

# תוכן העניינים:

2	אלגברה
2	משוואות ממעלה שנייה
2	משוואות ריבועיות יסודיות
2	סיכום כללי
3	שאלות
3	תשובות סופיות
4	משוואות ריבועיות חסרות
4	סיכום כללי
4	שאלות
4	תשובות סופיות
5	משוואות ריבועיות לא מסודרות
5	סיכום כללי
5	שאלות
6	תשובות סופיות
7	משוואות ריבועיות עם שברים
7	סיכום כללי
8	שאלות
9	תשובות סופיות
10	מערכת משוואות ריבועיות
10	סיכום כללי
10	שאלות
11	תשובות סופיות

# אלגברה

## משוואות ממעלה שנייה

### משוואות ריבועיות יסודיות:

#### סיכום כללי:

משוואה מהצורה:  $ax^2 + bx + c = 0$  ,  $(a \neq 0)$  נקראת משוואה ריבועית. פתרונות המשוואה יסומנו ב-  $x_1$  ו-  $x_2$  ויחושבו לפי נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

למשוואה ריבועית יתכנו שלושה סוגים של פתרונות:

- משוואה עם שני פתרונות ממשיים שונים.**  
אם מתקבל מספר חיובי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיו שני פתרונות ממשיים שונים.  
דוגמא:  $x^2 + 5x - 4 = 0$ .
- משוואה עם פתרון ממשי אחד בלבד.**  
אם מתקבל אפס בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה יהיה פתרון ממשי אחד בלבד.  
דוגמא:  $x^2 + 4x + 4 = 0$ .
- משוואה ללא פתרונות ממשיים כלל.**  
אם מתקבל מספר שלילי בתוך השורש שבנוסחת השורשים אזי למשוואה לא יהיו פתרונות ממשיים כלל.  
דוגמא:  $x^2 + x + 4 = 0$ .

**שאלות:**

(1) רשום את המקדמים של המשוואות הריבועיות הבאות:

א. $x^2 + 3x - 4 = 0$	ב. $4 - x^2 = 0$
ג. $3x^2 - 9x = 0$	ד. $\frac{x - x^2}{2} + 2 = 0$

(2) פתור את המשוואות הריבועיות הבאות תוך שימוש בנוסחת השורשים:

א. $x^2 + 3x - 18 = 0$	ב. $x^2 - 13x - 30 = 0$
ג. $4x^2 - 9x - 9 = 0$	ד. $8x^2 - 24x + 18 = 0$
ה. $-5x^2 - 2x + 24 = 0$	ו. $-3x^2 - 11x + 4 = 0$

(3) פתור את המשוואות הריבועיות הבאות תוך שימוש בנוסחת השורשים:

א. $x^2 + 8x + 16 = 0$	ב. $x^2 - 10x + 25 = 0$
ג. $4x^2 - 12x + 9 = 0$	ד. $36x^2 + 24x + 4 = 0$
ה. $x^2 + 2x + 7 = 0$	ו. $-x^2 + 3x - 20 = 0$

**תשובות סופיות:**

(1) א.  $a=1, b=3, c=-4$  ב.  $a=-1, b=0, c=4$

ג.  $a=3, b=-9, c=0$  ד.  $a=-\frac{1}{2}, b=\frac{1}{2}, c=2$

(2) א.  $-6, 3$  ב.  $-2, 15$  ג.  $-0.75, 3$  ד.  $1.5, 8$  ה.  $-2.4, 2$  ו.  $-\frac{1}{3}, -4$

(3) א.  $-4$  ב.  $5$  ג.  $1.5$  ד.  $-\frac{1}{3}$  ה. אין פתרון ו. אין פתרון.

## משוואות ריבועיות חסרות:

### סיכום כללי:

#### משוואה חסרת B:

משוואה מהצורה:  $ax^2 + c = 0$  ( $a \neq 0$ ), נקראת משוואה חסרת  $b$  היות ו- $b=0$ .

- אם המקדמים  $a$  ו- $c$  הם שוני סימן, אז למשוואה שני פתרונות נגדיים.
- אם המקדמים  $a$  ו- $c$  הם שווי סימן, אז אין למשוואה פתרון ממשי כלל.

#### משוואה חסרת C:

משוואה מהצורה:  $ax^2 + bx = 0$  ( $a \neq 0$ ), נקראת משוואה חסרת  $c$  היות ו- $c=0$ .

- למשוואה זו תמיד יהיה הפתרון  $x_1 = 0$ , ופתרון שני אשר מקיים:  $x_2 = -\frac{b}{a}$ .

### שאלות:

#### (1) פתור את המשוואות הבאות:

- |                    |                     |
|--------------------|---------------------|
| א. $x^2 - 25 = 0$  | ב. $x^2 + 25 = 0$   |
| ג. $x^2 - 49 = 0$  | ד. $x^2 + 36 = 0$   |
| ה. $5x^2 - 80 = 0$ | ו. $600 - 6x^2 = 0$ |
| ז. $4x^2 - 36 = 0$ | ח. $8x^2 - 50 = 0$  |
| ט. $3x^2 + 12 = 0$ | י. $3x^2 - 12 = 0$  |

#### (2) פתור את המשוואות הבאות:

- |                       |                     |
|-----------------------|---------------------|
| א. $x^2 - 5x = 0$     | ב. $x^2 + 8x = 0$   |
| ג. $-2x^2 + 12x = 0$  | ד. $4x^2 = 25x$     |
| ה. $-14x^2 - 28x = 0$ | ו. $6x^2 - 66x = 0$ |

### תשובות סופיות:

- |                |                          |                          |
|----------------|--------------------------|--------------------------|
| (1) א. $\pm 5$ | ב. אין פתרון. ג. $\pm 7$ | ד. אין פתרון. ה. $\pm 4$ |
| ו. $\pm 10$    | ז. $\pm 3$               | ח. $\pm 2.5$             |
| (2) א. $5, 0$  | ב. $-8, 0$               | ג. $6, 0$                |
| ד. $6.25, 0$   | ה. $-2, 0$               | ו. $0, 11$               |

## משוואות ריבועיות לא מסודרות:

### סיכום כללי:

בהינתן משוואה עם ביטויים המכילים  $x^2$ , נסדר אותה ע"י פתיחת סוגריים והעברת אגפים לצורה של המשוואה הריבועית ולאחר מכן נמצא את הפתרונות שלה.

במידה והביטוי  $x^2$  מתבטל במשוואה אז היא אינה ריבועית ויש לפתור אותה ע"י בידוד הנעלם בדרכים אלגבריות שלמדנו בפרקים קודמים.

### תזכורת – נוסחאות הכפל המקוצר:

$$\text{נוסחה להפרש ריבועים: } (a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

$$\text{נוסחה לפתיחת דו-איבר בריבוע: } (a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\text{כפל דו-איבר בדו-איבר: } (a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

### שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

א.  $2x^2 + 4x - x^2 = -10 - 2x - 2x - 6$

ב.  $2x^2 - 5x - 2 = x^2 + 2x - 8$

ג.  $4x^2 - 5x + 7 = 4 - x^2 + 3$

(2) פתור את המשוואות הבאות:

א.  $x(x-3) = x-3$

ב.  $2(x+1) - x(x+3) = 4$

ג.  $-17x + x(3+2x) = 2(2x+1) - 18$

(3) פתור את המשוואות הבאות:

א.  $(x-6)(x+3) = 4(1-3x)$

ב.  $1-3(x-2)(x+1) = (8-x)(2x-1)$

ג.  $-x(x-5) = (1-3x)(1-x) + 4$

4) פתור את המשוואות הבאות :

א.  $(1-4x)^2 + 3 - (3x+2)^2 = x$

ב.  $(6-4x)^2 - (2x-1)(2x+1) = (3-2x)^2$

**תשובות סופיות:**

- |              |               |               |
|--------------|---------------|---------------|
| 1) א. 4      | ב. 6, 1       | ג. אין פתרון. |
| 2) א. 3, 1   | ב. אין פתרון. | ג. 1, 8.      |
| 3) א. 2, -11 | ב. 1, -15     | ג. 1, 1.25.   |
| 4) א. 0, 3   | ב. 1, 3.5     |               |

## משוואות ריבועיות עם שברים:

### סיכום כללי:

#### תחום הצבה של ביטוי אלגברי:

תחום הצבה של ביטוי אלגברי המכיל משתנה הוא אוסף כל המספרים שניתן להציב במשתנה אשר מניבים ערך מספרי בעל משמעות.

למשל, בביטוי:  $\frac{3}{x}$  ניתן להציב ב- $x$  את כל המספרים למעט 0, ולכן נכתוב:  $x \neq 0$ .

אם מתקבל פתרון שלא שייך לתחום ההצבה הוא יפסל ולא יהיה פתרון של המשוואה.

#### מכנה משותף:

מכנה משותף הוא ביטוי אלגברי אשר מתחלק ללא שארית בכל המכנים שבמשוואה. כדי למצוא את המכנה המשותף הקטן ביותר יש לפרק לגורמים כל אחד מהביטויים שבמכנים. המכנה משותף יכיל את כל הגורמים בחזקתו הגבוהה ביותר.

למשל, כדי למצוא את המכנה המשותף של  $\frac{1}{x-2} + \frac{4}{x^2-4} = 3$  נפרק לגורמים את

המכנים:  $\frac{1}{(x-2)} + \frac{4}{(x-2)(x+2)} = \frac{3}{1}$  ונקבל כי הביטוי  $(x-2)(x+2)$  מתחלק בכל המכנים ללא שארית.

#### גורמים זרים:

אם לשני ביטויים אלגבריים אין גורמים משותפים אז הם נקראים זרים. המכנה המשותף שלהם יהיה מכפלתם.

למשל, במשוואה  $\frac{1}{x-2} + \frac{3}{x+3} = -1$  המכנה המשותף יהיה  $(x-2)(x+3)$ .

שאלות:

(1) פתור את המשוואות הבאות:

ב.  $3(1-4x) - \frac{(2x-1)^2}{2} = 7$

א.  $6x + \frac{(x-1)(x-6)}{4} = 6$

ד.  $\frac{(2x-3)^2}{3} + \frac{2(x+1)^2}{4} = \frac{7}{2}$

ג.  $x(x-2) = 6 + \frac{(2x-3)^2}{4}$

(2) פתור את המשוואות הבאות:

בדוק האם הפתרונות המתקבלים שייכים לתחום ההצבה.

ב.  $\frac{4}{x^2} = 25$

א.  $\frac{1}{x^2} = \frac{1}{9}$

ד.  $\frac{1}{x^2} = -\frac{49}{9}$

ג.  $3 - \frac{12}{x^2} = 0$

ו.  $3x + \frac{1}{x} - 2 = 0$

ה.  $x + \frac{1}{x} + 2 = 0$

ח.  $x + \frac{10}{x} - 7 = 0$

ז.  $x - \frac{8}{x} + 2 = 0$

(3) פתור את המשוואות הבאות:

בדוק האם הפתרונות המתקבלים שייכים לתחום ההצבה.

ב.  $\frac{4x+1}{3} - \frac{x+2}{2} = \frac{2}{x}$

א.  $\frac{8}{x} - \frac{x}{8} = 0$

ד.  $\frac{2x+1}{3} + \frac{2-3x}{5} = \frac{2}{x-2}$

ג.  $\frac{x+1}{3} - \frac{2}{x+6} = 0$

ו.  $\frac{1+2x}{3} - \frac{3x-1}{4} = \frac{1}{x+6}$

ה.  $\frac{3x-1}{2} + \frac{6-5x}{9} = \frac{6}{x-1}$

(4) פתור את המשוואות הבאות:

בדוק האם הפתרונות המתקבלים שייכים לתחום ההצבה.

ב.  $\frac{5}{x} = \frac{3}{4} + \frac{1}{x-1}$

א.  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = \frac{3}{4}$

ד.  $\frac{x+2}{x-1} - \frac{20}{2x+1} = 0$

ג.  $\frac{2x+1}{x-3} = \frac{22}{x-1}$



(5) פתור את המשוואות הבאות:

בדוק האם הפתרונות המתקבלים שייכים לתחום ההצבה.

ב.  $\frac{12}{x+5} - \frac{2}{x-5} = 2.5$

א.  $\frac{1}{x-7} + \frac{5}{12} = -\frac{1}{x+7}$

ד.  $\frac{2}{x+9} - \frac{1}{x-9} = \frac{13}{40}$

ג.  $\frac{4}{x+10} = \frac{1}{2} - \frac{1}{10-x}$

(6) פתור את המשוואות הבאות:

בדוק האם הפתרונות המתקבלים שייכים לתחום ההצבה.

ב.  $\frac{x^2}{x+3} = \frac{9}{x+3}$

א.  $\frac{x^2}{x+2} = \frac{4}{x+2}$

ד.  $\frac{x^2-2x}{x-2} = 3x+4$

ג.  $\frac{x^2-x}{x-1} = 2x-3$

### תשובות סופיות:

- |     |                       |                                  |            |                        |
|-----|-----------------------|----------------------------------|------------|------------------------|
|     | א. 1, -18             | ב. $-\frac{1}{2}, -4\frac{1}{2}$ | ג. 8.25    | ד. $0, 1\frac{7}{11}$  |
| (1) |                       |                                  |            |                        |
| (2) | א. $\pm 3$            | ב. $\pm 2.5$                     | ג. $\pm 2$ | ד. אין פתרון.          |
|     | ו. אין פתרון.         | ז. 2, -4                         | ח. 5, 2    | ה. -1                  |
| (3) | א. $\pm 8$            | ב. 2, -1.2                       | ג. 0, -7   | ד. 4, -13              |
|     | ו. 6, -5              |                                  |            | ה. $3, -\frac{37}{17}$ |
| (4) | א. $2, -1\frac{1}{3}$ | ב. $5, 1\frac{1}{3}$             | ג. 5, 6.5  | ד. 2, 5.5              |
| (5) | א. 5, -9.8            | ב. 3, 1                          | ג. 0, 6    | ד. $1, 2\frac{1}{13}$  |
| (6) | א. 2                  | ב. 3                             | ג. 3       | ד. -2                  |

## מערכת משוואות ריבועיות:

### סיכום כללי:

מערכת משוואות שבהן אחת לפחות היא ריבועית נקראת מערכת משוואות ריבועיות.

$$\text{למשל: } \begin{cases} x+y=6 \\ x^2-2y=4 \end{cases}, \begin{cases} y=4x^2-x-1 \\ y=-2x^2+6x+5 \end{cases}, \begin{cases} y=7-x^2 \\ y=6x+1 \end{cases}, \begin{cases} y=x^2 \\ y=2x+3 \end{cases}$$

### דרכי פתרון כלליים:

$$\text{מערכות המשוואות מהצורות: } \begin{cases} y=ax^2+bx+c \\ y=mx+b \end{cases}, \begin{cases} y=a_1x^2+b_1x+c_1 \\ y=a_2x^2+b_2x+c_2 \end{cases} \text{ נפתור ע"י}$$

השוואת שתי המשוואות למציאת ערכי  $x$ , ולאחר מכן נחשב את ערכי ה- $y$  המתאימים.

אם המשוואות אינן מוסדרות כך שמשתנה אחד מבודד, נפתור ע"י בידוד והצבה של אחד המשתנים.

### שאלות:

(1) פתור את מערכות המשוואות הבאות:

$$\text{ב. } \begin{cases} y=4-3x^2 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\text{א. } \begin{cases} y=x^2+6 \\ y=31 \end{cases}$$

$$\text{ד. } \begin{cases} y=-2x^2+4x \\ y=11x-4 \end{cases}$$

$$\text{ג. } \begin{cases} y=x^2+2 \\ y=3x \end{cases}$$

$$\text{ו. } \begin{cases} y=5x^2+1 \\ y=x-12 \end{cases}$$

$$\text{ה. } \begin{cases} y=x^2+3x \\ y=-x-4 \end{cases}$$

(2) פתור את מערכות המשוואות הבאות:

$$\text{ב. } \begin{cases} x+5y=-3 \\ x^2=3y+7 \end{cases}$$

$$\text{א. } \begin{cases} 5x-2y=6 \\ y=x^2+5x-12 \end{cases}$$

3 פתור את מערכות המשוואות הבאות :

$$\begin{cases} y = x^2 - 5x \\ y = x^2 + 6x + 11 \end{cases} \text{ ב.}$$

$$\begin{cases} y = 2x^2 - 3 \\ y = x^2 + 1 \end{cases} \text{ א.}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{3}x^2 - 4x - 1 \\ y = x^2 + 2\frac{1}{3} \end{cases} \text{ ד.}$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x^2 + 8x \\ y = \frac{1}{2}x^2 + 8 \end{cases} \text{ ג.}$$

$$\begin{cases} y = 3x^2 - x - 2 \\ y = 2x^2 - 9x - 18 \end{cases} \text{ ו.}$$

$$\begin{cases} y = x^2 + 3x + 8 \\ y = 2x^2 - 4x + 14 \end{cases} \text{ ה.}$$

$$\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = 5x - 2x^2 \end{cases} \text{ ח.}$$

$$\begin{cases} y = 4x^2 + x + 2 \\ y = x^2 - 17 \end{cases} \text{ ז.}$$

### תשובות סופיות:

- 1 א.  $(5,31)$  ,  $(-5,31)$       ב.  $(1,1)$  ,  $(-1,1)$   
 ג.  $(1,3)$  ,  $(2,6)$       ד.  $(-4,-48)$  ,  $(0.5,1.5)$   
 ה.  $(-2,-2)$       ו. אין פתרון.  
 2 א.  $(2,2)$  ,  $(-4.5,14.25)$       ב.  $(2,-1)$  ,  $(-2\frac{3}{5}, -\frac{2}{25})$   
 3 א.  $(2,5)$  ,  $(-2,5)$       ב.  $(-1,6)$   
 ג.  $(1,8.5)$       ד.  $(-1,3\frac{1}{3})$  ,  $(-5,27\frac{1}{3})$   
 ה.  $(6,62)$  ,  $(1,12)$       ו.  $(-4,50)$   
 ז. אין פתרון.      ח.  $(4,-12)$  ,  $(1,3)$