכסון BD.
ב. מצא את משוואת הישר עליו מונחת הצלע BC.

- (3) בכד יש 12 כדורים חלקם אדומים וחלקם שחורים.
מוציאים עם החזרה שני כדורים מהכד.
א. מצא את מספר הכדורים האדומים שבכד אם ידוע כי ההסתברות ששני הכדורים שהוצאו הם שחורים היא: $\frac{4}{9}$.
ב. חלק מהכדורים עשויים מעץ והשאר עשויים מפלסטיק.
ידוע כי 25% מהכדורים האדומים עשויים מעץ וכי 50% מהכדורים העשויים מעץ הם אדומים.
מצא את ההסתברות לבחור כדור שחור העשוי מפלסטיק.
ג. מוציאים מהכד 5 כדורים בזה אחר זה עם החזרה.
מה ההסתברות להוציא 4 כדורים אדומים העשויים מפלסטיק?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4 במשולש ABC הנקודות D ו-E נמצאות על הצלעות BC ו-AB בהתאמה.
 נתון כי: $\angle ADC = \angle BED$, $DE \parallel AC$.

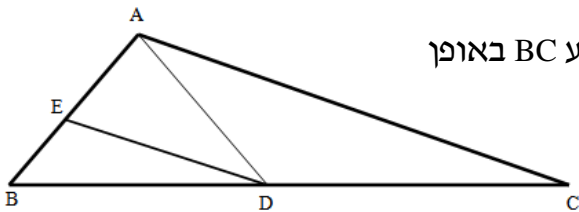
א. הוכח כי המשולשים ADC ו-BED דומים.

ב. הוכח: $AD \cdot BD = AB \cdot DE$.

ג. ידוע כי הנקודה D מחלקת את הצלע BC באופן

הבא: $\frac{BD}{DC} = \frac{4}{5}$ וכי: $AD \cdot BD = 16$.

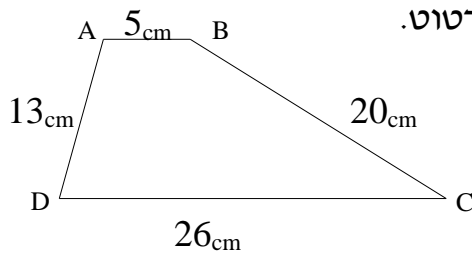
חשב את המכפלה: $AB \cdot AC$.



5 נתון טרפז ABCD שאורכי צלעותיו נתונים בשרטוט.

א. חשב את שטח הטרפז.

ב. חשב את זוויות הטרפז.



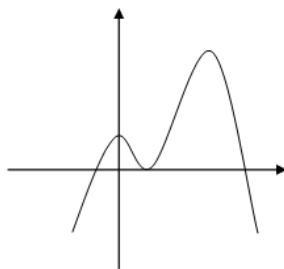
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

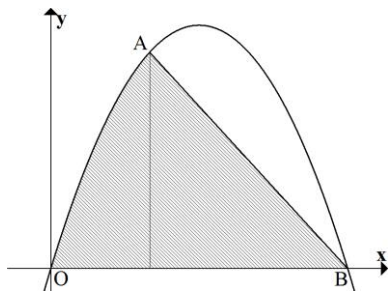
ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתון גרף של פונקציה.

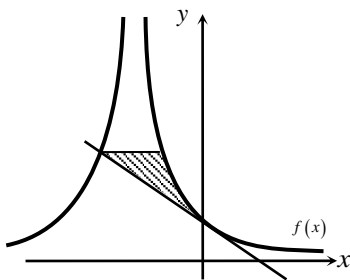
צייר על אותה מערכת צירים את גרף הנגזרת.

נמק את שיקוליך בשרטוט.





- 7 נתונה הפונקציה: $f(x) = -x^2 + ax$.
 הפונקציה עוברת דרך הנקודה $A(2,8)$ (ראה ציור).
 א. מצא את ערך הפרמטר a .
 ב. הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה $O(0,0)$ ובנקודה B . מצא את שיעורי הנקודה B .
 ג. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה, המיתר AB וציר ה- x .



- 8 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{A}{(2x + A)^2}$, A פרמטר חיובי).
 ידוע כי שיפוע הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y הוא: $-\frac{1}{9}$.
 א. מצא את ערך הפרמטר A .
 ב. כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך עם ציר ה- y .
 ג. הראה כי המשיק חותך את גרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = -4.5$.
 ד. העבר ישר אופקי מנקודת החיתוך של המשיק וגרף הפונקציה מהסעיף הקודם. מצא את נקודת החיתוך הנוספת של ישר זה עם גרף הפונקציה.
 ה. חשב את השטח כלוא בין המשיק, הישר וגרף הפונקציה (היעזר באיור).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) א. 60 ב. 300 ש

(2) א. $l_{BD} : y = 3x - 22$ ב. $l_{BC} : y = -\frac{1}{8}x - 6\frac{3}{8}$

(3) א. 4 כדורים. ב. $\frac{7}{12}$ ג. $\frac{15}{1024} = 0.0146$

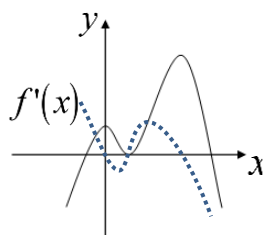
(4) ג. 36

(5) א. $S = 186 \text{ cm}^2$ ב. $36.86^\circ, 143.13^\circ, 67.38^\circ, 112.6^\circ$

(6) סקיצה בצד.

(7) א. $a = 6$ ב. $B(6,0)$ ג. $25\frac{1}{3}$ יח"ש.

(8) א. $A = 6$ ב. $y = -\frac{1}{9}x + \frac{1}{6}$ ד. $\left(-1.5, \frac{2}{3}\right)$ ה. $S = 5\frac{5}{8}$ יח"ש.



מבחן מספר 3:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה –20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) סירה שטה בנהר שבו מהירות הזרם היא 3 קמ"ש עם כיוון זרם המים.
לאחר חצי שעה החליטו אנשי הסירה לשנות את כיוונם וחזרו במשך שעתיים לנקודת המוצא שלהם. מהירות הסירה במים עומדים קבועה במשך כל השיט.
א. מצא את מהירות הסירה.
ב. מהו המרחק הכולל ששטה הסירה?

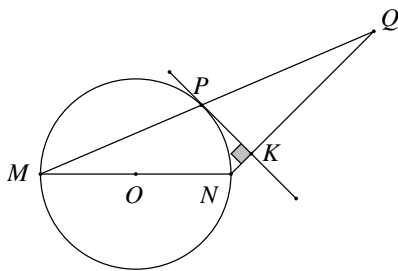
- (2) נתון מעגל שמשוואתו $(x-3)^2 + (y+4)^2 = 25$.
א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם הצירים.
ב. העבירו קוטר במעגל, המאונך לציר ה- x . מצא את שטח המרובע הנוצר על ידי נקודות החיתוך שמצאת בסעיף א' ונקודת החיתוך של הקוטר עם המעגל הנמצאת ברביע הראשון.

- (3) בית ספר תיכון מציע לתלמידיו 3 מגמות ריאליות לבחירה: פיזיקה, כימיה ומחשבים.
40% מתלמידי מגמות אלה הם בנים. הבנים מהווים $\frac{2}{5}$ מתלמידי הפיזיקה,
 $\frac{5}{12}$ מתלמידי הכימיה ו- $\frac{1}{3}$ מתלמידי המחשבים. $\frac{1}{4}$ מהבנים הם תלמידי פיזיקה.
א. האם יש תלות בין העובדה שתלמיד לומד פיזיקה למין התלמיד?
ב. מהו אחוז לומדי המחשבים מקרב הבנים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

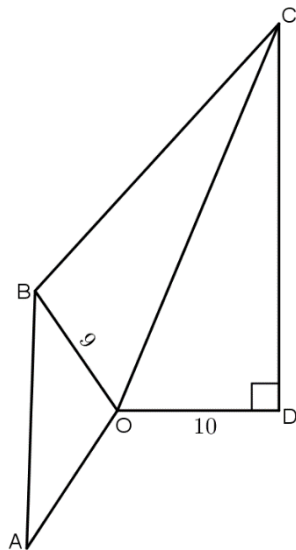
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) MN הוא קטע במעגל שמרכזו ב-O. PK משיק למעגל בנקודה P ומאונך ל-NQ. הנקודה Q נמצאת על המשך המיתר MP (ראה ציור).

א. הוכח כי: $MP \cdot KN = PK \cdot PN$.

ב. הוכח כי: $MP = PQ$.



(5) מהנקודה O מעבירים את הקטעים OA, OB, OC ו-OD. ידוע כי זווית AOB שווה לזווית COD והיא מסומנת ב- α . המשולש COD הוא ישר זווית ($\angle CDO = 90^\circ$).

נתונים האורכים: $BO = 9$, $DO = 10$.

מסמנים: $BC = 1.4m$, $CD = 1.5m$.

א. הבע באמצעות m את $\sin \alpha$.

(העזר במשולש COD ובטא תחילה את CO).

ב. נתון גם כי: $AB = m$. מצא את m אם ידוע

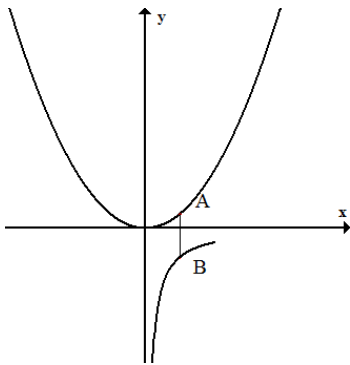
כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש AOB הוא $8\frac{2}{3}$.

ג. חשב את זווית BOC.

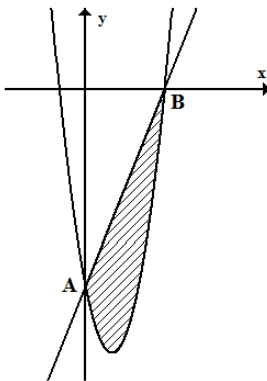
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,
פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות
שבמחברתך.

- (6) מצא וסווג את נקודות הקיצון של הפונקציה: $f(x) = x^3 - 3b^2x$.
שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



- (7) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ ו- $g(x) = -\frac{1}{x}$.
מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה $f(x)$
ונקודה B על גרף הפונקציה $g(x)$ כך שהקטע AB
מקביל לציר ה- y . מצא את שיעורי הנקודות A ו-B
עבורן אורך הקטע AB מינימלי.



- (8) נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x^2 - 6x - 9$ (ראה איור).
א. מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
ב. מסמנים ב-A את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה
עם ציר ה- y וב-B את נקודת החיתוך החיובית של
גרף הפונקציה עם ציר ה- x . מעבירים את הישר AB.
חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה והישר AB.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

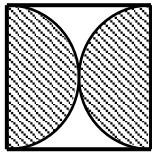
- (1) א. 5 קמ"ש. ב. 8 ק"מ.
- (2) א. $(0,0)$, $(6,0)$, $(0,-8)$. ב. 27 יח"ש.
- (3) א. בלתי תלויים. ב. 12.5%.
- (4) שאלת הוכחה.
- (5) א. $\sin \alpha = \frac{1.5m}{\sqrt{100 + 2.25m^2}}$ ב. $m = 16$ ג. 56.95° .
- (6) $\min(b, -2b^3)$, $\max(-b, 2b^3)$
- (7) $A\left(1, \frac{1}{2}\right)$, $B(1, -1)$.
- (8) א. $(-1,0)$, $(3,0)$, $(0,-9)$ ב. 13.5 יח"ר.

מבחן מספר 4:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



(1) בריבוע שלפניך חסומים שני חצאי עיגולים הפוכים זה לזה.

ידוע כי סכום ההיקפים של שני החצאים יחדיו הוא 10π .

א. מצא את אורך צלע הריבוע.

i. מצא את סכום השטחים של שני חצאי העיגולים

(השטח המקווקו).

ii. מצא את השטח הכלוא בין העיגולים והריבוע (השטח הלבן).

(2) באיור שלפניך נתון מעגל שמשוואתו: $(x+a)^2 + (y-1)^2 = 5$ פרמטר.

ידוע כי המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה: $A(10,0)$.

א. מצא את a אם ידוע כי: $a > -10$.

ב. מצא את הנקודה B - נקודת החיתוך השנייה

של המעגל עם ציר ה- x .

ג. כתוב את משוואת הקוטר העובר דרך

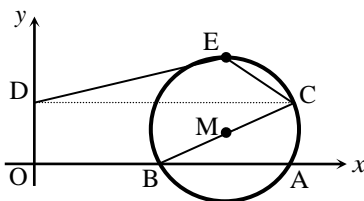
הנקודה B ומרכז המעגל M.

ד. מצא את נקודת החיתוך השנייה של הקוטר עם המעגל.

ה. מעבירים אנך מנקודת החיתוך שמצאת בסעיף הקודם לציר ה- y בנקודה D.

הנקודה E היא הנקודה בעלת שיעור ה- y הגדול ביותר על המעגל.

מחברים את הנקודות E ו-D כך שנוצר המחומש DECBO. חשב את שטחו.



(3) בחדר x גברים ו- $3x$ נשים. מוציאים באקראי שני אנשים מהחדר.

ההסתברות שהם יהיו מאותו מין היא 0.6.

א. מצא את גודלו של x .

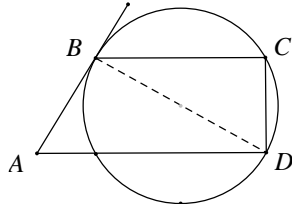
ב. חוזרים על התהליך 4 פעמים. מה הסיכוי שבשלוש מתוך 4 הפעמים

ייצאו מהחדר שתי נשים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) ABCD הוא טרפז ($BC \parallel AD$). הצלעות BC ו-CD הן מיתרים במעגל.



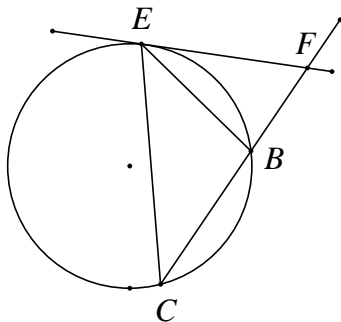
הצלע AB משיקה למעגל בנקודה B (ראה ציור).

א. הוכח כי: $\triangle ABD \sim \triangle DCB$.

ב. נתון כי: $BC = 5$ ס"מ, $AD = 12.8$ ס"מ.

חשב את אורך האלכסון BD.

(5) משולש שווה שוקיים BCE, ($BC = BE$) חסום במעגל שרדיוסו R.



זווית הבסיס של המשולש BCE היא α .

בנקודה E העבירו משיק למעגל החותך את המשך

השוק BC בנקודה F (ראה ציור).

א. בטא את שטח המשולש BEF באמצעות R ו- α .

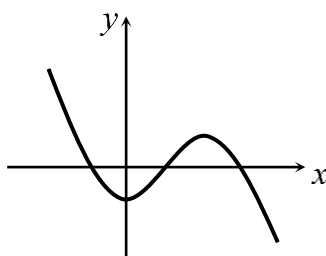
ב. מצא את הערך של α שבעבורו שטח

המשולש BCE שווה לשטח המשולש BEF.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,

פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



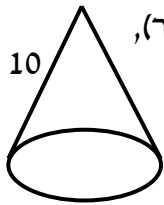
(6) נתון גרף הנגזרת של פונקציה.

צייר על אותה מערכת צירים את גרף הפונקציה

אם ידוע שהיא עוברת בראשית הצירים.

נמק את שיקוליך בשרטוט.

- (7) נתונה נגזרת של פונקציה: $f'(x) = 2x - 6$.
 ערך הפונקציה בנקודת הקיצון שלה הוא 5.
 מצא את הפונקציה.



- (8) מבין כל החרוטים שאורך הקו היוצר שלהם הוא 10 ס"מ (ראה ציור),
 מהו נפח החרוט שנפחו מקסימלי?

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) א. 10 ס"מ. ב. i. $S = 25\pi$. ב. ii. $S = 100 - 25\pi = 21.4$.

(2) א. $a = -8$. ב. $B(6, 0)$. ג. $y = 0.5x - 3$.

ד. $(10, 2)$. ה. $11 + 5\sqrt{5}$ סמ"ר. $S_{\text{DECBO}} =$

(3) א. $x = 4$. ב. 0.299.

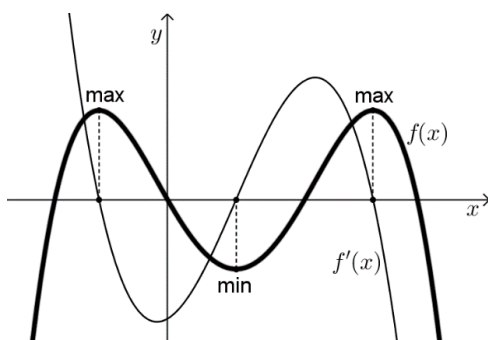
(4) ב. 8 ס"מ. $BD =$

(5) א. $S_{\triangle BEF} = \frac{2R^2 \sin^3 \alpha \cdot \sin 2\alpha}{\sin 3\alpha}$

(6) להלן סקיצה:

(7) $f(x) = x^2 - 6x + 14$

(8) 403.1 סמ"ק.



מבחן מספר 5:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- 1) סוחר קנה 450 תיקים. הוא מכר 150 מהם ברווח של 15% ואת השאר בהפסד של 5 ₪. בסה"כ הפסיד הסוחר בעסקה 600 ₪.
א. בכמה כסף קנה הסוחר כל תיק?
ב. אם הסוחר היה מוכר את שאר התיקים בהפסד של 2 שקלים במקום 5 שקלים, האם עדיין הוא היה מפסיד מהעסקה?

- 2) מצא את משוואות המשיקים למעגל $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 25$ בנקודות על המעגל שבהן $y = 5$.

- 3) 65% מהפחיות המיוצרות במפעל משקאות הן רגילות והשאר דיאט.
80% מהפחיות המיוצרות תקינות והשאר פגומות.
נתון כי 7% מהפחיות הן פחיות דיאט פגומות.
א. בוחרים באקראי פחית. מה ההסתברות שהיא רגילה ותקינה?
ב. בוחרים באקראי פחית דיאט. מה ההסתברות שהיא פגומה?
ג. בוחרים באקראי פחית פגומה. מה ההסתברות שהיא דיאט?
ד. האם סוג הפחית ותקינותה הם מאורעות תלויים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) בין המשיקים המקבילים m ו- n מעבירים מעגל כך ש- AB

הוא הקוטר היוצא משתי נקודות ההשקה שלהם.

הנקודות D ו- C נמצאות על המשכי המשיקים כך

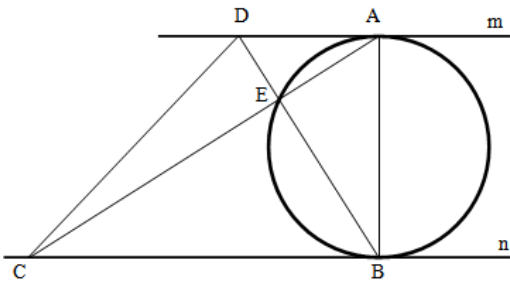
שהמרובע $ABCD$ הוא טרפז.

אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה E שנמצאת

על היקף המעגל. ידוע כי: $S_{ABC} = 3 \cdot S_{DAB}$.

שטח המשולש ADE יסומן ב- S .

בטא באמצעות S את שטח הטרפז $ABCD$.



(5) משולש שווה שוקיים ADE , $(AD = AE)$ חסום במעגל שרדיוסו R .

ישר המשיק למעגל בנקודה D חותך את המשך הצלע AE

בנקודה F (ראה ציור).

נתון: $\angle DAE = \alpha$, $(60^\circ < \alpha < 180^\circ)$.

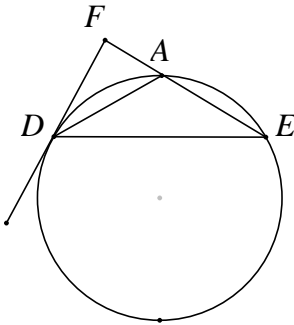
א. הבע את שטח המשולש ADF באמצעות R ו- α .

ב. הבע באמצעות α את היחס שבין שטח

המשולש ADE ובין שטח המשולש ADF .

ג. חשב את α אם שטח המשולש ADE שווה

לשטח המשולש ADF .



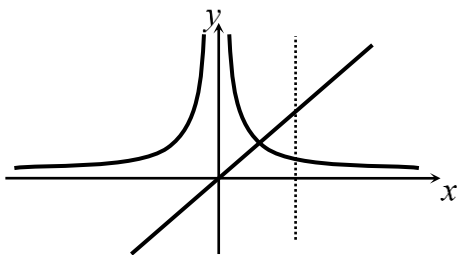
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,
פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{2x}{a^2 + x^2}$, $(a > 0)$.

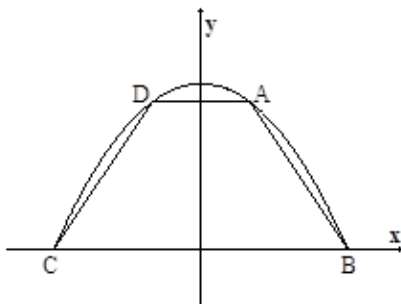
חקור את הפונקציה לפי הסעיפים הבאים:

- תחום הגדרה.
- נקודות קיצון.
- תחומי עלייה וירידה.
- נקודות חיתוך עם הצירים.
- אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- סרטוט סקיצה של גרף הפונקציה.



(7) נתונות שתי פונקציות: $f(x) = \frac{1}{x^2}$, $g(x) = \frac{x^2 + 2x}{x + 2}$.

חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות,
הישר $x = 2$ וציר ה- x .



(8) טרפז ABCD חסום בין גרף הפרבולה $y = 9 - x^2$ לבין ציר ה- x (ראה ציור).

- מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי ששטח הטרפז ABCD יהיה מקסימלי?
- חשב את השטח המקסימלי של טרפז ABCD.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) א. 40 ב. לא.

(2) $4x + 3y = 27$ ו- $4x - 3y + 35 = 0$

(3) א. 0.52 ב. 0.2 ג. 0.35 ד. בלתי תלויים.

(4) 16S

(5) א. תשובה אפשרית: $S_{\triangle ADF} = -\frac{2R^2 \cos^3 \frac{\alpha}{2} \sin \alpha}{\cos(1.5\alpha)}$ (תיתכנה תשובות אחרות).

ב. תשובה אפשרית: $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ADF}} = -\frac{\cos(1.5\alpha)}{\cos(0.5\alpha)}$ (תיתכנה תשובות אחרות).

ג. $\alpha = 90^\circ$.

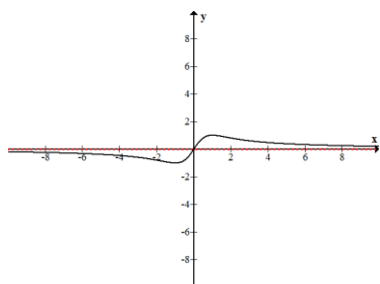
(6) א. כל x ב. $\max\left(a, \frac{1}{a}\right), \min\left(-a, -\frac{1}{a}\right)$.

ג. תחומי עלייה: $-a < x < a$, תחומי ירידה: $x > a$ או $x < -a$.

ד. $(0, 0)$ ה. $y = 0$.

(7) 1 יח"ש $S =$

(8) א. $A(1, 8)$ ב. 32.



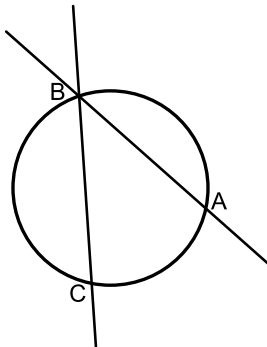
מבחן מספר 6:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) מחירו של מוצר א' גדול ב-20 שקלים ממחירו של מוצר ב'.
מוצר א' התייקר ב-5% ומוצר ב' התייקר ב-50%.
המחיר הכולל של שני המוצרים לאחר ההתייקרות גדול ב-25% מהמחיר המקורי של שני המוצרים.
מהו המחיר המקורי של כל מוצר?



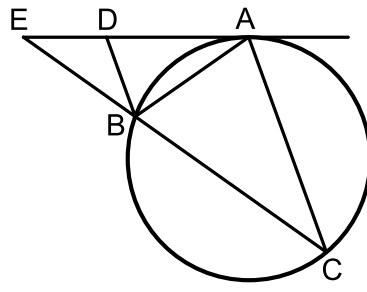
- (2) הישרים: $9y + 11x = 94$ ו- $y = -3x + 14$ נחתכים בנקודה B.
דרך נקודה זו עובר מעגל שמרכזו הוא: $M(-9, 1)$.
ידוע כי מעגל זה חותך את הישרים (חוץ מהנקודה B)
בשתי נקודות A ו-C (ראה איור).
א. מצא את שיעורי הנקודה B.
ב. מצא את משוואת המעגל.
ג. מצא את שיעורי הנקודה A – נקודת החיתוך של
הישר שמשוואתו: $y = -3x + 14$ עם המעגל.

- (3) בבית ספר בעיר מסוימת נערכו שני מבחנים. 80% מהתלמידים עברו את
המבחן הראשון. $\frac{1}{4}$ מבין התלמידים שעברו את המבחן הראשון עברו גם את
השני ו- $\frac{1}{2}$ מהתלמידים שנכשלו במבחן הראשון נכשלו גם בשני.
א. בוחרים באקראי תלמיד.
מה ההסתברות שהוא עבר את אחד המבחנים בלבד?
ב. בוחרים באקראי 4 תלמידים.
מה ההסתברות שבדיוק אחד מהם עבר את אחד המבחנים בלבד?
ג. איזה חלק מבין התלמידים שנכשלו במבחן השני מהווה קבוצת
התלמידים שנכשלו גם במבחן הראשון?

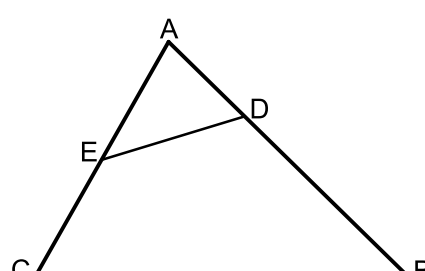
פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

4) מעבירים משיק AE למעגל הנתון באיור. מנקודת ההשקה מעבירים את המיתרים AB ו-AC כך שנוצר המשולש ABC. ידוע כי: $\widehat{AB} = \widehat{BC}$. המשך המיתר BC נפגש עם המשיק בנקודה E. המיתר AB חוצה את זווית CBD. א. הוכח כי הקטע BD מקביל למיתר AC. ב. הוכח: $\triangle ABD \sim \triangle CBA$ וכתוב את יחס הדמיון. ג. הוכח: $\frac{DE}{BE} = \frac{BD}{AB}$.



5) במשולש ABC אורך הצלע AC הוא 8 ס"מ ואורך הצלע AB הוא 10 ס"מ. הנקודה E היא אמצע הצלע AC והנקודה D מקיימת: $AD = 3$ ס"מ. ידוע כי: $\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$. א. מצא את אורך הקטע DE. ב. חשב את רדיוס המעגל החוסם את המשולש ADE. ג. חשב את שטח המרובע BCED.

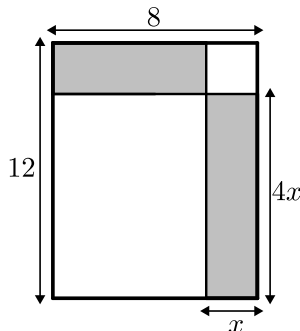


פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{kx}{\sqrt{k-x^2}}$, פרמטר חיובי.

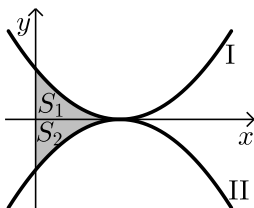
- מהו תחום ההגדרה של הפונקציה? (בטא באמצעות k).
- מהן האסימפטוטות האנכיות של הפונקציה?
- הראה כי הפונקציה עולה עבור כל ערך של k בתחום הגדרתה.
- כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x . (בטא באמצעות k).
- המשיק אשר מצאת בסעיף הקודם חותך את אחת האסימפטוטות של הפונקציה בנקודה A . ידוע כי שטח המשולש הכלוא בין המשיק, ציר ה- x והאסימפטוטה הנ"ל הוא: 4 יח"ש S . מצא את k .



- 7** נתון מלבן שאורכי צלעותיו הם 8 ס"מ ו-12 ס"מ כמתואר באיור. מקצים קטעים באורכים של x ו- $4x$ על צלעות המלבן כך שנוצרים המלבנים המקווקוים. מצא את x עבורו סכום שטחי המלבנים המקווקוים הוא מינימלי.

8 נתונות הפונקציות:

$$f(x) = (x-2)^2 \text{ ו- } g(x) = -(x-2)^2 \text{ כמתואר באיור.}$$



- התאם בין הפונקציות לגרפים I ו-II.
- מסמנים את השטחים שבין כל פונקציה והצירים ב- S_1 ו- S_2 כמתואר באיור. הראה כי השטחים S_1 ו- S_2 שווים זה לזה.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) 100 נה ו- 80 נה.
- (2) א. (2,8) ב. $(x+9)^2 + (y-1)^2 = 170$ ג. (4,2).
- (3) א. $P = 0.7$ ב. $P = \frac{189}{2500}$ ג. $\frac{1}{7}$.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.
- (5) א. 2.53 ס"מ = DE. ב. 2 ס"מ. ג. 21.48 סמ"ר.
- (6) א. (1) $-\sqrt{k} < x < \sqrt{k}$ (2) $x = \pm\sqrt{k}$.
- ב. הנגזרת היא: $f'(x) = \frac{k^2}{(k-x^2)^{1.5}} > 0$. ג. $y = \sqrt{k}x$. ד. $k = 4$.
- (7) $x = 2.75$.
- (8) א. $\Pi = g(x)$, $I = f(x)$.

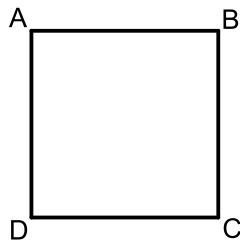
מבחן מספר 7:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) רכבת נוסעים נוסעת מדי יום מעיר א' לעיר ב', שהמרחק בניהן הוא 360 ק"מ. רכבת משא יוצאת מעיר ב' לעיר א' גם היא על בסיס יומי ובאותן שעות היציאה של רכבת הנוסעים.
ידוע כי מהירות רכבת הנוסעים גדולה ב-20% ממהירות רכבת המשא.
יום אחד, רכבת הנוסעים התעכבה ויצאה מהתחנה שבעיר א' לאחר 40 דקות אך הגיעה לתחנה שבעיר ב' 20 דקות לפני רכבת המשא.
א. מה הן המהירויות של שתי הרכבות?
ב. כמה זמן נסעה רכבת הנוסעים מעיר א' לעיר ב'?



- (2) במרובע ABCD ידוע כי שיפוע הצלע BC הוא 3 ושיעורי הנקודה A הם: (1, 4).
א. הסבר מדוע לא ניתן להסיק דבר על סוג המרובע ABCD.
נתון גם: $D(4, 13)$, $m_{CD} = -\frac{1}{3}$, ו- $BC = \sqrt{90}$ ס"מ.
ב. איזה מרובע הוא המרובע ABCD כעת?
הראה חישוב מתאים.
נתון גם: $B(-8, 7)$.

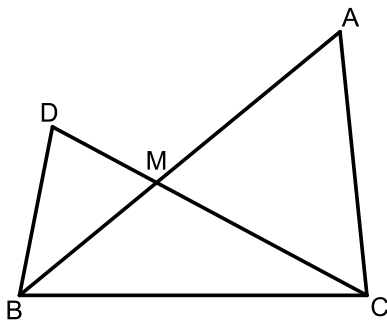
- ג. איזה מרובע הוא המרובע ABCD כעת? הראה חישוב מתאים.
ד. חשב את שטח המרובע ABCD.

- (3) בתוך כד ישנם 8 כדורים, חלקם אדומים וחלקם לבנים.
מוציאים באקראי כדור, מניחים אותו בצד ומוציאים כדור נוסף.
א. מצא כמה כדורים יש בכד מכל צבע אם ידוע כי ההסתברות שהכדור השני שהוצא הוא לבן היא $\frac{3}{8}$.
ב. ידוע כי הכדור השני שהוצא הוא לבן.
מה ההסתברות שהכדור הראשון שיצא הוא אדום?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) נתון משולש ABC. על הצלע BC של המשולש ABC בונים משולש נוסף BDC.



הצלעות DC ו-AB נחתכות בנקודה M.
 הצלע AB חוצה את זווית B וידוע כי: $2\angle ACD = \angle B$.

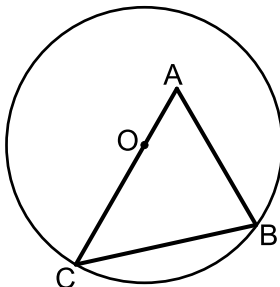
א. הוכח: $\triangle ACM \sim \triangle DBM$.

ב. הוכח: $\frac{AC}{BC} = \frac{AM}{CM}$.

ג. נתון כי: $\frac{AM}{CM} = \frac{8}{5}$ וכי אורך הצלע BD הוא 6 ס"מ.

סכום הצלעות AC ו-BC הוא 19.5 ס"מ.

חשב את היחס: $\frac{S_{BDM}}{S_{BMC}}$.



(5) נתון משולש ABC.

הקודקודים B ו-C של המשולש ABC נמצאים על מעגל שמרכזו O.

מרכז המעגל O מונח על הצלע AC.

אורך הצלע AB הוא 12 ס"מ ואורך הקטע AO הוא 4.5 ס"מ.

זווית BAC היא 60° .

א. חשב את רדיוס המעגל.

ב. מעבירים את הקוטר BD ואת הקטע AD כך שנוצר המשולש ADB.

חשב את זווית ADB.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה –20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $y = \frac{x^2 - m}{ax - 4}$, a, m , פרמטרים קבועים כאשר: $a > 0$.

ידוע כי אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה נמצאת על ציר ה- y .

א. מצא את הערך של הפרמטר m .

ב. הצב את הערך של m שמצאת בסעיף א' והבע באמצעות a את:

(1) תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.

(3) האסימפטוטות לגרף הפונקציה המקבילות לצירים.

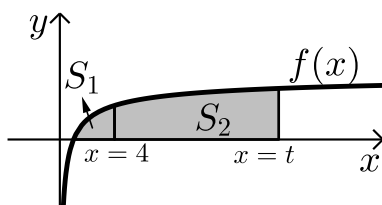
ג. סרטט סקיצה וסמן בה את נקודות הקיצון ואת משוואות האסימפטוטות שהבעת באמצעות a בסעיף הקודם.

ד. ידוע כי נקודת הקיצון שאינה על ציר ה- y , נמצאת במרחקים שווים מהצירים. מצא את הערך של הפרמטר a .

ה. נתון הישר: $y = k$. מצא עבור אילו ערכים של k אין לישר ולגרף הפונקציה נקודות משותפות כלל.

- (7) נתונים שלושה מספרים שסכומם הוא 36. ידוע שמספר אחד זהה לשני.
 א. מה צריכים להיות שלושת המספרים כדי שמכפלתם תהיה מקסימלית?
 ב. כיצד תשתנה התוצאה אם מספר אחד יהיה גדול פי 2 מהשני במקום זהה לו?
 ג. באיזה מקרה תהיה מכפלה גדולה יותר?

(8) באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$.



מעבירים שני אנכים לציר ה- x

והם: $x = 4$ ו- $x = t$ ($t > 4$).

נסמן:

S_1 - השטח הכלוא בין גרף הפונקציה וציר ה- x .

S_2 - השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והאנכים.

ידוע כי: $8S_1 = S_2$. מצא את t .

בהצלחה!

תשובות סופיות:

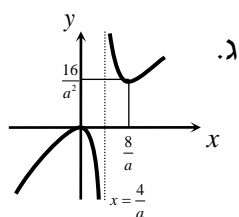
- (1) א. 60 קמ"ש, 72 קמ"ש. ב. 5 שעות.
 (2) א. לא ניתן להצביע על אף תכונה של מרובע מוגדר כלשהו.
 ב. מלבן. ניתן להראות כי יש למרובע שני זוגות צלעות נגדיות מקבילות ושוות וזווית ישרה.
 ג. ריבוע. ניתן להראות כי קיימות זוג צלעות סמוכות שוות.
 ד. 90 יח"ש $S =$

- (3) א. 5 אדומים ו-3 לבנים. ב. $\frac{5}{7}$.

- (4) ג. 0.8.

- (5) א. 10.5 ס"מ $R =$ ב. 24.32° .

- (6) א. $m=0$ (מתקבל: $am=0$ וידוע כי: $a>0$ לכן נותרנו עם הפתרון הנ"ל).



- ב. i. $x \neq \frac{4}{a}$. ii. $\max(0,0), \min\left(\frac{8}{a}, \frac{16}{a^2}\right)$. iii. $x = \frac{4}{a}$.

- ד. $a=2$. ה. $0 < k < 4$.

- (7) א. 12, 12, 12. ב. 8, 12, 16. ג. מקרה א'.

- (8) $t=16$.

מבחן מספר 8:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

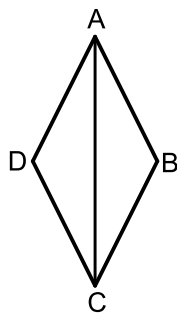
פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- 1) לרפי מטבח מלבני שמידותיו הם: 12×18 מטרים ריבועיים (מ"ר).
רפי מחלק את המטבח לשני מלבנים כך ששטח אחד גדול פי 2 מהשטח של השני כמתואר באיור.



רפי רוצה לרצף את השטח הקטן ברצפת שיש ויזקקת (השטח הימני) לעומת השטח הגדול שאותו ירצף ברצפת רגילה (השטח השמאלי). ידוע כי המחיר של מ"ר אחד מהרצפת הרגילה מהווה 60% מהמחיר של מ"ר אחד מרצפת השיש היוקרתית.
רפי השקיע בריצוף המטבח סכום כולל של 3168 ₪.
כמה עולה מ"ר מכל סוג?



- 2) המרובע ABCD הוא מעוין.
ידוע כי שיעורי אחד מקדקודי המעוין הם: $(0, 6)$.
כמו כן, ידוע גם כי משוואת האלכסון AC היא: $y = -1.5x + 6$ ואחת ממשוואות הצלעות היא: $5y + x = 4$.
א. מצא את משוואת האלכסון השני.
ב. מצא את שאר קדקודי המעוין.

(3) מפעל מייצר שולחנות וכיסאות. בוחרים 4 רהיטים. ידוע כי ההסתברות שכולם יהיו כיסאות זהה להסתברות שיהיה שולחן אחד בדיוק ביניהם.

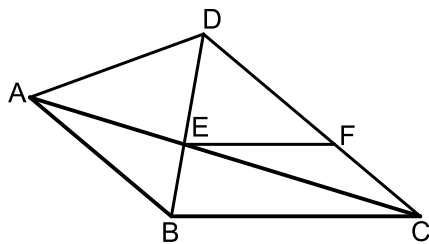
- א. מצא את ההסתברות לבחור כיסא.
במפעל צובעים את הרהיטים בשחור או לבן.
רבע מהשולחנות נצבעים בשחור ורבע מהכיסאות נצבעים בלבן.
ב. מה ההסתברות לבחור כיסא שחור?
ג. איזה חלק מבין הרהיטים הלבנים מהווים השולחנות?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) נתון משולש ABC.

על הצלע AB של המשולש ABC בונים משולש שווה צלעות ABD.
הצלע AC חותכת את הצלע BD בנקודה E אשר ממנה מעבירים
ישר EF המקביל לצלע BC.
נתון כי: $\angle DBC = 80^\circ$, $\angle DCB = 40^\circ$.



א. הוכח כי המשולשים

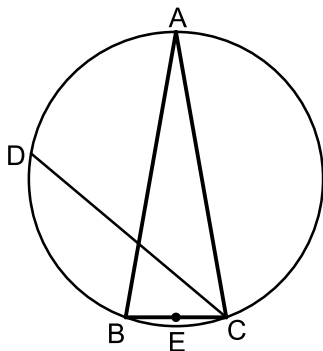
ABE ו-CDE דומים.

ב. הוכח: $FC \cdot CE = AE \cdot DF$.

ג. נתון כי: $BC = 1.5 \cdot EF$.

(1) הוכח: $\frac{AE}{CE} = \frac{1}{2}$.

(2) חשב את יחס השטחים הבא: $\frac{S_{ABE}}{S_{CDE}}$.



(5) המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$)

החסום במעגל שרדיוסו R.

הנקודה E היא אמצע הבסיס BC והנקודה D היא

אמצע הקשת \widehat{AB} .

ידוע כי זווית הבסיס של המשולש היא 80° .

א. הבע באמצעות R את הקטעים CD ו-DE.

ב. r הוא רדיוס המעגל החוסם את

המשולש CED.

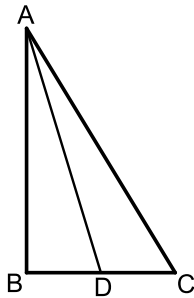
הבע באמצעות R את r.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

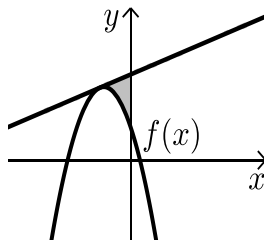
ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x-a}{x-1}$, $(a \neq 1)$.

- א. מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- ב. מצא את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים.
- ג. הבע באמצעות a את השיעורים של נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x ועם ציר ה- y .
- ד. (1) מצא עבור אילו ערכים של a הפונקציה $f(x)$ עולה לכל x בתחום הגדרה.
 (2) ישר המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה $x = a$ מקביל לישר משיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 2$.
 מצא את הערך של a אם נתון כי הפונקציה עולה לכל x .



- (7) במשולש ישר הזווית ABC ($\angle B = 90^\circ$), AD הוא תיכון לניצב BC .
 ידוע כי סכום אורכי הניצבים הוא 20 ס"מ.
 מצא מה צריכים להיות אורכי הניצבים עבורם אורך התיכון AD יהיה מינימלי.



- (8) נתונה פונקציה $f(x)$. משוואת המשיק לפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה: $x = -2$ היא: $y = x + 13$.
 הנגזרת של הפונקציה היא: $f'(x) = -4x - 7$.
- א. מצא את הפונקציה $f(x)$.
 - ב. חשב את השטח הכלוא בין המשיק, גרף הפונקציה וציר ה- y . (ראה איור).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) 20 נח ו-12 נח.

(2) א. $y = \frac{2}{3}x + 1\frac{2}{3}$. ב. $(-1,1)$, $(4,0)$, $(5,5)$.

(3) א. $P = 0.8$. ב. $P = 0.6$. ג. $\frac{3}{7}$.

(4) ג. (2) 0.25 .

(5) א. $CD = R\sqrt{3}$, $DE = 1.48R$. ב. $r = 1.15R$.

(6) א. $x \neq 1$. ב. $x = 1$, $y = 1$. ג. $(a,0)$, $(0,a)$.

ד. (1) $a > 1$ (2) $a = 2$.

(7) 4 ס"מ , 16 ס"מ.

(8) א. $f(x) = -2x^2 - 7x + 5$. ב. $S = 5\frac{1}{3}$.

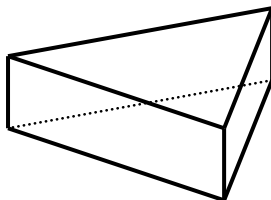
מבחן מספר 9:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

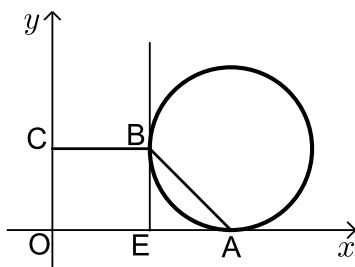
פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- ★ (1) נתונה מנסרה שבסיסה הוא משולש שווה שוקיים.
ידוע כי שטח הפאה הבנויה על מקצוע הבסיס של המשולש מהווה 80% משטח הפאה הסמוכה לה. כמו כן ידוע כי אורך מקצוע השוק במשולש הבסיס גדול ב-4 ס"מ מאורך מקצוע הבסיס במשולש זה.
גובה המנסרה הוא 4 ס"מ.



- מצא את מידות משולש הבסיס.
- מה יהיה שטח המעטפת של המנסרה?
- מה יהיה סכום כל מקצועות המנסרה?



- (2) נתון מעגל המשיק לציר ה- x בנקודה A. מהנקודה E שעל ציר ה- x מעלים אנך המשיק למעגל בנקודה B (ראה איור). הקטע BC מקביל לציר ה- x ו-O היא נקודת ראשית הצירים.
יוצרים טרפז ישר זווית ABCO ששטחו הוא 170 יח"ש.
נתון: $C(0,10)$ ו- $d_{AE} = 10$.

- מצא את שיעורי הנקודה B.
- מצא את שיעורי הנקודה A.
- כתוב את משוואת המעגל.

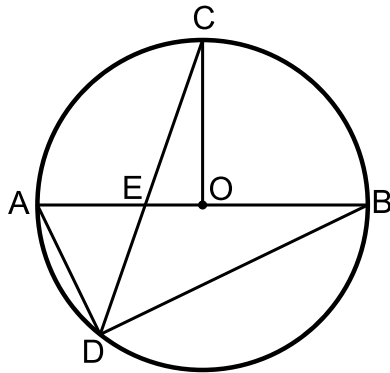
- (3) בחדר יש פי 4 נשים מגברים. משחקים את המשחק הבא:
בוחרים באקראי אדם מהחדר. אם נבחר גבר אז הוא יוצא מהחדר ואם נבחרה אישה אז היא נשארת. לאחר מכן בוחרים אדם נוסף.
א. מצא כמה גברים יש בחדר אם ידוע כי ההסתברות שייבחרו

$$\frac{236}{725} \text{ שני אנשים שונים היא:}$$

- ידוע כי בפעם השנייה נבחר גבר, מה ההסתברות שגם בפעם הראשונה יבחר גבר?
- משחקים את המשחק 4 פעמים. ידוע כי בכל ארבעת הפעמים נבחר גבר בפעם השנייה. מה ההסתברות שברוב המקרים יצא גבר גם בפעם הראשונה?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



★ (4) AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.
 מהנקודה C שעל היקף המעגל מעבירים את
 הרדיוס CO ואת המיתר CD החותך את
 הקוטר בנקודה E. מהנקודה D מעבירים
 את המיתרים AD ו-BD.

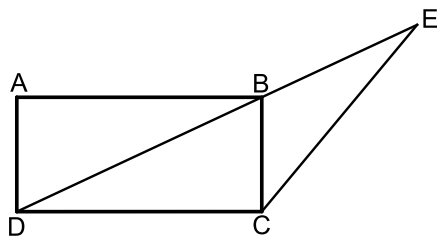
$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{BE} \quad \text{ידוע כי המיתר CD מקיים:}$$

נתון: $AD = DE$.

א. הוכח כי הרדיוס CO מאונך לקוטר AB.

ב. הוכח: $\triangle COE \sim \triangle BDA$.

ג. נתון כי אורך המיתר BD הוא 16.2 ס"מ ואורך הקטע CE הוא 10 ס"מ.
 חשב את רדיוס המעגל.



(5) המרובע ABCD הוא מלבן. מעבירים את
 האלכסון BD וממשיכים אותו עד לנקודה E
 שמחוץ למלבן. מחברים את הנקודה E עם
 הקודקוד C.

ידוע כי אורך הצלע AD של המלבן
 הוא 6 ס"מ וכי אורך הקטע BE הוא 9 ס"מ.
 הזווית CBE היא 115° .

א. מצא את אורך הקטע CE
 (בתשובתך כתוב עד לשני מספרים אחרי הנקודה).

ב. מצא את אורך האלכסון BD.

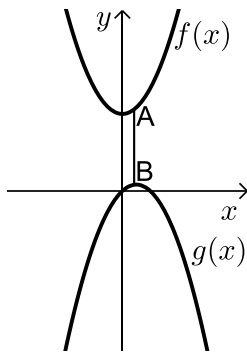
ג. חשב את שטח המשולש DCE.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,
פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+3}}{x}$ ונתון הישר: $y = 2x$.

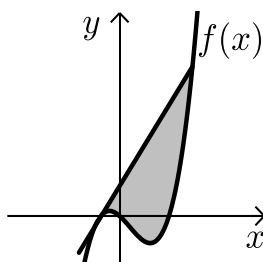
- מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה והישר הנמצאת ברביע הראשון.
- מצא את משוואות המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שמצאת בסעיף הקודם.
- חשב את השטח שנוצר בין המשיק והצירים.



7 נתונות הפונקציות: $f(x) = x^2 + 12$ ו- $g(x) = 2x - x^2$ כמתואר באיור הסמוך.

- הנקודות A ו-B נמצאות בהתאמה על הגרפים של הפונקציות: $f(x)$ ו- $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .
- מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי שאורך הקטע AB יהיה מינימלי.

8 נתונה פונקציה $f(x)$ שנגזרתה היא: $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$. ישר ששיפועו 15 משיק לפונקציה ברביע הרביעי בנקודה שבה: $y = -20$.



- מצא את הפונקציה $f(x)$.
- האם יש עוד משיקים לגרף הפונקציה בעלי שיפוע 15? אם כן - מצא אותם.
- הראה כי הנקודה שבה $x = 7$ משותפת למשיק שמצאת בסעיף הקודם ולפונקציה $f(x)$.
- מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה והמשיק שמצאת בסעיף קודם (ראה איור).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) א. 16 ס"מ ו-20 ס"מ. ב. $S = 224$. ג. 124 ס"מ.
- (2) א. (1) $B(12,10)$. ב. (2) $A(22,0)$.
- ב. $(x-22)^2 + (y-10)^2 = 100$.
- (3) א. בחדר יש 6 גברים (ו-24 נשים). ב. $\frac{25}{141}$. ג. 0.0193.
- (4) ג. 9 ס"מ.
- (5) א. 12.75 ס"מ. ב. 14.19 ס"מ. ג. 63.05 סמ"ר.
- (6) א. (1,2). ב. $y = -1.5x + 3.5$. ג. $4\frac{1}{12}$ יח"ש $S =$.
- (7) $A(0.5, 12.25)$.
- (8) א. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x$. ב. $y = 15x + 28$.
- ג. (1) $(7, 133)$. ב. (2) $S = 546.75$ יח"ש.

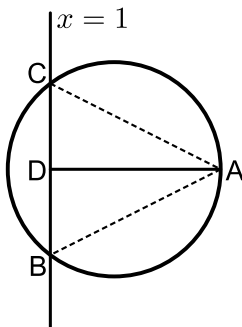
מבחן מספר 10:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) סוחר קנה שולחנות במחיר כולל של 18,000 ₪.
10 שולחנות הוא מכר ברווח של 60% לשולחן, 20 שולחנות הוא מכר ללא רווח ואת שאר השולחנות הוא מכר בהפסד של 15% לשולחן. סה"כ הרוויח הסוחר בעסקאות אלו 450 ₪.
א. כמה שולחנות קנה הסוחר?
ב. מה המחיר ששילם הסוחר עבור כל שולחן?



- (2) הנקודה $A(17,4)$ נמצאת על המעגל שמשוואתו:

$$(x-7)^2 + (y-4)^2 = R^2$$

- הישר $x=1$ חותך את המעגל בשתי נקודות B ו-C כך ש-B נמצאת ברביע הרביעי. מעבירים את הקטע AD המאונך לישר BC וידוע כי הנקודה D היא אמצע BC.
א. מצא את רדיוס המעגל.
ב. מצא את שיעורי הנקודות B ו-C.
ג. (1) חשב את מרחק הנקודה A מהישר $x=1$.
(2) חשב את שטח המשולש ABC.

- (3) בכד ישנם 12 כדורים, חלקם לבנים וחלקם שחורים.
אם מוציאים עם החזרה שני כדורים מהכד ההסתברות ששניהם יהיו בעלי

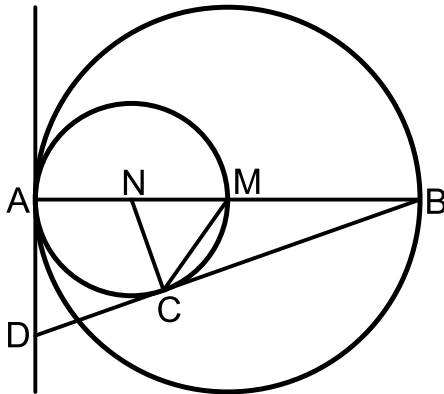
$$\frac{13}{18}$$

- א. מה ההסתברות להוציא כדור שחור אם ידוע כי יש יותר כדורים שחורים?
על 40% מהכדורים השחורים רשום מספר ועל מחצית הכדורים הלבנים רשום מספר.
ב. מה ההסתברות להוציא מהכד כדור שחור שרשום עליו מספר?
ג. איזה חלק מבין הכדורים שרשום עליהם מספר מהווים הכדורים הלבנים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) המעגלים שמרכזם בנקודות M ו-N משיקים זה לזה מבפנים בנקודה A כך שהיקף המעגל הפנימי עובר בנקודה M. דרך הנקודה A מעבירים משיק. AB הוא קוטר במעגלים ו-C היא נקודה הנמצאת על היקף המעגל הפנימי כך שהישר החותך BD משיק למעגל פנימי בנקודה זו.

א. הוכח: $\triangle ABD \sim \triangle CBN$ וחשב את יחס הדמיון.

ב. נתון כי: $AD = \sqrt{8}$.

חשב את רדיוס המעגל הגדול.

ג. הוכח: $2CD = BC$.

- (5) המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).

ממשיכים את השוקיים AD ו-BC עד לפגישתם בנקודה E.

ידוע כי: $DE \perp CE$.

מעבירים את האלכסון AC אשר חוצה את

זווית C. מסמנים את הבסיס הגדול DC ב-k

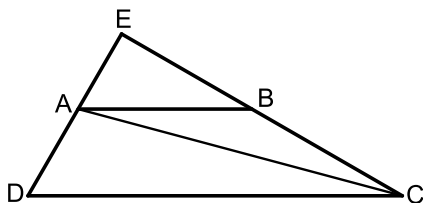
ואת: $\angle ACD = \alpha$.

א. הבע באמצעות k ו- α את הבסיס

הקטן של הטרפז AB.

ב. הבע באמצעות k ו- α את שטח המשולש ABC.

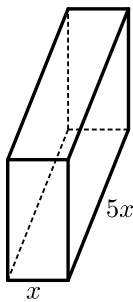
ג. חשב את שטח המשולש ABC כאשר: $\alpha = 15^\circ$, $12 \text{ ס"מ} = k$.



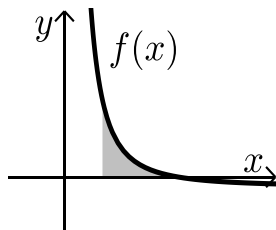
**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,
פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- 6) נתונה הפונקציה: $y = -3x^3 + 6x^2 - 4x + d$, (d פרמטר).
ידוע כי הפונקציה חותכת את ציר ה- x בנקודה שבה: $x = 2$.
א. מצא את d .
ב. האם יש לפונקציה נקודות קיצון?
ג. כתוב את תחומי העלייה וירידה של הפונקציה.
ד. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- y .
ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



- 7) ליוסי משטח פח אשר הוא רוצה לבנות תיבה ממנו שנפחה הכולל הוא 225 סמ"ק. יוסי רוצה שאורך הבסיס יהיה גדול פי 5 מרוחבו כמתואר באיור הסמוך. כמות הפח שיש בידי יוסי מוגבלת ולכן הוא רוצה לדעת מה היא הכמות המינימלית של פח שעליו להשתמש בכדי להשיג את מבוקשו.
מצאו את כמות הפח המינימלית.



- 8) גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{a-x^2}{x^2}$ (a קבוע) חותך את ציר ה- x בנקודה $(6,0)$.
א. מצא את a וכתוב את הפונקציה.
ב. חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והישר: $x = 2$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) א. 60 ב. 300 ש.

(2) א. $R=10$ ב. $B(1,-4)$, $C(1,12)$ ג. $d=16$ (1)

(2) $S=128$ יח"ש

(3) א. $P=\frac{5}{6}$ ב. $P=\frac{1}{3}$ ג. $\frac{1}{5}$

(4) א. $\sqrt{2}$ ב. 4 ס"מ.

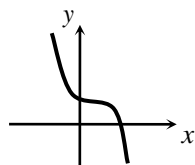
(5) א. תשובה אפשרית: $\frac{k \tan \alpha}{\tan 2\alpha}$ (תיתכנה תשובות אחרות).

ב. תשובה אפשרית: $\frac{k^2 \tan^2 \alpha \sin 2\alpha}{2 \tan^2 2\alpha}$ (תיתכנה תשובות אחרות).

ג. $S=7.754$ יח"ש

(6) א. $d=8$ ב. לא. ג. יורדת בכל תחום הגדרתה.

ד. $(0,8)$ ה.



(7) 270 סמ"ר. (3 ס"מ, 15 ס"מ ו-5 ס"מ).

(8) א. $f(x)=\frac{36-x^2}{x^2}$, $a=36$ ב. $S=8$

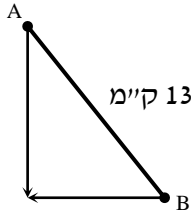
מבחן מספר 11:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

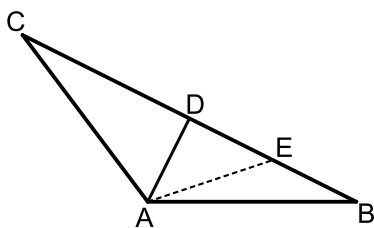
פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) שני הולכי רגל יוצאים משני יישובים A ו-B המרוחקים זה מזה 13 ק"מ. היישוב A ממוקם בצפון מערב ביחס ליישוב B כמתואר באיור ממול. הולך הרגל מיישוב A הולך דרומה והולך הרגל מיישוב B הולך מערבה. הולך הרגל מיישוב A יוצא שעתיים לפני הולך הרגל השני. לאחר שלוש שעות מיציאתו של הולך הרגל מיישוב A, נפגשו שני הולכי הרגל. מהירות הולך הרגל מיישוב B גדולה ב-25% ממהירות הולך הרגל השני. באיזו מהירות הלך כל אחד משני הולכי הרגל?



- (2) המשולש ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$). מעבירים במשולש את הגובה לבסיס AD ומסמנים נקודה E על הבסיס BC כך שמתקיים: $BE = DE$. קדקוד הראש A נמצא בראשית הצירים ונתון כי: $D(5, 7)$, $E(8.5, 2.5)$.
- א. מצא את שיעורי שאר קדקודי המשולש.
ב. כתוב את משוואת השוק AC.

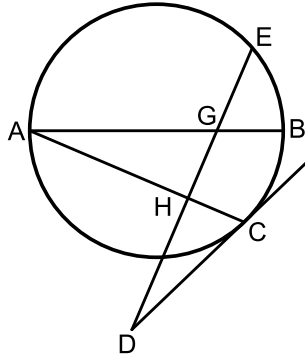


- (3) במפעל גדול ההסתברות שמתוך 4 עובדים לפחות אחד ירכיב משקפיים היא 0.5904.
- א. מה ההסתברות לבחור עובד שלא מרכיב משקפיים?
ידוע כי 40% מהפועלים שמרכיבים משקפיים הם מעשנים ו-20% מבין העובדים המעשנים הם מרכיבים משקפיים.
- ב. מה ההסתברות לבחור עובד שמרכיב משקפיים בלבד או מעשן בלבד?
ג. בוחרים באקראי 5 עובדים. מה ההסתברות שרוב העובדים שנבחרו הם מעשנים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) AB הוא קוטר במעגל. מהנקודה A מעבירים

מיתר AC.

הנקודה D נמצאת מחוץ למעגל וממנה מעבירים

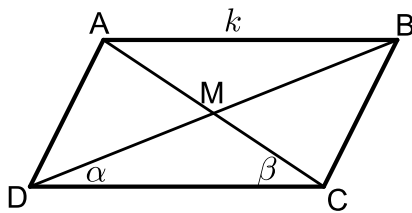
משיק CD וישר חותך DE. ידוע כי הישר DE חותך

את הקוטר AB בנקודה G ומאונך למיתר AC

בנקודה H.

א. הוכח: $\angle ACD = \angle BGE$.

ב. נתון כי: $\frac{S_{AHG}}{S_{GHC}} = \frac{4}{5}$. חשב את היחס: $\frac{AH}{AC}$.



(5 ★) נתונה מקבילית ABCD ובה מעבירים

את האלכסונים AC ו-BD אשר נחתכים

בנקודה M כמתואר באיור. מסמנים:

$AB = k$, $\angle BDC = \alpha$, $\angle ACD = \beta$.

א. הוכח כי אלכסוני המקבילית מקיימים:

$$\frac{AC}{BD} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$$

ב. (1) הבע באמצעות α , β ו-k את שטח המשולש DMC.

(2) הבע באמצעות α , β ו-k את שטח המקבילית ABCD.

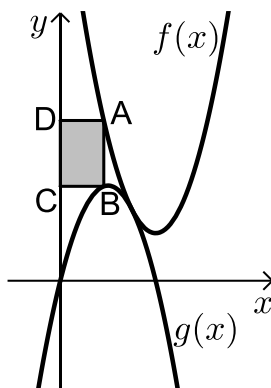
ג. נתון כי: $\frac{AC}{BD} = 2$. הראה כי שטח המקבילית הוא: $\frac{4k^2 \sin^2 \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,
פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

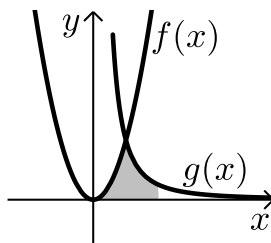
ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $y = \frac{a^2x-4}{2x^2-1}$, $(a$ קבוע).

- ידוע כי שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x=1$ הוא: $m=4$.
א. מצא את כל הערכים האפשריים עבור a .
ב. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
ג. מצא את נקודת החיתוך בין המשיק הנתון ומשיק העובר דרך נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- y .



- (7) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:
 $f(x) = x^2 - 8x + 18$ ו- $g(x) = -x^2 + 4x - 1$.
הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$ והנקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $g(x)$ כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .
מותחים אנכים מהנקודות A ו-B לציר ה- y כך שנוצר מלבן (המסומן).
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .
א. הבע באמצעות t את שטח המלבן המסומן.
ב. מצא את ערכו של t עבורו שטח המלבן הוא מקסימלי.
ג. מה יהיה שטח המלבן במקרה זה?



- (8) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:
 $f(x) = 2x^2$ ו- $g(x) = \frac{a}{x^2}$, $(a$ קבוע) בתחום: $x > 0$.
ידוע כי הגרפים נחתכים ברביע הראשון בנקודה הנמצאת על הישר: $y = 4x$.
א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים ואת a .
ב. חשב את השטח המוגבל בין שני הגרפים, ציר ה- x והישר: $x = 4$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) א. 4 קמ"ש ו-5 קמ"ש.
- (2) א. $B(12, -2)$, $C(-2, 16)$. ב. $y = -8x$.
- (3) א. $P = 0.8$. ב. $P = 0.44$. ג. $P = 0.31744$.
- (4) ב. $\frac{2}{3}$.
- (5) ב. (1) $\frac{k^2 \sin \alpha \sin \beta}{2 \sin(\alpha + \beta)}$. ב. (2) $\frac{2k^2 \sin \alpha \sin \beta}{\sin(\alpha + \beta)}$.
- (6) א. $a = \pm 2$. ב. $(1, 0)$, $(0, 4)$.
- ג. המשיק: $y = -4x + 4$ אשר עובר בנקודה $(1, 0)$.
- (7) א. $S = 2t^3 - 12t^2 + 18t$. ב. $t = 1$. ג. 8 יח"ש $S =$.
- (8) א. $(2, 8)$, $a = 32$. ב. $13\frac{1}{3}$ יח"ש $S =$.

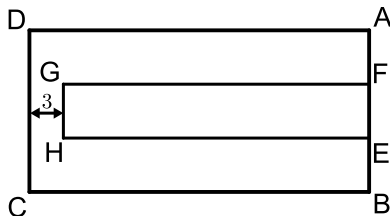
מבחן מספר 12:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) במלבן ABCD ידוע כי הצלע AD גדולה ב-6 ס"מ מהצלע AB.
על הצלע AB מקצים נקודות E ו-F כך ששלושת הקטעים הנוצרים על צלע זו שווים: $AF = EF = BE$.
מעבירים אנכים לצלע AB דרך הנקודות E ו-F עד לנקודות G ו-H שבתוך המלבן כך שנוצר מלבן פנימי EFGH.
מרחק הצלע GH מהצלע DC הוא 3 ס"מ.
ידוע כי שטח המלבן הפנימי מהווה 30% משטח המלבן ABCD.
נסמן ב- x את אורך הקטע EF.



- א. (1) הבע באמצעות x את צלעות המלבן ABCD.
(2) הבע באמצעות x את שטח המלבן ABCD ושטח המלבן הפנימי EFGH.
ב. מצא את x ואת צלעות המלבן ABCD.
ג. עבור ה- x שמצאת מה יהיה שטח המלבן EFGH?

- (2) נתון משולש ABC. משוואות הצלעות AB ו-BC:

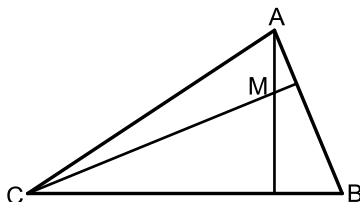
במשולש ABC הן בהתאמה:

$$2y - x = 56 \quad \text{ו-} \quad 8y + x = 104$$

מעבירים גבהים לצלעות AB ו-BC אשר

נחתכים בנקודה $M(0, -2)$ שבתוך המשולש

(ראה איור).



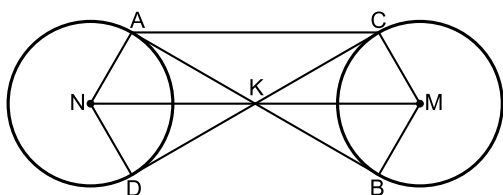
- א. מצא את משוואות הגבהים.
ב. מצא את שיעורי הנקודה B.
ג. מצא את משוואת המעגל שמרכזו בנקודה M ורדיוסו הוא הקטע BM.

- ★ (3) במפעל לייצור ברגים פועלים שני פסי ייצור – פס ייצור א' ופס ייצור ב'. ידוע כי אם בוחרים 5 ברגים אז ההסתברות ש-3 מהם מיוצרים ע"י פס הייצור השני גדולה פי 4.5 מההסתברות שאחד מהם מיוצר ע"י פס הייצור הנ"ל. א. מצא את ההסתברות לבחור בורג המיוצר ע"י פס הייצור הראשון. מתוך כל 100 ברגים שהמפעל מייצר 7 פגומים ומתוך כל 10 ברגים היוצאים מפס הייצור הראשון אחד הוא פגום. ב. מהו אחוז הברגים התקינים שמיוצרים ע"י פס הייצור השני? ג. איזה חלק מבין הברגים הפגומים מהווים אלו שיוצאים מפס הייצור הראשון?

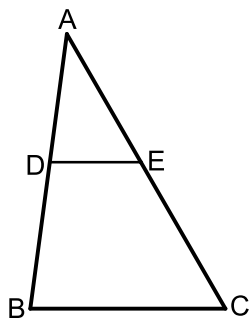
פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

- (4) נתונים שני מעגלים בעלי רדיוס זהה M ו- N . מעבירים שני משיקים למעגלים AB ו- CD הנחתכים בנקודה K . מעבירים את הרדיוסים AN ו- DN במעגל השמאלי ו- BM ו- CM במעגל הימני.



- א. הוכח: $KN = KM$.
 ב. הוכח כי המרובע $ACMN$ הוא טרפז שווה שוקיים.
 ג. רדיוס המעגלים הוא R וידוע כי המשולש BKC הוא שווה צלעות. הבע באמצעות R את היקף הטרפז $ACMN$.



- (5) הקטע DE מקביל לצלע BC במשולש ABC כמתואר באיור. נתון כי:
 $CE = 13$ ס"מ, $BC = 15$ ס"מ, $BD = \sqrt{129}$ ס"מ.
 ידוע כי זווית AED היא 60° .
 א. חשב את אורך הקטע DE אם ידוע כי הוא קטן מ-10 ס"מ.
 ב. חשב את שטח המשולש ADE .

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,
פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

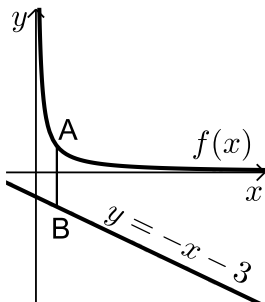
(6) נתונות שתי הפונקציות הבאות :

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x+k}}, \quad g(x) = \frac{\sqrt{x-k}}{x} \quad (k \text{ פרמטר חיובי}).$$

ידוע כי הפונקציות חותכות זו את זו בנקודה שבה : $x = 0.8$.
א. מצא את k .

ב. האם הפונקציות נחתכות בנקודה נוספת מלבד לנקודה הנתונה?
אם כן – מצא אותה.

ג. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ בנקודה שבה : $x = 0.52$.

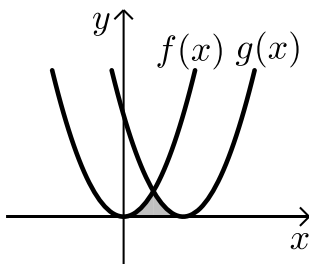


(7) נתונה הפונקציה : $f(x) = \frac{4}{x}$ ונתון

$$\text{הישר : } y = -x - 3.$$

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה $f(x)$
והנקודה B נמצאת על גרף הישר כך שהקטע AB
מקביל לציר ה- y .

מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי
שאורך הקטע AB יהיה מינימלי.



(8) באיור שלפניך חותך גרף הפונקציה : $f(x) = x^2$

את גרף הפונקציה $g(x)$ בנקודה שבה $x = 2$.

הנגזרת של הפונקציה $g(x)$ היא : $g'(x) = 2x - 8$.

א. מצא את הפונקציה $g(x)$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין שני הגרפים
וציר ה- x (המסומן).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

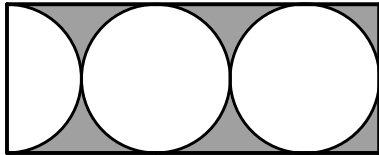
- (1) א. $3x, 3x+6$ (2) $9x^2+18x, 3x^2+3x$.
- ב. $x=8$, 30 ס"מ ו-24 ס"מ. ג. 216 יח"ש S .
- (2) א. $y=8x-2$; $y=-2x-2$. ב. $(-24,16)$. ג. $x^2+(y+2)^2=900$.
- (3) א. $P=0.4$. ב. 95% . ג. $\frac{4}{7}$.
- (4) ג. $9R$.
- (5) א. 7 ס"מ . ב. 34.48 סמ"ר .
- (6) א. $k=0.48$. ב. כן. $(0.6,0.57)$. ג. $y=0.74x+0.1352$.
- (7) $A(2,2)$.
- (8) א. $g(x)=(x-4)^2$. ב. $5\frac{1}{3}$ יח"ש S .

מבחן מספר 13:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

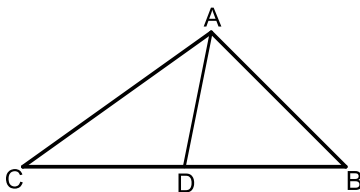
ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (1) במלבן שלפניך חסומים שני עיגולים וחצי בעלי רדיוס זהה.
השטח שנוצר בין העיגולים וצלעות המלבן הוא $250 - 62.5\pi$.

- א. (1) מצא את רדיוס העיגולים.
ב. (2) מצא את אורכי צלעות המלבן.
ג. חשב את סכום שטחי העיגולים (שני העיגולים ומחצית העיגול הנוסף).

- (2) נתון משולש ABC. הנקודה D נמצאת על הצלע BC של המשולש ABC כך שהקטע AD מחלק אותו לשני משולשים שווים שטח ABD ו-ACD.
הצלע BC מונחת על הישר: $y = 4$ וידוע כי שיעור ה- x של הנקודה C הוא: $x_C = -1$. כמו כן נתון: $A(7,8)$, $m_{AB} = -2$.



- א. מצא את משוואת הצלע AB.
ב. (1) איזה קטע הוא AD בתוך המשולש ABC?
(2) מצא את שיעורי הנקודות B ו-D.
ג. (1) חשב את אורך הצלע BC ואת אורך הקטע AD.
(2) איזה משולש הוא המשולש ABC?

★ (3) רפי קנה במכולת חבילה של 10 סוכריות, חלקן ורודות וחלקן צהובות.
רפי מוציא באקראי (ללא החזרה) שתי סוכריות מהחבילה שקנה.
ידוע כי ההסתברות ששתי הסוכריות תהיינה ורודות קטנה פי 4 מההסתברות
להוציא סוכריות בצבעים שונים.

א. כמה סוכריות מכל צבע יש בכל חבילה?
רפי מחזיר את הסוכריות לחבילה ומוציא באקראי 3 סוכריות (ללא החזרה).

ב. מה ההסתברות שכל הסוכריות שהוציא רפי הן צהובות? שלומי, חברו הטוב של רפי, קנה 3 חבילות "מנטוס".

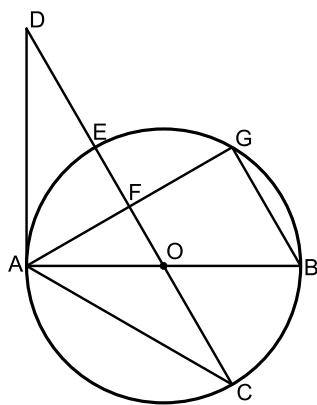
ג. שלומי מוציא באקראי סוכרייה מכל חבילה.
האם ההסתברות של שלומי להוציא 3 סוכריות צהובות גבוהה
או נמוכה מזו של רפי?

ד. שלומי מוציא מכל חבילה שתי סוכריות.
מה ההסתברות שלו להוציא מכל חבילה סוכרייה ורודה ואחר כך צהובה?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



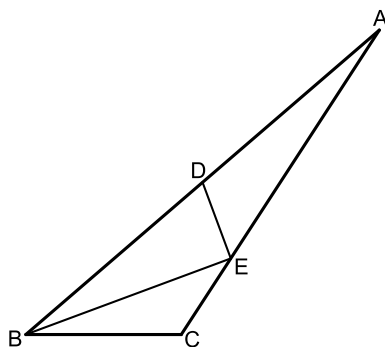
(4) AB הוא קוטר במעגל שמרכזו O.

מהנקודה A מעבירים את המיתרים AC ו-AG ואת המשיק AD כך שהמשולש ACD שווה שוקיים. הישר CD חותך את היקף המעגל בנקודה E, את המיתר AG בנקודה F ועובר דרך מרכז המעגל O. המיתר BG מקביל לישר החותך CD. א. חשב את זוויות המשולש ACD.

ב. הוכח כי: $AF = FG$.

ג. רדיוס המעגל יסומן ב- R .

הוכח כי: $DC = 3R$.



(5) במשולש ABC הקטע BE חוצה את זווית B.

הנקודה D היא אמצע הצלע AB

ומקיימת : $DE = CE$.

ידוע כי: $BC = 6$, $BE = 8$, $BD = 9$;

א. מצא את זווית B.

ב. חשב את שטח המשולש ADE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x^2 + ax + 6}{x - 2}$, a פרמטר.

ידוע שאחת מנקודות הקיצון של הפונקציה נמצאת על ציר ה- y .

א. מצא את הערך של a .

ב. הצב את הערך של a שמצאת בסעיף א' ומצא:

(1) את תחום ההגדרה של הפונקציה.

(2) את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים (אם יש כאלה).

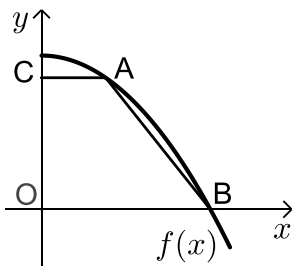
(3) את השיעורים של נקודות הקיצון של הפונקציה, וקבע את סוגן.

(4) את האסימפטוטות של הפונקציה המקבילות לצירים (אם יש כאלה).

ג. עבור אלו ערכי x הפונקציה שלילית?

ד. נתון הישר: $y = k$. עבור אלו ערכי k אין נקודות משותפות לישר

ולגרף הפונקציה? נמק.



(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = 36 - x^2$. על גרף הפונקציה

ברביע הראשון מסמנים נקודה A. מהנקודה A

מעבירים ישר המקביל לציר ה- x שחותך את ציר

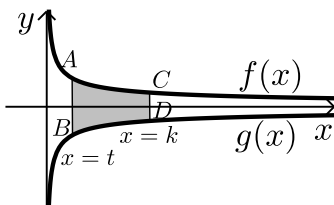
ה- y בנקודה C. הנקודה B היא נקודת החיתוך

של הפונקציה עם ציר ה- x ו-O ראשית הצירים.

א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A כדי

ששטח הטרפז ABOC יהיה מקסימלי?

ב. מה יהיה שטח הטרפז במקרה זה?



(8) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} \quad \text{ו-} \quad g(x) = -\frac{3}{\sqrt{x}}$$

מעבירים שני ישרים: $x = k$ ו- $x = t$ אשר חותכים של

את הגרפים של הפונקציות ויוצרים את הקטעים AB

ו-CD. ידוע כי: $AB = 2CD$.

א. הראה כי: $k = 4t$.

ב. השטח הכלוא בין הגרפים של הפונקציות והישרים: $x = k$ ו- $x = t$ הוא:

$S = 12$. מצא את t .

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) א. 5 ס"מ. (2) 10 ס"מ ו-25 ס"מ. ב. 62.5π סמ"ר $S =$.
- (2) א. $y = -2x + 22$. ב. (1) תיכון -קטע במשולש שחוצה אותו לשני משולשים שווי שטח הוא תיכון
- (2) $B(9,4)$, $D(4,4)$.
- ג. (1) $AD=5$, $BC=10$.
- (2) משולש ישר זווית – אם במשולש יש תיכון לצלע ששווה למחציתה אז המשולש הוא ישר זווית.
- (3) א. 4 ורודות ו-6 צהובות. ב. $\frac{1}{6}$. ג. גבוהה $\frac{27}{125} > \frac{1}{6}$.
- ד. $P = 0.0189$.
- (4) א. $30^\circ, 30^\circ, 120^\circ$.
- (5) א. 40.72° . ב. $S = 12.52$.
- (6) א. $a = -3$. ב. (1) $x \neq 2$. (2) $(0, -3)$.
- (3) $\max(-3, 0)$, $\min(4, 5)$. (4) $x = 2$. ג. $x < 2$.
- ד. $-3 < k < 5$.
- (7) א. $A(2, 32)$. ב. 128 יח"ש $S =$.
- (8) ב. $t = 1$.

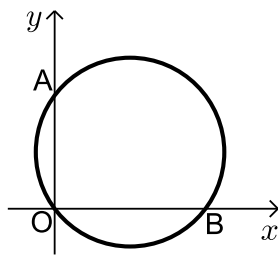
מבחן מספר 14:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) אוטובוס נוסע מעיר א' לעיר ב' הרחוקה ממנה 800 ק"מ.
לאחר שעבר האוטובוס 135 ק"מ במהירות קבועה הוא עצר להתרעננות של חצי שעה. לאחר מכן המשיך האוטובוס את נסיעתו במהירות הגדולה ב-43 קמ"ש ממהירותו הקודמת עד לעיר ב'.
סך כל הזמן שהיה האוטובוס על הדרך הוא 7 שעות.
א. מה הייתה המהירות ההתחלתית של האוטובוס?
ב. מה היה המרחק שעבר האוטובוס אחרי ההתרעננות עד לעיר ב'?



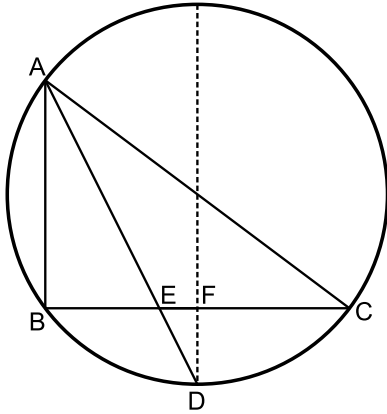
- (2) באיור שלפניך מתואר המעגל: $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 25$.
המעגל חותך את הצירים בנקודות A ו-B.
א. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם הצירים.
ב. מצא נקודה C הנמצאת על היקף המעגל ברביע הראשון כך שהמרובע AOBC יהיה מלבן.
ג. חשב את היקף המלבן.

- (3) בעיר מסוימת נערכות בחירות. ידוע כי אם בוחרים 4 תושבים אז ההסתברות שלפחות אחד מהם יצביע למועמד ב' היא $\frac{65}{81}$.
א. איזה חלק מהתושבים הצביעו למועמד א'?
בעיר יש תושבים מבוגרים וצעירים. ידוע כי $\frac{2}{3}$ מהצעירים הצביעו למועמד א' וכי ההסתברות לבחור מבוגר שהצביע למועמד ב' היא $\frac{2}{15}$.
ב. מהו אחוז התושבים הצעירים שהצביעו למועמד ב'?
ג. איזה אחוז מהווים התושבים הצעירים מבין אלו שהצביעו למועמד א'?

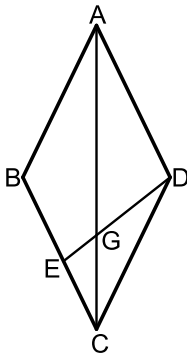
פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) במעגל שרדיוסו הוא 10 ס"מ המיתרים AB ו-BC מאונכים זה לזה.
- הנקודה D היא אמצע הקשת \widehat{BC} . הקטע AD חותך את המיתר BC בנקודה E. אורך המיתר AB הוא 12 ס"מ.
- א. חשב את אורך הקטע BE.
- ב. מהנקודה D מעבירים מיתר החותך את המיתר BC בנקודה F ומקביל למיתר AB. הוכח כי מיתר זה עובר דרך מרכז המעגל.
- ג. חשב את אורך הקטע FE.



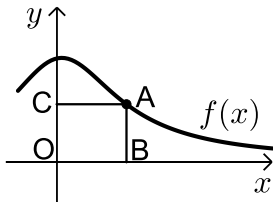
- (5) נתון המעוין ABCD.
אורך האלכסון הגדול במעוין AC גדול פי 1.8 מצלע המעוין.
א. חשב את זוויות המעוין.
מהקודקוד D מעבירים את הקטע DE שאורכו הוא m .
הקטע DE חותך את האלכסון AC בנקודה G.
הזווית EDC תסומן ב- α .
ב. הבע באמצעות m ו- α את אורך הקטע CE.
ג. הבע באמצעות m ו- α את שטח המשולש EGC.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,
פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 2x}}{x^2}$.

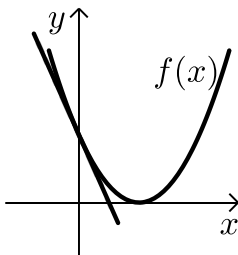
- מה הוא תחום ההגדרה של הפונקציה?
- מצא את נקודות קיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
- מצא את נקודת החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה- x .
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



(7) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+12}{x^2+3}$ בתחום: $x \geq 0$.

מקצים נקודה A על גרף הפונקציה וממנה מורידים אנכים לצירים כך שנוצר המלבן ABOC כמתואר באיור.

- מצא מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A עבורם שטח המלבן יהיה מקסימלי.
- מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A עבורם שטח המלבן יהיה מינימלי בתחום הנ"ל.



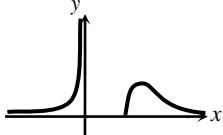
(8) נתונה הפונקציה: $f(x) = (x-2)^2$.

מנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y מעבירים משיק.

- מצא את משוואת המשיק.
- מצא את נקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .
- חשב את השטח הכלוא בין המשיק, גרף הפונקציה וציר ה- x (השטח המסומן).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) א. 90 קמ"ש. ב. 665 ק"מ.
- (2) א. $O(0,0)$, $A(0,6)$, $B(8,0)$. ב. $C(8,6)$. ג. $P=28$.
- (3) א. $\frac{2}{3}$. ב. 20%. ג. 60%.
- (4) א. 6 ס"מ. ג. 2 ס"מ.
- (5) א. 128.32° ; 51.68° . ב. $1.27m \sin \alpha$. ג. $\frac{0.35m^2 \sin^2 \alpha \sin(128.32 - \alpha)}{\sin(25.84 + \alpha)}$.
- (6) א. $x < 0$, $x \geq 2$. ב. $\min(2,0)$, $\max\left(3, \frac{1}{\sqrt{27}}\right)$. ג. $(2,0)$.
- ד.
- 
- (7) א. $A(2,2)$. ב. $A(0,4)$.
- (8) א. $y = -4x + 4$. ב. $(1,0)$. ג. $S = \frac{2}{3}$ יח"ש.

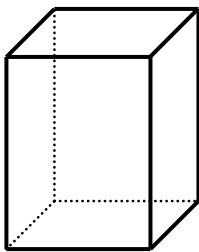
מבחן מספר 15:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) נתונה תיבה שבסיסה הוא מלבן. ידוע כי צלע אחת של המלבן גדול ב-50% מהצלע הסמוכה לה.



כמו כן גובה התיבה גדול ב-50% מצלע המלבן הגדולה.
סכום ארבעת הגבהים של המלבן גדול ב-32 ס"מ מהיקף בסיס המלבן.

א. מצא את מידות המלבן.

ב. חשב את שטח המעטפת של התיבה.

ג. חשב את נפח התיבה.

(2) המעגל: $(x+a)^2 + (y-1)^2 = a+4$, $a > 0$ חותך את ציר ה- x בנקודה שבה: $x=1$.

א. מצא את ערך הפרמטר a .

ב. מצא את נקודות החיתוך של המעגל הנתון עם המעגל: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 10$.

ג. כתוב את משוואת הישר העובר דרך נקודות החיתוך של שני המעגלים.

ד. חשב את שטח המשולש שיוצר הישר שמצאת בסעיף הקודם עם הצירים.

(3) בכד יש 9 כדורים, חלקם כחולים והשאר לבנים.

מוציאים כדור מהכד, אם הוא כחול אז מחזירים אותו לכד ומוסיפים 4

כדורים לבנים ואם הוא לבן אז מחזירים אותו לכד ומוסיפים 4 כדורים

כחולים. לאחר מכן מוציאים כדור נוסף.

ידוע כי ההסתברות שהכדור הראשון שיצא הוא כחול אם ידוע כי

הכדור השני כחול היא $\frac{6}{11}$.

א. מצא כמה כדורים כחולים יש בכד.

ב. חוזרים על התהליך 6 פעמים, כלומר בכל פעם מחזירים את המצב

לקדמותו, מוציאים באקראי כדור ופועלים בהתאם לחוקים.

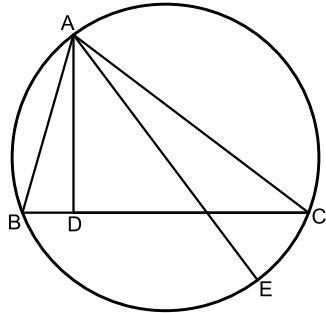
מצא את ההסתברות שלפחות פעם אחת יבחרו שני כדורים כחולים

בזה אחר זה.

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



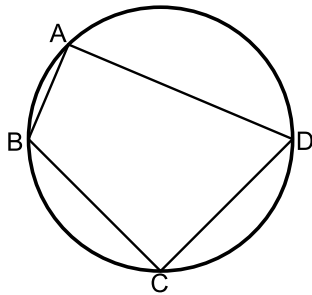
(4) המשולש ABC חסום במעגל.

AD גובה לצלע BC ו-AE קוטר במעגל.

א. הוכח: $\angle BAD = \angle EAC$.

נתון גם כי: $CE = \sqrt{21}$, $AD = 6$, $CD = 8$.

ב. חשב את רדיוס המעגל.



(5) המרובע ABCD חסום במעגל כמתואר באיור.

ידוע כי: $AB = b$, $BC = a$, $CD = a$, $AD = 3b$.

א. הבע באמצעות a ו- b את $\cos \angle BCD$.

ב. הוכח כי אם BD קוטר אז מתקיים: $a = b\sqrt{5}$.

ג. נתון כי רדיוס המעגל הוא 3 ס"מ.

הסתמך על סעיף ב' וחשב את שטח המרובע ABCD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

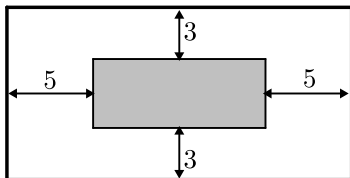
ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

★ 6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+2}{x+4}$. מגדירים פונקציה נוספת: $g(x) = \sqrt{f(x)}$.

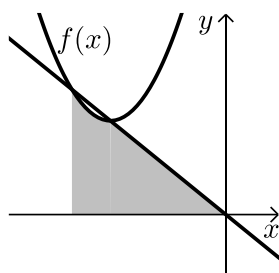
- א. כתוב בצורה מפורשת את הפונקציה $g(x)$.
- ב. לפניך מספר טענות המתייחסות לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$. קבע אילו מהטענות הבאות נכונות ואילו אינן נכונות. הצדק את קביעותיך באמצעות חישוב מתאים:
 - (1) לפונקציות תחום הגדרה זהה.
 - (2) שתי הפונקציות עולות בכל תחום הגדרתן.
 - (3) שתי הפונקציות חותכות את ציר ה- x באותה נקודה.
 - (4) לשתי הפונקציות יש אסימפטוטה משותפת.
- ג. מצא את נקודות החיתוך של כל פונקציה עם ציר ה- y .
- ד. אסף פתר את סעיפים א' ו-ב' והחליט לטעון את הטענה הבאה:
 היות והפונקציה $g(x)$ מוגדרת להיות: $g(x) = \sqrt{f(x)}$ אזי ניתן למצוא את שיעור ה- y של כל נקודה שעל גרף הפונקציה $f(x)$ ע"י כך שנמצא תחילה את שיעור ה- y של הנקודה בעלת אותו שיעור x על הגרף של $g(x)$ ונעלה אותה בריבוע. האם אסף צודק?
 נמק בצורה איכותית (חישובים אינם נדרשים) את שיקולך.

7 חיים הוא אחד מעובדי חברת "דפוס יהלום בע"מ".

תפקידו של חיים הוא להדביק גלויות על משטחי קרטון בעלי שטח מינימלי כך שיישארו רווחים של 3 ס"מ מקצות הקרטון העליון והתחתון, ו-5 ס"מ מצידי הקרטון (ראה איור). יום אחד קיבל חיים שיחת טלפון מלקוח אנונימי ששאל אותו את השאלה הבאה: "יש לי מגוון גדול של גלויות במידות שונות אשר שטחן זהה והוא 60 סמ"ר. מה הן המידות של גלויה אשר שטח משטח הקרטון שלה יהיה מינימלי?"



- א. עזור לחיים לענות ללקוח על שאלתו והראה דרך חישוב.
- ב. מה יהיו מידות הקרטון עבור הגלויה המסוימת?



(8) נתונה הפונקציה: $f(x) = x^2 + 6x + 12$.

ישר העובר בראשית הצירים חותך את גרף הפונקציה
בנקודה שבה $x = -4$ כמתואר באיור.

א. מצא את משוואת הישר.

ב. מצא את נקודת החיתוך השנייה של הישר
והפונקציה.

ג. מצא את השטח המוגבל בין הישר, גרף הפונקציה,
ציר ה- x והישר $x = -4$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) א. $8 \times 12 \times 18$ ס"מ. ב. $S = 720$. ג. 1728 סמ"ק $V =$

(2) א. $a = 1$. ב. $(-2, 3), (0, -1)$. ג. $y = -2x - 1$

ד. 0.25 יח"ש $S =$

(3) א. 6 כדורים כחולים. ב. 0.88989

(4) ב. 5.5 יח"א

(5) א. $\cos \angle BCD = \frac{a^2 - 5b^2}{a^2 + 3b^2}$. ג. 14.4 סמ"ר $S =$

(6) א. $g(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x+4}}$

ב. (1) הטענה אינה נכונה. תחומי ההגדרה הם:

$f(x): x \neq -4$; $g(x): x < -4, x \geq -2$

(2) הטענה נכונה. הנגזרות חיוביות: $f(x) = \frac{1}{(x+4)^2} > 0$

ו- $g(x) = \frac{1}{(x+4)^2 \sqrt{\frac{x+2}{x+4}}} > 0$

(3) הטענה נכונה. הנקודה היא: $(-2, 0)$.

(4) הטענה נכונה. לפונקציות שתי אסימפטוטות משותפות: $x = -4$ ו- $y = 1$.

ג. $f(x): \left(0, \frac{1}{2}\right)$; $g(x): \left(0, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$

ד. אסף צודק שכן מכוח ההגדרה: $g(x) = \sqrt{f(x)}$ ניתן לראות כי עבור כל ערך

של x_0 בחיתוך תחום ההגדרה המשותף קיימות שתי נקודות: $A(x_0, f(x_0))$

ו- $B(x_0, g(x_0))$ (אחת על כל גרף כמובן) ושיעורי ה- y שלהן

מקיימים: $g(x_0) = \sqrt{f(x_0)}$

(7) א. 6 ס"מ \times 10 ס"מ. ב. 12 ס"מ \times 20 ס"מ.

(8) א. $y = -x$. ב. $(-3, 3)$. ג. $7\frac{5}{6}$ יח"ש $S =$

מבחן מספר 16:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

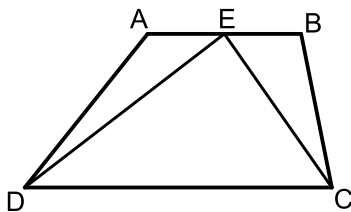
פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) סוחר קנה כיסאות ב-7,200 ₪. הסוחר השקיע 1,000 ₪ בשיפוץ כל הכיסאות ואז מכר אותם. 20 כיסאות הוא מכר ברווח של 70 ₪ לכיסא. את שאר הכיסאות הוא מכר בהפסד של 15 ₪ לכיסא. הסוחר הפסיד בעסקה 650 ₪.
א. כמה כיסאות קנה הסוחר?
ב. כמה שילם הסוחר עבור כל כיסא?

- (2) המרובע ABCD הוא טרפז.

הנקודה E היא אמצע הבסיס AB וידוע כי היא נמצאת על ציר ה- x .
שיעורי הנקודה B הם $(3, 2)$ והצלע AD מונחת על הישר: $x = -5$.
אורך הקטע DE הוא $\sqrt{80}$ כך ש-D ברביע השלישי וכן: $\angle DEC = 90^\circ$.



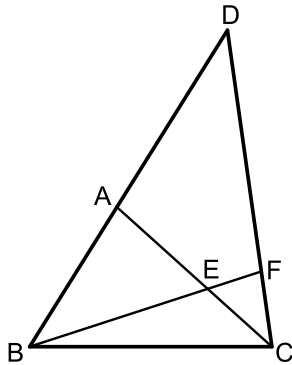
- א. מצא את שיעורי הנקודות A, D ו-E.
ב. מצא את משוואת הקטע CE ואת משוואת הבסיס CD.
ג. מצא את שיעורי הנקודה C.
ד. חשב את שטח המשולש DEC.

- (3) בסיטונאות מזון ידוע כי 40% מתוך הסכו"ם החד-פעמי הוא תוצרת חו"ל והשאר תוצרת הארץ. 40% מבין הסכו"ם המיובא מחו"ל הם צבעוניים והשאר שקופים.

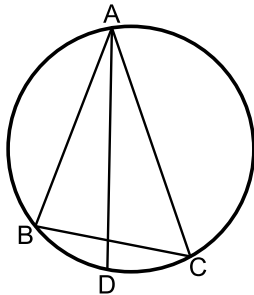
- א. מה ההסתברות לבחור בסיטונאות המזון סכו"ם שקוף המיובא מחו"ל?
ב. בוחרים 5 כלים בחנות באופן אקראי.
(1) מה ההסתברות שלכל היותר כלי אחד הוא כלי שקוף תוצרת חו"ל?
(2) מה ההסתברות שבדיוק אחד מחמשת הכלים הוא כלי שקוף תוצרת חו"ל אם ידוע כי לכל היותר כלי אחד הוא שקוף תוצרת חו"ל?
ג. בוחרים שני כלים באופן אקראי וידוע כי ההסתברות ששניהם שקופים היא 0.4096. איזה חלק מהווים כלי הסכו"ם השקופים מבין כלי הסכו"ם תוצרת הארץ?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (40 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- ★ (4) מהקדקוד C של המשולש BCD מעבירים את הקטע AC כך שהמשולש ACD הוא שווה שוקיים ($AC = AD$). הנקודה F נמצאת על הצלע CD כך שמתקיים: $\angle D = \angle CBF$, $3 \cdot \angle ACD = \angle BEC$.
 א. הוכח כי הקטע BF חוצה את זווית B.
 ב. הוכח כי: $\triangle AEB \sim \triangle FEC$.
 ג. הוכח כי: $\frac{BE}{BC} = \frac{AE}{FC}$.

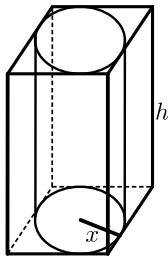


- (5) המשולש ABC חסום במעגל כמתואר באיור. מעבירים את המיתר AD החוצה את זווית BAC. ידוע כי: $\angle ACB = 60^\circ$, $\angle BAC = 40^\circ$. מסמנים: $AD = k$.
 א. הבע באמצעות k את אורך המיתר BD.
 ב. ידוע כי שטח המשולש ABD הוא 7.368 סמ"ר. מצא את k (עגל למספר שלם).

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (6) א. הוכח כי לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{9-x^2}{x^2-k}$, יש נקודת קיצון שנמצאת על ציר ה-y.
 ב. הוכח כי הפונקציה $f(x)$ מוגדרת לכל x אם ידוע כי שיעור ה-y של נקודת הקיצון הוא 3.
 ג. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם ציר ה-x.
 ד. מצא את האסימפטוטה האופקית של הפונקציה.
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה וקבע בכמה נקודות יחתוך אותו הישר $y = -1$. נמק את תשובתך.



★ (7) באיור שלפניך מתוארים תיבה שבסיסה ריבוע וגליל החסום בתוך התיבה.

רדיוס הגליל יסומן ב- x וגובהו ב- h .

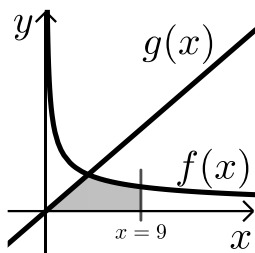
ידוע כי הסכום של x ו- h הוא 12 ס"מ.

א. הבע באמצעות x את אורך מקצוע הבסיס של התיבה.

ב. (1) הבע באמצעות x את נפח הגליל.

(2) הבע באמצעות x את נפח התיבה.

ג. מצא את x עבורו הנפח הכלוא בין התיבה לגליל יהיה מקסימלי.



(8) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות:

$$f(x) = \frac{16}{\sqrt{x}} \quad g(x) = 2x - 1$$

א. מצא את נקודת החיתוך של הגרפים.

ב. חשב את השטח המוגבל בין שני הגרפים,

ציר ה- x והישר: $x = 9$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) א. 90. ב. 80 נח.

(2) א. $D(-5, -8)$, $A(-5, -2)$, $E(-1, 0)$.

ב. $CE: y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$, $CD: y = \frac{1}{2}x - 5\frac{1}{2}$. ג. $C(5, -3)$.

ד. 30 יח"ש S_{DEC} .

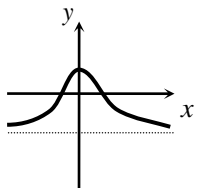
(3) א. 0.24. ב. 0.65389 (1). (2) $\frac{30}{49} \sim 0.61224$. ג. $\frac{2}{3}$.

(4) א. הוכחה. ב. הוכחה. ג. הוכחה.

(5) א. $BD = \frac{k \sin 20}{\sin 100}$. ב. $k = 7$.

(6) א. $(3, 0)$, $(-3, 0)$. ב. $y = -1$.

ה. באף נקודה. הגרף שואף לישר ואינו חותך אותו.



(7) א. $2x$. ב. $V = 12\pi x^2 - \pi x^3$ (1). (2) $V = 48x^2 - 4x^3$. ג. $x = 8$.

(8) א. $(4, 8)$. ב. 48 יח"ש S .

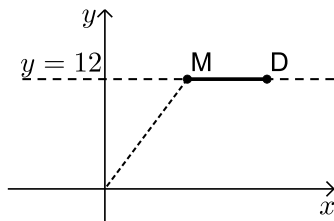
מבחן מספר 17:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) משאית מביאה סחורה מידי יום מיישוב א' ליישוב ב' המרוחק ממנו 630 ק"מ. המשאית נוסעת במהירות קבועה בכל יום. יום אחד נסעה המשאית במהירות הנמוכה ממהירותה הרגילה ב-20%. לאחר 3 שעות ראה נהג המשאית כי הוא עומד לאחר ולכן הגביר את מהירותו ב-21 קמ"ש ממהירותו הנוכחית. המשאית הגיעה ליעדה בדיוק באותו הזמן שהיא מגיעה בכל יום. באיזו מהירות נוסעת המשאית בכל יום?



- (2) הנקודות M ו-D נמצאות על הישר: $y = 12$. ידוע כי שיעור ה- x של הנקודה M הוא 9 וכי המרחק של הנקודה M מראשית הצירים גדול ב-6 מהמרחק בין הנקודות M ו-D (ראה איור). בונים מעגל שמרכזו נמצא בנקודה M ורדיוסו והוא האורך DM.

- א. (1) מצא את מרחק הנקודה M מראשית הצירים.
(2) מצא את שיעור ה- x של הנקודה D.
ב. כתוב את משוואת המעגל.
ג. האם המעגל הזה חותך את הצירים?
הראה חישוב מתאים לטענתך.

**פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,
פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)**

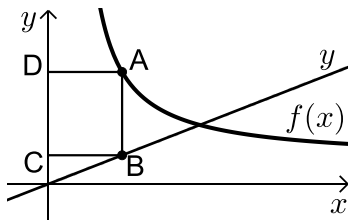
ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{ax+6}{\sqrt{9-x^2}}$, פרמטר a .

מעבירים משיק לגרף הפונקציה בנקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .
ידוע כי הוא מקביל לישר: $3y - x = 0$.

- מצא את ערך הפרמטר a .
- כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציה.
- מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה.
- כתוב את התחומי העלייה והירידה של הפונקציה.

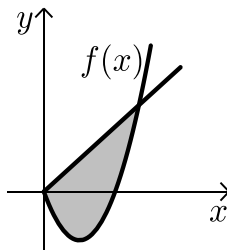


(7) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה:

$$f(x) = \frac{x+8}{x-1} \quad \text{והישר: } y = \frac{9x}{25}. \quad \text{הנקודות A ו-B}$$

נמצאות על הגרפים של הפונקציות כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y . מהנקודות A ו-B מותחים אנכים לציר ה- y כך שנוצר המלבן ABCD. נסמן את שיעור ה- x של הנקודה A ב- t .

- הבע באמצעות t את היקף המלבן ABCD.
- מצא את t עבורו היקף המלבן הוא מינימלי.
- מה יהיה ההיקף במקרה זה?



(8) באיור שלפניך מתוארים גרף הפונקציה $f(x)$ והישר: $y = 2x$.

נגזרת הפונקציה $f(x)$ היא: $f'(x) = 2x - 6$ וידוע הישר חותך את הפונקציה בנקודה שבה ערך ה- y הוא 16.

- מצא את הפונקציה $f(x)$.
- האם יש לגרף הפונקציה ולישר עוד נקודות חיתוך? אם כן מצא אותן.
- חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה והישר.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) 70 קמ"ש.
- (2) א. (1) $d = 15$ (2) $x = 18$ ב. $(x-9)^2 + (y-12)^2 = 81$ ג. המעגל אינו חותך את ציר ה- x – כאשר מציבים ב- y אפס מתקבלת משוואה ריבועית ללא פתרון. המעגל חותך את ציר ה- x בנקודה אחת - $(12, 0)$.
- (3) א. 15 כחולים ו-3 אדומים. ב. $\frac{17}{101}$ ג. 0.03645
- (4) א. $BC = \frac{5}{12}t$ ב. $AB = 14.4$ ס"מ
- (5) א. 5 ס"מ. ב. $S = 172.77$ סמ"ר
- (6) א. $a = 1$ ב. $-3 < x < 3$ ג. $(-1.5, \sqrt{3})$ ד. יורדת: $-3 < x < -1.5$, עולה: $-1.5 < x < 3$
- (7) א. $P = \frac{1.28t^2 + 0.72t + 16}{t-1}$ ב. $t = 4\frac{3}{4}$ ג. $P = 12.88$
- (8) א. $f(x) = x^2 - 6x$ ב. $(0, 0)$ ג. $S = 85\frac{1}{3}$ סמ"ר

מבחן מספר 18:

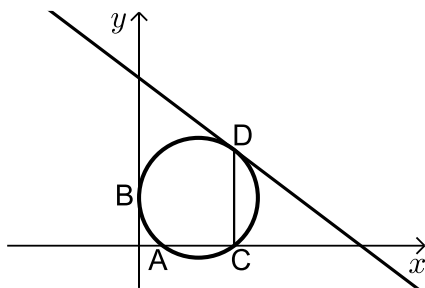
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – $16\frac{2}{3}$ נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) בעל חנות כלי נגינה קנה גיטרות ב-50,000 ₪, מחיר כל הגיטרות זהה. בשבוע הראשון מכר בעל החנות 3 גיטרות ברווח של 85%. בשבוע השני מכר בעל החנות גיטרה אחת במחיר שקנה אותה ובשבוע השלישי והרביעי מכר בעל החנות את שאר הגיטרות בהפסד של 5%. סה"כ הרוויח בעל החנות מעסקי הגיטרות 11,250 ₪. כמה גיטרות קנה בעל החנות ובאיזה מחיר לגיטרה?



- (2) מעגל שמרכזו בנקודה $M(15, 12)$ משיק לציר ה- y בנקודה B וחותך את ציר ה- x בשתי נקודות A ו-C כמתואר באיור.

א. כתוב את משוואת המעגל.
מהנקודה C מעלים אנך לציר ה- x שחותך את המעגל בנקודה נוספת D.
דרך הנקודה D עובר משיק למעגל.

- ב. מצא את שיעורי הנקודות C ו-D.
ג. מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה D.

- (3) ★ לכבוד חנוכה קנתה סבתא תקווה לשתי נכדותיה, שני ושרון, סביבונים עם סוכריות בתוכם.
בכל סביבון יש 7 סוכריות שוקולד ו-4 סוכריות מנטה.
שרון לקחה סביבון אחד והוציאה ממנו באקראי (ללא החזרה) 4 סוכריות.
א. מה ההסתברות שכל הסוכריות שהוציאה שרון הן סוכריות מנטה?
שני לקחה 4 סביבונים (אחרים) והוציאה באקראי מכל סביבון סוכרייה אחת.
ב. האם ההסתברות ששני תוציא 4 סוכריות מנטה גבוהה יותר או נמוכה יותר מההסתברות שחשבת בסעיף א'? נמק.
ג. שני הוציאה באקראי סוכרייה אחת מכל סביבון מתוך ארבעת הסביבונים שברשותה.
ידוע שבין הסוכריות שבידה יש יותר סוכריות מנטה.
מה ההסתברות שכל הסוכריות שיש לשני ביד יהיו בטעם מנטה?

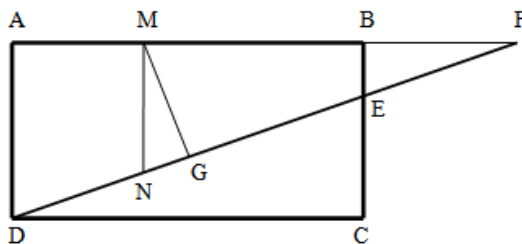
פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) המרובע ABCD הוא מלבן.

הקטע DF חותך את הצלע BC בנקודה E כך שהקטע CE גדול פי 2 מהקטע BE.
F נמצאת על המשך הצלע AB של המלבן. מעבירים את הקטע MN המקביל
לצלעות AD ו-BC של המלבן ואת הקטע MG המאונך לקטע DF.



נתון: $\frac{AM}{BM} = \frac{3}{5}$

א. פי כמה גדול הקטע MN מהקטע BE?

ב. הוכח כי המשולשים MGN ו-FAD דומים.

ג. נתון כי: $\frac{GN}{DF} = \frac{3}{40}$

הוכח: $\frac{DF}{BE} = \sqrt{90}$

(5) המשולש ABC הוא ישר זווית ($\angle C = 90^\circ$)

ובו: $\angle B = 2\alpha$

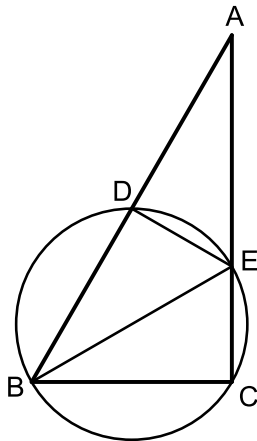
מעבירים מעגל שרדיוסו R דרך הקדקודים B ו-C
אשר חותך את צלעות המשולש בנקודות D ו-E.
המיתר BE חוצה את זווית B.

א. הבע באמצעות R ו- α את שטח המשולש ABE.

ב. ידוע כי המשולש ABE הוא שווה שוקיים וכי

אורך המיתר CE הוא 6 ס"מ.

חשב את שטח המשולש ABE.

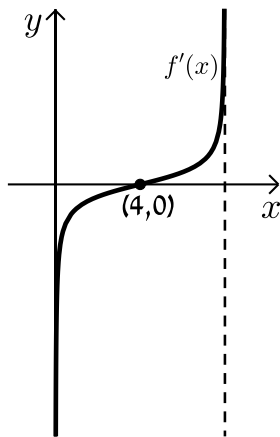


פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x}-1}$

- מהו תחום הגדרה של הפונקציה?
- כמה נקודות יש לגרף הפונקציה שהמשיק העובר דרכן מקביל לציר ה- x ? מצא אותן.
- כתוב את משוואות המשיקים בנקודות שמצאת בסעיף הקודם.

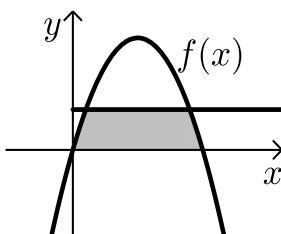


7 באיור שלפניך מתואר גרף פונקציה הנגזרת $f'(x)$

של הפונקציה: $f(x) = -\sqrt{bx-x^2}$, b פרמטר.
 ענה על הסעיפים שלפניך

(אפשר להיעזר בגרף הנגזרת במידת הצורך):

- מהו שיעור ה- x של נקודת הקיצון הפנימית של $f(x)$? נמק.
- מצא את b .
- מהו תחום ההגדרה של $f(x)$?
- מצא את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
- חשב את השטח המוגבל על ידי גרף פונקציה הנגזרת $f'(x)$ והצירים (השטח המסומן באיור).

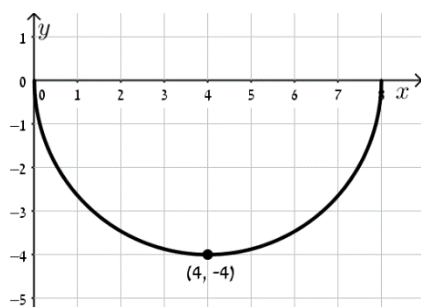


- 8 נתונה הפונקציה: $f(x) = kx - x^2$
- הישר $y = 9$ חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות. ידוע כי שיעור ה- x של אחת מנקודות החיתוך הוא $x = 9$. מצא את ערך הפרמטר k .
 - מצא את נקודת החיתוך השנייה בין שני הגרפים.
 - חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, הישר וציר ה- x (השטח המסומן).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) 10 גיטרות ב-5,000 ₪.
- (2) א. $(x-15)^2 + (y-12)^2 = 225$. ב. $C(24,0)$, $D(24,24)$. ג. $y = -\frac{3}{4}x + 42$.
- (3) א. $\frac{1}{330}$. ב. גבוהה יותר $\left(\frac{256}{14641} > \frac{1}{330}\right)$. ג. $\frac{1}{8}$.
- (4) א. פי 2.25 .
- (5) א. $S = R^2 \tan 2\alpha$. ב. 36 סמ"ר S .
- (6) א. $x \geq 0$, $x \neq 1$. ב. $(9,6)$. ג. $y = 6$.
- (7) א. (1) $x = 4$ (2) $b = 8$. ב. $0 \leq x \leq 8$.
- ג. $\max(8,0)$ קצה , $\min(4,-4)$, $\max(0,0)$ קצה .
- ד. סקיצה בצד . ה. 4 יח"ש .
- (8) א. $k = 10$. ב. $(1,9)$. ג. $81\frac{1}{3}$ סמ"ר S .

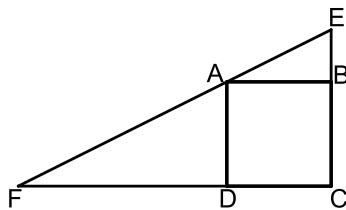


מבחן מספר 19:

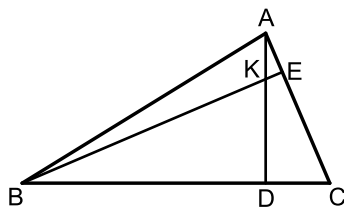
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (1) נתון ריבוע ABCD. בונים משולש ישר זווית EFC כך ש-E ו-F הן נקודות על המשכי הצלעות BC ו-DC של הריבוע בהתאמה. הנקודה A נמצאת על יתר המשולש EF. הקטע BE מהווה 50% מצלע הריבוע והקטע FD גדול פי 2 מצלע הריבוע. ידוע כי שטח המשולש EFC הוא 81 סמ"ר. מצא את אורך צלע הריבוע.



- (2) AD ו-BE הם בהתאמה גבהים לצלעות BC ו-AC במשולש ABC. ידוע כי שיעורי נקודת פגישת הגבהים K הם: (1,3).

שיעורי הנקודות D ו-E הם: $D(-2,4)$, $E(3,5)$.

א. מצא את משוואת הגובה AD ואת משוואת הצלע AC.

ב. מצא את שיעורי הקדקוד A.

ג. מצא את משוואת הגובה BE ואת משוואת הצלע BC.

ד. מצא את שיעורי הקדקוד B.

- (3) בחדר יש x גברים ו- $3x$ נשים. משחקים את המשחק הבא: בוחרים באקראי שני אנשים מהחדר בזה אחר זה (ללא החזרה). ידוע כי ההסתברות לבחור שני אנשים מאותו המין היא $13/22$.

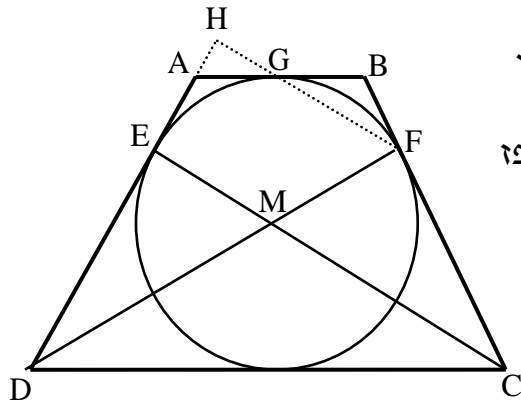
א. מצא כמה נשים יש בחדר.

ב. ידוע כי האדם השני שנבחר הוא גבר, מה ההסתברות שגם הראשון שנבחר הוא גבר?

ג. משחקים את המשחק 4 פעמים. ידוע כי בכל הפעמים נבחר גבר בפעם השנייה, מה ההסתברות שבדיוק ב-3 פעמים יבחר גבר גם בפעם הראשונה.

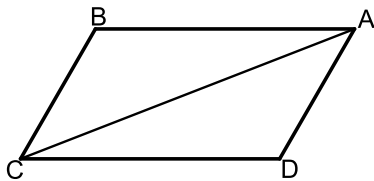
פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- ★ (4) הטרפז ABCD הוא שווה שוקיים.
 חוסמים מעגל בתוך הטרפז אשר משיק לו
 בנקודות E, F ו-G כמתואר באיור.
 הקטעים DF ו-CE חוצים את זוויות הטרפז
 ונחתכים בנקודה M.
 א. הוכח כי הנקודה M היא מרכז
 המעגל החסום.
 ב. חשב את זוויות הטרפז.
 ממשיכים את GF ואת AD כך
 שהם נפגשים בנקודה H.
 ג. חשב את היחס $\frac{EM}{FH}$.

- (5) במקבילית ABCD אורך האלכסון AC הוא $\sqrt{79}$ ס"מ.
 היקף המקבילית הוא 20 ס"מ וידוע כי: $\angle B = 120^\circ$.



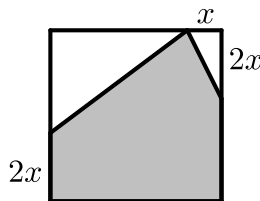
- א. מצא את אורכי צלעות המקבילית.
 ב. חשב את שטח המקבילית.
 ג. מסמנים נקודה E על האלכסון AC
 כך שהמרובע CBED הוא בר חסימה.
 חשב את רדיוס המעגל החוסם
 את המרובע CBED.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

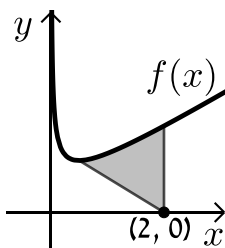
ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{ax^2 - 20x + 28}{x^2 + 2a}$.

- ידוע כי גרף הפונקציה חותך את האסימפטוטה האופקית שלו בנקודה $(0.5, 3)$.
- מצא את ערך הפרמטר a וכתוב את הפונקציה ואת תחום הגדרתה.
 - מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגן.
 - כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
 - מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 - סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - העזר בגרף הפונקציה וקבע עבור אלו ערכים של k הישר $y = k$ יחתוך את גרף הפונקציה בנקודה אחת בלבד.



- 7 נתון ריבוע בעל אורך צלע של 16 ס"מ.
- מקצים קטע שאורכו x על הצלע העליונה ושני קטעים שאורכם $2x$ על הצלעות הצדדיות כמתואר באיור כך שנוצר המחומש המקווקו.
- מצא מה צריך להיות ערכו של x עבורו שטח המחומש יהיה מקסימלי.



8★ באיור שלפניך נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x}} + x$.

- מצא את נקודת המינימום שלה.
- מנקודת המינימום של הפונקציה מעבירים ישר לנקודה $(2, 0)$ שעל ציר ה- x .
- מצא את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, הישר ואנך לציר ה- x היוצא מהנקודה $(2, 0)$ עד לנקודת החיתוך עם גרף הפונקציה.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) 6 ס"מ.

(2) א. $AC: y = -x + 8$, $AD: y = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{3}$.

ב. $A(7,1)$. ג. $BC: y = 3x + 10$, $BE: y = x + 2$. ד. $B(-4, -2)$.

(3) א. 9 נשים. ב. $\frac{2}{11}$. ג. 0.0196.

(4) א. $120^\circ, 60^\circ$. ב. $\frac{2}{3}$.

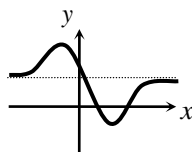
(5) א. 3 ס"מ BC ו- 7 ס"מ AB . ב. 18.18 סמ"ר S .

ג. $R = \sqrt{\frac{37}{3}} \approx 3.511$ ס"מ.

(6) א. $a = 3$, $f(x) = \frac{3x^2 - 20x + 28}{x^2 + 6}$, כל x . ב. $\max(-2, 8)$, $\min(3, -\frac{1}{3})$.

ג. עולה: $x > 3$, $x < -2$ יורדת: $-2 < x < 3$.

ד. $(2, 0)$, $(0, 4\frac{2}{3})$, $(4\frac{2}{3}, 0)$. ה. סקיצה: ו. $k = 8, -\frac{1}{3}, 3$.



(7) $x = 6$.

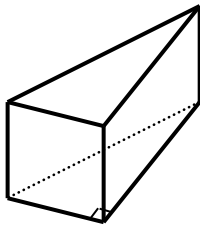
(8) א. $\min(0.5, 1.5)$. ב. 1.75 סמ"ר S .

מבחן מספר 20:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

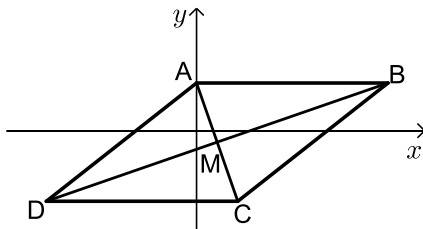
פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (1) נתונה מנסרה שבסיסה הוא משולש ישר זווית. הניצב הגדול ארוך ב- 4 ס"מ מהניצב הקטן, וקצר ב- 4 ס"מ מהיתר. נפח המנסרה הוא 2880 סמ"ק.
א. מצא את מידות משולש הבסיס.
ב. מצא את גובה המנסרה.
ג. מצא את שטח המעטפת של המנסרה.

- (2) נתון מעוין ABCD. ידוע כי הצלע CD מונחת על הישר $y = -7$. אלכסוני המעוין AC ו-BD נפגשים בנקודה: $M(-0.5, -3)$. שיפוע האלכסון AC הוא -4.



- א. מצא את משוואת האלכסון AC.
ב. מצא את שיעורי הנקודה C.
ג. חשב את שטח המשולש BMC. (היעזר בתכונה כי אלכסוני המעוין מחלקים אותו ל-4 משולשים שווים-שטח).

- (3) בעיר מסוימת נערכו בחירות מקומיות. ידוע כי אם בוחרים באקראי 4 אזרחים מההסתברות שתמצא אישה אחת ביניהם קטנה פי 16 מההסתברות להיתקל באישה באופן אקראי.

א. מה הוא אחוז הגברים בעיר?

בעיר שלושה מועמדים. $\frac{1}{11}$ מהמצביעים למועמד א' הם גברים, 60% מהמצביעים למועמד ב' הם גברים ו-25% מהמצביעים למועמד ג' הם גברים.

אחוז המצביעים למועמד ג' הוא 20%.

ב. איזה מועמד קיבל את רוב הקולות?

ג. איזה חלק מבין כל הנשים מהווה קבוצת הנשים שהצביעו למועמד המנצח?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

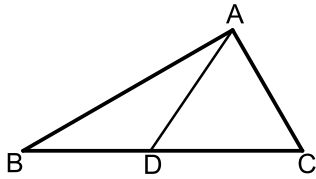
ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) במשולש ABC הזווית C היא 60° .

מעבירים את הקטע AD כך שנוצרים המשולשים ABD ו-ACD.

ידוע כי רדיוס המעגל החוסם את המשולש ACD הוא: $\sqrt{3}$ ס"מ $R_1 =$.

כמו כן רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD הוא: 3 ס"מ $R_2 =$.

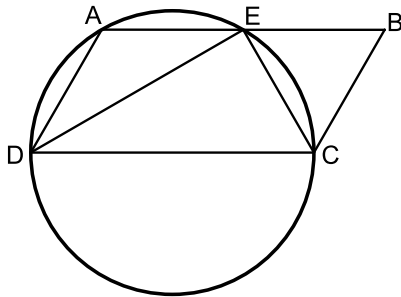


א. הוכח כי המשולש ABC הוא ישר זווית.

ב. היקף המשולש ABC

הוא: $12 + 4\sqrt{3}$ ס"מ $P =$.

חשב את שטח המשולש.



(5) דרך הקדקודים A, C ו-D של המקבילית

ABCD מעבירים מעגל.

היקף המעגל חוצה את הצלע AB

בנקודה E, $(AE = BE)$.

נתון כי DC הוא קוטר במעגל וכי

המיתר DE חוצה את זווית D.

א. הוכח כי המיתר CE חוצה את זווית C.

ב. רדיוס המעגל יסומן ב- R .

הבע באמצעות R את היקף המקבילית.

ג. מצא את רדיוס המעגל אם ידוע כי שטח המקבילית הוא $16\sqrt{3}$ סמ"ר.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה - 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

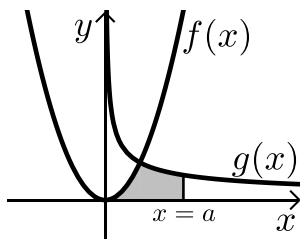
(6) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = 1.5x - \frac{5x+1}{x+5}$. חקור לפי הסעיפים הבאים:

- תחום הגדרה.
- נקודות קיצון וסוגן.
- תחומי עלייה וירידה.
- חיתוך עם הצירים.
- מציאת אסימפטוטות המקבילות לצירים.
- סרטוט סקיצה.

(7) x ו- y הם שני מספרים חיוביים המקיימים: $x + 6y = 60$.

- הבע את y באמצעות x .
- מה צריכים להיות המספרים x ו- y כדי שמכפלת ריבועיהם תהיה מקסימלית?
- מהי המכפלה הנ"ל?

(8) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = x^2$ ו- $g(x) = \frac{32}{\sqrt{x}}$



ברביע הראשון.
 מעבירים ישר $x = a$ החותך את גרף הפונקציה $g(x)$ ויוצר את השטח הכלוא בין שני הגרפים, ציר ה- x והישר (השטח המסומן).

ידוע כי שטח זה שווה ל- $85\frac{1}{3}$. $S =$

מצא את a .

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) א. 12 ס"מ, 16 ס"מ ו-20 ס"מ. ב. 30 ס"מ. ג. 1440 סמ"ר.

(2) א. $y = -4x - 5$. ב. $C(0.5, -7)$.

ג. 34 סמ"ר $S_{BMC} = S_{DMC}$.

(3) א. 25%. ב. מועמד א'. ג. $\frac{2}{3}$.

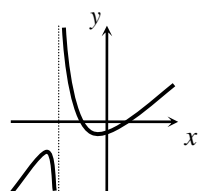
(4) ב. $8\sqrt{3}$ סמ"ר S .

(5) ב. $6R$. ג. 4 ס"מ.

(6) א. $x \neq -5$. ב. $\min(-1, -0.5)$, $\max(-9, -24.5)$.

ג. עולה: $x < -9$, $x > -1$. יורדת: $-9 < x < -1$, $x \neq -5$.

ד. $(-2, 0)$, $(\frac{1}{3}, 0)$, $(0, -0.2)$. ה. $x = -5$.



ו. $x = 30$, $y = 5$.

(7) א. $y = 10 - \frac{x}{6}$.

ג. $M = 22500$.

(8) $a = 9$.

מבחן מספר 21:

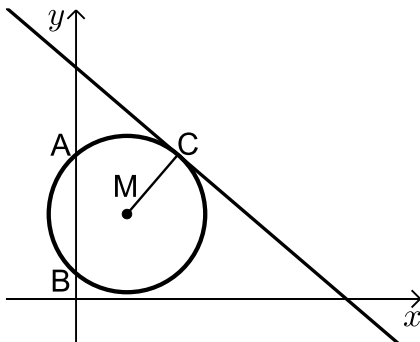
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) המחיר של 3 מקלדות ו-5 עכברים הוא 490 ₪.
לאחר חצי שנה חנות המחשבים יצאה למבצע והכריזה כי כל המקלדות בהנחה מיוחדת של 50% וכל העכברים בהנחה של 10%.
כעת ניתן לקנות 4 עכברים ו-8 מקלדות במחיר של 500 ₪.
א. מה היו המחירים של מקלדת ושל עכבר לפני ההנחה?
ב. מה הם המחירים של מקלדת ושל עכבר לאחר ההנחה?
ג. בכמה אחוזים גדול המחיר הראשוני של מקלדת מהמחיר הראשוני של עכבר?

- (2) באיור שלפניך נתון מעגל שמרכזו בנקודה M.
המעגל חותך את ציר ה-y בנקודות A ו-B.
מעבירים משיק למעגל: $6x + 7y = 191$ דרך הנקודה: C(12,17).



- א. כתוב את משוואת הרדיוס MC.
ב. ידוע כי הנקודה M נמצאת על הישר: $y = 10$.
(1) מצא את שיעורי הנקודה M.
(2) מצא את אורך רדיוס המעגל.
(3) כתוב את משוואת המעגל.
ג. מצא את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-y.
ד. חשב את שטח המשולש AMB.

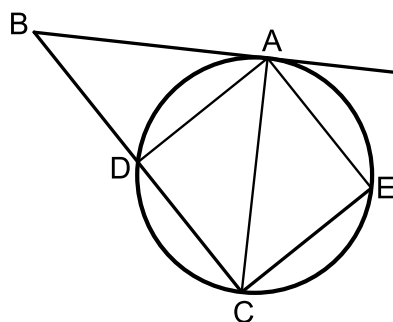
(3) כדי להתקבל לעבודה בחברת "קוקה-קולה" יש לעבור שלושה ראיונות ע"י שלושה בעלי תפקידים בסדר הבא: אחראי משמרת, מנהל ראשי ומנכ"ל החברה. כל בעל מקצוע נותן חוות דעת חיובית או שלילית בלבד. כדי שמועמד יקבל עבודה בחברה עליו לעבור בהצלחה לפחות את אחד מהראיונות עם אחראי המשמרת והמנהל הראשי אך הראיון עם המנכ"ל חייב לעבור בהצלחה (כדי שמועמד יקבל עבודה המנכ"ל צריך לתת לו חוות דעת חיובית). ידוע כי אחראי המשמרת נותן חוות דעת חיובית ל- $\frac{1}{6}$ מהמועמדים.

המנהל הראשי קורא את חוות הדעת של אחראי המשמרת וב- $\frac{2}{3}$ מהמקרים נותן חוות דעת הפוכה מזו של אחראי המשמרת. מנכ"ל החברה נותן חוות דעת חיובית ל-80% מהמועמדים ללא קשר לחוות הדעת הקודמות.

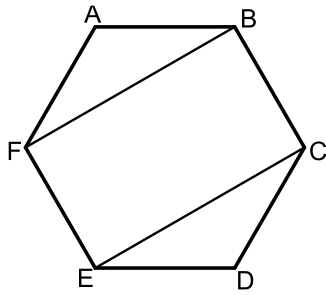
א. מה ההסתברות לקבל חוות דעת חיובית מהמנהל הראשי?
 ב. ידוע כי המנהל הראשי נתן חוות דעת חיובית, מה ההסתברות שגם אחראי המשמרת נתן חוות דעת חיובית?
 ג. מה ההסתברות להתקבל לחברה?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4★) הקטע AB משיק למעגל בנקודה A. מהנקודה B מעבירים ישר חותך למעגל החותך אותו בנקודות C ו-D. E היא נקודה על המעגל כך ש- $\angle AEC = 90^\circ$. נתון כי המיתר AC חוצה את זווית BCE.
- א. הוכח: $\triangle ABC \sim \triangle EAC$.
 ב. נסמן ב-R את רדיוס המעגל. הוכח: $R = \frac{\sqrt{BC \cdot CE}}{2}$.
 ג. איזה מרובע יהיה המרובע ADCE אם יתקיים: $2CE = BC$. נמק.



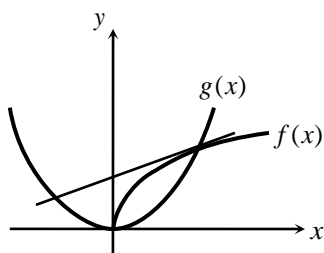
5) באיור שלפניך נתון משושה משוכלל ששטחו הכולל הוא: S .

- א. הבע באמצעות S את אורך צלע המשושה. מעבירים אלכסונים במשושה כך שנוצר המלבן BFEC.
- ב. הבע באמצעות S את שטח המלבן.

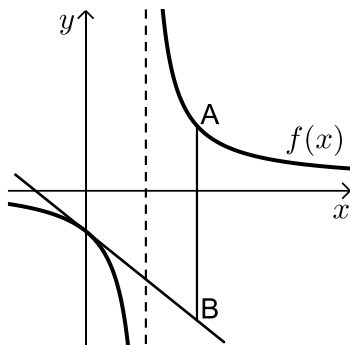
פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6) באיור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = \sqrt{x}$ ו- $g(x) = x^2 - 1$.

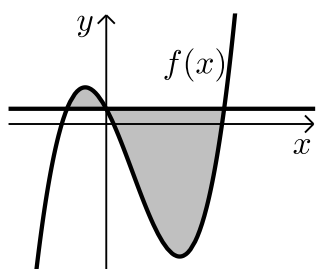


- א. מצא את נקודות החיתוך של הגרפים.
- ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה $f(x)$ העובר דרך נקודת החיתוך שמצאת הנמצאת ברביע הראשון.
- ג. מצא את נקודת החיתוך הנוספת של המשיק שמצאת עם גרף הפונקציה $g(x)$.



7) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x+10}{x-2}$.

- מעבירים משיק לגרף הפונקציה דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- y .
- א. מצא את משוואת המשיק.
- מסמנים נקודה A על גרף הפונקציה $f(x)$ ברביע הראשון ו-B על גרף המשיק כך שהקטע AB מקביל לציר ה- y .
- ב. מצא את שיעורי הנקודה A עבורן אורך הקטע AB הוא מינימלי.
- ג. מה יהיה אורך הקטע AB במקרה זה?



8) נגזרת הפונקציה $f(x)$ היא :

$$f'(x) = 3x^2 - 8x - 12$$

הישר $y = 5$ חותך את גרף הפונקציה $f(x)$

על ציר ה- y .

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את השטח המוגבל בין הישר והפונקציה (ראה איור).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- 1) א. 80 נח ו-50 נח ב. 40 נח ו-45 נח ג. 60%.
- 2) א. $y = \frac{7}{6}x + 3$ ב. (1). $M(6,10)$ ג. (2). $\sqrt{85}$.
- ב. (3). $(x-6)^2 + (y-10)^2 = 85$ ג. $A(0,17)$; $B(0,3)$ ד. 42.
- 3) א. $\frac{11}{18}$ ב. $\frac{1}{11}$ ג. $\frac{26}{45}$.
- 4) ג. ריבוע.
- 5) א. $\sqrt{\frac{2S}{\sqrt{27}}} \approx 0.62\sqrt{S}$ ב. $\frac{2}{3}S$.
- 6) א. $(0,0)$, $(1,1)$ ב. $y = 0.5x + 0.5$ ג. $(-0.5, 0.25)$.
- 7) א. $y = -3x - 5$ ב. $A(4,7)$ ג. $AB = 24$.
- 8) א. $f(x) = x^3 - 4x^2 - 12x + 5$ ב. $S = 189\frac{1}{3}$ יח"ש.

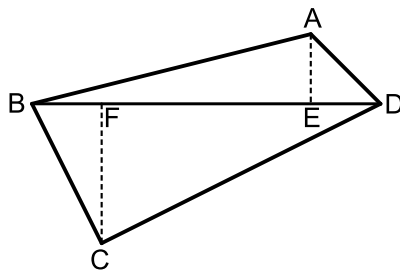
מבחן מספר 22:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) סוחר קנה שני סוגי בד במחיר כולל של 900 ₪.
את הבד מהסוג הראשון הוא מכר בהצלחה רבה ברווח של 72%
אך את הבד השני הוא מכר בהפסד של 15%.
הסוחר מכר את הבדים במחיר כולל של 1,113 ₪.
כמה שילם הסוחר עבור שני סוגי הבדים?

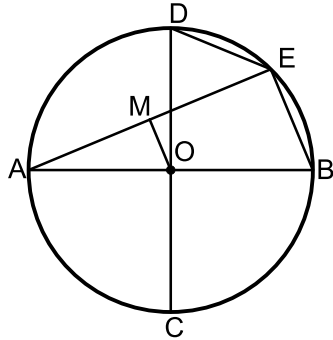


- (2) נתון מרובע ABCD שקדקודיו הם:
 $A(3,13)$, $B(-2,4)$, $C(9,3)$, $D(8,14)$
מורידים גבהים AE ו-CF לאלכסון BD.
א. מצא את משוואת האלכסון BD ואת אורכו.
ב. מצא את שיעורי הנקודות E ו-F.
ג. מצא את אורכי הגבהים AE ו-CF.
ד. חשב את שטח המרובע ABCD.

- (3) במדינה מסוימת $\frac{19}{60}$ מהאזרחים הם גברים ו- $\frac{41}{60}$ הן נשים.
30% מבין מרכיבי המשקפיים במדינה זו הם גברים ו-40% מבין אלו שלא מרכיבים משקפיים הם גברים.
א. מה ההסתברות למצוא אישה במדינה זו שלא מרכיבה משקפיים?
ב. בוחרים 4 אנשים. מה ההסתברות שבדיוק שניים מהם הם נשים שלא מרכיבות משקפיים?
ג. בוחרים אזרח. ידוע כי הוא גבר.
מה ההסתברות שהוא מרכיב משקפיים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) במעגל שמרכזו O מעבירים את הקטרים AB ו-CD המאונכים זה לזה.

E היא נקודה על היקף המעגל המקיימת:

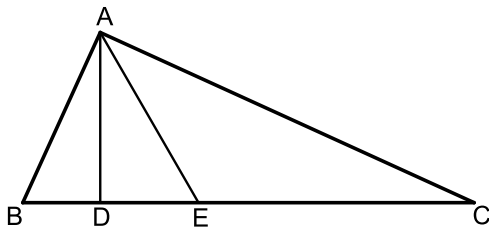
$$15 \text{ ס"מ} = BE + DE$$

מעבירים את המיתר AE. הקטע OM חותך את AE למיתר DE ושווה למיתר DE.

א. הוכח כי המרובע OMEB הוא טרפז ישר זווית.

ב. מצא את אורך המיתר BE.

ג. נתון כי שטח הטרפז הוא 90 סמ"ר. מצא את רדיוס המעגל.



(5) המשולש ABC הוא ישר זווית ($\angle A = 90^\circ$).

הקטעים AD ו-AE הם בהתאמה גובה ליתר וחוצה זווית.

מסמנים: $DE = k$, $\angle DAE = \alpha$.

א. הבע באמצעות k ו- a את שטח המשולש ABC.

ב. חשב את שטח המשולש ABC

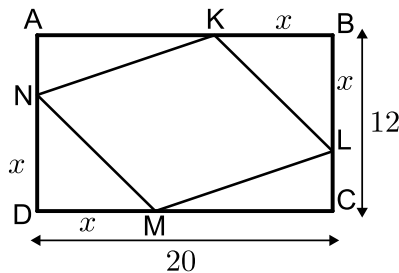
אם ידוע כי: $\alpha = 30^\circ$ ו- $k = 2$ ס"מ.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{ax+4}{x^2}$ יש נקודת קיצון שבה $x = -8$.

- מצא את a וכתוב את הפונקציה.
- כתוב את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה.
- מצא את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
- סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



(7) הנקודות K, L, M, N מקצות קטעים

שווים במלבן ABCD כך ש:

$$BK = BL = DM = DN = x$$

צלעותיו של המלבן הן 20 ס"מ ו-12 ס"מ.

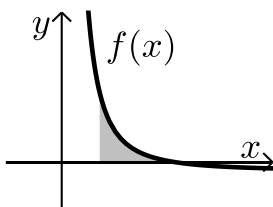
- הבע באמצעות x את סכום שטחי המשולשים:

$$\Delta AKM + \Delta BKL + \Delta CLM + \Delta DNM$$

- מצא מה צריך להיות x כדי ששטח המרובע LKNM יהיה מקסימלי.

- מה הוא השטח של המרובע LKNM במקרה זה?

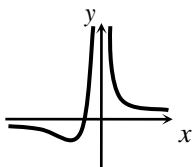
(8) גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{a-x^2}{x^2}$ חותך את ציר ה- x בנקודה $(6,0)$.



- מצא את a וכתוב את הפונקציה.
- חשב את השטח המוגבל בין גרף הפונקציה, ציר ה- x והישר: $x = 2$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) 400 נה ו- 500 נה.
- (2) א. $d_{BD} = \sqrt{200}$, $y = x + 6$. ב. $E(5, 11)$, $F(3, 9)$. ג. $d_{CF} = \sqrt{72}$, $d_{AE} = \sqrt{8}$.
- ד. $S_{ABCD} = 80$.
- (3) א. $P = 0.1$. ב. $P = 0.0486$. ג. $\frac{15}{19}$.
- (4) א. $BE = 10$. ב. ג. 13.
- (5) א. $S = \frac{k^2}{2 \sin(45 + \alpha) \sin(45 - \alpha) \tan^2 \alpha} = \frac{k^2}{\cos 2\alpha \tan^2 \alpha}$. ב. 24 סמ"ר S .
- (6) א. $f(x) = \frac{x+4}{x^2}$, $a = 1$. ב. עולה: $-8 < x < 0$, יורדת: $x < -8$, $x > 0$. ג. $(-4, 0)$. ד. סקיצה:
- 
- (7) א. $2x^2 - 32x + 240$. ב. $x = 8$. ג. 128 סמ"ר S .
- (8) א. $f(x) = \frac{36 - x^2}{x^2}$, $a = 36$. ב. 8 סמ"ר S .

מבחן מספר 23:

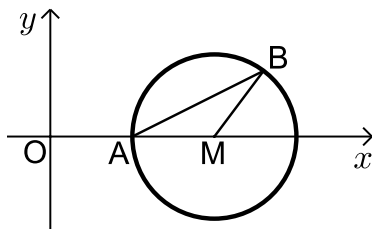
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) מכונית ומונית יוצאות בו זמנית מנקודה A לנקודה B. המכונית נוסעת במהירות קבועה ומגיעה לנקודה B כעבור 4 שעות. המונית נוסעת במשך 3 שעות במהירות הקטנה ב-10 קמ"ש ממהירות המכונית ולאחר מכן מגבירה את מהירותה ב-50% ומגיעה לנקודה B יחד עם המכונית.

- א. מהי מהירות המכונית?
ב. מה המרחק בין הנקודה A לנקודה B?



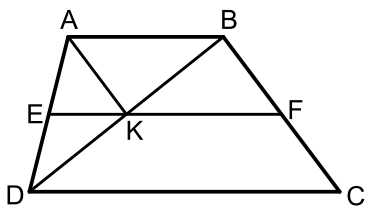
- (2) באיור שלפניך נתון מעגל שמרכזו בנקודה M הנמצאת על ציר ה-x. המעגל חותך את ציר ה-x בנקודה A. מסמנים את ראשית הצירים ב-O. ידוע כי A היא אמצע הקטע MO ושיעוריה הם: $A(5,0)$.

- א. מצא את משוואת המעגל.
ב. כתוב את משוואת הישר שעובר דרך הנקודה A ושיפועו הוא 0.5.
ג. מצא את נקודת החיתוך הנוספת של הישר שמצאת עם המעגל.
ד. סמן את הנקודה שמצאת בסעיף הקודם ב-B וחשב את שטח המשולש AMB.

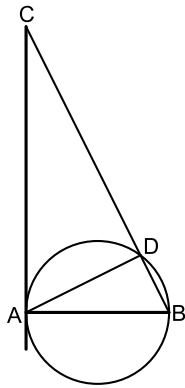
- ★ (3) כדי להתקבל לחברת היי-טק יש לעבור ראיונות משלושה בעלי תפקידים בסדר הבא: מהנדס ראשי, אחראי משמרת ומנכ"ל החברה. כל אחד מבעלי התפקידים נותן חוות דעת חיובית או שלילית על המועמד לעבודה. מועמד שמתקבל לחברה חייב לקבל חוות דעת חיובית משלושת בעלי התפקידים. ידוע כי המהנדס הראשי נותן חוות דעת חיובית ל- $\frac{3}{5}$ מהמועמדים. אחראי המשמרת קורא את חוות הדעת של המהנדס הראשי וב- $\frac{1}{6}$ מהמקרים נותן חוות דעת הפוכה מזו של המהנדס הראשי. מנכ"ל החברה קורא את חוות הדעת של אחראי המשמרת וב- $\frac{7}{10}$ נותן חוות דעת זהה לשלו. א. (1) מה ההסתברות שמועמד יקבל חוות דעת חיובית מאחראי המשמרת? (2) ידוע כי אחראי המשמרת נתן חוות חיובית. מה ההסתברות שהמהנדס הראשי נתן חוות דעת שלילית. ב. מה ההסתברות שמועמד יקבל עבודה בחברה? ג. מה ההסתברות שמועמד יקבל חוות דעת שלילית מהמנכ"ל? ד. לאחר העדר עובדים שינתה החברה את מדיניותה וקבעה כי כדי להתקבל לעבודה יש לעבור לפחות שני ראיונות בהצלחה, אך חוות הדעת של המנכ"ל חייבת להיות חיובית. מה ההסתברות כעת לקבל עבודה בחברה?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) המרובע ABCD הוא טרפז, $(AB \parallel CD)$. מעבירים את קטע האמצעים EF החותך את אלכסון הטרפז BD בנקודה K. ידוע כי הקטע AK מקביל לשוק BC של הטרפז. א. הוכח כי המרובע ABFK הוא מקבילית. ב. נסמן: $S_{BKF} = S$. הבע באמצעות S את שטח הטרפז ABCD.



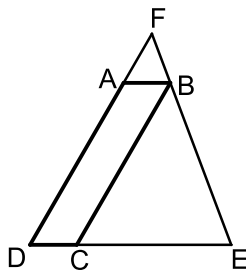
- (5) המיתר AB הוא קוטר במעגל שרדיוסו R ו-AD הוא מיתר. ממשיכים את המיתר BD ומעבירים משיק מהנקודה A. המשיק והמשך המיתר נפגשים בנקודה C. מסמנים: $\angle BAD = \alpha$.
- הבע באמצעות α ו-R את שטח המשולש ABD.
 - הבע באמצעות α ו-R את שטח המשולש ACD.
 - מצא את α אם ידוע כי שטח המשולש ABD קטן פי 4 משטח המשולש ACD.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

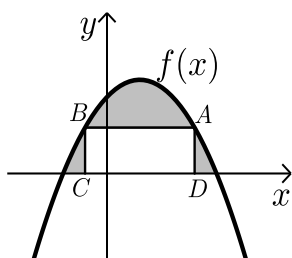
ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה הבאה: $f(x) = \frac{x^2 - 4}{\sqrt{x}}$

- מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
- האם ניתן להעביר משיק לגרף הפונקציה המקביל לציר ה- x ? נמק והראה חישוב מתאים.
- כתוב את משוואת המשיק לגרף הפונקציה העובר דרך נקודת החיתוך שלה עם ציר ה- x .
- חשב את שטח המשולש הכלוא בין המשיק והצירים.



- (7) המרובע ABCD הוא מקבילית. מהקדקוד B מעבירים את הצלע EF הנפגשת עם המשכי הצלעות DC ו-AD. ידוע כי מידות המקבילית הן: $AB = 2$ ס"מ, $AD = 8$ ס"מ. מסמנים את אורך הצלע DE ב- x .
- הבע באמצעות x את אורך הצלע DF.
 - מצא את x עבורו סכום הצלעות DE ו-DF הוא מינימלי.
 - מה הוא הסכום המינימלי?



8 הנגזרת של הפונקציה $f(x)$ המתוארת באיור שלפניך

היא: $f'(x) = 3 - 2x$. ישר AB שמשוואתו: $y = 6$

חותך את גרף הפונקציה $f(x)$ בנקודות A ו-B.

מנקודות אלו מורידים אנכים לציר ה- x כך שנוצר מלבן ABCD. ידוע ששיעור ה- x של הנקודה A הוא 4.

א. מצא את הפונקציה $f(x)$.

ב. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המלבן וציר ה- x .

בהצלחה!

תשובות סופיות:

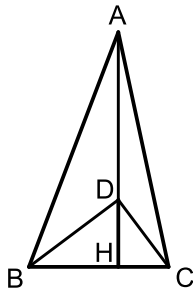
- (1) א. 90 קמ"ש ב. 360 ק"מ.
- (2) א. $(x-10)^2 + y^2 = 25$ ב. $y = 0.5x - 2.5$ ג. $B(13, 4)$
- ד. 10 יח"ש $S_{AMB} =$
- (3) א. (1) $\frac{2}{17}$ א. (2) $\frac{17}{30}$ ב. $\frac{7}{20}$
- ג. $\frac{71}{150}$ ד. $\frac{32}{75}$
- (4) א. $S_{ABCD} = 6S$ ב. $S = \frac{2R^2 \cos^3 \alpha}{\sin \alpha}$ ג. $\alpha = 26.56^\circ$
- (5) א. $S = R^2 \sin 2\alpha$ ב. לא, היות ואין פתרון למשוואה: $f'(x) = 0$
- (6) א. (2, 0) ג. $y = 2\sqrt{2}x - 4\sqrt{2}$ ד. $4\sqrt{2}$ יח"ש $S =$
- (7) א. $DF = \frac{8x}{x-2}$ ב. מתקבלת הפונקציה: $L = \frac{x^2 + 6x}{x-2}$
- הפתרון הוא: $x = 6$ ג. $L = 18$
- (8) א. $f(x) = -x^2 + 3x + 10$ ב. $27\frac{1}{6}$ יח"ש $S =$

מבחן מספר 24:

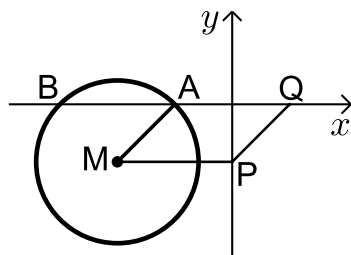
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.



- (1) AH הוא גובה לצלע BC במשולש ABC.
על הגובה AH מקצים נקודה D כך שהקטע DH מהווה 40% מהקטע AD.
כמו כן המשולש BDC הוא ישר זווית $\angle D = 90^\circ$ והניצב BD גדול ב-2 ס"מ מהניצב CD.
אורך הצלע BC הוא 10 ס"מ ושטח המשולש ABC הוא 84 סמ"ר.
א. מצא את אורכי הקטעים AD ו-DH.
ב. מצא את הניצבים CD ו-BD.
ג. העזר בשטחי המשולשים ABC ו-BCD ומצא את שטח המרובע ABDC.



- (2) באיור שלפניך נתון מעגל שמשוואתו היא: $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 8$.
מסמנים את נקודות החיתוך של המעגל עם ציר ה-x ב-A וב-B (ראה איור).
א. מצא את שיעורי הנקודות A ו-B.
מעבירים אנך לציר ה-y מנקודת מרכז המעגל M ומסמנים את חיתוכם ב-P.
ב. מצא נקודה Q כך שהמרובע AMPQ יהיה מקבילית. נמק.
ג. כתוב את משוואת הישר PQ.
ד. הוכח כי הישר שמצאת בסעיף הקודם משיק למעגל בנקודה $(-2, -4)$.
נמק את שיקוליך באמצעות חישוב מתאים.

★ (3)

באוניברסיטה מסוימת ידוע כי חלק מהסטודנטים נעזרים בספרי לימוד חיצוניים להעשרת הידע שלהם. ידוע כי ההסתברות לבחור 2 סטודנטים הנעזרים בספרי לימוד חיצוניים קטנה ב-0.1 מההסתברות לבחור שני סטודנטים שלא נעזרים בספרי לימוד חיצוניים.

א. מהו אחוז הסטודנטים שנעזרים בספרי לימוד חיצוניים?
האוניברסיטה מוכרת ספרי לימוד ב-3 מקצועות לכלל הסטודנטים:
ספר א', ספר ב' וספר ג'. חלק מהסטודנטים נעזרים בנוסף בספרי לימוד חיצוניים.
ידוע כי כמות הסטודנטים שקנו את ספר א' וכמות הסטודנטים שקנו את ספר ג' זהות. כמו כן, $\frac{6}{7}$ מאלו שקנו את ספר ג' נעזרים גם בספרים חיצוניים.

$\frac{1}{3}$ מהסטודנטים שקנו את ספר ב' נעזרים בספרי לימוד חיצוניים והסטודנטים

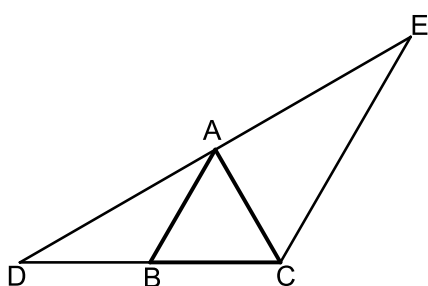
שקנו את ספר א' מהווים $\frac{1}{9}$ מכלל הסטודנטים שנעזרים בספרי לימוד חיצוניים.

- ב. מהו אחוז הסטודנטים שקנו את ספר ב' ולא נעזרים בספרי לימוד חיצוניים?
ג. איזה חלק מהווים הסטודנטים שקנו את ספר ג' מכלל הסטודנטים שלא נעזרים בספרי לימוד חיצוניים?
ד. בוחרים 4 סטודנטים שלא נעזרים בספרי לימוד חיצוניים.
מה ההסתברות שאחד מהם קנה את ספר ג'?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) המשולש ABC הוא שווה צלעות.

הקטע DE עובר דרך הקדקוד A

כך שנוצרים שני משולשים

ABD ו-ACE.

ידוע כי AC חוצה את זווית

DCE במשולש DCE.

א. הוכח: $AB \parallel CE$.

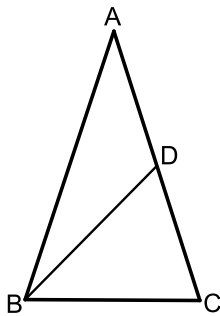
ב. הוכח: $BC \cdot DE = DC \cdot AE$.

ג. נתון: $DC = 8$ ס"מ וכי: $AC \perp DE$.

(1) חשב את שטח המשולש DCE.

(2) חשב את שטח המשולש ABD.

5★ המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = AC$) בעל זווית ראש 36° .



ידוע כי המשולש חסום במעגל בעל קוטר של 16 ס"מ.

מעבירים את התיכון BD לשוק AC.

א. מצא את אורך הבסיס BC במשולש.

ב. חשב את אורך התיכון BD.

ג. מסמנים:

r_1 - רדיוס המעגל החוסם את המשולש ABD.

r_2 - רדיוס המעגל החוסם את המשולש BCD.

הוכח את היחס הבא: $\frac{r_1}{r_2} = 2 \cos 36^\circ$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6 נתונה הפונקציה הבאה: $y = \frac{2x^2 - 5x + 2}{4x}$. חקור לפי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה.

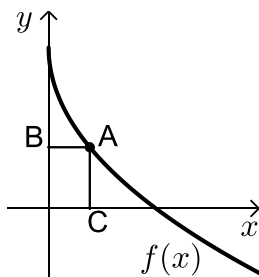
ב. נקודות קיצון.

ג. קביעת סוג הקיצון ותחומי עלייה וירידה.

ד. חיתוך עם הצירים.

ה. מציאת אסימפטוטה אנכית.

ו. סרטוט סקיצה.



7 באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = 6 - 3\sqrt{x}$.

הנקודה A נמצאת על גרף הפונקציה ברביע הראשון.

מהנקודה A מותחים אנכים לצירים אשר חותכים

אותם בנקודות B ו-C כמתואר באיור.

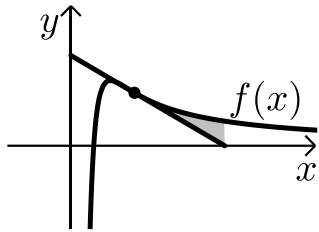
נסמן את שיעור ה-x של הנקודה A ב-t.

א. הבע באמצעות t את סכום הקטעים AC+AB.

ב. מצא את ערכו של t עבורו סכום הקטעים הנ"ל יהיה מינימלי.

★ (8) א. מבין כל המשיקים לגרף הפונקציה: $f(x) = \frac{2}{x^2} - \frac{1}{x^3}$

מצא את משוואת המשיק ששיפועו מינימלי.



ב. איור שלפניך מתוארים הגרפים של הפונקציה והמשיק שמצאת בסעיף א'. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, המשיק ואנך לציר ה- x היוצא מנקודת החיתוך של המשיק עם ציר ה- x .

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) 4.8 ס"מ ו-12 ס"מ. ב. 8 ס"מ ו-6 ס"מ. ג. 60 סמ"ר. $S =$

(2) א. $A(-2,0)$; $B(-6,0)$. ב. $Q(2,0)$. ג. $y = x - 2$.

(3) א. 45%. ב. 20%. ג. $\frac{1}{11}$.

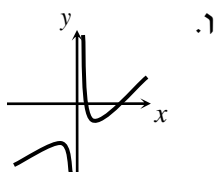
ד. $P = 0.2732$.

(4) ג. (1). $S_{CDE} = 16\sqrt{3}$ יח"ש. ג. (2). $S_{ABD} = 4\sqrt{3}$ יח"ש.

(5) א. 9.4 ס"מ. ב. 10.1 ס"מ.

(6) א. $x \neq 0$. ב. $\max(-1, -2.25)$, $\min(1, -0.25)$.

ג. עולה: $x < -1$, $x > 1$; יורדת: $-1 < x < 0$, $0 < x < 1$.



ה. $x = 0$. ד. $(0.5, 0)$, $(2, 0)$.

(7) א. $l = t + 6 - 3\sqrt{t}$. ב. $t = 2.25$.

(8) א. $y = -x + 2$. ב. $S = \frac{1}{8}$ יח"ש.

מבחן מספר 25:

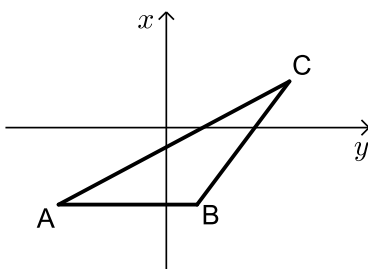
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- ★ (1) סוחר קנה שולחנות במחיר כולל של 18,000 ₪.
10 שולחנות הוא מכר ברווח של 60% לשולחן, 20 שולחנות הוא מכר ללא רווח ואת שאר השולחנות הוא מכר בהפסד של 15% לשולחן.
סה"כ הרוויח הסוחר בעסקאות אלו 450 ₪.
א. כמה שולחנות קנה הסוחר?
ב. מה המחיר ששילם הסוחר עבור כל שולחן?
ג. השולחנות שמכר הסוחר במחיר שונה מזה שרכש נמכרו לשני בתי עסק.
בית העסק הראשון רכש כמות שולחנות במחיר הזול וכמות שולחנות במחיר היקר. סך כל השולחנות שרכש בית העסק הראשון הוא 10 שולחנות.
בית העסק השני רכש את שאר השולחנות, חלקם במחיר הזול וחלקם במחיר היקר. ידוע כי בית העסק השני שילם 4650 ₪ יותר מאשר בית העסק הראשון עבור הקנייה הנ"ל.
מצא כמה שולחנות קנה בית העסק הראשון במחיר היקר.

- ★ (2) על הישר $y = -5$ מסמנים את הנקודות: $A(-7, -5)$; $B(2, -5)$.



- הנקודה C נמצאת על הישר: $y = x - 5$.
נסמן את שיעור ה- x של הנקודה C ב- t .
א. הבע באמצעות t את שיעור ה- y של הנקודה C.
ב. ידוע כי אורך הצלע AC הוא 17 ס"מ.
(1) הבע באמצעות t את המרחקים של C מ-A ומ-B.
(2) מצא את t ואת אורך הצלע BC.
ג. מסמנים נקודה D על המשך הצלע AB. ידוע כי D נמצאת ברביע השלישי.
מצא את שיעורי הנקודה D המקיימת ששטח המשולש DAC יהיה גדול ב-16 יחידות משטח המשולש ABC.

א. מצא את אחוז מרכיבי המשקפיים בבית הספר.
בבית הספר ההסתברות להיתקל בבן גדולה ב-0.1 מההסתברות להיתקל בבת
ומספר הבנים שמרכיבים משקפיים זהה למספר הבנות שמרכיבות משקפיים.

ב. מה ההסתברות להיתקל בתלמיד (בן) שאינו מרכיב משקפיים?

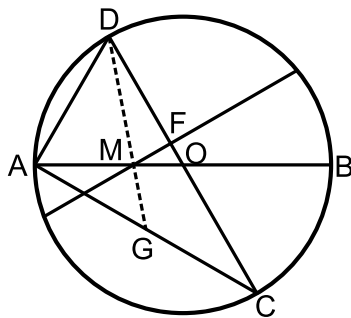
ג. איזה חלק מכלל הבנות בבית הספר מהוות מרכיבות המשקפיים?

ד. בוחרים 4 תלמידים. ידוע כי כולן בנות.

מה ההסתברות כי אחת מהן תרכיב משקפיים?

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



ב. (1) הוכח כי המשולשים ADC ו-FOM דומים.
(2) פי כמה קטן הקטע FO מרדיוס המעגל?
ג. מעבירים מהקדקוד D של המשולש ACD קטע העובר דרך הנקודה M וחותך את המיתר AC בנקודה G.
חשב פי כמה גדול שטח המשולש DGC משטח המשולש MOF.

(5) המרובע ABCD הוא טרפז ($AB \parallel CD$).

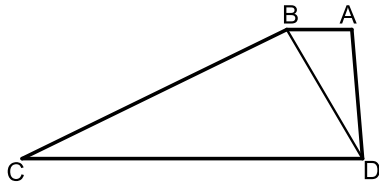
מעבירים את האלכסון BD המקיים: $\angle BCD = \angle ADB$.

נתון כי: $CD = 20$ ס"מ,

$AD = 10$ ס"מ, $AB = 5$ ס"מ.

כמו כן ידוע כי השוק BC גדולה פי 2

מהאלכסון BD.



א. הראה כי השוק BC שווה לבסיס CD.

ב. חשב את זווית C.

ג. ממשיכים את שוקי הטרפז AD ו-BC

עד לנקודה E שמחוץ לטרפז.

חשב את רדיוס המעגל החוסם את המשולש CDE.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,

פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(6) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{3x^2}{2x^2 - 8}$.

א. מהו תחום הגדרה של הפונקציה?

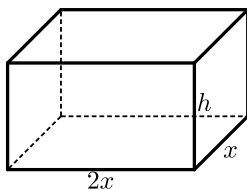
ב. מצא את נקודת הקיצון של הפונקציה וקבע את סוגה.

ג. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

ד. מצא את נקודות החיתוך עם הצירים של הפונקציה.

ה. מצא את האסימפטוטות המקבילות לצירים של הפונקציה.

ו. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.



(7) נתונה תיבה שבסיסה הוא מלבן שבו צלע אחת

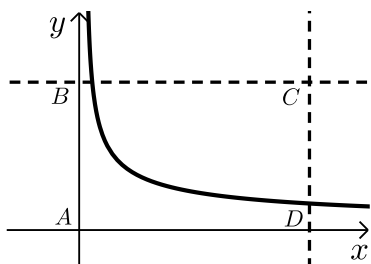
גדולה פי 2 מהצלע הסמוכה לה כמתואר באיור.

ידוע כי גובה התיבה h וצלע המלבן הקטנה x

מקיימים: $x + h = 9$.

מצא מה צריכים להיות מידות בסיס התיבה כדי

שנפחה יהיה מקסימלי.



(8) באיור שלפניך מתוארת הפונקציה: $f(x) = \frac{9}{\sqrt{2x-1}}$

מעבירים את הישרים המקבילים לצירים:

$x=13$ ו- $y=3$ כך שנוצר המלבן ABCD

כמתואר באיור.

הישר $y=3$ חותך את גרף הפונקציה בנקודה M.

א. מצא את שיעורי הנקודה M.

ב. מסמנים את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה והישרים ב- S_1

ואת שטח המלבן ב- S_2 .

הראה כי: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{13}$.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) א. 60 ב. 300 נה.

ג. בית העסק הראשון רכש 6 שולחנות במחיר היקר (480 ₪).

(2) א. $C(t, t-5)$ ב. (1). $AC = \sqrt{2t^2 + 14t + 49}$; $BC = \sqrt{2t^2 - 4t + 4}$

ב. (2). $BC = 10$ ס"מ ; $t = 8$

ג. $D(-20, -5)$

(3) א. 30% ב. $P = 0.4$ ג. $\frac{1}{3}$ ד. $P = \frac{32}{81}$

(4) א. (2). פי 6 ב. פי 18

(5) א. $\angle C = 28.9^\circ$ ב. $R = 13.77$

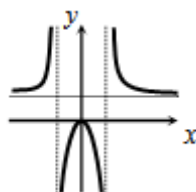
(6) א. $x \neq \pm 2$ ב. $\max(0, 0)$

ג. עולה: $x > 0, x \neq 2$; יורדת: $x < 0, x \neq -2$

ד. $(0, 0)$ ה. $x = \pm 2, y = 1.5$ ו.

(7) 6 ס"מ, 12 ס"מ, 3 ס"מ.

(8) א. $M(5, 3)$



מבחן מספר 26:

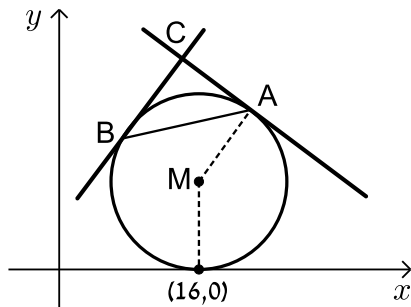
שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

★ (1) מכונת כביסה עולה 4,000 ₪.
לאחר שנה עלה מחיר מכונת הכביסה ב-20% ושנה לאחר מכן עלה מחירה בעוד 20%.

- מה מחיר מכונת הכביסה לאחר שנתיים?
- בכמה אחוזים מהמחיר המקורי התייקרה מכונת הכביסה?
- בחנות למוצרי חשמל מוכרים מכונות כביסה במחיר מסוים.
רפי קנה 3 מכונות כביסה למכבסה שברשותו. ידוע כי לאחר שנה חלה התייקרות ב- p אחוזים וכך גם בשנה שאחריה. בתום השנתיים, החליט רפי לקנות 2 מכונות כביסה נוספות. מבדיקה שערך רפי, גילה כי המחיר הכולל ששילם בקנייה השנייה שווה למחיר ששילם בקנייה הראשונה.
מהו p ?



- ★ (2) נתון מעגל שרדיוסו R , $(R < 16)$ ומשיק לציר ה- x בנקודה שבה: $x = 16$.
- הבע באמצעות R את משוואת המעגל וציין האם הוא חותך את ציר ה- y או לא. נמק.
 - מהנקודה $A(22,18)$ שעל המעגל מעבירים משיק. מצא את R וכתוב את משוואת המעגל.
 - כתוב את משוואת המשיק למעגל בנקודה A .
 - מצא את משוואת המשיק למעגל בנקודה B שבה: $x_B < x_M$ אם ידוע כי הוא המאונך למשיק הקודם.
 - המשיקים נחתכים בנקודה C .
 - (1) מצא את שיעורי הנקודה C .
 - (2) מצא את שטח המשולש ABC .

(3) בחדר x גברים ו- $x+2$ נשים. זורקים קוביית משחק מאוזנת. אם מתקבל מספר הגדול מ-4 אז מוסיפים לחדר x גברים ואם מתקבל מספר הקטן או שווה ל-4 אז מוסיפים לחדר x נשים. לאחר מכן מוציאים אדם מהחדר.

א. מצא כמה נשים יש בחדר אם ידוע כי ההסתברות לבחור אישה

$$\text{היא: } \frac{21}{33}.$$

ב. ידוע כי יצאה אישה מהחדר.

מה ההסתברות שהמספר בקובייה היה קטן או שווה ל-4?

אנשי החדר הנמצאים בו במקור (לפני זריקת הקובייה) לובשים חולצות אדומות או לבנות בלבד. ידוע כי החלק היחסי של האנשים הלובשים חולצות לבנות בחדר גדול פי 16 מהחלק היחסי של הגברים הלובשים חולצות אדומות. כמו כן, פרופורציית הגברים מבין כל אלו שלובשים חולצות אדומות היא 0.25.

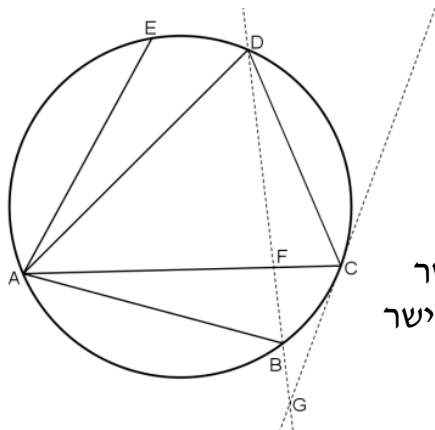
ג. מצא מה ההסתברות לבחור גבר הלובש חולצה אדומה בחדר.

ד. בוחרים 5 אנשים מהחדר (עם החזרה) וידוע כי כולם לובשים חולצות אדומות. מה ההסתברות שרובם נשים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



(4) במעגל שלפניך מעבירים את המיתרים:

AB, AC, AD ו- AE .

ידוע כי: $\widehat{AB} = \widehat{AE}$, $\widehat{AC} = \widehat{AD}$.

א. הוכח כי: $\triangle BAC \cong \triangle EAD$.

ב. מחברים את הנקודות C ו-D.

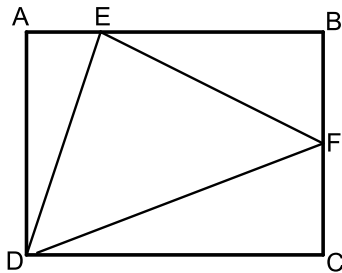
מעבירים משיק למעגל מהנקודה C וישר

העובר דרך הנקודות B ו-D. המשיק והישר

נחתכים בנקודה G.

הוכח כי: $\frac{DC}{CG} = \frac{DF}{GF}$.

- 5) במלבן ABCD מסמנים את הנקודות E ו-F הנמצאות על הצלעות AB ו-BC בהתאמה כך ש-E מקיימת: $3AE = BE$ ו-F היא אמצע הצלע BC.



אורך הצלע AD שווה לאורך הקטע BE.
מעבירים את הקטעים EF, DF ו-DE כך שנוצר במשולש DEF.

- א. סמן ב- t את אורך הקטע AE והבע באמצעות t את אורכי צלעות המשולש DEF.
ב. חשב את זוויות המשולש EDF.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

★ 6) לפניך שלוש פונקציות:

$$(k > 0); f(x) = x^2 \sqrt{k - x^2}; g(x) = \frac{x^2}{\sqrt{k - x^2}}; h(x) = \frac{\sqrt{k - x^2}}{x^2}$$

א. קבע אילו מהטענות הבאות נכונות ואלו אינן נכונות.
הצדק את קביעותיך באמצעות חישוב מתאים:

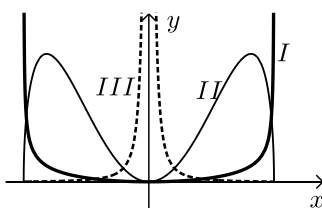
- (1) לפונקציות $f(x)$ ו- $g(x)$ תחום הגדרה זהה, השונה מתחום ההגדרה של $h(x)$.
- (2) קיימת פונקציה אשר אינה חותכת את ציר ה- x כלל.
- (3) הפונקציות $h(x)$ ו- $g(x)$ הפוכות זו מזו בתחומי העלייה והירידה שלהן (כאשר אחת עולה השנייה יורדת).
- (4) לפונקציה $f(x)$ יש נקודת קיצון אחת בלבד.

מסמנים נקודה $A(0, \sqrt{12})$ על ציר ה- y .

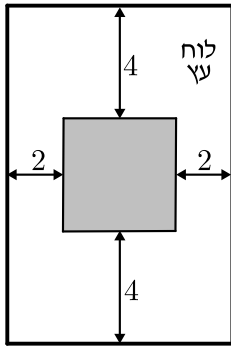
ידוע כי מרחקה מאחת מנקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם ציר ה- x שאינה בראשית הוא: $d = 6$.

ב. מצא את k .

ג. מצא את נקודות הקיצון של גרף הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוגן.

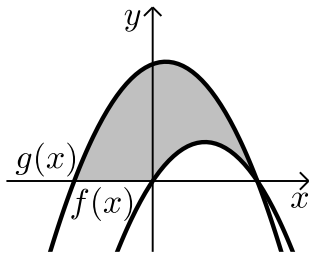


ד. לפניך איור ובו משורטטות הסקיצות של שלושת הפונקציות. קבע עפ"י הסעיפים הקודמים איזה גרף שייך לכל פונקציה.



- (7) אלינה קיבלה משימה בשיעור מלאכה :
יש להכין מסגרת לתמונה מלוח עץ ששטחו הכולל הוא 242 סמ"ר כך שעובי המסגרת בצדדים יהיה 2 ס"מ ובקצוות העליון והתחתון – 4 ס"מ (ראה איור).
כדי לבחור את מידות לוח העץ, אלינה צריכה לדעת את השטח המקסימלי שעליה לנסר עבור המקום לתמונה (השטח המסומן).
א. מה יהיו מידות לוח העץ שאלינה צריכה להזמין עבור המשימה?

ב. מה יהיה השטח המקסימלי לתמונה עבור המידות שאלינה בחרה?



- (8) באיור שלפניך מתוארות הפונקציות שנגזרותיהן :
 $f'(x) = 4 - 2x$, $g'(x) = -2x + 1$
ידוע ששתי הפונקציות חותכות את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 4$.
א. מצא את הפונקציות.
ב. חשב את השטח המוגבל בין הגרפים של שתי הפונקציות וציר ה- x (המסומן).

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) א. 5760 ₪ ב. 44% ג. 22.4%.
- (2) א. $(x-16)^2 + (y-R)^2 = R^2$, המעגל אינו חותך את ציר ה- y .
 ב. $R=10$, $(x-16)^2 + (y-10)^2 = 100$.
 ג. $y = -\frac{3}{4}x + 34\frac{1}{2}$. ד. $y = \frac{4}{3}x + 5\frac{1}{3}$. ה. (1) $C(14, 24)$.
 ה. (2) 50 יחידות שטח.
- (3) א. 5 נשים. ב. $\frac{16}{21}$. ג. 0.05. ד. $\frac{459}{512}$.
- (4) א. הוכחה. ב. הוכחה.
- (5) א. $DE = t\sqrt{10}$, $EF = t\sqrt{11.25}$, $DF = t\sqrt{18.25}$. ב. 47.14° , 51° , 81.86° .
- (6) א. (1) הטענה אינה נכונה. תחומי ההגדרה:
 $f(x): -\sqrt{k} \leq x \leq \sqrt{k}$; $g(x): -\sqrt{k} < x < \sqrt{k}$; $h(x): -\sqrt{k} \leq x \leq \sqrt{k}$, $x \neq 0$
 (2) הטענה אינה נכונה. נקודות החיתוך הן:
 $f(x): (\pm\sqrt{k}, 0)$, $(0, 0)$; $g(x): (0, 0)$; $h(x): (\pm\sqrt{k}, 0)$
 (3) הטענה נכונה. עבור $g(x)$ נקבל: $g'(x) = \frac{2kx - x^3}{(k - x^2)^{1.5}}$ ולכן: $x = 0$ נקודת מינימום.
 (הנקודות $x = \pm\sqrt{2k}$ נפסלות). עבור $h(x)$ נקבל: $h'(x) = \frac{x^3 - 2kx}{(k - x^2)^{1.5}}$ ולכן: $x = 0$
 נקודת מקסימום. (הנקודות $x = \pm\sqrt{2k}$ נפסלות).
 (4) הטענה אינה נכונה. לפונקציה יש 3 נקודות קיצון: $x = 0$, $x = \pm\sqrt{\frac{2}{3}k}$.
 ב. $k = 24$. ג. $\min(0, 0)$, $\max(\pm 4, 32\sqrt{2})$, $\min(\pm\sqrt{24}, 0)$.
 ד. $I = g(x)$, $II = f(x)$, $III = h(x)$.
 (7) א. 11 ס"מ על 22 ס"מ. ב. 98 סמ"ר = S .
 (8) א. $g(x) = -x^2 + x + 12$, $f(x) = 4x - x^2$. ב. 46.5 יח"ש = S .

מבחן מספר 27:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

(1) המרובע ABCD הוא מלבן שמידותיו הן: $AD = 20$ ס"מ, $AB = 12$ ס"מ.

על הצלע AB של המלבן ABCD מקצים את הנקודות E ו-F כך שנוצרים

שלושה קטעים שווים $AF = EF = BE$. מותחים אנכים

לצלע AB מהנקודות E ו-F עד לנקודות H ו-G

שבתוך המלבן כך שנוצר מלבן הפנימי EFGH.

מרחק הצלע GH מצלע המלבן DC הוא L ס"מ.

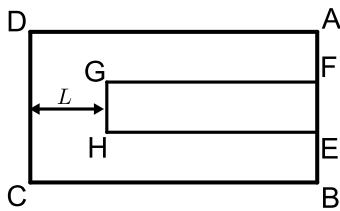
א. (1) חשב את שטח המלבן ABCD.

(2) הבע באמצעות L את שטח המלבן

הפנימי EFGH.

מצא את L אם ידוע כי שטח המלבן

הפנימי EFGH מהווה 20% משטח המלבן ABCD.



(2) המשולש ABC הוא שווה שוקיים ($AB = BC$)

ובו נתון: $A(-4, 12)$, $B(x, 6)$, ו- $C(4, 8)$.

א. מצא את x .

ב. הוכח כי המשולש הוא ישר זווית.

ג. (1) מצא את משוואת הצלע AC.

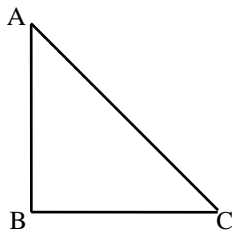
(2) מסמנים את נקודת החיתוך של הצלע AC עם ציר ה- y ב-D.

מצא את שיעורי הנקודה D.

ד. (1) מצא נקודה E ברביע הראשון ($x_E < 5$) כך שהמשולש DCE

יהיה גם שווה שוקיים וישר זווית ($\angle C = 90^\circ$).

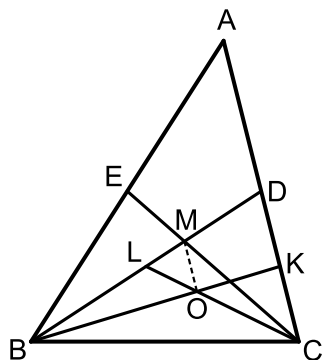
(2) חשב את יחס השטחים בין המשולשים: $\frac{S_{DCE}}{S_{ABC}}$.



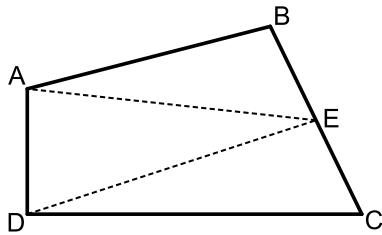
- (3) כדי להתקבל לעבוד בחברת ההיי-טק Techno יש לעבור שני ראיונות משני בעלי מקצוע, תחילה ע"י המהנדס הראשי ואחריו ע"י מנכ"ל החברה. כל בעל מקצוע נותן חוות דעת חיובית, שלילית או שנמנע מלקבוע. כדי שמועמד יתקבל לחברה עליו לעבור לפחות ראיון אחד עם חוות דעת חיובית. ידוע כי המהנדס הראשי נותן חוות דעת חיובית ל- $\frac{1}{5}$ מהמועמדים ו- $\frac{2}{7}$ מהם הוא משאיר ללא קביעה. המנכ"ל קורא את חוות הדעת של המהנדס הראשי וקובע את חוות הדעת שלו בצורה הבאה:
- אם המהנדס נתן חוות דעת חיובית אז המנכ"ל ייתן גם חוות דעת חיובית ב-60% מהמקרים.
- אם המהנדס נתן חוות דעת שלילית אז המנכ"ל נמנע מלקבוע ב-60% מהמקרים ובשאר המקרים הוא נותן חוות דעת חיובית.
- אם המהנדס נמנע מלקבוע אז המנכ"ל ייתן חוות דעת חיובית או שלילית בלבד. הסיכוי שהמנכ"ל ייתן במקרה זה חוות דעת חיובית גדול פי 3 מהסיכוי שייתן חוות דעת שלילית.
- א. מה ההסתברות לקבל חוות דעת חיובית מהמנכ"ל?
- ב. ידוע כי המנכ"ל נתן חוות דעת חיובית, מה ההסתברות שגם המהנדס נתן חוות דעת חיובית?
- ג. מה ההסתברות להתקבל לחברה?
- ד. ביום מסוים הגיעו 5 מועמדים.
- מה ההסתברות שבדיוק 3 מהם קיבלו עבודה באותו היום?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4★) במשולש ABC מעבירים את התיכונים BD ו-CE אשר נפגשים בנקודה M. במשולש BDC מעבירים את התיכונים CL ו-BK הנפגשים בנקודה O. א. הוכח כי: $3LM = BL$. ב. הוכח כי: $AC \parallel MO$. ג. נתון: $S_{BLC} = 27$ סמ"ר. חשב את שטח המשולש MOL.



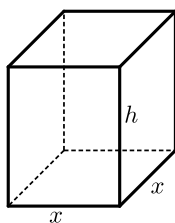
- 5) באיור שלפניך נתון המרובע ABCD. ידוע כי: $\angle D = 90^\circ$. נסמן את הצלעות באופן הבא: $AB = 6x$, $BC = 5x$, $CD = 8x$, $AD = 3x$. א. חשב את זווית BCD. E היא נקודה הנמצאת על אמצע הצלע BC. מעבירים את הקטעים AE ו-DE.

ב. חשב את היחס הבא: $\frac{S_{ABE}}{S_{ECD}}$.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות). **שים לב!** אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- 6) נתונה הפונקציה: $y = \frac{x+3}{x-2} + A$, (A פרמטר). גרף הפונקציה עובר בנקודה: $(3A, A)$.
 א. מצא את ערך הפרמטר A.
 ב. כתוב את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 ג. הוכח כי גרף הפונקציה יורד לכל x.
 ד. מצא את נקודות החיתוך של גרף הפונקציה עם הצירים.
 ה. סרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ו. נתון הישר: $y = k$. האם קיים ערך של k עבורו הישר חותך את גרף הפונקציה בשתי נקודות שונות? נמק.



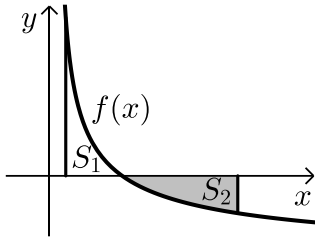
- 7) נתונה תיבה שגובהה הוא h ובסיסה הוא ריבוע שאורך צלעו היא x.
 נתון כי צלע הריבוע וגובה התיבה מקיימים: $4x + h = 63$.
 א. הבע את h באמצעות x.
 ב. הבע את שטח הפנים של התיבה באמצעות x.
 מה צריך להיות ערכו של x כדי ששטח הפנים יהיה מקסימלי?



8) א. מצא עבור איזה ערך של a יתקיים: $\int_1^a \left(\frac{3}{\sqrt{2x-1}} - 1 \right) dx = 0$ אם ידוע ש- $a > 1$.

באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה: $f(x) = \frac{3}{\sqrt{2x-1}} - 1$.

מעבירים שני אנכים לציר ה- x והם: $x=1$ ו- $x=13$.
כך שנוצרים השטחים: S_1 ו- S_2 .



ב. מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .

ג. (1) חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה,

ציר ה- x והאנך $x=1$, (S_1) .

(2) היעזר בתוצאה שקיבלת ובסעיף א' ומצא את השטח S_2 .

נמק את טענתך.

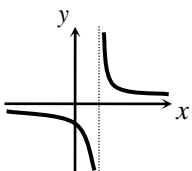
בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) א. (1). 240 סמ"ר. א. (2). $4(20-L)$. ב. $L=8$.
(2) א. $x=-2$. ג. (1). $y=-0.5x+10$. ג. (2). $D(0,10)$.
ד. (1). $E(2,4)$. ד. (2). $\frac{S_{DCE}}{S_{ABC}} = \frac{1}{2}$.
(3) א. $\frac{27}{50}$. ב. $\frac{2}{9}$. ג. $\frac{31}{50}$.
ד. $P=0.34414$.
(4) ג. 3 סמ"ר.
(5) א. 64.04° . ב. $\frac{S_{ABE}}{S_{ECD}} = 0.817$.
(6) א. $A=-1$. ב. $x \neq 2$.

ג. הנגזרת בנויה ממנה של מספר שלילי בחיובי ולכן תמיד שלילית:

שלילי $\rightarrow \left[\begin{matrix} (-) \\ (+) \end{matrix} \right] y' = \frac{-5}{(x-2)^2} = \left[\begin{matrix} (-) \\ (+) \end{matrix} \right]$. ד. $(0, -2.5)$. ה. סקיצה:



ו. לא. אין נקודות על גרף הפונקציה בעלות שיעור y זהה.

(7) א. $h=63-4x$. ב. $p=-14x^2+252x$. ג. $x=9$.

(8) א. $a=13$. ב. $(5,0)$. ג. (1). $S_1=2$.

ג. (2). לפי $\int_1^{13} \left(\frac{3}{\sqrt{2x-1}} - 1 \right) dx = 0$ נקבל כי: $S_1 + S_2 = 0$ ולכן: $S_2 = -S_1 = 2$.

מבחן מספר 28:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- (1) אופנוע יוצא מהעיר בשעה 7:00 דרומה. לאחר שעה יוצאת מכונית מעיר לכיוון מזרח. מהירות האופנוע היא 50 קמ"ש ומהירות המכונית היא 100 קמ"ש. לאחר פרק זמן מסוים המרחק בין המכונית לאופנוע הוא 250 ק"מ.
א. באיזו שעה המרחק בין המכונית והאופנוע הוא 250 ק"מ?
ב. באיזה מרחק הייתה המכונית מהעיר כאשר היא הייתה במרחק של 250 ק"מ מהאופנוע?
- (2) BD הוא התיכון לצלע AC במשולש ABC שבו נתון הקודקוד $A(-6,1)$. משוואת התיכון BD היא $x - y = 1$ ומשוואת הצלע BC היא $3x + 5y = 67$. מצא את שיעורי הקודקוד C.
- (3) במבחן רב ברירה עם 5 שאלות שוות ניקוד, לכל שאלה יש n תשובות מהן רק אחת נכונה. ישנו סיכוי של 50% ששי יידע את התשובה הנכונה לשאלה במבחן. אם שי לא יודע את התשובה לשאלה הוא מנחש. ההסתברות ששי יקבל במבחן 60 גדולה פי $1\frac{1}{3}$ מההסתברות שיקבל 80. מצא את ערכו של n .

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

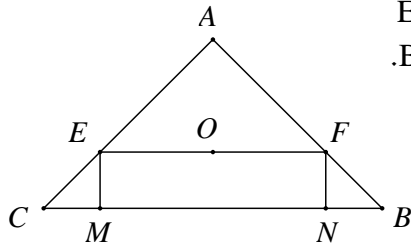
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) במשולש ABC נתון כי: $AC = AB = 15$ ס"מ, $BC = 18$ ס"מ.

דרך מרכז המעגל O החסום במשולש עובר הקטע EF

המקביל לבסיס BC. EM ו-FN הם אנכים לבסיס BC.

חשב את שטח המלבן EFMN.



(5) נתון משולש שצלעותיו t , $2t$ ו- kt (k פרמטר).

א. לאיזה ערכים של הקבוע k המשולש הוא קהה זווית?

ב. נתון $k = \sqrt{7}$. חשב את אורך חוצה הזווית הקהה.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,

פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

★ (6) לפניך הפונקציות הבאות: $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$; $g(x) = \frac{x}{\sqrt{x}-1}$

א. קבע אילו מהטענות הבאות נכונות ואלו אינן נכונות.

הצדק את קביעותיך באמצעות חישוב מתאים:

(1) לשתי הפונקציות יש את אותו תחום ההגדרה.

(2) לשתי הפונקציות יש נקודות קיצון הנמצאות

על הישר: $y = x$.

(3) הפונקציות לא חותכות זו את זו.

מגדירים פונקציה נוספת והיא: $h(x) = (g(x))^2$.

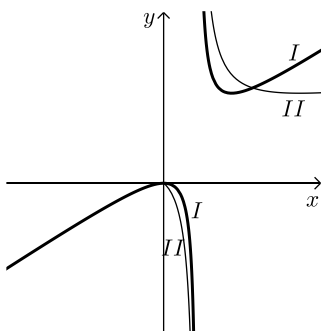
ב. כתוב באופן מפורש את הפונקציה החדשה: $h(x)$.

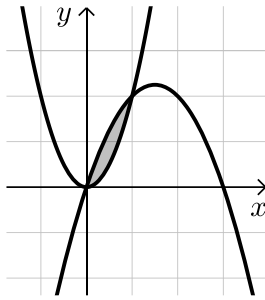
ג. האם תחום ההגדרה של הפונקציה $h(x)$ זהה לשל $g(x)$? נמק.

ד. באיור הסמוך ישנם שני גרפים.

קבע על סמך הסעיפים הקודמים איזו פונקציה כל גרף מתאר

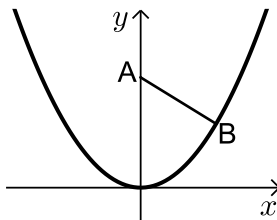
מבין הפונקציות: $h(x)$, $g(x)$, $f(x)$. נמק את בחירותיך.





- (7) הפונקציות $y = 2x^2$ ו- $y = ax^2 + bx$, $(a < 0)$ נחתכות
בנקודות: $(0,0)$ ו- $(1,2)$. ידוע כי השטח הכלוא
בין הגרפים של שתי הפונקציות הוא 0.5 יחידות שטח.
מצא את ערכי הפרמטרים a, b .

- (8) נקודה B נמצאת על גרף הפונקציה $y = x^2$ ברביע הראשון.
A היא הנקודה $(0,a)$ כאשר ידוע כי $a > 0.5$ (ראה ציור).



- א. בטא באמצעות a את שיעורי הנקודה B,
שעבורה המרחק AB הוא מינימלי.
ב. מצא עבור איזה ערך של a
המרחק המינימלי הוא 2.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) א. בשעה 10:00 בבוקר. ב. 200 ק"מ מהעיר.
- (2) $C(14,5)$.
- (3) $n = 5$.
- (4) $S_{EFNM} = 50.625$ סמ"ר.
- (5) א. $\sqrt{5} < k < 3$ או $1 < k < \sqrt{3}$ ב. $\frac{2}{3}t = 0.667t$.
- (6) א. (1) הטענה אינה נכונה.
תחומי ההגדרה הם: $g(x): x > 1$; $f(x): x \geq 0, x \neq 1$.
(2) הטענה נכונה. ל- $f(x)$ יש נקודת קיצון $(4,4)$ וב- $(0,0)$ ול- $g(x)$
יש קיצון $(2,2)$. שתיהן נמצאות על הישר $y = x$.
(3) הטענה נכונה. מתקבלים: $x = 0, 1$ אשר שניהם נפסלים מחמת תחום
ההגדרה של הפונקציות.
ב. $h(x) = \frac{x^2}{x-1}$ ג. לא. $h(x): x \neq 1$ ד. $I = h(x)$, $II = f(x)$.
(7) א. $a = -1, b = 3$.
(8) א. $B\left(\sqrt{a - \frac{1}{2}}, a - \frac{1}{2}\right)$ ב. 4.25.

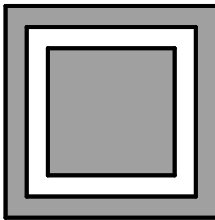
מבחן מספר 29:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה. חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

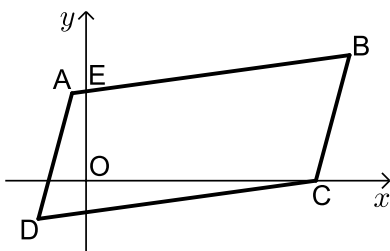
- 1) נתונים שלושה ריבועים, אחד בתוך השני כך שצלע כל אחד מהם גדולה ב-2 ס"מ מצלע הריבוע שבתוכו (ראה איור). ידוע כי השטח של הקטן (המקווקו הפנימי) שווה לשטח הכלוא בין שני הריבועים האמצעי והגדול (המקווקו בצורה 'מסגרת').



- א. מצא את מידות הצלעות של שלושת הריבועים.
ב. כמה אחוזים מתוך השטח הכללי מהווה השטח הלבן?

2 ★ באיור שלפניך נתונה מקבילית ABCD.

ידועים קדקודי המקבילית הבאים: $A(-1, y)$ ו- $B(x, 4)$. x ו- y נעלמים).
שיפוע הצלע CD הוא 0.2 ואורכה הוא: $d_{CD} = \sqrt{104}$.



- א. מצא את x ו- y אם ידוע כי B ברביע הראשון.
ב. נתון גם כי הקדקוד C נמצא על ציר ה- x בחלקו החיובי וכי: $d_{BC} = \sqrt{17}$.
מצא את שיעורי הקדקוד C (תן שתי אפשרויות).
ג. סמן את נקודת החיתוך של הצלע AB עם ציר ה- y ב-E. שטח המרובע EOCB הוא 25.9 יחידות שטח. מצא את האפשרות הנכונה עבור הנקודה C מבין אלו שמצאת בסעיף הקודם.

(3) בעיר מסוימת ההסתברות לבחור אדם מעשן גדולה פי 3 מההסתברות לבחור אדם המרכיב משקפיים.

ידוע כי החלק של התושבים שמרכיבים משקפיים מבין כל התושבים המעשנים הוא $\frac{1}{12}$.

א. מצא מהי ההסתברות לבחור מעשן מתוך כל מרכיבי המשקפיים.

ב. ידוע כי 15% מהתושבים הם מרכיבים משקפיים בלבד.

מצא את ההסתברות לבחור תושב שלא מרכיב משקפיים.

ג. בוחרים 6 תושבים באופן אקראי. מה ההסתברות שמחצית

מהם אינם מרכיבים משקפיים ואינם מעשנים?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.

שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.

(4) במשולש שווה שוקיים ABC, ($AB = AC$), BD הוא

תיכון לשוק AC. נתון גם כי: $\angle CBD = 30^\circ$.

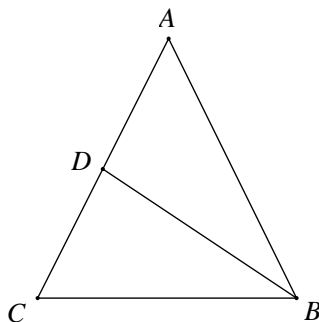
א. הוכח כי משולש ABC הוא משולש שווה צלעות.

הדרכה: הורד אנכים AF ו-DE לבסיס BC

והוכח כי: $(DE = \frac{1}{2} AF = \frac{1}{2} BD)$.

ב. אם נתון כי אורך התיכון BD הוא a ס"מ,

חשב אם אורך צלע המשולש ואת שטחו.



(5) נתון משולש ABC. מעבירים את הקטע AD כך

שנוצרת זווית: $\angle ADB = 60^\circ$.

ידוע כי $AB = \sqrt{28}$ ס"מ וכי הצלע AD

במשולש ABD גדולה פי 1.5 מהצלע BD.

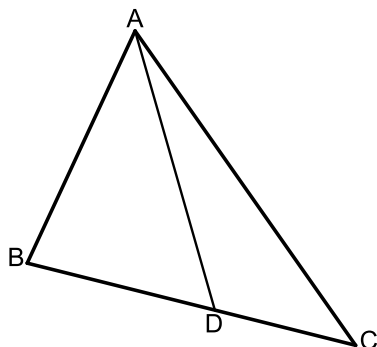
א. מצא את אורך הצלע BD.

ב. היקף המשולש ABC

הוא: $(5\sqrt{7} + 7)$ ס"מ $P =$.

(1) סמן: $DC = t$ והבע באמצעות t את אורך הצלע AC.

(2) מצא את t .



פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום, פונקציות רציונאליות ושל פונקציות שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

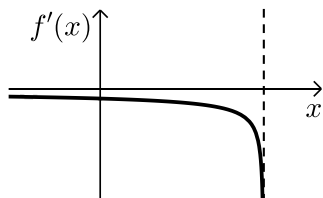
6 נתונה הפונקציה $f(x) = 2\sqrt{7-2x}$.

א. (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה $f(x)$.

(2) מצא את שיעורי נקודות החיתוך של גרף הפונקציה $f(x)$ עם הצירים (אם יש כאלה).

(3) הראה כי הפונקציה $f(x)$ יורדת בכל תחום הגדרתה.

(4) סרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.



לפניך גרף פונקציית הנגזרת, $f'(x)$.

ב. (1) מהו תחום ההגדרה של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

(2) מהי משוואת האסימפטוטה האנכית

של פונקציית הנגזרת, $f'(x)$?

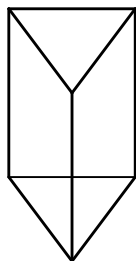
ג. מסמנים ב- a את שיעור ה- x עבורו מתקיים: $f'(x) + f(x) = 0$.

מצא את a .

ד. חשב את השטח המוגבל על ידי גרף הפונקציה הנגזרת $f'(x)$,

ע"י הצירים וע"י הישר $x = a$ שמצאת בסעיף הקודם.

7 חשב את גודל השטח הכלוא בין הפונקציות: $f(x) = x^3$ ו- $g(x) = x$.



8 מחוט שאורכו a ס"מ יש לבנות מנסרה משולשת ישרה,

שבסיסה הוא משולש שווה צלעות.

מצא איזה חלק מאורך החוט יש להקצות לצלע הבסיס x

ואיזה חלק לגובה y כדי שיתקיים:

א. שטח המעטפת של המנסרה יהיה מקסימלי.

ב. נפח המנסרה יהיה מקסימלי.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

(1) א. 10 ס"מ, 8 ס"מ ו-6 ס"מ. ב. 28%.

(2) א. $x=9$; $y=2$. ב. $C(8,0)$, $C(10,0)$. ג. $C(8,0)$.

(3) א. 0.25. ב. 0.8. ג. 0.1318.

(4) אורך צלע המשולש: $\frac{2}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot a$, שטח המשולש: $\frac{1}{3} \cdot \sqrt{3} \cdot a^2$.

(5) א. 4. ב. (1). $1.5\sqrt{28} + 3 - t$. ב. (2). 3.

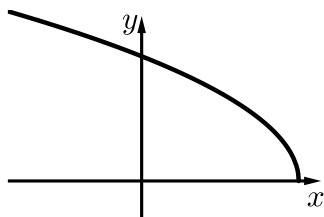
(6) א. (1). $x \leq 3.5$. א. (2). $(0, 2\sqrt{7})$, $(3.5, 0)$. א. (4).

ב. (1). $x < 3.5$. ב. (2). $x = 3.5$.

ג. $a = 3$. ד. $S = 3.29$.

(7) 0.5 יח"ש $S =$.

(8) א. $x = \frac{1}{12}a$, $y = \frac{1}{6}a$. ב. $x = y = \frac{1}{9}a$.



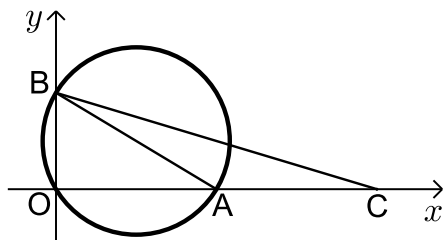
מבחן מספר 30:

שים לב! הסבר את כל פעולותיך, כולל חישובים, בפירוט ובצורה ברורה.
חוסר פירוט עלול לגרום לפגיעה בציון או לפסילת הבחינה.

פרק ראשון – אלגברה, גיאומטריה אנליטית, הסתברות (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 1-3 (לכל שאלה – 20 נקודות).
שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

- ★ (1) סוחר קנה 60 כיסאות זהים במחיר זהה לכיסא.
5 כיסאות נשברו לו ואת שאר הכיסאות הוא מכר במחיר הגדול ב-40 ₪
מהמחיר שקנה אותם. בסה"כ הרוויח הסוחר בעסקה 1950 ₪.
א. באיזה מחיר קנה הסוחר כל כיסא?
ב. בעסקה אחרת, קנה הסוחר 60 כיסאות אחרים במחיר זהה לכיסא.
ידוע כי המחיר של כיסא בודד גדול ב-30% מהמחיר של כיסא בודד
שרכש הסוחר בעסקה הראשונה. במהלך ההובלה נגנבו 8 כיסאות.
הסוחר רוצה להרוויח ממכירת הכיסאות הנותרים לפחות 2000 ₪
בעסקה זו. נסמן ב- p את אחוז ההתייקרות שבו צריך למכור הסוחר
כיסא בודד. מצא את p המינימלי עבורו יעמוד הסוחר ביעדו.

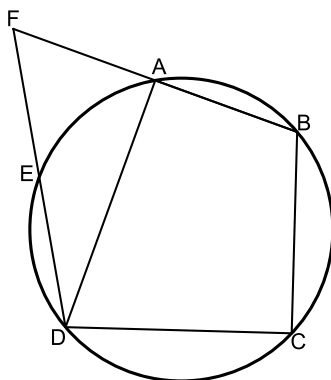


- (2) באיור שלפניך נתון מעגל שמשוואתו:
 $(x-5)^2 + (y-3)^2 = R^2$, רדיוס המעגל.
ידוע כי המעגל עובר בראשית הצירים.
א. מצא את רדיוס המעגל וכתוב את משוואת המעגל.
ב. מצא את הנקודות A ו-B - החיתוך של המעגל עם הצירים (ראה איור).
ג. מסמנים נקודה C על ציר ה-x כך ש-A היא אמצע הקטע CO.
(1) מצא את שיעורי הנקודה C.
(2) חשב את שטח המשולש ABC.

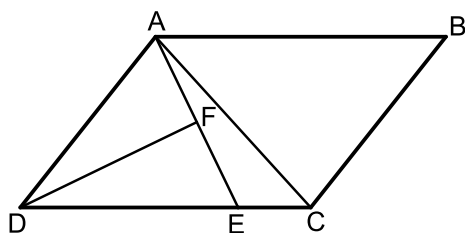
- (3) כדי לקבל עבודה בחברת Makido יש לעבור ראיונות משני בעלי מקצוע: מהנדס ראשי ומנכ"ל החברה. המהנדס הראשי נותן חוות דעת חיובית ברבע מהמקרים, בשליש מהמקרים הוא נמנע מלתת חוות דעת ובשאר המקרים הוא נותן חוות דעת שלילית.
- מנכ"ל החברה קורא את חוות הדעת של המהנדס וקובע את חוות דעתו באופן הבא: אם המהנדס נתן חוות דעת חיובית אז הוא נותן חוות דעת חיובית ב-90% מהמקרים וב-10% מהמקרים הוא נמנע מלתת חוות דעת. אם המהנדס נמנע מלקבוע אז המנכ"ל נותן חוות דעת שלילית במחצית המקרים או חיובית במחצית המקרים.
- אם המהנדס נותן חוות דעת שלילית אז ההסתברות שהמנכ"ל ייתן חוות דעת חיובית גדולה פי 2 מההסתברות שימנע מלתת חוות דעת וההסתברות שימנע מלתת חוות דעת גדולה פי 2 מההסתברות שייתן חוות דעת שלילית.
- א. מה ההסתברות שמועמד יקבל חוות דעת חיובית לפחות באחד הראיונות?
 ב. אם ידוע כי מועמד קיבל חוות דעת חיובית אחת לפחות, מה ההסתברות שהמהנדס ימנע מלתת לו חוות דעת?
 ג. (1) מה ההסתברות שמתוך 5 מועמדים לפחות אחד יקבל עבודה אם ידוע כי כדי להתקבל לעבודה יש לקבל שתי חוות דעת חיוביות?
 (2) כיצד תשתנה התוצאה של חלק (1) אם כדי לקבל עבודה יש לקבל לפחות חוות דעת חיובית אחת אך אף חוות דעת שלילית?

פרק שני – גיאומטריה וטריגונומטריה במישור (20 נקודות)

ענה על שאלה אחת מבין השאלות 4-5.
שים לב! אם תענה על שתי השאלות, תיבדקנה רק התשובה הראשונה שבמחברתך.



- (4) המרובע ABCD חסום במעגל. המשכי המיתרים AB ו-ED נפגשים בנקודה F. הקטע FD חותך את היקף המעגל בנקודה E כך שמתקיים: $\widehat{AB} = \widehat{AE}$. נתון כי הזווית BCD היא ישרה.
- א. הוכח כי הקטע DF שווה לקוטר המעגל.
 נתון כי: $DF = BF$ וכי רדיוס המעגל הוא 12 ס"מ.
 ב. הוכח כי המרובע AEDB הוא טרפז.
 ג. חשב את היקף הטרפז AEDB.



5) המרובע ABCD הוא מקבילית.

הקטע AE מקצה על הצלע DC

קטעים המקיימים: $3CE = DE$.

מעבירים תיכון DF לצלע AE

במשולש ADE.

ידוע כי: $\angle ADF = \angle CDF = \alpha$.

מסמנים: $CE = k$.

א. הבע באמצעות k ו- α את אורך הקטע AE.

ב. מעבירים את האלכסון AC.

הבע באמצעות k ו- α את היקף המשולש ACE.

ג. היקף המשולש ACE הוא $4.5k$.

מצא את α אם ידוע כי משולש ADE הוא חד זווית.

פרק שלישי – חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי של פונקציות פולינום,

פונקציות רציונאליות ושל פונקצית שורש (40 נקודות)

ענה על שתיים מבין השאלות 6-8 (לכל שאלה – 20 נקודות).

שים לב! אם תענה על יותר משתי שאלות, תיבדקנה רק שתי התשובות הראשונות שבמחברתך.

6★ נתונה הפונקציה: $f(x) = 3x - A\sqrt{x}$, פרמטר A .

שיפוע המשיק לגרף הפונקציה בנקודה שבה: $x = 25$ הוא 0.

א. (1) מה תחום ההגדרה של הפונקציה?

(2) מצא את ערך הפרמטר A .

באיור שלפניך מתואר גרף הפונקציה $f(x)$.

מעבירים משיק לגרף הפונקציה מנקודת

החיתוך שלו עם ציר ה- x .

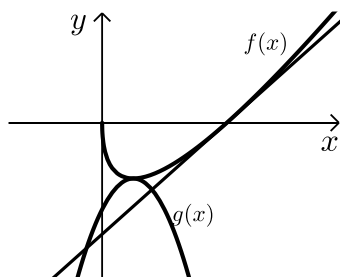
כמו כן, מעבירים פרבולה: $g(x) = -\frac{1}{15}x^2 + Bx - \frac{350}{3}$

כך שקדקודה הוא נקודת הקיצון של $f(x)$.

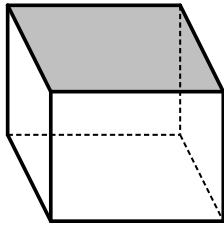
ב. מצא את משוואת המשיק לגרף הפונקציה.

ג. מצא את ערך הפרמטר B .

ד. חשב את השטח הכלוא בין המשיק, הפרבולה וציר ה- y ברביע הרביעי.



- ★ (7) נתונה תיבה שבסיסה ריבוע ושטח פניה (ללא המכסה) הוא 75 סמ"ר. מצא את אורך צלע הבסיס של התיבה שנפחה הוא מקסימלי.



★ (8) נתונה הפונקציה: $f(x) = \frac{x\sqrt{x}-8}{\sqrt{x}}$.

א. ענה על הסעיפים הבאים:

- (1) מצא את תחום ההגדרה של הפונקציה.
 - (2) מצא את נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x .
 - (3) הראה כי הפונקציה עולה בכל תחום הגדרתה.
- ב. מעבירים משיק לגרף הפונקציה ששיפועו הוא: $m = \frac{17}{16}$.
- מצא את נקודת ההשקה.
- ג. חשב את השטח הכלוא בין גרף הפונקציה, ציר ה- x ואנך לציר ה- x מנקודת ההשקה שמצאת בסעיף הקודם.

בהצלחה!

תשובות סופיות:

- (1) א. 50 נח. ב. 74.55%.
- (2) א. $\sqrt{34}$ ס"מ, $R = (x-5)^2 + (y-3)^2 = 34$. ב. $A(10,0); B(0,6)$.
- ג. (1). $C(20,0)$. ג. (2). 30 סמ"ר. S_{ABC} .
- (3) א. $\frac{55}{84}$. ב. $\frac{14}{55}$. ג. (1). 0.7204. ג. (2). 0.9324.
- (4) ג. 60 ס"מ.
- (5) א. $AE = 6k \sin \alpha$. ב. $P_{ACE} = k + 6k \sin \alpha + k\sqrt{25 - 24 \cos 2\alpha}$. ג. $\alpha = 14.47^\circ$.
- (6) א. (1) $x \geq 0$. א. (2). $A = 30$. ב. $y = 1.5x - 150$. ג. $B = \frac{10}{3}$.
- ד. $S = 1377 \frac{7}{9}$ יח"ש.
- (7) 5 ס"מ.
- (8) א. (1) $x > 0$. (2) $(4,0)$. (3) הנגזרת תמיד חיובית. ב. $(16,14)$. ג. 88 יח"ש.