

# תוכן העניינים:

2	הנדסת המישור .....
2	המשולש .....
2	משולשים : .....
2	סיכום כללי : .....
5	שאלות : .....
7	תשובות סופיות : .....
8	חפיפת משולשים : .....
8	סיכום כללי : .....
9	שאלות : .....
12	תשובות סופיות : .....
13	משפטים במשולש שווה שוקיים ומשולש שווה צלעות : .....
13	סיכום כללי : .....
15	שאלות : .....
16	תשובות סופיות : .....
17	צלעות וזוויות במשולש : .....
17	סיכום כללי : .....
18	שאלות : .....
18	תשובות סופיות : .....
19	משפט חפיפה רביעי : .....
19	סיכום כללי : .....
19	שאלות : .....
19	תשובות סופיות : .....
20	משולש ישר זווית : .....
20	סיכום כללי : .....
21	שאלות : .....
22	תשובות סופיות : .....
23	דמיון משולשים : .....
23	סיכום כללי : .....
24	שאלות : .....
26	תשובות סופיות : .....

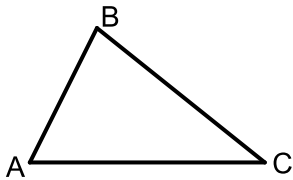
# הנדסת המישור

## המשולש

### משולשים:

#### סיכום כללי:

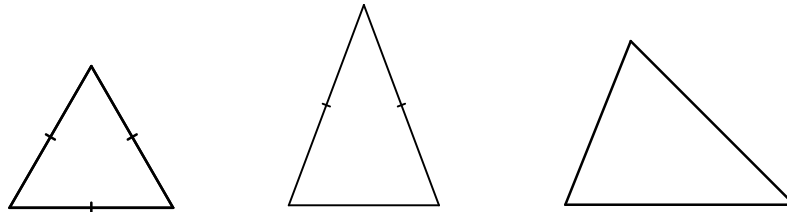
##### הגדרה:



משולש הוא מצולע בעל שלוש צלעות ושלושה קודקודים.  
 נסמן את קודקודי המשולש באותיות גדולות באנגלית כגון: A, B, C.  
 נסמן את צלעות המשולש באותיות קטנות באנגלית כגון: a, b, c.  
 או באמצעות קודקודי המשולש כגון: BC, AC, AB.  
 נסמן את זוויות המשולש באותיות יווניות כגון:  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .  
 או באמצעות סימון זוויות:  $\sphericalangle BAC = \sphericalangle A$ ,  $\sphericalangle ABC = \sphericalangle B$ ,  $\sphericalangle ACB = \sphericalangle C$ .

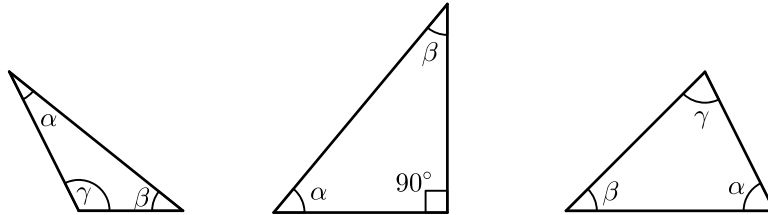
#### סוגי משולשים לפי צלעות:

- משולש שכל צלעותיו שוות נקרא משולש שווה צלעות.
- משולש ששתיים מצלעותיו שוות נקרא משולש שווה שוקיים. שתי הצלעות השוות נקראות שוקיים. הצלע השלישית נקראת בסיס. הזוויות שמול השוקיים נקראות זוויות בסיס והזווית שמול הבסיס נקראת זווית הראש.
- משולש שכל צלעותיו שונות נקרא משולש שונה צלעות.



**סוגי משולשים לפי זוויות:**

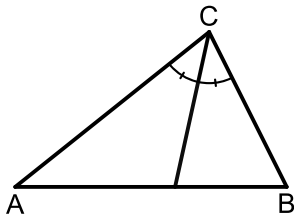
- משולש שכל זוויותיו חדות (קטנות מ- $90^\circ$ ) נקרא משולש חד זווית.
- משולש שיש לו זווית אחת ישרה (זווית שהיא  $90^\circ$ ) נקרא משולש ישר זווית. הצלעות שליד הזווית הישרה נקראות ניצבים והצלע שמול הזווית הישרה נקראת יתר.
- משולש שיש לו זווית אחת קהה (גדולה מ- $90^\circ$ ) נקרא משולש קהה זווית.



**קטעים מיוחדים במשולשים:**

**חוצה זווית במשולש:**

קטע המחבר קודקוד המשולש עם הצלע שמולו וחוצה את הזווית ממנה הוא יוצא נקרא חוצה זווית במשולש.

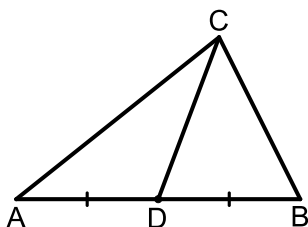


**הערה:**

שלושת חוצי הזוויות במשולש נפגשים בנקודה אחת הנקראת: מפגש חוצי הזווית במשולש.

**תיכון במשולש:**

קטע המחבר קודקוד במשולש עם אמצע הצלע שמולו נקרא תיכון או חוצה צלע.

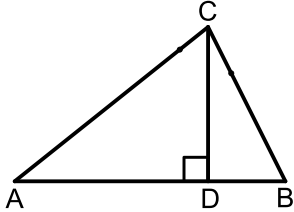


**הערה:**

שלושת התיכונים במשולש נפגשים בנקודה אחת הנקראת: מפגש התיכונים במשולש.

**גובה במשולש:**

קטע המחבר קודקוד במשולש עם הצלע שמולו או עם המשכה ומאונך לה נקרא גובה.



**הערה:**

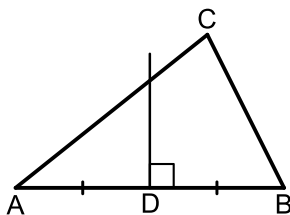
שלושת הגבהים במשולש נפגשים בנקודה אחת הנקראת: מפגש הגבהים במשולש.

**גבהים חיצוניים למשולש ונקודת המפגש שלהם:**

איור	נקודת המפגש	סוג המשולש
	בתוך המשולש	חד-זווית
	בקודקוד הזווית הישרה	ישר-זווית
	מחוץ למשולש	קהה-זווית

**אנך אמצעי במשולש:**

קטע היוצא מאמצע צלע ומאונך לה נקרא קטע אמצעי.

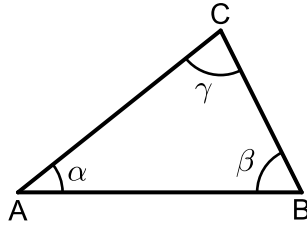


**הערה:**

שלושת האנכים האמצעיים נפגשים בנקודה אחת הנקראת: מפגש אנכים אמצעיים במשולש.

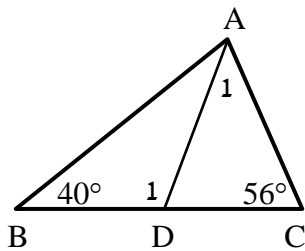
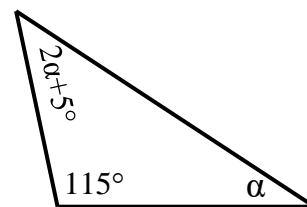
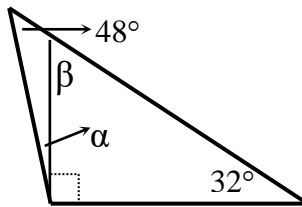
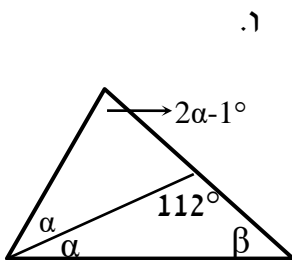
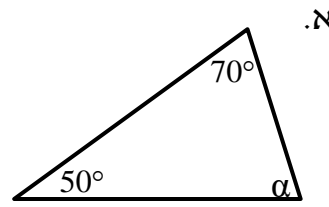
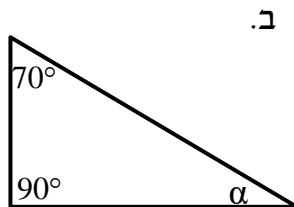
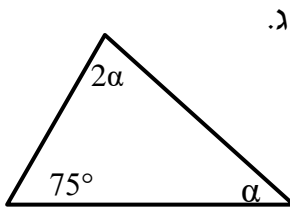
**משפט - סכום זוויות במשולש:**

סכום הזוויות במשולש הוא תמיד  $180^\circ$ , כלומר:  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .



**שאלות:**

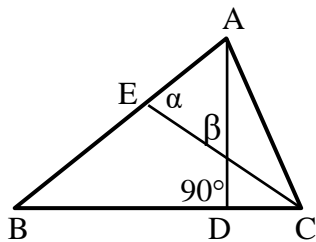
(1) חשב את הזוויות בכל אחד מהמשולשים שלפניך:



(2) במשולש שלפניך נתון AD חוצה זווית A.

נתון:  $\angle B = 40^\circ$ ,  $\angle C = 56^\circ$ .

חשב את הזוויות  $\angle A_1$ ,  $\angle D_1$ .



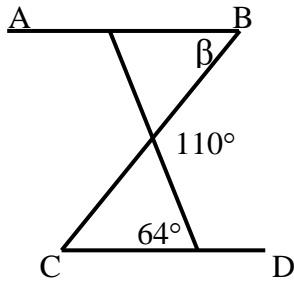
(3) נתון משולש ABC ובו AD גובה לצלע BC.

$\angle D = 90^\circ$  הקטע CE חוצה זווית C.

כמו כן:  $\alpha = 75^\circ$ ,  $\beta = 63^\circ$ .

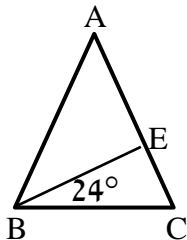
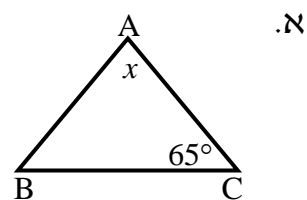
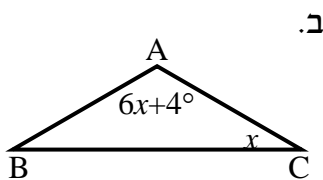
חשב את זוויות המשולש ABC.

- (4) בסרטוט שלפניך נתון:  $AB \parallel CD$ . מצא את הזוויות  $\alpha$  ו- $\beta$ .



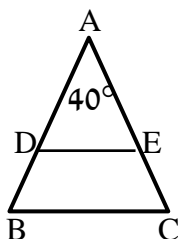
- (5) שלוש זוויות המשולש מתייחסות זו לזו כמו: 1:2:6. חשב את זוויות המשולש.

- (6) בסרטוטים שלפניך נתונים משולשים שווי שוקיים ( $AB = AC$ ) שאחת מזוויותיהם נתונה. מצא את הגודל  $x$  בכל סרטוט.

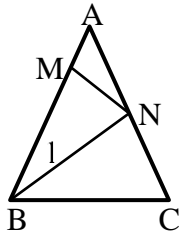


- (7) הגובה לשוק המשולש שווה השוקיים  $ABC$ , ( $AB = AC$ ). יוצר זווית בת  $24^\circ$  עם הבסיס  $BC$ . מצא את זוויות המשולש  $ABC$ .

- (8) חשב את זוויות המשולשים בכל אחד מהמקרים הבאים:  
 א. במשולש שווה שוקיים, זווית הבסיס גדולה פי ארבעה מזווית הראש. מצא את זוויות המשולש.  
 ב. במשולש שווה שוקיים, זווית הבסיס גדולה ב- $12^\circ$  מזווית הראש. מצא את זוויות המשולש.



- (9) באיור שלפניך נתון:  $\angle A = 40^\circ$ ,  $AD = AE$ ,  $AB = AC$ .  
 א. חשב את הזוויות:  $\angle B$ ,  $\angle C$ ,  $\angle D$ ,  $\angle E$ .  
 ב. הוכח:  $DE \parallel BC$ .



- 10 באיור שלפניך נתון:  $AB = AC$ .  
 מעבירים את הקטעים  $BN$  ו- $MN$  כך שמתקיים:  
 $BM = BN = BC$ .  
 נתון בנוסף:  $\angle A = 32^\circ$ .  
 חשב את זוויות:  $\angle B_1$ ,  $\angle ANM$ .

**תשובות סופיות:**

- 1 א.  $\alpha = 60^\circ$     ב.  $\alpha = 20^\circ$     ג.  $\alpha = 35^\circ$     ד.  $\alpha = 20^\circ$
- ה.  $\alpha = 10^\circ$ ,  $\beta = 58^\circ$     ו.  $\alpha = 37\frac{2}{3}^\circ$ ,  $\beta = 30\frac{1}{3}^\circ$
- 2  $\angle A_1 = 42^\circ$ ,  $\angle D_1 = 98^\circ$
- 3  $\angle A = 78^\circ$ ,  $\angle B = 48^\circ$ ,  $\angle C = 54^\circ$
- 4  $\alpha = 64^\circ$ ,  $\beta = 46^\circ$
- 5  $20^\circ$ ,  $40^\circ$ ,  $120^\circ$
- 6 א.  $x = 50^\circ$     ב.  $x = 22^\circ$
- 7  $\angle A = 48^\circ$ ,  $\angle B = \angle C = 66^\circ$
- 8 א.  $20^\circ$ ,  $80^\circ$ ,  $80^\circ$     ב.  $52^\circ$ ,  $64^\circ$ ,  $64^\circ$
- 9 א.  $\angle B = \angle C = \angle D = \angle E = 70^\circ$     ב. שאלת הוכחה.
- 10 א.  $\angle B_1 = 42^\circ$ ,  $\angle ANM = 37^\circ$     ב. שאלת הוכחה.

## חפיפת משולשים:

### סיכום כללי:

#### משולשים חופפים:

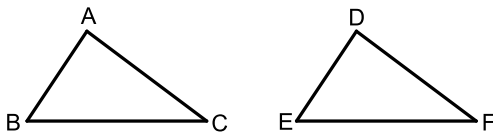
שני משולשים שבהם שוות בהתאמה 3 הצלעות ו-3 הזוויות נקראים משולשים חופפים.

נתונים המשולשים  $\triangle ABC$  ו- $\triangle DEF$ .

סימון:  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

מתקיים:  $AB = DE$ ,  $BC = EF$ ,  $AC = DF$

וכן:  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle B = \angle E$ ,  $\angle C = \angle F$



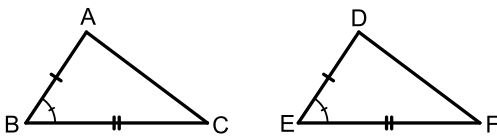
#### משפט חפיפה ראשון (צלע, זווית, צלע):

אם בשני משולשים שוות בהתאמה שתי צלעות והזווית הכלואה ביניהן אז המשולשים חופפים.

מתמטית:

אם:  $AB = DE$ ,  $BC = EF$  ו- $\angle B = \angle E$

אז:  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .



הערה: משפט החפיפה הראשון הוא אקסיומה.

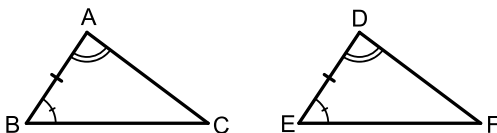
#### משפט חפיפה שני (זווית, צלע, זווית):

אם בשני משולשים שוות בהתאמה צלע ושתי הזוויות שלידה אז המשולשים חופפים.

מתמטית:

אם:  $\angle A = \angle D$ ,  $\angle B = \angle E$  ו- $AB = DE$

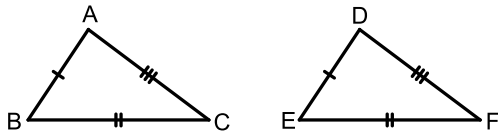
אז:  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .





**משפט חפיפה שלישי (צלע, צלע, צלע):**

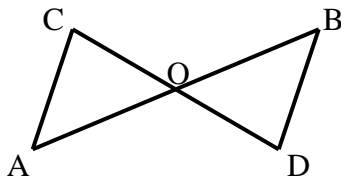
אם בשני משולשים שוות בהתאמה שלוש הצלעות אז המשולשים חופפים מתמטית:



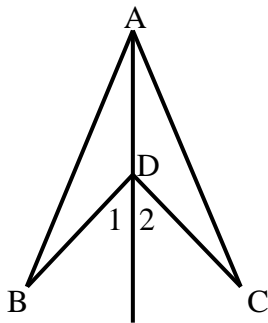
אם:  $AC = DF$  ו-  $AB = DE$ ,  $BC = EF$   
אז:  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

**שאלות:**

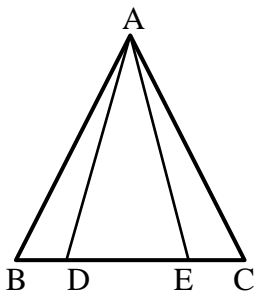
**שאלות העוסקות במשפט חפיפה צלע-זווית-צלע:**



(1) באיור שלפניך הקטעים AB ו-CD חוצים  
זה את זה בנקודה O.  
הוכח:  $\triangle ACO \cong \triangle BDO$ .

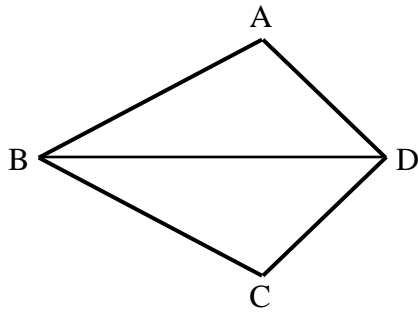


(2) באיור שלפניך נתון:  $BD = CD$ .  
כמו כן:  $\angle D_1 = \angle D_2$ .  
הוכח:  $\triangle ABD \cong \triangle ACD$ .

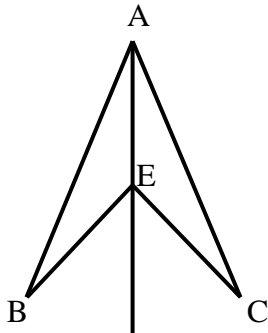


(3) בסרטוט שלפניך נתון:  
 $\angle B = \angle C$ ,  $BE = CD$ .  
הוכח:  $\triangle ABD \cong \triangle ACE$ .

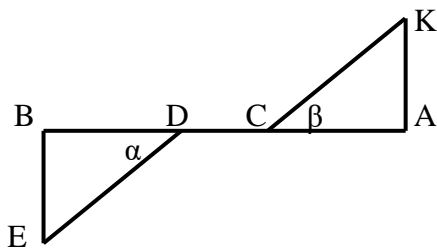
שאלות העוסקות במשפט חפיפה זווית-צלע-זווית:



- (4) במרובע ABCD נתון כי BD חוצה את זוויות B ו-D.  
הוכח:  $\triangle ABD \cong \triangle CBD$ .

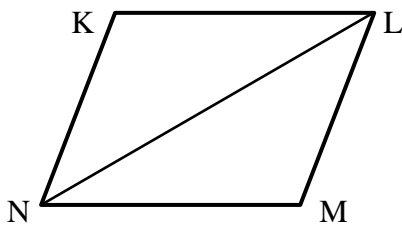


- (5) בסרטוט שלפניך נתון:  
AE חוצה את הזוויות BAC ו-BEC.  
הוכח:  $\triangle ABE \cong \triangle ACE$ .



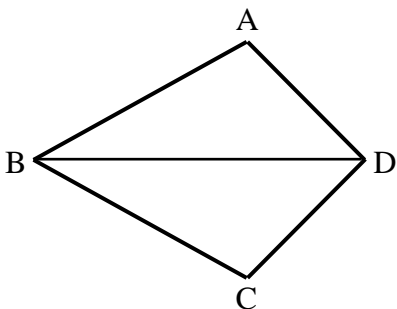
- (6) בציור שלפניך נתון:  
 $AC = BD$ ,  $\alpha = \beta$   
 $AB \perp BE$ ,  $AB \perp AK$   
הוכח:  $\triangle AKC \cong \triangle BED$ .

שאלות העוסקות במשפט חפיפה צלע-צלע-צלע:

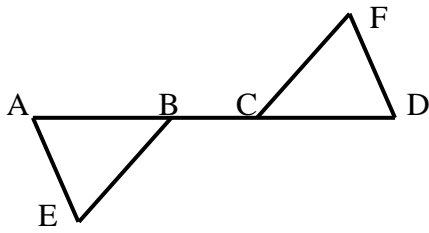


- (7) באיור שלפניך נתון:  
 $KL = MN$ ,  $KN = LM$   
הוכח:  $\triangle KLN \cong \triangle MLN$ .

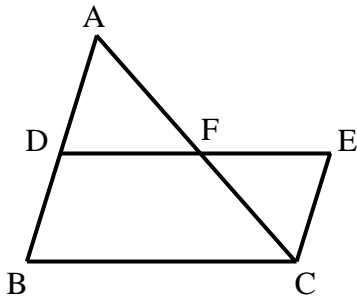
שאלות העוסקות בשלושת משפטי החפיפה יחדיו:



- (8) במרובע ABCD נתון:  
 $AB = BC$ ,  $AD = CD$   
הוכח:  $\angle A = \angle C$ .

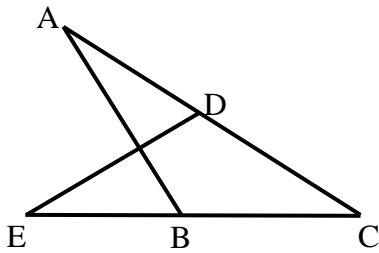


- 9) הקטע AD הוא קו ישר.  
נתון:  $AE = DF$ ,  $AC = BD$ .  
כמו כן מתקיים:  $\angle A = \angle D$ .  
הוכח כי הקטעים BE ו-FC שווים.

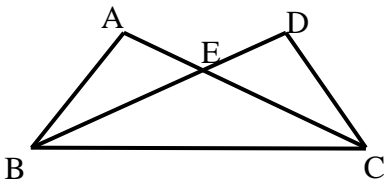


- 10) באיור שלפניך נתון:  
הנקודה F היא אמצע הקטע AC.  
מתקיים:  $\angle BAC = \angle ACE$ .  
הקטעים BD ו-CE שווים.  
הוכח את הטענות הבאות:  
א. F היא אמצע הקטע DE.  
ב. D היא אמצע הקטע AB.

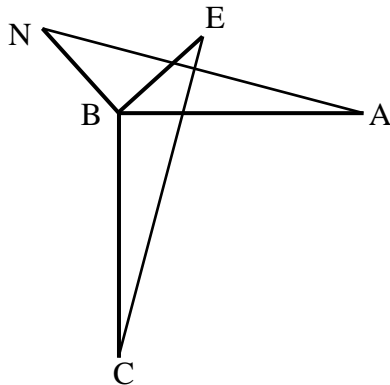
שאלות העוסקות במשולשים המכסים חלקית זה את זה:



- 11) בציור שלפניך נתון:  $AC = CE$ ,  $DC = BC$ .  
הוכח:  
א.  $\triangle CDE \cong \triangle CBA$ .  
ב.  $\angle ADE = \angle ABE$ .

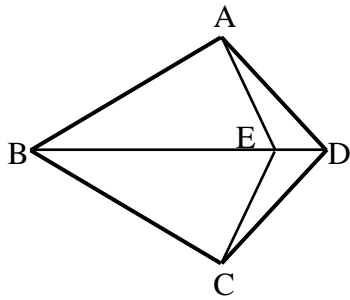


- 12) באיור שלפניך נתון:  
 $\angle DBC = \angle ACB$ ,  $\angle ABC = \angle DCB$ .  
הוכח:  $AB = CD$ .

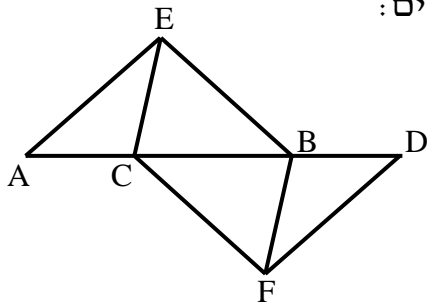


- 13) בציור שלפניך נתון:  
 $AB = BC$ ,  $BE = BN$   
 $AB \perp BC$ ,  $BE \perp BN$ .  
הוכח:  $AN = CE$ .

**שאלות העוסקות בשתי חפיפות:**



- 14) בסרטוט שלפניך נתון כי BD הוא קו ישר.  
מתקיים:  $AD = CD$ ,  $AB = BC$ .  
הנקודה E נמצאת על BD.  
הוכח כי:  $AE = CE$ .



- 15) בציור שלפניך נתון כי AD הוא קו ישר. מתקיים:  
 $\angle AEC = \angle DFB$ ,  $\angle A = \angle D$   
וכן  $AE = DF$ . הוכח:  
א.  $CE = BF$   
ב.  $BE = CF$

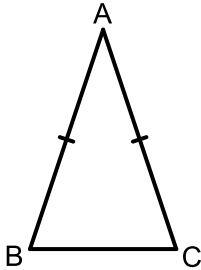
**תשובות סופיות:**

כל השאלות הינן שאלות הוכחה – לפתרון מלא ראה סרטוני הוידאו באתר.

## משפטים במשולש שווה שוקיים ומשולש שווה צלעות:

**סיכום כללי:**

**משולש שווה שוקיים:**



משולש שווה שוקיים הוא משולש ששתיים מצלעותיו שוות.

**משפט עזר:**

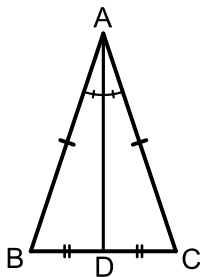
זוויות הבסיס במשולש שווה שוקיים שוות זו לזו.

מתמטית:

אם:  $AB = AC$  אז:  $\angle B = \angle C$ .

**משפט (1):**

במשולש שווה שוקיים חוצה זווית הראש הוא גם תיכון לבסיס וגם גובה לבסיס.



מתמטית:

אם:  $\triangle ABC$  מש"ש שבו  $AB = AC$  וגם  $\angle BAD = \angle CAD$

אז:  $BD = CD$  וגם  $AD \perp BC$ .

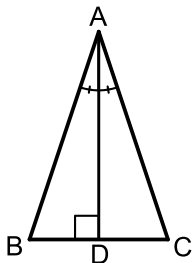
**משפט (2):**

אם במשולש חוצה זווית מתלכד עם הגובה אז המשולש שווה שוקיים.

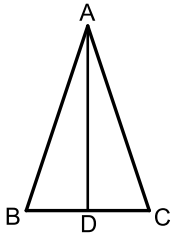
מתמטית:

אם:  $\angle BAD = \angle CAD$  וגם  $AD \perp BC$

אז:  $\triangle ABC$  מש"ש שבו  $AB = AC$ .



**משפט (הכללה):**

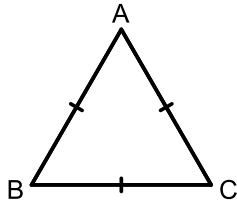


אם קטע במשולש מקיים שניים מתוך שלוש התכונות הבאות:

- חוצה זווית.
- גובה.
- תיכון.

אז הקטע מקיים גם את התכונה השלישית והמשולש הוא שווה שוקיים. הזווית הנחצית היא זווית הראש במשולש והקטע הוא גובה ותיכון לבסיס.

**משולש שווה צלעות:**



משולש שכל צלעותיו שוות הוא משולש שווה צלעות. ניתן להתייחס למשולש שווה צלעות כאל משולש שווה שוקיים שבו כל זוג צלעות הן שוקיים והצלע השלישית היא הבסיס.

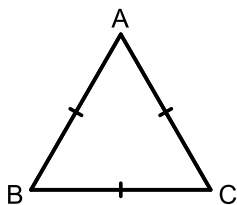
**משפט:**

במשולש שווה צלעות כל הזוויות שוות ל- $60^\circ$ .

מתמטית:

אם:  $AB = BC = AC$

אז:  $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = 60^\circ$ .



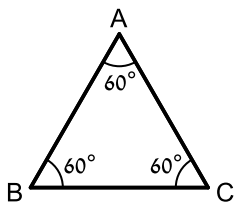
**משפט (הפוך):**

אם במשולש כל הזוויות שוות אז הוא שווה צלעות.

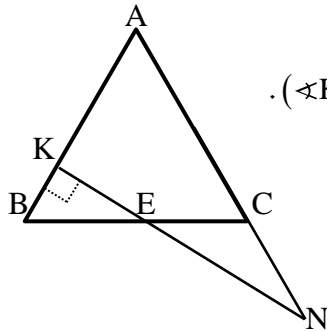
מתמטית:

אם:  $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = 60^\circ$

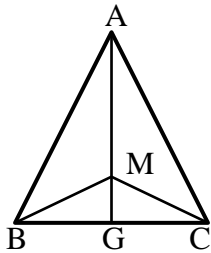
אז:  $AB = BC = AC$ .



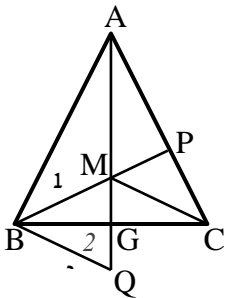
שאלות:



- (1) משולש ABC הוא שווה שוקיים ( $AB = AC$ ).  
 בנקודה K כלשהי על AB מעלים אנך ל-AB ( $\angle K = 90^\circ$ ).  
 אנך זה חותך את BC בנקודה E  
 ואת המשך AC בנקודה N.  
 מתקיים:  $CE = CN$ .  
 חשב את זוויות המשולש ABC.

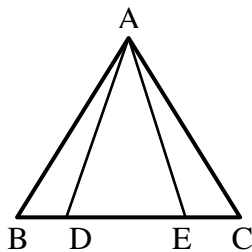


- (2) המשולש ABC שבציור הוא שווה שוקיים ( $AB = AC$ ).  
 AG חוצה את זווית A.  
 M היא נקודה כלשהי על AG.  
 הוכח כי:  $BM = CM$ .

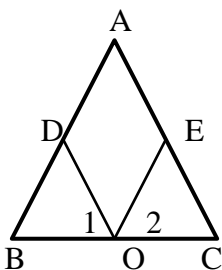


- (3) המשולש ABC שבציור הוא שווה שוקיים ( $AB = AC$ ).  
 AG ו-BP חוצים את הזוויות A ו- $\angle ABC$  בהתאמה.  
 הנקודה Q נמצאת על המשך AG.  
 נתון:  $GM = GQ$ .  
 הוכח:  $\angle B_1 = \angle B_3$ .

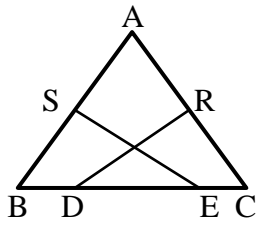
שאלות העוסקות בחפיפות עם משולש שווה שוקיים:



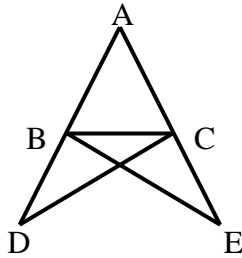
- (4) נתון משולש שווה שוקיים  $\triangle ABC$ , ( $AB = AC$ ).  
 מתקיים:  $BD = CE$ .  
 הוכח:  $AD = AE$ .



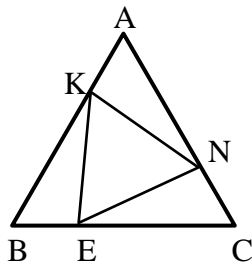
- (5) בסרטוט שלפניך נתון משולש  
 שווה שוקיים  $\triangle ABC$ , ( $AB = AC$ ).  
 הנקודה O היא אמצע BC.  
 מתקיים:  $\angle O_1 = \angle O_2$ .  
 הוכח:  $AD = AE$ .



- (6) במשולש שווה שוקיים  $\triangle ABC$ ,  $(AB = AC)$ , הנקודות S ו-R הן אמצעי השוקיים.  
ידוע כי  $BD = CE$ .  
הוכח כי:  $SE = RD$ .



- (7) נתון משולש  $ABC$ . הקטעים  $AD$  ו- $AE$  ישרים ונתון בנוסף כי:  $BD = CE$ ,  $DC = BE$ .  
הוכח:  $AB = AC$ .



- (8) המשולש  $ABC$  הוא שווה צלעות.  
נתון:  $AK = BE = CN$ .  
הוכח כי  $\triangle KEN$  הוא גם משולש שווה צלעות.

### תשובות סופיות:

- (1)  $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = 60^\circ$
- (2) שאלת הוכחה.
- (3) שאלת הוכחה.
- (4) שאלת הוכחה.
- (5) שאלת הוכחה.
- (6) שאלת הוכחה.
- (7) שאלת הוכחה.
- (8) שאלת הוכחה.

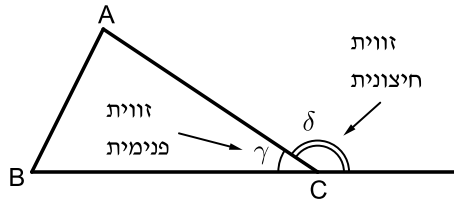


## צלעות וזוויות במשולש:

### סיכום כללי:

#### זווית חיצונית במשולש:

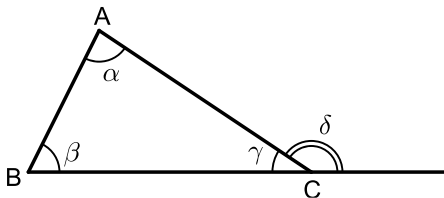
הזווית הצמודה לזווית פנימית במשולש נקראת זווית חיצונית למשולש.



#### משפט (1):

זווית חיצונית למשולש גדולה מכל אחת משתי הזוויות הפנימיות שלא צמודות לה.

מתמטית:



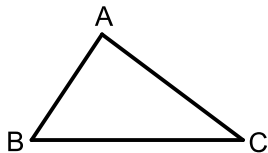
אם: במשולש זוויות פנימיות:  $\alpha, \beta, \gamma$   
ו-  $\delta$  זווית חיצונית ל-  $\gamma$ .

אז:  $\delta > \beta, \delta > \alpha$ .

#### משפט (2):

אם צלע אחת במשולש גדולה מצלע שניה, אז הזווית שמול הצלע הגדולה, גדולה מהזווית שמול הצלע הקטנה.

מתמטית:



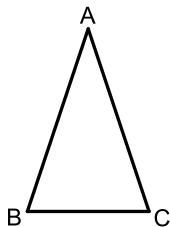
אם:  $AB < AC$ .

אז:  $\angle B < \angle C$ .

#### משפט (3):

מול זוויות שוות במשולש, נמצאות צלעות שוות.

מתמטית:



אם:  $\angle B = \angle C$

אז:  $AB = AC$

#### הערה:

משפט זה הינו המשפט ההפוך למשפט העזר מהנושא הקודם.

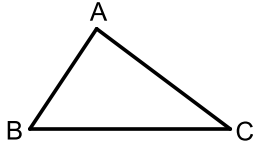
**משפט (4):**

אם זווית אחת במשולש גדולה מזווית שניה, אז הצלע שמול הגדולה, גדולה מהצלע שמול הזווית הקטנה.

מתמטית:

אם:  $\angle C < \angle B$

אז:  $AB < AC$ .

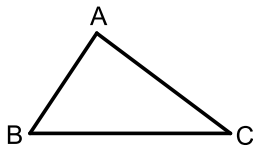


**משפט (5) - סכום שתי צלעות במשולש:**

סכום כל שתי צלעות במשולש גדול מהצלע השלישית.

מתמטית:

תמיד מתקיים:  $BC < AB + AC$  וכן לשאר הצלעות.



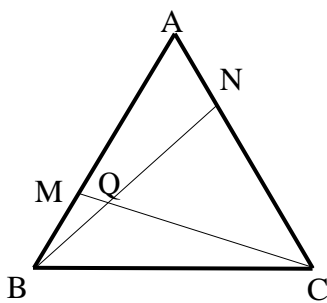
**שאלות:**

(1) הוכח את המשפט: "זווית חיצונית למשולש שווה לסכום שתי הזוויות הפנימיות שאינן צמודות לה.

(2) המשולש ABC שבציור הוא משולש שווה צלעות.

נתון:  $AN = BM$ .

הוכח:  $\angle NQC = 60^\circ$ .



**תשובות סופיות:**

(1) שאלת הוכחה.

(2) שאלת הוכחה.

## משפט חפיפה רביעי:

סיכום כללי:

משפט חפיפה רביעי (צלע, צלע, זווית):

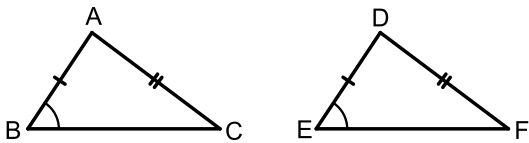
אם בשני משולשים שוות בהתאמה שתי צלעות והזווית שמול הצלע הגדולה מהשתיים אז המשולשים חופפים.

מתמטית:

אם:  $\sphericalangle B = \sphericalangle E$ ,  $AC = DF$ ,  $AB = DE$

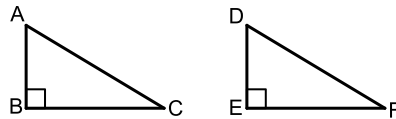
וכן:  $(DF > DE) \Rightarrow AC > AB$

אז:  $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ .

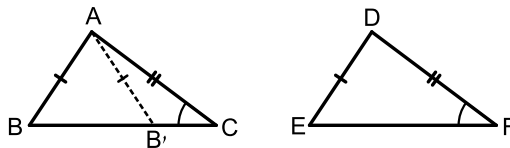


הערות:

(1) שני משולשים ישרי זווית השווים ביתר ובאחד הניצבים - חופפים.



(2) במידה ולא נלקחת הזווית שמול הצלע הגדולה ניתן לקבל אחת משתי אפשרויות הבאות. לכן לא ניתן לדרוש חפיפה במידה והזווית שנבחרת אינה מול הצלע הגדולה.



שאלות:

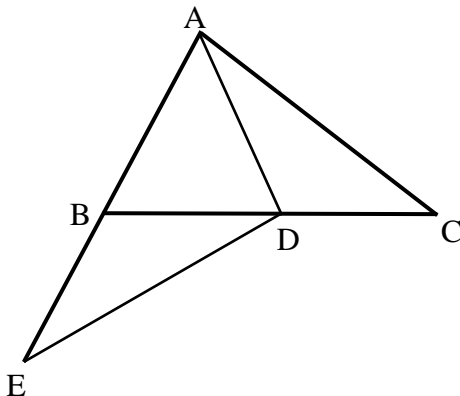
(1) בציור שלפניך נתון:

$AC = DE$ ,  $AB = BE = AD$

הוכח כי הנקודה D היא אמצע BC.

תשובות סופיות:

(1) שאלת הוכחה.



## משולש ישר זווית:

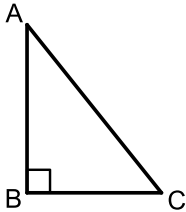
### סיכום כללי:

#### משולש ישר זווית:

משולש שבו זווית ישרה נקרא משולש ישר זווית.

הצלעות המאונכות נקראות **ניצבים**

והצלע שמול הזווית הישרה נקראת **יתר**.



#### הערה:

במשולש ישר זווית, סכום שתי הזוויות החדות שווה ל- $90^\circ$ .

אפשר לסמן את שתי הזוויות בעזרת משתנה יחיד, למשל:  $\alpha$  ו- $90^\circ - \alpha$ .

#### משפט (1):

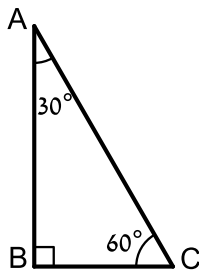
במשולש ישר זווית שזוויותיו החדות הן:  $30^\circ$  ו- $60^\circ$ , הניצב שמול ה- $30^\circ$

שווה למחצית היתר.

מתמטית:

אם:  $\sphericalangle A = 30^\circ$ ,  $\sphericalangle B = 90^\circ$ ,  $\sphericalangle C = 60^\circ$

$$\text{אז: } BC = \frac{1}{2} AC$$



#### משפט (2) - הפוך:

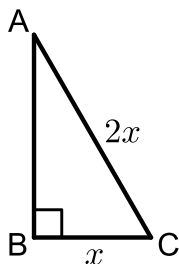
אם במשולש ישר זווית היתר גדול פי 2 מאחד הניצבים,

אז הזווית שמול ניצב זה היא  $30^\circ$ .

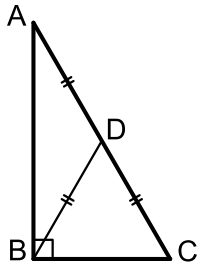
מתמטית:

$$\text{אם: } BC = \frac{1}{2} AC, \sphericalangle B = 90^\circ$$

אז:  $\sphericalangle A = 30^\circ$ .



**משפט (3):**



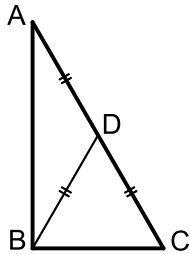
התיכון ליתר במשולש ישר זווית שווה למחצית היתר.

מתמטית:

אם:  $\triangle ABC$  ישר זווית ( $\angle B = 90^\circ$ ),  $BD$  תיכון ל- $AC$ .

אז:  $BD = \frac{1}{2} AC$ .

**משפט (4) - הפוך:**



משולש שבו אחד מהתיכונים שווה למחצית הצלע אותה הוא חוצה,

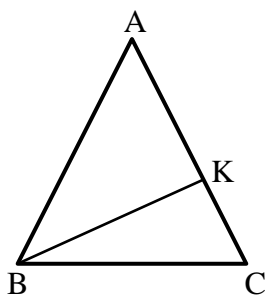
הוא משולש ישר זווית (הזווית שמול הצלע הנ"ל היא  $90^\circ$ ).

מתמטית:

אם:  $BD = \frac{1}{2} AC$ ,  $BD$  תיכון ל- $AC$ .

אז:  $\angle B = 90^\circ$ .

**שאלות:**



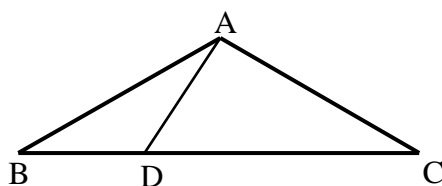
(1) באיור שלפניך נתון משולש שווה

שוקיים  $ABC$  ( $AB = AC$ ).

זווית הבסיס:  $\angle C = 75^\circ$

וכן:  $16$  ס"מ  $AC =$ . מעבירים גובה  $BK$  לשוק  $AC$ .

מצא את אורך הגובה  $BK$ .



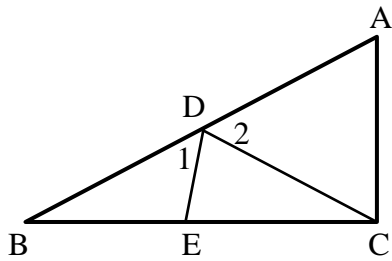
(2) המשולש  $ABC$  שבציור הוא משולש

שווה שוקיים ( $AB = AC$ ).

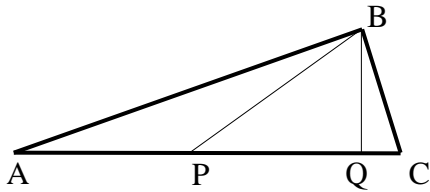
נתון:  $\angle DAC = 90^\circ$ ,  $\angle ABD = 30^\circ$ ,

$18$  ס"מ  $BC =$ .

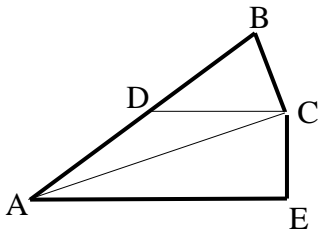
חשב את אורכו של הקטע  $BD$ .



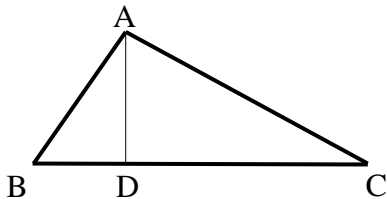
- 3) המשולש  $\triangle ABC$  הוא ישר זווית ( $\sphericalangle C = 90^\circ$ ).  
 מעבירים תיכון  $CD$  ליתר  $AB$  במשולש.  
 הנקודה  $E$  נמצאת על  $BC$  כך ש-  $CD = CE$ .  
 ידוע כי:  $\sphericalangle CED = 80^\circ$ .  
 מצא את הזוויות:  $\sphericalangle D_1$ ,  $\sphericalangle D_2$ .



- 4) המשולש  $ABC$  שבציור הוא משולש ישר זווית ( $\sphericalangle ABC = 90^\circ$ ).  $BQ$  הוא הגובה ליתר  $AC$  ו- $BP$  הוא התיכון ליתר  $AC$ .  
 נתון:  $BQ = \frac{1}{2}BP$ .  
 חשב את גודלה של הזווית  $C$ .



- 5) המשולש  $BCD$  שבציור הוא משולש שווה שוקיים ( $BD = DC$ ).  
 $AC$  חוצה את הזווית  $\sphericalangle BAE$ .  
 נתון:  $DC \parallel AE$ .  
 חשב את גודלה של הזווית  $\sphericalangle ACB$ .



- 6)  $AD$  הוא גובה במשולש  $ABC$ .  
 נתון:  $AB = 15$  ס"מ,  $AC = 20$  ס"מ,  $BC = 25$  ס"מ.  
 א. מצא את אורכו של  $AD$  ואת שטח המשולש  $ABC$ .  
 ב. האם המשולש  $ABC$  ישר זווית? נמק.

### תשובות סופיות:

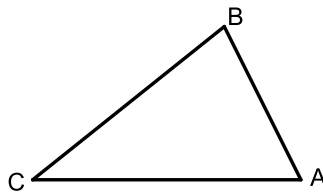
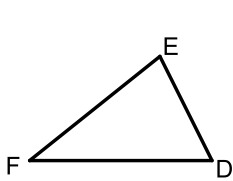
- 1) 8 ס"מ.  
 2) 6 ס"מ.  
 3)  $\sphericalangle D_1 = 60^\circ$ ,  $\sphericalangle D_2 = 40^\circ$ .  
 4)  $75^\circ$ .  
 5)  $90^\circ$ .  
 6) א.  $AD = 12$  ס"מ,  $S_{ABC} = 150$  סמ"ר. ב. כן.

## דמיון משולשים:

**סיכום כללי:**

**הגדרה:**

שני משולשים ייקראו **משולשים דומים** אם שלוש הזוויות שלהם שוות בהתאמה וקיים יחס שווה בין שלושת זוגות הצלעות המתאימות.



$$\triangle ABC \sim \triangle DEF$$



$$\sphericalangle A = \sphericalangle D, \sphericalangle B = \sphericalangle E, \sphericalangle C = \sphericalangle F$$

$$\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = p$$

**דרך ההוכחה של משולשים דומים:**

כדי להוכיח כי שני משולשים הם דומים, נראה כי יש להם שתי זוויות שוות.

מתמטית נכתוב כי אם:  $\sphericalangle A = \sphericalangle D, \sphericalangle B = \sphericalangle E$  אז:  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

וניתן לכתוב:  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = p$

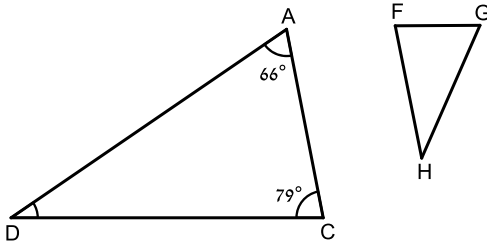
**שטחים של משולשים דומים:**

אם שני משולשים ABC ו-DEF הם דומים:  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$   
אז יחס השטחים שלהם שווה לריבוע יחס הדמיון:

$$\frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \left(\frac{AB}{DE}\right)^2 = \left(\frac{BC}{EF}\right)^2 = \left(\frac{AC}{DF}\right)^2 = p^2$$

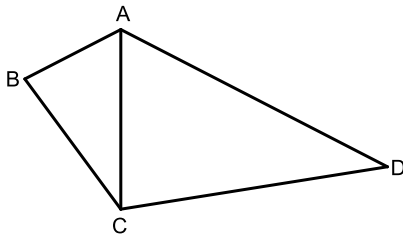
שאלות:

1) בסרטוט שלפניך נתונים שני משולשים דומים:  $\triangle ADC \sim \triangle GHF$ .



- א. מה הוא גודל הזווית  $\angle G$  ?  
 ב. יחס הדמיון בין המשולש ADC לבין המשולש GHF הוא 1:3.  
 נתון:  $DC = 26$  ס"מ,  $AC = 16$  ס"מ,  $GH = 9$  ס"מ.  
 חשב את היקף המשולש GHF.

2) באיור שלפניך המשולשים הדומים הם:  $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ .



- נתון:  $AC = 10$  ס"מ,  $BC = 9$  ס"מ,  $AB = 6$  ס"מ.  
 א. מה הוא יחס הדמיון?  
 ב. מצא את אורכי צלעות המשולש ACD.  
 ג. נתון כי שטח המשולש ABC הוא 18 סמ"ר.  
 מה הוא שטח המרובע ABCD?

3) במשולשים דומים  $\triangle KLM \sim \triangle RST$  נתון:  $RT = 8$  ס"מ,  $KM = 4$  ס"מ. אלו אפשרויות תיתכנה עבור שטחי המשולשים?

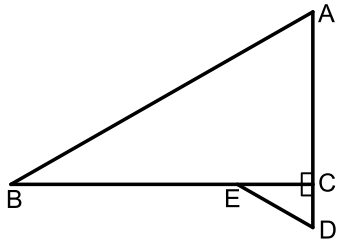
- א.  $S_{RST} = 40$  סמ"ר,  $S_{KLM} = 20$  סמ"ר.  
 ב.  $S_{RST} = 20$  סמ"ר,  $S_{KLM} = 40$  סמ"ר.  
 ג.  $S_{RST} = 80$  סמ"ר,  $S_{KLM} = 20$  סמ"ר.  
 ד.  $S_{RST} = 20$  סמ"ר,  $S_{KLM} = 80$  סמ"ר.  
 ה.  $S_{RST} = 36$  סמ"ר,  $S_{KLM} = 9$  סמ"ר.

4) במשולשים דומים  $\triangle KLM \sim \triangle RST$  נתון:  $RT = 15$  ס"מ,  $KM = 5$  ס"מ,  $KL = 3$  ס"מ. אלו אפשרויות תיתכנה עבור שטחי המשולשים?

- א.  $S_{RST} = 54$  סמ"ר,  $S_{KLM} = 6$  סמ"ר.  
 ב.  $S_{RST} = 9$  סמ"ר,  $S_{KLM} = 81$  סמ"ר.  
 ג.  $S_{RST} = 810$  סמ"ר,  $S_{KLM} = 90$  סמ"ר.  
 ד.  $S_{RST} = 12$  סמ"ר,  $S_{KLM} = 4$  סמ"ר.  
 ה.  $S_{RST} = 36$  סמ"ר,  $S_{KLM} = 4$  סמ"ר.

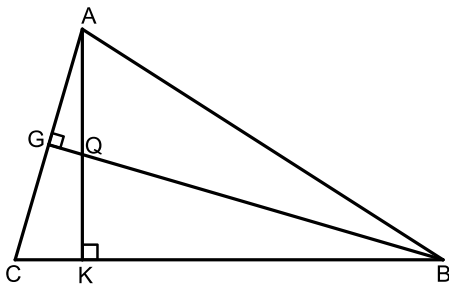


- 5 בסרטוט הבא שני המשולשים דומים:  $\Delta ABC \sim \Delta DEC$ .  
נתון:  $AC = 16$  ס"מ,  $S_{ABC} = 224$  סמ"ר.



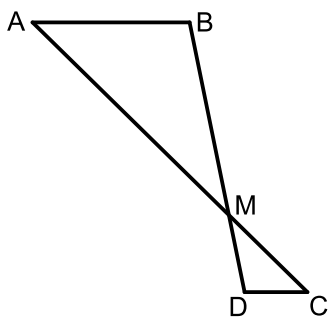
- א. חשב את BC.  
יחס הדמיון הוא 1:4.  
ב. מהו שטח המשולש CDE?  
ג. העבר את הקטע BD וחשב את שטח המשולש ABD.

- 6 במשולש ABC מעבירים את הגבהים AK ו-BG לצלעות BC ו-AC בהתאמה כמתואר באיור. הגבהים נחתכים בנקודה Q.



- א. הסבר מדוע  $\Delta BKQ \sim \Delta AGQ$ .  
ב. נתונים האורכים הבאים:  
 $BK = 72$  ס"מ,  $QK = 21$  ס"מ,  $AQ = 25$  ס"מ.  
מצא את היחס שבין שטח המשולש BKQ לבין שטח המשולש AGQ.  
ג. חשב את שטחו של המשולש AGQ.  
ד. חשב את שטחו והיקפו של המשולש ABK.  
(דייק עד שתי ספרות אחרי הנקודה העשרונית).

- 7 בסרטוט שלפניך נתון:  $AB \parallel CD$ . הישרים AC ו-BD נחתכים בנקודה M.



- א. הסבר מדוע:  $\Delta ABM \sim \Delta CDM$ .  
ב. נתון:  $DM = 5$  ס"מ,  $BM = 12.5$  ס"מ.  
מצא את יחס השטחים:  $\frac{S_{CDM}}{S_{ABM}}$ .  
ג. מה הם אורכי הקטעים AM ו-CM?  
אם ידוע כי:  $AC = 24.5$  ס"מ.  
ד. מעבירים את הקטע AD. האם המשולשים ABD ו-CDM דומים? נמק.

תשובות סופיות:

- (1) א.  $\sphericalangle G = 66^\circ$  ב. 23 ס"מ  $P_{GHF}$ .
- (2) א.  $p = 0.6$  ב. 15 ס"מ  $CD$ , 16.667 ס"מ  $AD$  ג. 50 סמ"ר  $S_{ACD}$ .
- (3) רק אפשרויות: ג', ה'.
- (4) רק אפשרויות: א', ה'.
- (5) א. 28 ס"מ  $BC$  ב. 14 סמ"ר  $S_{DEC}$  ג. 280 סמ"ר  $S_{ABD}$ .
- (6) א. הסבר בסרטון הוידאו. ב. 9 ג. 84 סמ"ר  $S_{AGQ}$ .
- ד. 203.44 ס"מ  $P_{ABK}$ , 1656 סמ"ר  $S_{ABK}$ .
- (7) א. הסבר בסרטון הוידאו. ב.  $\frac{S_{CDM}}{S_{ABM}} = \frac{4}{25} = 0.16$  ג. 17.5 ס"מ  $AM$ , 7 ס"מ  $CM$  ד. לא.