תוכן העניינים:

גאומטריה אוקלידית

מבוא לגיאומטריה של המישור

הקדמה כללית והגדרות יסודיות:

הערה:

נושא זה הינו תיאורטי בלבד ואין בו תרגילים.
כל המושגים, ההגדרות וההסברים מופיעים בהרחבה בסרטוני הוידאו שבאתר.

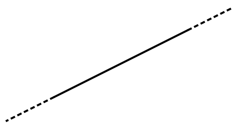
סיכום כללי:

מושגי יסוד:

- **נקודה:**

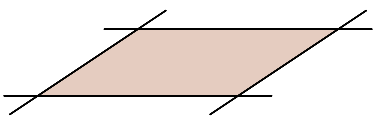
סימון יסודי לתיאור מיקום מדויק במרחב.
לנקודה אין אורך, רוחב או עובי והיא בעלת אפס מימדים.

- **ישר (או קו ישר):**



מושג יסודי המתואר ע"י מימד אחד ויחיד - אורך.
לישר אין אף עיקול אלא הוא מתקדם בכיוון אחד בלבד (והוא כיוון אורך הישר).

- **מישור:**

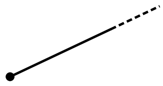


מושג יסוד המתאר את העצם הדו-מימדי הבסיסי.
למישור שני מימדים בלבד - אורך ורוחב, הוא חסר עובי.
עקב כך המישור הוא שטוח וממשיך לאינסוף בכל כיוון משני כיווני ההתקדמות שלו.

הגדרות:

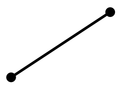
❖ קרן:

חלק מישר המוגבל בצדו האחד ע"י נקודה.

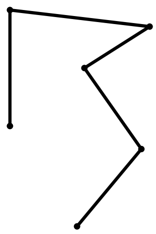


❖ קטע:

חלק של ישר המצוי בין שתי נקודות מסוימות שעליו.



❖ קו שבור:



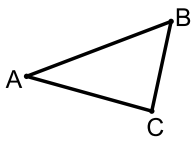
אוסף של קטעים עוקבים
(כלומר: ההתחלה של קטע אחד היא נקודת הסוף של קטע אחר).

❖ מצולע:

קו שבור וסגור (הקטע האחרון מסתיים בנקודת ההתחלה של הקטע הראשון) אשר אינו חותך את עצמו.
קטע במצולע נקרא **צלע** ונקודה במצולע נקראת **קודקוד**.

סימונים:

❖ סימון נקודה:



נסמן נקודה באות גדולה באנגלית: A , B , C ...

❖ סימון ישר:

מקובל לסמן ישר באות קטנה ונטויה באנגלית: a , b , ...

❖ סימון קטע:

נסמן קטעים במצולע ע"י שני קודקודי הקצה שלהם, למשל: AB.
דרך נוספת היא סימון האורך של קטע באמצעות אות קטנה באנגלית כגון: a , b , x , y , ...

אקסיומה - הגדרה:

הנחת יסוד שלא ניתן להוכיחה.

5 האקסיומות היסודיות של אוקלידס:

- אפשר להעביר קטע ישר בין שתי נקודות.
- אפשר להמשיך קטע ישר ללא גבול.
- אפשר לתאר מעגל על-פי מרכז ורדיוס.
- כל הזוויות הישרות שוות ביניהן.
- אם שני ישרים נחתכים על ידי ישר שלישי באופן שסכום הזוויות הפנימיות באחד הצדדים קטן מסכום שתי זוויות ישרות, אז אם יוארכו הישרים מספיק באותו צד הם ייפגשו.

ניסוח שקול (אקסיומת המקבילים):
דרך נקודה מחוץ לישר ניתן להעביר ישר אחד ויחיד שמקביל לישר הנתון.

משפטים:

משפט הוא פסוק שניתן להוכיח אותו באמצעות אקסיומות וטענות/משפטים אחרים.

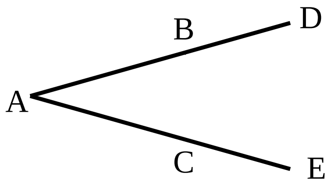
פעולות יסודיות עם קטעים:

סיכום כללי:

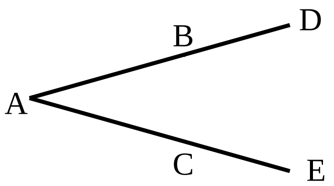
בנושא זה נלמד כיצד לחשב ולכתוב בצורה נכונה את אופן החיבור והחיסור של קטעים בגאומטריה של המישור.

שאלות:

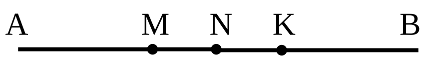
1) באיור שלפניך נתון: $AB = AC$, $BD = CE$.
הוכח: $AD=AE$.



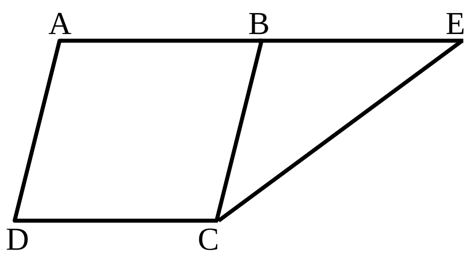
2) באיור שלפניך נתון: $AD = AE$, $AB = AC$.
הוכח: $BD = CE$.



3) הנקודות A, M, N, K, B נמצאות על ישר אחד.
נתון כי: $AM = KB$, $MN = NK$.
הוכח: $AN = BN$.



4) בסרטוט שלפניך נתון כי: $BC = AB$, $BE + BC = 2AB$.
הוכח: $AB = BE$.



תשובות סופיות:

שאלות הוכחה.

זוויות בגאומטריה:

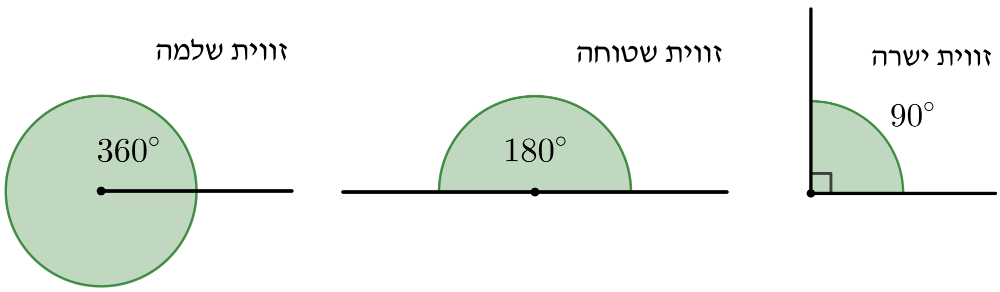
סיכום כללי:

זווית - הגדרה:

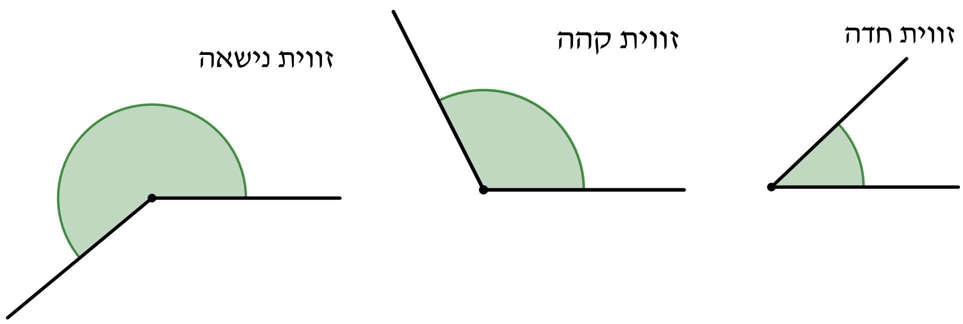
שתי קרניים היוצאות מנקודה אחת יוצרות צורה הנקראת זווית.
הקרניים נקראות שוקי הזווית והנקודה נקראת קודקוד הזווית.
את גודל הזווית מודדים ביחידות הנקראות מעלות ומסומנות : X°.

סוגי זוויות:

- זווית שלמה - זווית בת 360° (בה שוקי הזווית מתלכדות זו עם זו).
- זווית שטוחה - מחצית מזווית שלמה, כלומר בת 180° ובה שוקי הזווית מונחות על ישר אחד.
- זווית ישרה - רבע מזווית שלמה, כלומר בת 90° ובה שוקי הזוויות מאונכות זו לזו.

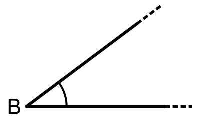


- זווית חדה - זווית הגדולה מ- 0° אך קטנה מ- 90°.
- זווית קהה - זווית הגדולה מ- 90° אך קטנה מ- 180°.
- זווית נִישָׂאָה - זווית הגדולה מ- 180° אך קטנה מ- 360°.

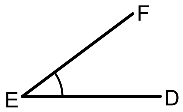


סימון זוויות:

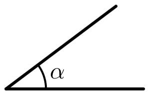
ניתן לסמן זווית בכמה דרכים:



- סימון באמצעות קודקוד הזווית: $\sphericalangle B$.

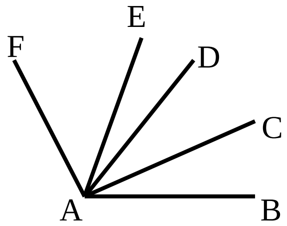


- סימון באמצעות נקודות הקצה וקודקוד הזווית $\sphericalangle DEF$.

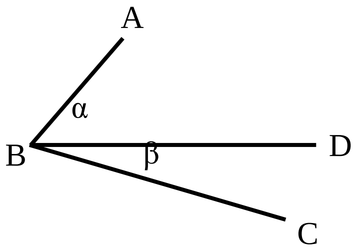


- סימון באמצעות אות יוונית: γ, β, α.

שאלות:

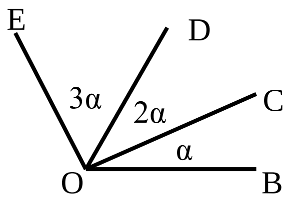


1) נתון: $\sphericalangle CAB = \sphericalangle DAC$, $\sphericalangle FAE = 2 \cdot \sphericalangle EAD$.
וכן: $\sphericalangle FAD = 60°$, $\sphericalangle EAB = 80°$.
חשב את הזויות הבאות:
$\sphericalangle CAB$, $\sphericalangle EAC$, $\sphericalangle FAB$.

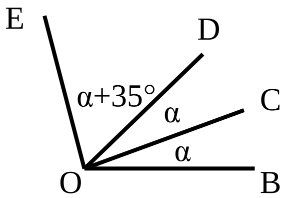


2) באיור שלפניך נתון: $\sphericalangle ABC = 69°$.
נתון כי: $\alpha = 2\beta$ (זוויות סמוכות).
מצא את α ואת β.

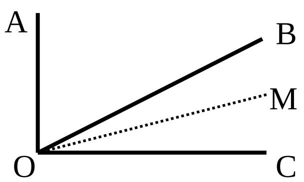
3) באיור שלפניך מספר קרניים היוצאים מהנקודה O.
הנתונים הם: $\sphericalangle EOB = 138°$.
חשב את הזוויות הבאות:
$\sphericalangle COB$, $\sphericalangle DOC$, $\sphericalangle EOD$.



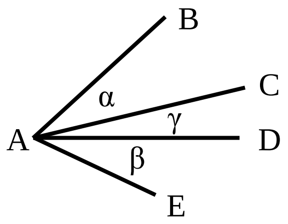
4) באיור שלפניך נתון: $\sphericalangle EOB = 110°$.
שאר הנתונים מופיעים בתרשים.
חשב את הזוויות הבאות:
$\sphericalangle DOC$, $\sphericalangle EOC$.



5) נתון האיור הבא ובו: $\sphericalangle AOC = 90°$.
OM חוצה את זווית BOC.
מתקיים: $\sphericalangle AOB = 3\sphericalangle MOC$.
חשב את: $\sphericalangle BOM$, $\sphericalangle AOM$.



6) בסרטוט שלפניך נתון: $\alpha = \beta$.
הוכח כי: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle EAC$.



תשובות סופיות:

1) $\sphericalangle FAB = 120°$, $\sphericalangle EAC = 50°$, $\sphericalangle CAB = 30°$.

2) $\alpha = 46°$, $\beta = 23°$.

3) $\sphericalangle BOC = 23°$, $\sphericalangle COD = 46°$, $\sphericalangle DOE = 69°$.

4) $\sphericalangle EOC = 85°$, $\sphericalangle DOC = 25°$.

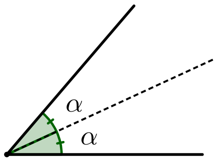
5) $\sphericalangle AOM = 72°$, $\sphericalangle BOM = 18°$.

6) שאלת הוכחה.

זוויות קודקודיות, זוויות צמודות וחוצה זווית:

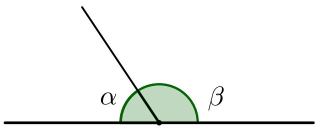
סיכום כללי:

חוצה זווית:



קרן היוצאת מקודקוד הזווית ומחלקת אותה לשתי זוויות שוות נקראת חוצה הזווית.

זוויות צמודות:

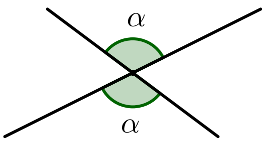


שתי זוויות שלהן שוק אחת משותפת ושתי השוקיים האחרות נמצאות על ישר אחד נקראות זוויות צמודות.

תכונה:

סכום הזוויות של שתי זוויות צמודות שווה ל- $180°$.

זוויות קודקודיות:



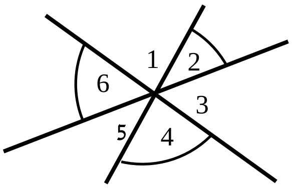
שני ישרים החותכים זה את זה יוצרים ארבע זוויות,
כל שתיים מהן שאינן צמודות נקראות זוויות קודקודיות.

משפט:

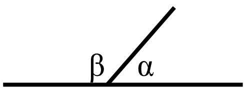
כל שתי זוויות קודקודיות שוות זו לזו.

שאלות:

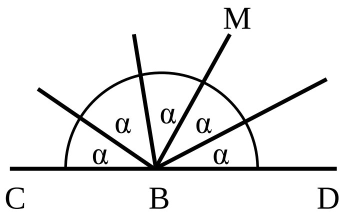
1) חשב את סכום הזויות הבאות (נמק):
$\measuredangle 2 + \measuredangle 4 + \measuredangle 6$



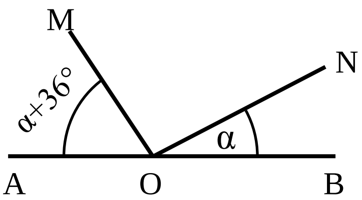
2) באיור שלפניך הזוויות α ו- β הן זוויות צמודות.
ידוע כי: $\alpha = 63°$.
מצא את זווית β.



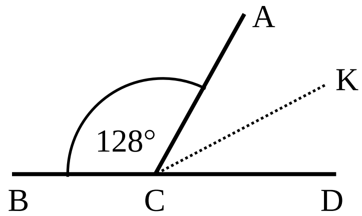
3) באיור שלפניך הזווית CBD היא שטוחה.
כל הזוויות שוות ל- α.
א. חשב את α.
ב. חשב את זווית CBM.



4) בסרטוט שלפניך ידוע:
הזווית AOB היא שטוחה.
נתון: $\alpha = 27°$.
הוכח כי: $MO \perp NO$.



5) הזוויות $\sphericalangle ACD$ ו- $\sphericalangle ACB$ הן צמודות.
ידוע כי CK חוצה זווית ACD.
כמו כן: $\sphericalangle ACB = 128°$.
חשב את זווית BCK.



תשובות סופיות:

1) $180°$.

2) $\beta = 117°$.

3) א. $\alpha = 36°$ ב. $\sphericalangle CBM = 108°$.

4) שאלת הוכחה.

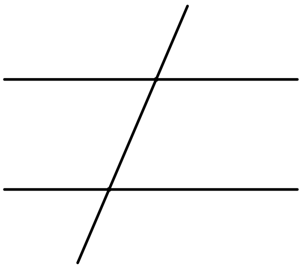
5) $\sphericalangle BCK = 154°$

זוויות בין ישרים מקבילים:

סיכום כללי:

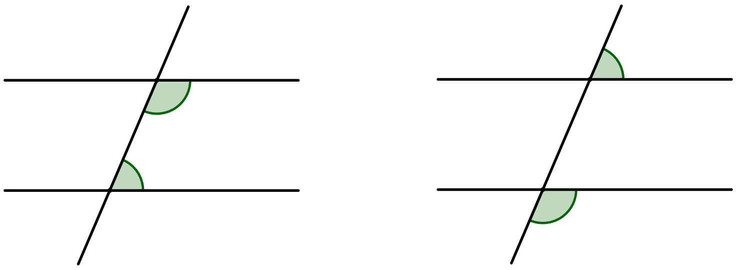
ישרים מקבילים:

שני ישרים, הנמצאים באותו המישור, ואינם נחתכים באף נקודה נקראים ישרים מקבילים.



זוויות חד-צדדיות:

שתי זוויות שנכלאות על ידי הישרים המקבילים וישר החיתוך מאותו צד של ישר החיתוך אך מצדדים שונים של הישרים המקבילים נקראות זוויות חד-צדדיות.



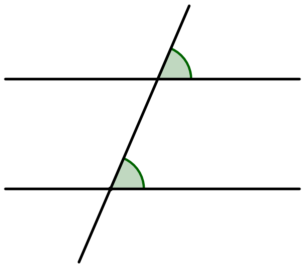
מהאקסיומה החמישית של אוקלידס (אקסיומת המקבילים) מתקיים:

ניסוח 1: אם הזוויות החד-צדדיות הנוצרות בין זוג ישרים מקבילים וישר חיתוך משלימות ל- $180°$ אז הישרים מקבילים.

ניסוח 2: אם זוג ישרים הם מקבילים,
אז הזוויות החד-צדדיות הנוצרות בין הישרים המקבילים וישר חיתוך נוסף ישלימו ל- $180°$.

זוויות מתאימות:

שתי זוויות שנכלאות על ידי הישרים המקבילים וישר החיתוך מאותו צד של ישר החיתוך ואותו הצד של כל אחד מהישרים המקבילים נקראות זוויות מתאימות.



משפט:

זוויות מתאימות בין שני ישרים מקבילים וישר חיתוך שוות זו לזו.

ניסוח מתמטי: אם: $a \| b$ אז: $\alpha = \beta$.

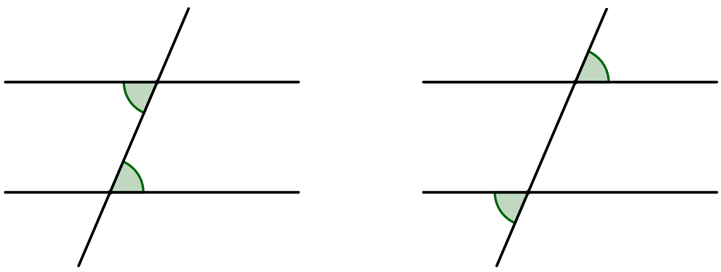
משפט (הפוך):

נתונים שני ישרים וישר חיתוך, אם יש זוג זוויות מתאימות השוות זו לזו אז שני הישרים מקבילים.

ניסוח מתמטי: אם: $\alpha = \beta$ אז: $a \| b$.

זוויות מתחלפות:

שתי זוויות שנכלאות על ידי הישרים המקבילים וישר החיתוך מצדדים שונים של ישר החיתוך ומצדדים שונים של כל אחד מהישרים המקבילים נקראות זוויות מתחלפות.



משפט:

זוויות מתחלפות בין שני ישרים מקבילים וישר חיתוך שוות זו לזו.

משפט (הפוך):

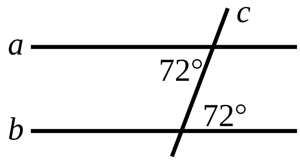
נתונים שני ישרים וישר חיתוך, אם יש זוג זוויות מתחלפות השוות זו לזו אז שני הישרים מקבילים.

ניסוח מתמטי: אם: $\alpha = \beta$ אז: $a \| b$.

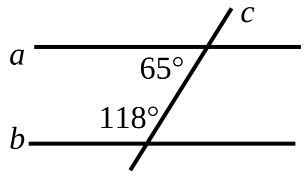
שאלות :

1) קבע בכל מקרה האם הישרים a ו- b מקבילים או שלא. נמק.

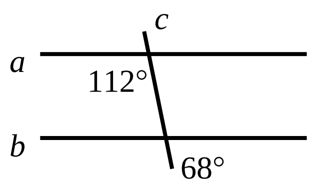
א.



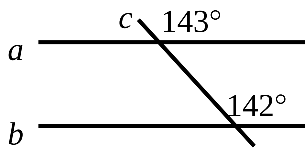
ב.



ג.

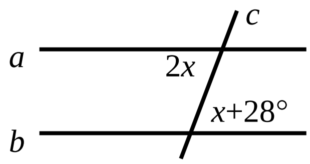


ד.

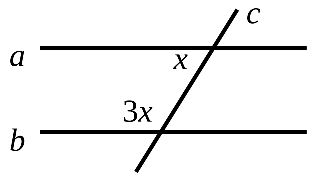


2) הישרים a ו- b מקבילים. מצא את x בכל אחד מהמקרים הבאים :

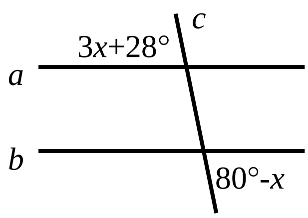
א.



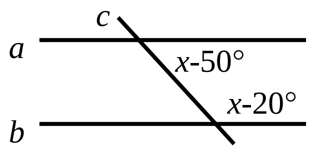
ב.



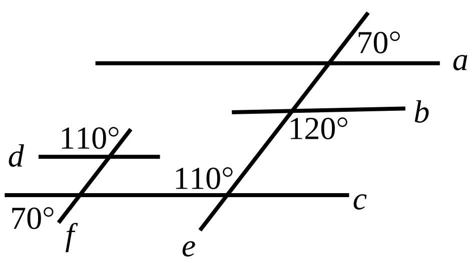
ג.



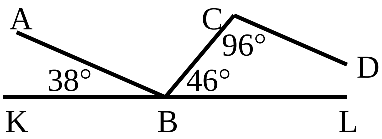
ד.



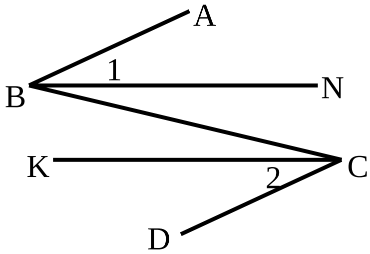
3) מצא את זוגות הישרים המקבילים בסרטוט הבא.
נמק.



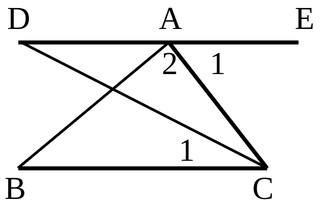
4) בסרטוט שלפניך נתון כי KL הוא קו ישר.
שאר הזוויות מופיעות בתרשים.
הוכח כי: $AB \parallel CD$.



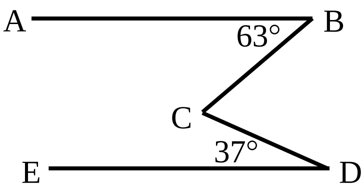
5) באיור שלפניך נתון כי:
$\measuredangle ABC = \measuredangle BCD$, $\measuredangle B_1 = \measuredangle C_2$.
הוכח כי: $BN \parallel CK$.



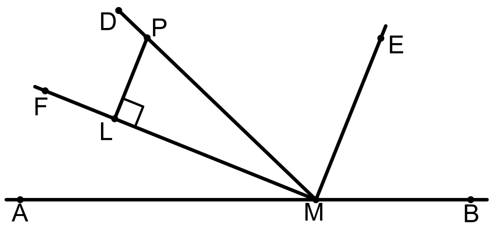
6) באיור שלפניך מופיע קטע ישר DE.
מהנקודה A מעבירים את הקטעים AB ו-AC.
מחברים את BC וידוע כי $BC \parallel DE$.
מעבירים את CD – חוצה זווית C.
נתון: $\measuredangle A_2 = 85°$, $\measuredangle A_1 = 68°$.
א. חשב את הזווית $\measuredangle C_1$.
ב. חשב את הזווית $\measuredangle B$.



7) בסרטוט שלפניך נתון:
$AB \parallel DE$, $\measuredangle B = 63°$, $\measuredangle D = 37°$.
חשב את גודל הזווית BCD.



8) הנקודות A, M, B נמצאות על קו ישר.
ידוע כי ME חוצה את $\measuredangle BMD$,
וכי MF חוצה את $\measuredangle AMD$.
נתון כי: $\measuredangle MLP = 90°$.
הוכח כי: $PL \parallel ME$.
רשום את שלבי ההוכחה הפורמלית.



תשובות סופיות:

1) א. כן   ב. לא   ג. כן   ד. לא.

2) א. 28° ב. 45° ג. 13° ד. 125°.

3) $e \parallel f$, $a \parallel c \parallel d$.

4) שאלת הוכחה.

5) שאלת הוכחה.

6) א. 34° ב. 27°.

7) $\sphericalangle BCD = 100^\circ$.

8) שאלת הוכחה.