תוכן העניינים:

הנדסת המישור 2
משפחת המרובעים 2
מרובע כללי: 2
סיכום כללי: 2
שאלות: 3
תשובות סופיות: 3
הטרפז: 4
סיכום כללי: 4
שאלות: 5
תשובות סופיות: 13
המקבילית: 14
סיכום כללי: 14
שאלות: 15
תשובות סופיות: 22
המלבן: 24
סיכום כללי: 24
שאלות: 25
תשובות סופיות: 29
הדלתון: 30
סיכום כללי: 30
שאלות: 32
תשובות סופיות: 35
המעוין: 36
סיכום כללי: 36
שאלות: 37
תשובות סופיות: 43
הריבוע: 44
סיכום כללי: 44
שאלות: 46
תשובות סופיות: 51

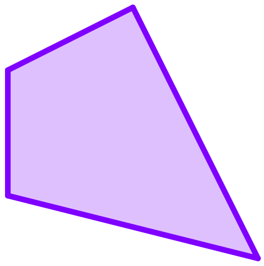
הנדסת המישור

משפחת המרובעים

מרובע כללי:

סיכום כללי:

הגדרות:



מרובע הוא מצולע בעל ארבע צלעות.

- קודקודים:
- קודקודים סמוכים הם קודקודים החולקים צלע משותפת.
- קודקודים שאינם סמוכים הם קודקודים שאינם חולקים צלע משותפת.
- צלעות ואלכסונים:
- צלעות סמוכות הן צלעות בעלות קודקוד משותף.
- צלעות נגדיות הן צלעות שאין להן קודקוד משותף.
- אלכסון במרובע הוא קטע המחבר שני קודקודים שאינם סמוכים.
- זוויות:
- זוויות סמוכות הן זוויות הנשענות על צלע משותפת.
- זוויות נגדיות הן זוויות שאינן נשענות על צלע משותפת.

תכונות המרובע:

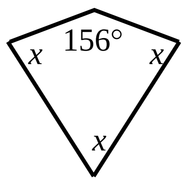
1) סכום כל הזוויות (הפנימיות) של מרובע הוא $360°$.

2) לכל מרובע יש **שני** אלכסונים.

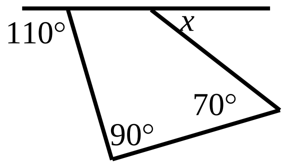
שאלות:

1) בסרטוטים שלפניך מופיעים מרובעים שונים.
חלק מהזוויות מסומנות ב- x.
מצא את x ואת הזוויות של כל מרובע.

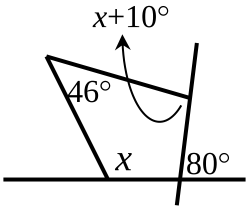
א.



ב.

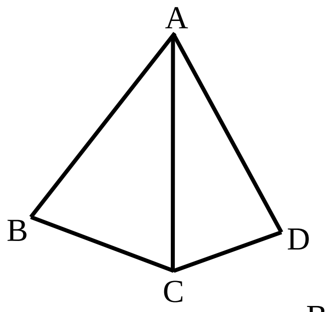


ג.

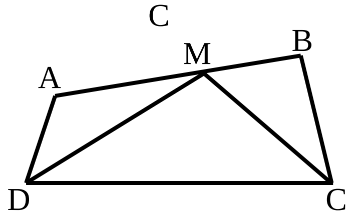


2) מצא את זוויות המרובע בכל אחד מהמקרים הבאים:
כל זווית במרובע (פרט לראשונה) גדולה ב- $10°$ מהזווית הקודמת לה.
זוויות המרובע מתייחסות זו לזו כמו: $1:2:3:4$.

3) המשולשים ABC ו-ACD שבציור הם משולשים שווי שוקיים ($AB = AC = AD$).
נתון: $\angle BAD = 80°$.
חשב את גודלה של הזווית BCD.



4) בסרטוט שלפניך נתון מרובע ABCD.
CM חוצה את זווית C ו-DM חוצה את זווית D.
ידוע כי: $CM = DM$, $\angle A = 130°$, $\angle DMC = 110°$.
מצא את שאר זוויות המרובע ABCD.



תשובות סופיות:

1) א. $x = 68°$. ב. $x = 50°$. ג. $x = 102°$.

2) א. $75°, 85°, 95°, 105°$. ב. $36°, 72°, 108°, 144°$.

3) $140°$.

4) $\angle B = 90°$, $\angle C = \angle D = 70°$.

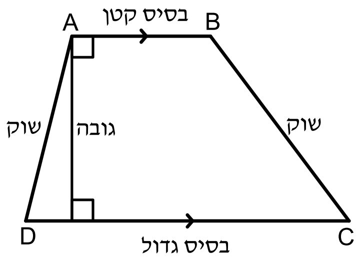
הטרפז:

סיכום כללי:

הגדרות:

מרובע שבו זוג אחד בלבד של צלעות נגדיות מקבילות זו לזו נקרא **טרפז**.

כלומר: $AD \nparallel BC$, $AB \parallel CD$.

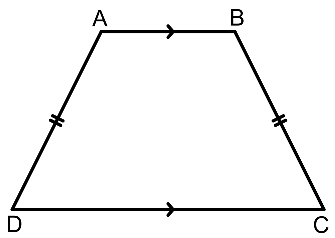


- הצלעות המקבילות נקראות **בסיסי הטרפז**.
- הצלעות שאינן מקבילות נקראות **שוקי הטרפז**.
- הזוויות שליד כל בסיס נקראות **זוויות הבסיס**.
- אנך המחבר את בסיסי הטרפז נקרא **גובה הטרפז**.

תכונות הטרפז:

- סכום שתי הזוויות שליד כל אחד משוקי הטרפז הוא $180°$.
- אלכסוני הטרפז יוצרים שני משולשים דומים עם בסיסי הטרפז.

טרפז שווה שוקיים:



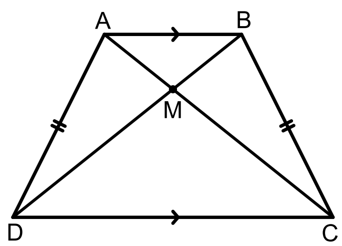
טרפז שווה שוקיים הוא טרפז ששתי שוקיו שוות.

משפטים בטרפז שווה שוקיים:

1) ישר: בטרפז שווה שוקיים הזוויות שליד כל אחד מהבסיסים שוות ביניהן.
הפוך: אם בטרפז, הזוויות שליד אחד הבסיסים שוות זו לזו אז הוא שווה שוקיים.

2) ישר: האלכסונים בטרפז שווה שוקיים שווים זה לזה.
הפוך: אם בטרפז האלכסונים שווים זה לזה אז הוא שווה שוקיים.

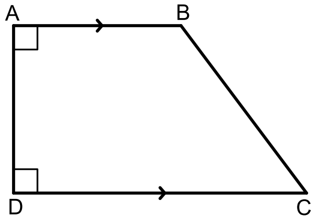
תכונות בטרפז שווה שוקיים:



בטרפז שווה שוקיים נקודת פגישת האלכסונים מחלקת אותם באופן כזה שנוצרים 4 משולשים:

- שני משולשים חופפים.
- שני משולשים שווי שוקיים דומים.

טרפז ישר זווית:



טרפז שבו אחת השוקיים מאונכת לבסיסים נקרא טרפז ישר שווית.

היקף ושטח של טרפז:

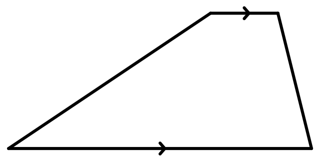
- היקף הטרפז : $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$.
- שטח טרפז שאורכי בסיסיו הם a ו- b וגובהו הוא h יחושב לפי : $S = \frac{(a+b)h}{2}$
  (מחצית ממכפלת סכום הבסיסים בגובה).

שאלות:

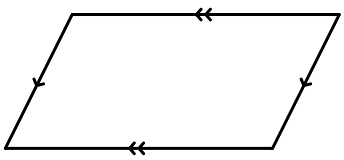
שאלות עם טרפז כללי:

1) לפניך מספר מרובעים. קבע אלו מהם הם טרפזים ונמק.

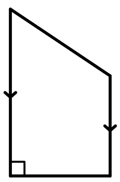
א.



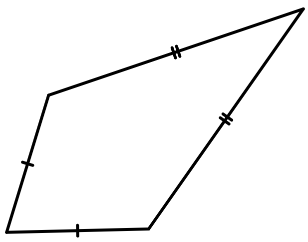
ב.



ג.

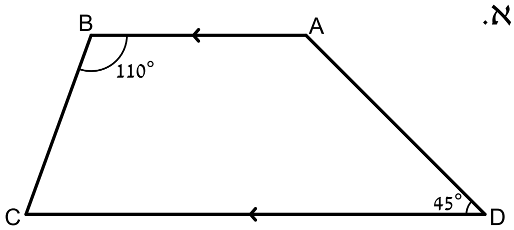


ד.

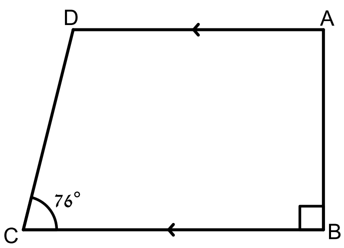


2) חשב את גודלן של הזוויות החסרות בכל טרפז :

א.

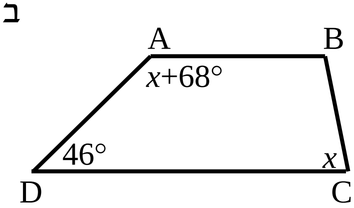


ב.

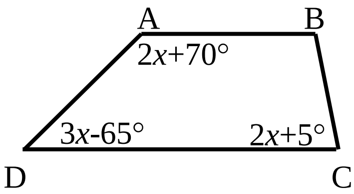


3) בסרטוטים שלפניך נתונים טרפזים כלליים $(AB \parallel CD)$.
מצא את x ואת זוויות הטרפז בכל מקרה.

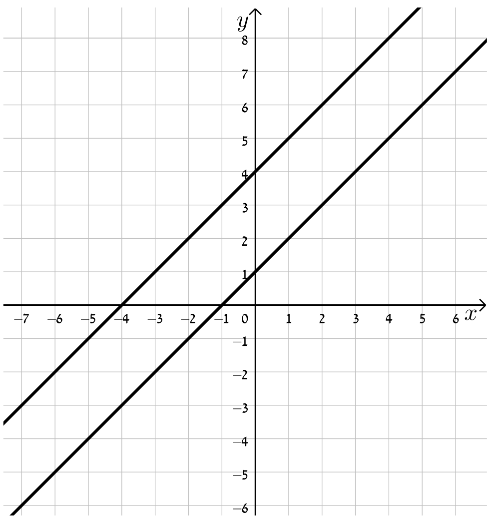
א.

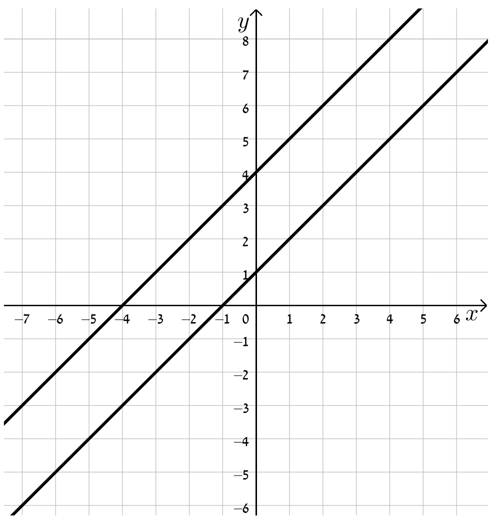


ב.

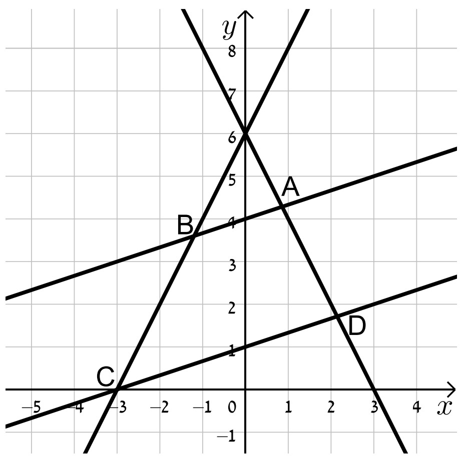


4) לפניך שתי מערכות צירים ובהן מסורטטים הישרים $y=x+1$ ו-$y=x+4$.
א. אלו צלעות של טרפז יכולות להיות מונחות על הישרים הנתונים?
ב. סרטט שני טרפזים שונים כך ששתיים מצלעות הטרפזים מונחות על הישרים הנתונים.
כתוב את משוואות הישרים עליהם מונחות שתי הצלעות האחרות של כל אחד מהטרפזים.





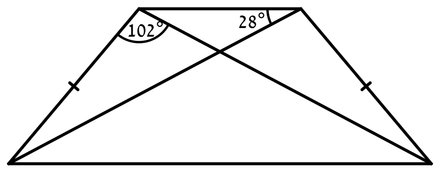
5) לפניך ארבעה ישרים היוצרים מרובע שקודקודיו בנקודות החיתוך ביניהם (הנקודות A, B, C, D).
נמק מדוע המרובע ABCD הוא טרפז.



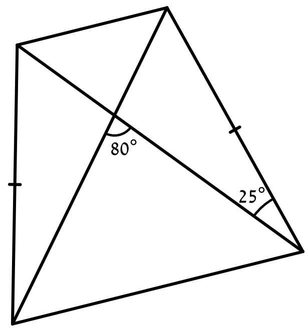
שאלות עם טרפז שווה שוקיים:

6) לפניך טרפזים שווי-שוקיים (השוקיים מסומנות).
חשב את זוויות הטרפזים על פי הנתונים בסרטוטים.

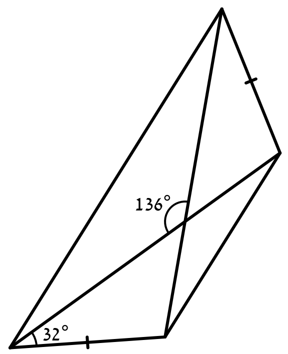
א.



ב.

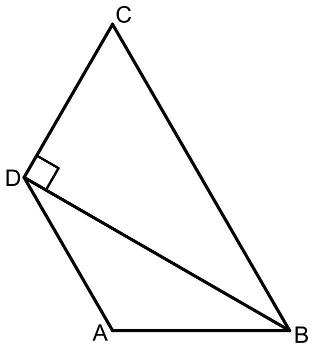


ג.

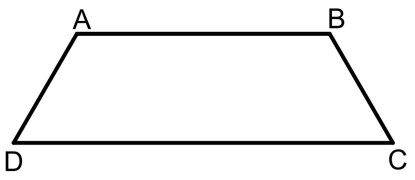


7) בטרפז שווה שוקיים ידוע כי סכום שתי זוויות הבסיס השוות זו לזו הוא 142°.
מה הן זוויות הטרפז?

8) בטרפז שווה-שוקיים ABCD ($AD \parallel BC$, $AB = CD$)
נתון: $BD \perp DC$, $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ADB$.
חשב את גודלן של זוויות הטרפז.



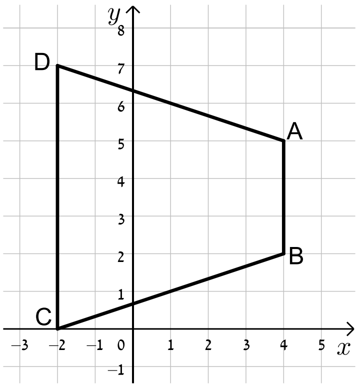
9) המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ($AB \parallel CD$, $AD = BC$).
נתון: $AB = 2AD$, $2DC = 3AB$.
מצא את אורכי צלעות הטרפז
אם ידוע כי היקפו הוא 28 ס"מ.



10) נתונות הנקודות: $A(4,5)$, $B(4,2)$, $C(-2,0)$, $D(-2,7)$.

א. הוכח כי המרובע ABCD הוא טרפז.

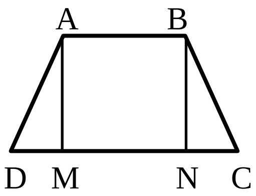
ב. הוכח כי המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.



11) מרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים $(AB \parallel CD \,,\, AD = BC)$.

נתון כי: $AM \perp DC$, $BN \perp DC$.

הוכח כי: $DM = CN$.



12) מרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים $(AB \parallel CD \,,\, AD = BC)$.

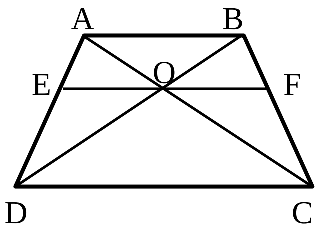
O היא פגישת האלכסונים.

נתון כי: $EF \parallel DC$ כאשר EF עובר דרך O.

הוכח:

א. $\measuredangle BOF = \measuredangle COF$.

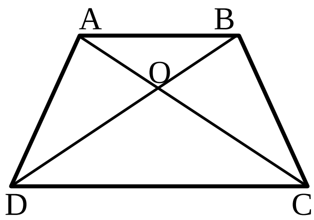
ב. $EO = FO$.



13) במרובע ABCD הנקודה O היא פגישת האלכסונים.

נתון כי: $AO = BO$, $CO = DO$.

הוכח כי מרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים.



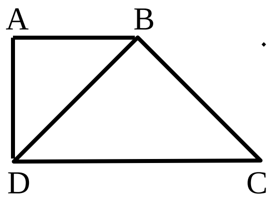
שאלות עם טרפז ישר זווית:

14) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית $(AB \parallel CD \,,\, \measuredangle D = 90^\circ)$.

האלכסון BD חוצה את זווית D

ונתון בנוסף כי: $BD = BC$ וכי: 15 ס"מ = AD.

חשב את אורכי בסיסי הטרפז.



15) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית

$(AB \parallel CD \,,\, AD \perp DC)$.

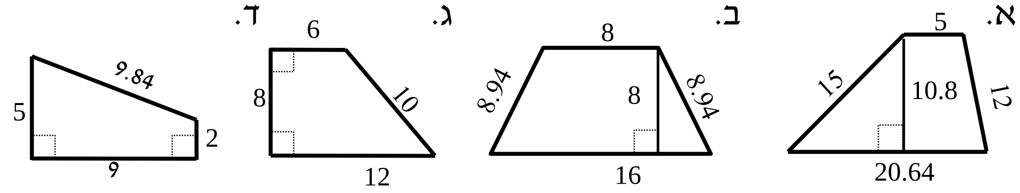
נתון כי: $BD = BC$, $\beta = 2\alpha$ ו- $\measuredangle DOC = 80^\circ$.

חשב את זוויות הטרפז.

שאלות עם שטחים והיקפים של טרפזים:

16) חשב את השטחים וההיקפים של הטרפזים הבאים (כל המידות בס"מ):

א. ב. ג. ד.

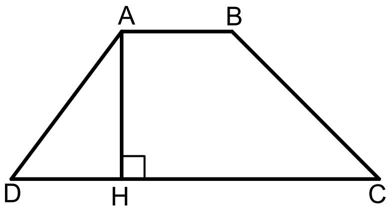


17) חשב את שטח הטרפז ABCD ‏($AB \parallel CD$),
בהתאם לנתונים בכל אחד מהסעיפים הבאים:

א. 5 ס"מ = AB , 8 ס"מ = DC , 7 ס"מ = AH.

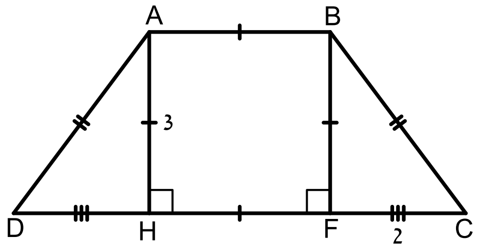
ב. 7 ס"מ = AB, ‏8 ס"מ = DC, ‏5 ס"מ = AH.

ג. 4 ס"מ = AB, ‏20 ס"מ = DC, ‏3.5 ס"מ = AH.

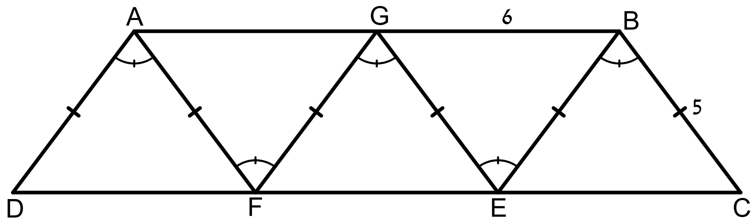


18) הטרפז הבא הוא שווה-שוקיים ($AB \parallel CD$).
חשב את שטחו לפי הנתונים שבסרטוט (כל המידות הן בס"מ).

א.

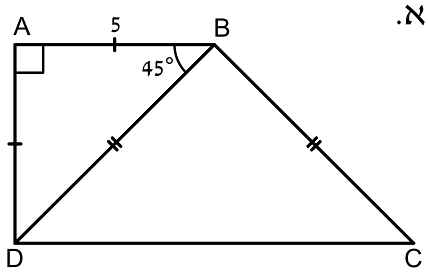


ב.

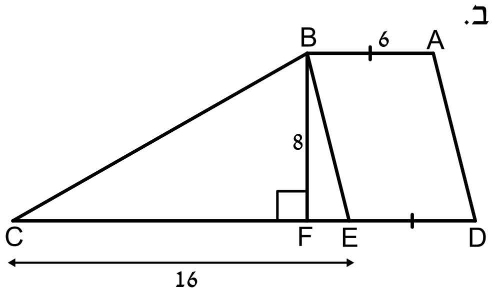


19) חשב את שטחו של כל אחד מהטרפזים הבאים לפי הנתונים שבסרטוט ($AB \parallel CD$).
כל המידות הן בס"מ.

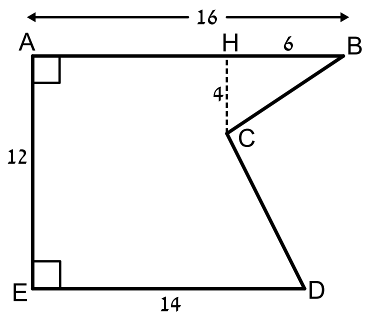
א.



ב.

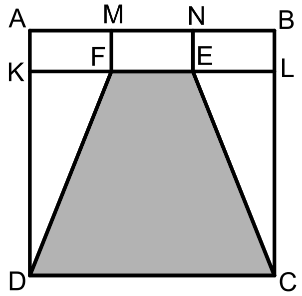


20) חשב את שטחה של הצורה ABCDE
לפי הנתונים שבאיור
(כל המידות הן בס"מ):



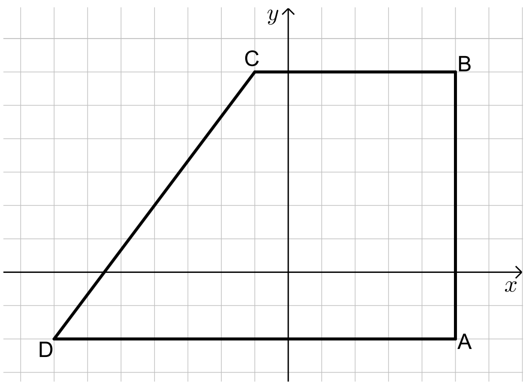
21) בסרטוט שלפניך נתון כי ABCD הוא ריבוע שאורך צלעו 12 ס"מ.
AMFK הוא מלבן במידות: $AK=2$ ס"מ ו-4 $AM=$ ס"מ.
BLEN הוא מלבן במידות: $BL=2$ ס"מ ו-4 $BN=$ ס"מ.

א. הוכח כי המרובע DFEC הוא טרפז שווה שוקיים.
ב. חשב את שטח הטרפז DFEC.
ג. חשב את היקף הטרפז DFEC.

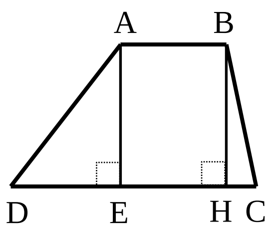


22) נתונות הנקודות: $D(-7,-2)$, $C(-1,6)$, $B(5,6)$, $A(5,-2)$.

א. הוכח כי המרובע ABCD הוא טרפז.
ב. איזה סוג טרפז הוא המרובע ABCD?
ג. חשב את שטח הטרפז ABCD.
ד. חשב את היקף הטרפז ABCD.



23) נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.
מורידים את הגבהים AE ו-BH שאורכם 8 ס"מ.
ידוע כי: $DE=6$ ס"מ, $HC=2$ ס"מ.
שטח הטרפז הוא 88 סמ"ר.
מצא את אורך בסיס הטרפז AB.



24) נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.

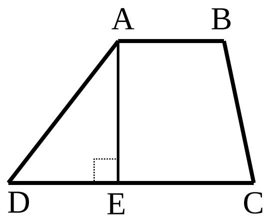
מורידים גובה AE מהקדקוד A.

היקף הטרפז הוא 68 ס"מ ונתון כי:

AD = 18 ס"מ, BC = 16 ס"מ, AB = 12 ס"מ.

א. מצא את אורך הבסיס DC.

ב. מצא את הגובה AE אם ידוע כי שטח הטרפז הוא 255 סמ"ר.



25) נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.

מהקדקוד B מורידים גובה חיצוני לטרפז BE

כאשר E נמצאת על המשך הבסיס DC.

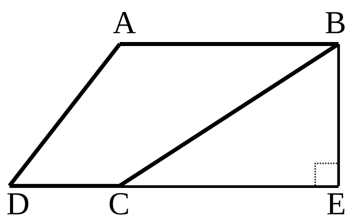
ידוע כי: AB = 20 ס"מ, DC = 8 ס"מ

וכי שטח הטרפז הוא 196 סמ"ר.

א. מצא את הגובה BE.

ב. נתון כי: $\sphericalangle D = 60°$, $\sphericalangle BCD = 130°$.

חשב את זווית $\sphericalangle A$ ואת זוויות המשולש BCE.



26) נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$.

האלכסון AC הוא גובה בטרפז ואורכו 12 ס"מ.

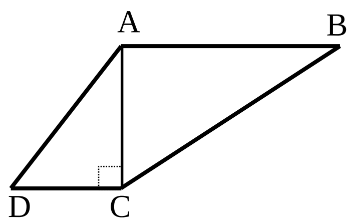
ידוע כי: AB = AD = 13 ס"מ, BC = 17.7 ס"מ.

היקף הטרפז הוא 48.7 ס"מ ו- $\sphericalangle B = 42.71°$.

א. מצא את אורך הבסיס DC.

ב. חשב את שטח הטרפז.

ג. חשב את זווית C.



27) הטרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$ הוא ישר זווית $(\sphericalangle A = 90°)$.

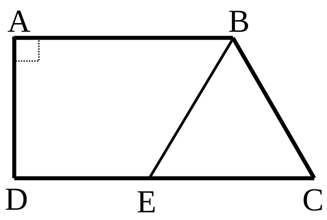
מהנקודה E שעל הבסיס DC מעבירים את הקטע BE

כך שהמשולש BCE הוא שווה צלעות עם BC = 14 ס"מ.

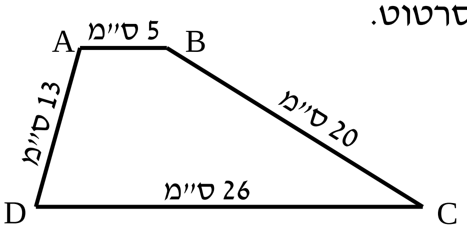
היקף הטרפז ABCD הוא 67 ס"מ ו-AD הוא 10 ס"מ.

א. מהו היקף הטרפז ABED?

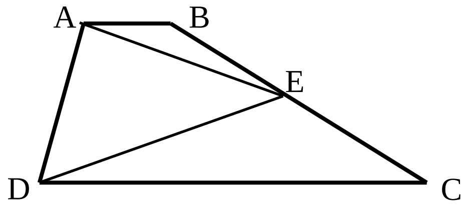
ב. חשב את שטח הטרפז ABED.



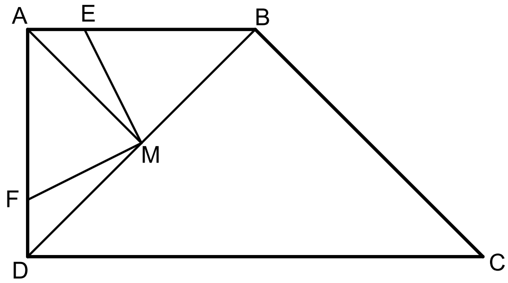
28) נתון טרפז ABCD שאורכי צלעותיו נתונים בסרטוט.
חשב את שטח הטרפז (פתור כתרגיל חישוב).



29) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
הנקודה E היא אמצע השוק BC.
הוכח כי: $S_{ADE} = \frac{1}{2} S_{ABCD}$.



30) המרובע ABCD הוא טרפז ישר זווית $(\sphericalangle A = 90°)$.
הנקודה M נמצאת על אמצע האלכסון BD של הטרפז וממנה מעבירים את הקטעים ME ו-MF השווים זה לזה ומחברים אותה עם הקדקוד A.
נתון כי: $ME \perp MF$ וכי: $\sphericalangle DFM > 90°$.



א. הוכח: $\Delta AMF \cong \Delta BME$.
ב. נתון כי: $AE = FD = 1$, $BC = \sqrt{32}$.
כמו כן: $AM \parallel BC$.
i. מצא את אורך הקטע BE.
ii. חשב את שטח הטרפז ABCD.

תשובות סופיות:

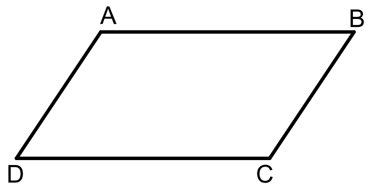
1) טרפזים: א, ג. לא טרפזים: ב, ד.
2) א. $135°$, $70°$ ב. $104°$, $90°$.
3) א. $46°,134°,66°,114°$; $x = 66°$ ב. $40°,140°,75°,105°$; $x = 35°$
4) א. הבסיסים. ב. ראה פתרון בסרטון הוידאו.
5) המרובע הוא טרפז מכיוון שיש זוג צלעות נגדיות מקבילות אחד.
6) א. $130°$, $50°$ ב. $105°$, $75°$ ג. $54°$, $126°$.
7) זוויות הטרפז: $71°$, $109°$.
8) זוויות הטרפז: $60°$, $120°$.
9) אורכי צלעות הטרפז: 8 ס"מ = AB, 4 ס"מ = AD = BC, 12 ס"מ = CD.
10) א. הוכחה. ב. הוכחה.
11) שאלת הוכחה.
12) שאלת הוכחה.
13) שאלת הוכחה.
14) א. 15 ס"מ, 30 ס"מ. ב. שאלת הוכחה.
15) $120°$, $60°$, $90°$, $90°$.
16) א. 52.64 ס"מ = P , 138.456 סמ"ר = S. ב. 41.88 ס"מ = P , 96 סמ"ר = S.
ג. 36 ס"מ = P , 72 סמ"ר = S. ד. 25.48 ס"מ = P , 31.5 סמ"ר = S.
17) א. 40.5 סמ"ר. ב. 37.5 סמ"ר. ג. 42 סמ"ר.
18) א. 15 סמ"ר. ב. 60 סמ"ר.
19) א. 37.5 סמ"ר. ב. 112 סמ"ר.
20) 148 סמ"ר.
21) א. הוכחה. ב. 80 סמ"ר. ג. 37.54 ס"מ.
22) א. הוכחה. ב. ישר זווית. ג. 72 יח"ר ד. 36 יח"א.
23) 7 ס"מ = AB.
24) א. 22 ס"מ = DC. ב. 15 ס"מ = AE.
25) א. 14 ס"מ = BE. ב. $\sphericalangle A = 120°$, $\sphericalangle CBE = 40°$, $\sphericalangle BCE = 50°$, $\sphericalangle E = 90°$.
26) א. 5 ס"מ = DC. ב. 108 סמ"ר = S. ג. $\sphericalangle C = 137.29°$.
27) א. 53 ס"מ = P. ב. 145 סמ"ר = S.
28) 186 סמ"ר.
29) שאלת הוכחה.
30) ב. i. 3 ס"מ. ב. ii. 24 סמ"ר.

המקבילית:

סיכום כללי:

הגדרות:

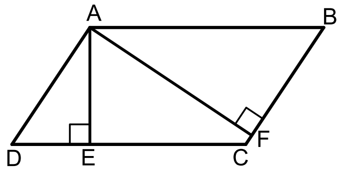
מרובע שבו שתי זוגות של צלעות נגדיות מקבילות זו לזו נקרא **מקבילית**.
כלומר: $AD \parallel BC$, $AB \parallel CD$.



- במקבילית כל זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו.
- במקבילית כל זוג צלעות נגדיות שוות זו לזו.
- במקבילית סכום כל זוג זוויות סמוכות הוא $180°$.
- במקבילית כל זוג זוויות נגדיות שוות זו לזו.
- במקבילית האלכסונים חוצים זה את זה.

היקף ושטח של מקבילית:

- היקף המקבילית: $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 2(AB + BC)$



- שטח מקבילית יחושב ע"י מכפלת צלע בגובה שלה: $S_{ABCD} = a \cdot h_a = b \cdot h_b$

דרכים להוכיח שמרובע הוא מקבילית:

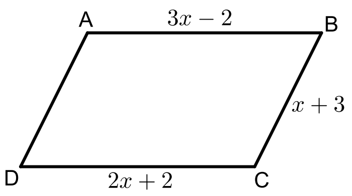
1) אם במרובע יש שני זוגות של צלעות נגדיות מקבילות אז הוא מקבילית.
2) אם במרובע יש שני זוגות של צלעות נגדיות שוות אז הוא מקבילית.
3) אם במרובע יש זוג צלעות נגדיות אשר מקבילות ושוות אז הוא מקבילית.
4) אם במרובע יש שני זוגות של זוויות נגדיות שוות אז הוא מקבילית.
5) אם במרובע כל זוג זוויות סמוכות משלימות ל- $180°$ אז הוא מקבילית.
6) אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה אז הוא מקבילית.

שאלות:

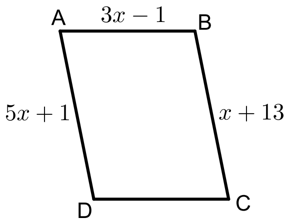
תכונות המקבילית:

1) לפניך מקבילית ABCD.
מצא את x בכל מקרה וחשב את אורכי צלעות המקבילית.
הסבר את חישובך (הגדלים נתונים בס"מ).

א.

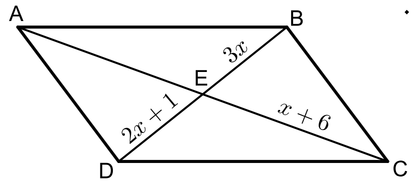


ב.

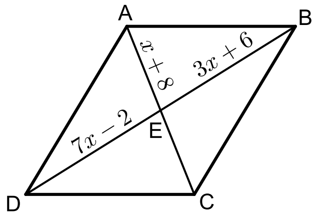


2) לפניך מקבילית ABCD שבה האלכסונים AC ו-BD נפגשים בנקודה E.
מצא את x בכל מקרה וחשב את אורכי אלכסוני המקבילית.
הסבר את חישובך (הגדלים נתונים בס"מ).

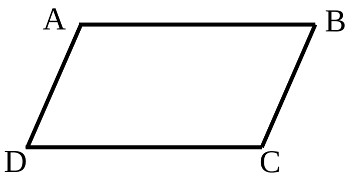
א.



ב.



3) נתונה מקבילית ABCD.
בכל אחד מהסעיפים הבאים הזוויות מיוצגות ע"י תבניות מספר שונות.
מצא את זוויות המקבילית בכל מקרה.

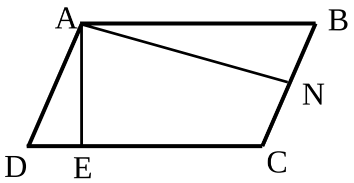


א. $\measuredangle A = x$, $\measuredangle B = x - 70°$.

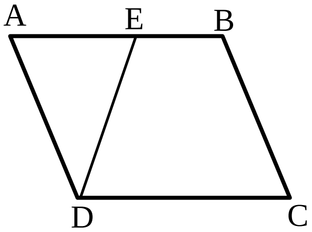
ב. $\measuredangle B = 3x - 130°$, $\measuredangle D = x + 10°$.

ג. $\measuredangle A = x + 20°$, $\measuredangle C = 100° - x$.

4) המרובע ABCD הוא מקבילית
ובו: $AE \perp CD$, $AN \perp BC$.
הוכח כי: $\measuredangle DAE = \measuredangle BAN$.



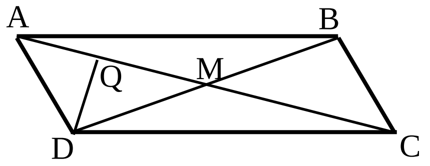
5) במקבילית ABCD הנקודה E נמצאת
על הצלע AB כך שמתקיים: $DE = BC$.
הוכח כי: $\measuredangle EAD = \measuredangle EDC$.



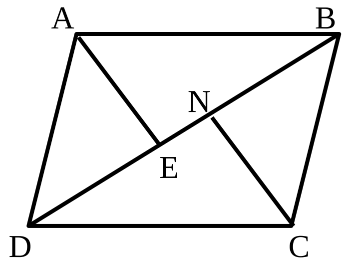
6) נתונה מקבילית ABCD שאלכסוניה נפגשים בנקודה M.

נתון: 20 = AC ס"מ, $BC = \frac{1}{2}BD$ ו- $DQ \perp AC$.

חשב את אורך הקטע AQ.



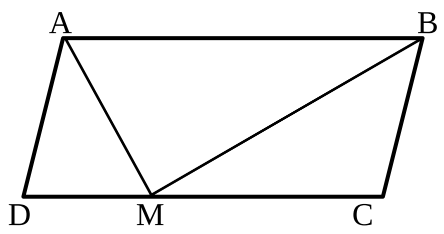
7) הוכח כי במקבילית הקדקודים הנגדיים נמצאים במרחקים שווים מאלכסון המקבילית שאינו עובר דרכם, כלומר הוכח: $AE = CN$.



8) במקבילית ABCD הקטעים AM ו-BM הם חוצי הזוויות של A ו-B בהתאמה אשר נפגשים בנקודה M שעל הצלע DC.

א. הוכח כי: $AB = 2BC$.

ב. הוכח כי המשולש AMB הוא ישר זווית.

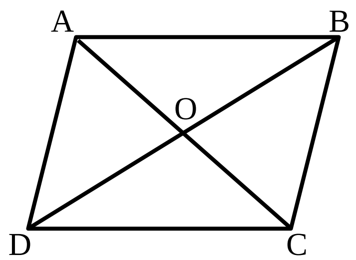


9) המרובע ABCD הוא מקבילית.

O – פגישת האלכסונים.

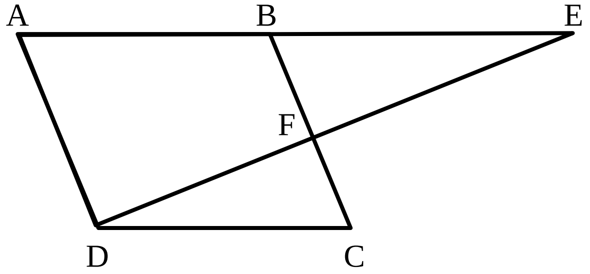
נתון: $AO = x+1$, $BO = x+8$, $DO = 3x-10$.

מצא את אורכי האלכסונים AC ו-BD.



10) נתונה מקבילית ABCD ובה: $\sphericalangle ADC = 120°$, $\sphericalangle BEF = \frac{1}{2}\sphericalangle EAD$.

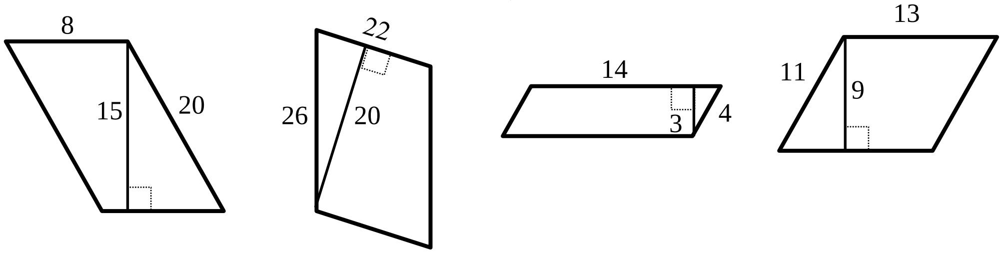
הוכח כי: $BC \perp ED$.



שטח מקבילית:

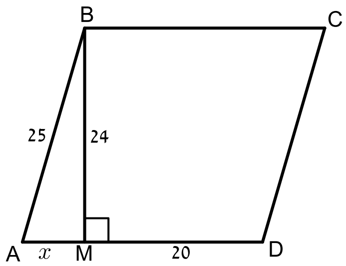
11) חשב את השטחים וההיקפים של המקביליות הבאות (כל המידות בס"מ) :

א. ב. ג. ד.

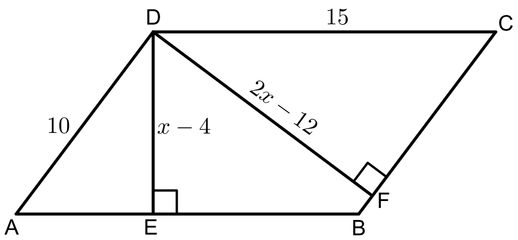


12) מצא את ערכו של x ואת שטח המקבילית לפי הנתונים שבכל אחד מהמקרים הבאים. המידות נתונות בס"מ.

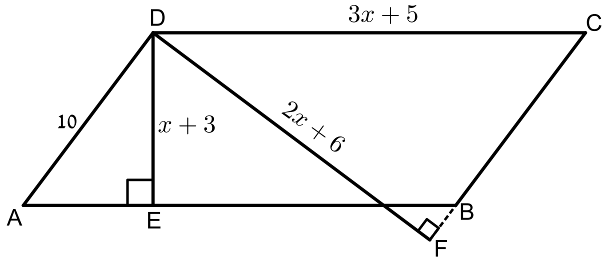
א.



ב.



ג.



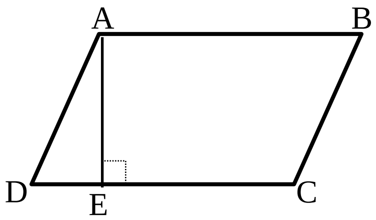
13) נתונה מקבילית ABCD.

מעבירים גובה AE לצלע CD שאורכו הוא 6 ס"מ.

ידוע כי שטח המקבילית הוא 60 סמ"ר.

א. מצא את אורך הצלע AB.

ב. ידוע כי היקף המקבילית הוא 36 ס"מ. מצא את אורך הצלע BC.

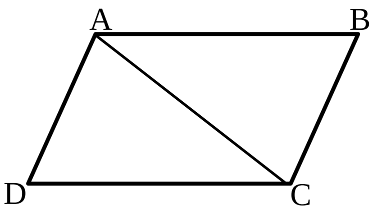


14) נתונה מקבילית ABCD.

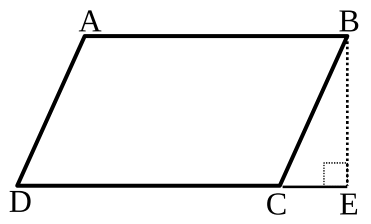
מעבירים את האלכסון AC שאורכו 25 ס"מ.

ידוע כי היקף המשולש ACD הוא 66 ס"מ.

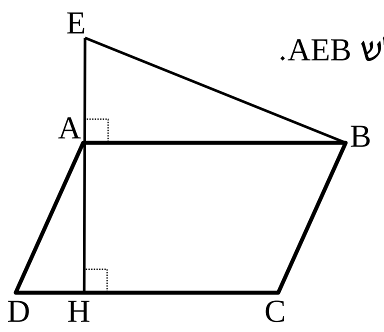
חשב את היקף המקבילית.



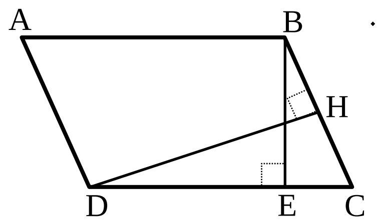
15) נתונה מקבילית ABCD.
מורידים גובה מהקדקוד B לצלע CD כך שנוצר המשולש BCE.
שטח המשולש BCE הוא 24 סמ"ר
ושטח המקבילית ABCD הוא 112 סמ"ר.
נתון: CE = 6 ס"מ.
א. מצא את אורך הגובה BE.
ב. מצא את אורך הצלע AB של המקבילית.



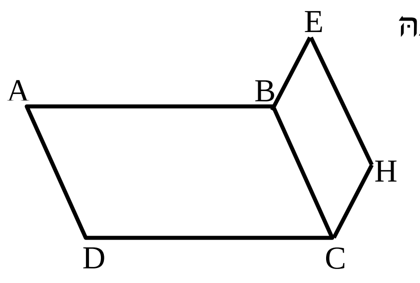
16) נתונה מקבילית ABCD.
מעלים אנך מהקדקוד A עד לנקודה E ויוצרים משולש AEB.
מורידים גובה AH לצלע CD שאורכו 12 ס"מ.
נתון: AE = 8 ס"מ, AD = 13 ס"מ.
שטח כל הצורה AEBCD הוא 256 סמ"ר.
א. מצא את אורך הצלע AB.
ב. חשב את היקף המקבילית ABCD.



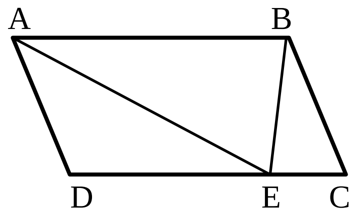
17) במקבילית ABCD מעבירים את הגבהים BE ו-DH לצלעות CD ו-BC בהתאמה.
נתון: BE = 12 ס"מ, BC = 14.4 ס"מ, DH = 15 ס"מ.
א. חשב את שטח המקבילית ABCD.
ב. חשב את אורך הצלע AB.
ג. חשב את היקף המקבילית.



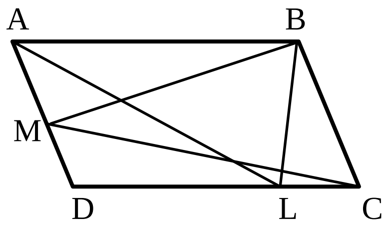
18) נתונה המקבילית ABCD.
על הצלע BC בונים מקבילית נוספת BCHE שהיקפה הוא 44 ס"מ.
ידוע כי היקף הצורה ABEHCD הוא 94 ס"מ.
נתון: BC = 15 ס"מ.
א. חשב את אורך הצלע AB.
ב. חשב את היקף המקבילית ABCD.



19) המרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודה E נמצאת על DC.
הוכח כי: $S_{AEB}=\frac{1}{2}S_{ABCD}$.



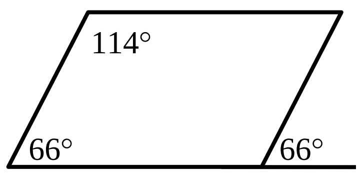
20) המרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודות M ו-L נמצאות על הצלעות
AD ו-DC בהתאמה.
הוכח כי: $S_{BMC} = S_{ALB}$.



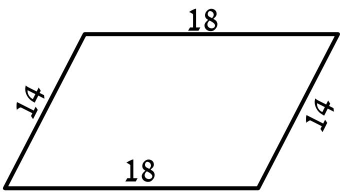
שאלות עם הוכחת מקבילית:

21) בסרטוטים שלפניך מופיעים מרובעים שונים.
קבע אלו מהם הם מקביליות וציין מדוע.

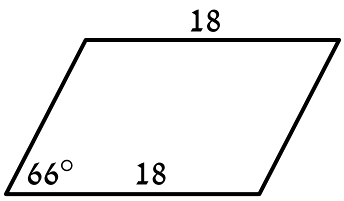
א.



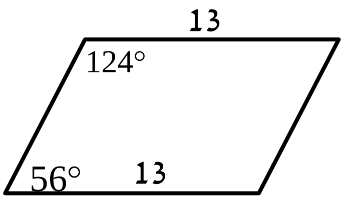
ב.



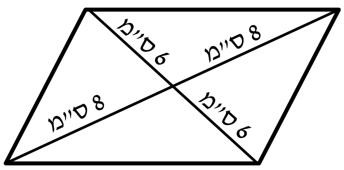
ג.



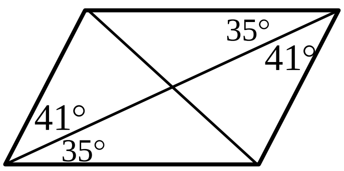
ד.



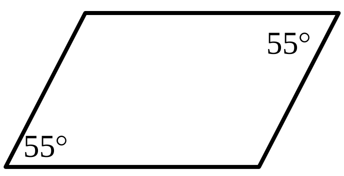
ה.



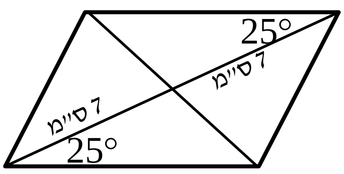
ו.



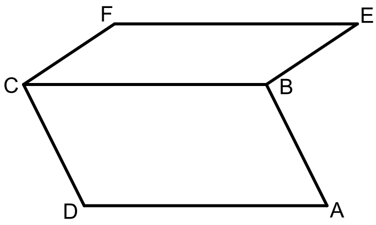
ז.



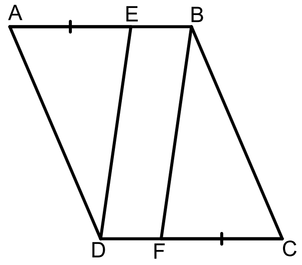
ח.



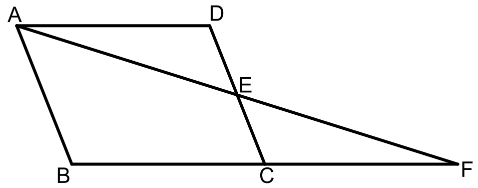
22) המרובעים ABCD ו-BCFE הם מקביליות.
מחברים את הנקודות A ו-E, ואת הנקודות F ו-D.
הוכח כי המרובע AEFD הוא מקבילית.



23) המרובע ABCD הוא מקבילית.
נתון כי AE = FC.
הוכח כי BEDF הוא גם מקבילית.

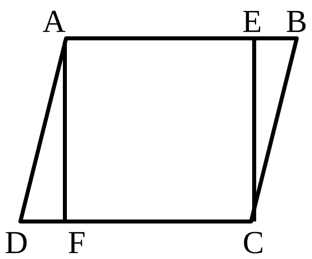


24) בסרטוט שלפניך, נתון מרובע ABCD.
הנקודה E נמצאת באמצע הצלע DC.
המשך הקטע AE פוגש את המשך הצלע BC בנקודה F.
נתון: $\sphericalangle ADC = \sphericalangle DCF$.

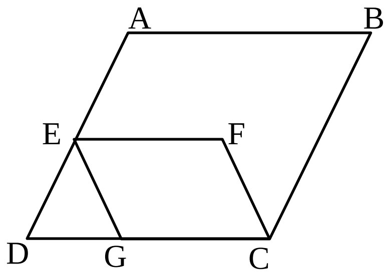


א. הוכח כי: $AD = CF$.
ב. נתון גם כי C היא אמצע BF.
הוכח כי ABCD הוא מקבילית.

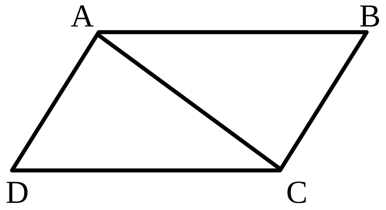
25) במקבילית ABCD הנקודות E ו-F נמצאות
על הצלעות AB ו-CD בהתאמה.
נתון: $\sphericalangle DAF = \sphericalangle BCE$.
הוכח כי המרובע AECF הוא מקבילית.



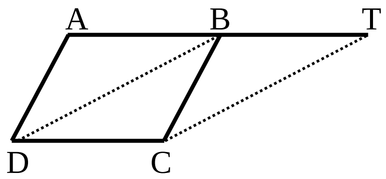
26) במקבילית ABCD הנקודות E ו-G נמצאות על
הצלעות AD ו-DC בהתאמה כך שהמשולש DEG
הוא שווה צלעות. הנקודה F נמצאת בתוך המקבילית
כך שהקטע EF מקביל לצלע AB.
א. הוכח: $\sphericalangle DAB = \sphericalangle EGC$.
ב. נתון: $\sphericalangle GCF = \sphericalangle ABC$.
הוכח כי EFCG מקבילית.



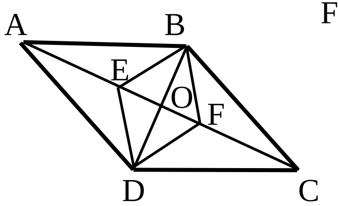
27) במרובע ABCD נתון כי הצלעות AB ו-DC שוות.
כמון כן: $BC \perp AC$, $AD \perp AC$.
הוכח כי המרובע ABCD הוא מקבילית.



28) את הצלע AB במקבילית ABCD האריכו
כאורכה עד לנקודה T.
הוכח: BTCD מקבילית.
הערה: בסרטון השאלה מוצגת ללא הסרטוט הנתון.

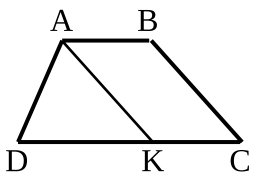


29) הנקודה O היא מפגש אלכסוני המקבילית ABCD. E ו-F
הן נקודות על האלכסון AC.
נתון: $AE = FC$.
הוכח כי EBFD הוא מקבילית.

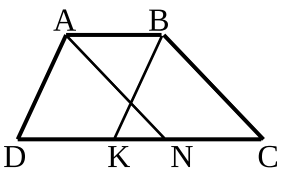


שאלות עם מקבילית וטרפז:

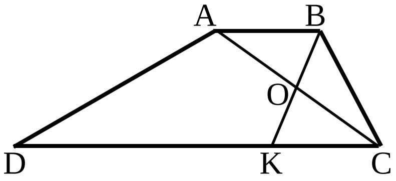
30) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
מעבירים את הקטע AK.
נתון: $AK \parallel BC$, $AK = DK$,
6 ס"מ = AB, 14 ס"מ = DC.
חשב את אורך השוק BC.



31) המרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
נתון כי: $AD \parallel BK$, $AN \parallel BC$.
הוכח כי: $DK = CN$.



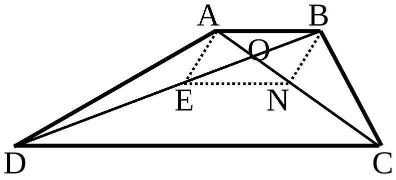
32) המרובע ABCD הוא טרפז. $(AB \parallel CD)$.
מעבירים את האלכסון AC ואת
הקטע BK אשר חוצים זה את זה בנקודה O.
ידוע כי: $\measuredangle C = 60^\circ$, $\measuredangle D = 30^\circ$.



א. חשב את אורך DC, הבסיס הגדול,
אם ידוע כי: AB = 7 ס"מ, BC = 9 ס"מ.

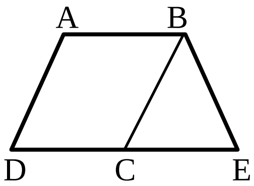
ב. הוכח כי אם $AB = BC$ אז: $DC = 3AB$.

33) מרובע ABCD הוא טרפז $(AB \parallel CD)$.
O - היא נקודת פגישת האלכסונים.
נתון: $AO = NO$, $BO = EO$.
הוכח כי המרובע ENCD הוא טרפז.



34) מרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים $(AB \parallel CD , AD = BC)$.
דרך הנקודה B מעבירים מקביל ל-AC הפוגש
את המשך הבסיס DC בנקודה K.
הוכח כי משולש BDK הוא שווה שוקיים.

35) המרובע ABCD הוא מקבילית.
הקטע DE הוא קו ישר ונתון כי: $\measuredangle A + \measuredangle E = 180^\circ$.
הוכח כי המרובע ABED הוא טרפז שווה שוקיים.



תשובות סופיות:

1) א. $x = 4$, 10 ס"מ = AB = CD, 7 ס"מ = BC = AD.
ב. $x = 3$, 8 ס"מ = AB = CD, 16 ס"מ = BC = AD.

2) א. $x = 1$, 14 ס"מ = AC, 6 ס"מ = BD
ב. $x = 2$, 20 ס"מ = AC, 24 ס"מ = BD.

3) א. 55° , 125° ב. 80° , 100° ג. 60° , 120°.

4) שאלת הוכחה.

5) שאלת הוכחה.

6) 5 ס"מ.

7) שאלת הוכחה.

8) שאלת הוכחה.

9) 20 ס"מ = AC, ‏34 ס"מ = BD.
10) שאלת הוכחה.
11) א. 48 ס"מ = P , ‏117 סמ"ר = S ב. 36 ס"מ = P , ‏42 סמ"ר = S
ג. 96 ס"מ = P , ‏440 סמ"ר = S ד. 56 ס"מ = P , ‏120 סמ"ר = S .
12) א. $x=7$, ‏648 סמ"ר = S_{ABCD} ב. $x=12$, ‏120 סמ"ר = S_{ABCD}
ג. $x=5$, ‏160 סמ"ר = S_{ABCD} .
13) א. 10 ס"מ = AB ב. 8 ס"מ = BC.
14) 82 ס"מ = P .
15) א. 8 ס"מ = BE ב. 14 ס"מ = AB.
16) א. 16 ס"מ = AB ב. 58 ס"מ = P .
17) א. 216 סמ"ר = S ב. 18 ס"מ = AB ג. 64.8 ס"מ = P .
18) א. 25 ס"מ = AB ב. 80 ס"מ = P .
19) שאלת הוכחה.
20) שאלת הוכחה.
21) מקבילית: א', ב', ד', ה', ו', ח' אינן מקביליות: ג', ז'.
22) שאלת הוכחה.
23) שאלת הוכחה.
24) שאלת הוכחה.
25) שאלת הוכחה.
26) שאלת הוכחה.
27) שאלת הוכחה.
28) שאלת הוכחה.
29) שאלת הוכחה.
30) 8 ס"מ = BC.
31) שאלת הוכחה.
32) א. 25 ס"מ = DC. ב. שאלת הוכחה.
33) שאלת הוכחה.
34) שאלת הוכחה.
35) שאלת הוכחה.

המלבן:

סיכום כללי:

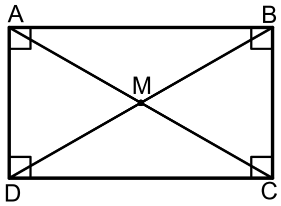
הגדרה:

המלבן הוא מרובע עם 4 זוויות ישרות.

הגדרות באמצעות המקבילית:

- מקבילית ובה זווית אחת ישרה היא מלבן.
- מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.

תכונות המלבן:



- כל זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו: $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$.
- כל זוג צלעות נגדיות שוות זו לזו: $AB = DC$, $AD = BC$.
- כל אחת מזוויות המלבן היא ישרה: $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90^\circ$.
- האלכסונים חוצים זה את זה: $AM = CM$, $BM = DM$.
- האלכסונים שווים זה לזה: $AC = BD$.

היקף ושטח של מלבן:

- היקף מלבן: $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 2(AB + BC)$.
- שטח מלבן יחושב ע"י מכפלת שתי צלעות סמוכות: $S_{ABCD} = AB \cdot BC \quad \Rightarrow \quad S = a \cdot b$.

דרכים להוכיח שמרובע הוא מלבן:

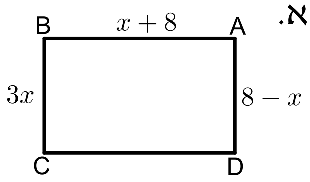
1) אם במרובע יש שלוש זוויות ישרות אז הוא מלבן.
2) אם במקבילית יש זווית ישרה אחת אז היא מלבן.
3) אם במקבילית האלכסונים שווים זה לזה אז היא מלבן.

שאלות:

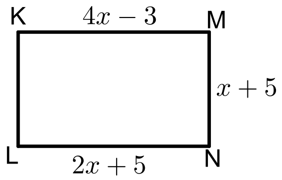
תכונות המלבן ושטח מלבן:

1) חשב את אורכי צלעות המלבנים הבאים (כל הגדלים נתונים בס"מ).

א.



ב.



2) נתון מלבן ABCD שהיקפו הוא 80 ס"מ.
היחס בין אורכי צלעותיו הוא 1:3.
א. חשב את אורכי צלעות המלבן.
ב. חשב את שטח המלבן.

3) שטחו של מלבן ABCD הוא 24 סמ"ר והיקפו הוא 20 ס"מ.
א. מצא את אורכי צלעות המלבן.
ב. מה הוא היחס בין צלעות המלבן?

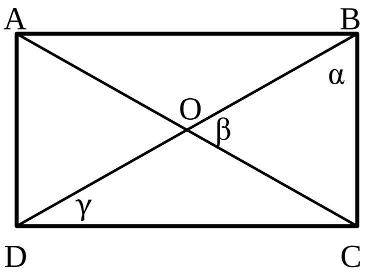
4) מרובע ABCD הוא מלבן.
אורך הצלע AB גדול ב-40% מאורך הצלע BC.
היקף המלבן הוא 24 ס"מ.
חשב את אורכי צלעות המלבן.

5) במלבן ABCD אורכי הצלעות הם: 12 ס"מ = AB, 8 ס"מ = BC.
מצאו את ההיקף של המלבן.

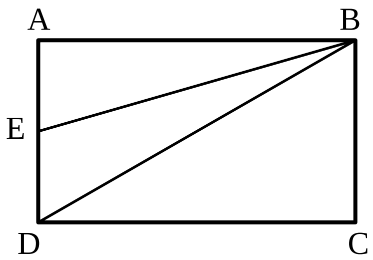
6) במלבן ABCD אורך הצלע AB הוא 10 ס"מ. היקף המלבן הוא 32 ס"מ.
מצאו את שטח המלבן.

7) במלבן ABCD נתון: 11 ס"מ = DC, 9 ס"מ = AD.
מצאו את האורך של האלכסון AC.

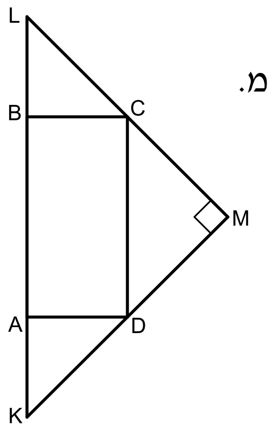
8) המרובע ABCD הוא מלבן. מעבירים את האלכסונים AC ו-BD.
חשב את הזוויות β , α ו- γ במקרים הבאים:
א. β קטנה ב- $15°$ מ- α.
ב. $\alpha = 2\gamma$.
ג. $\gamma = 28°$.



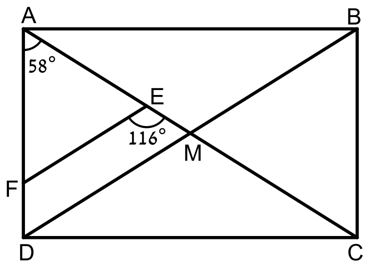
9) במלבן ABCD הנקודה E נמצאת על הצלע AD.
נתון: $BD = 2BC$, $\sphericalangle AEB = 70^\circ$.
חשב את גודלה של הזווית EBD.



10) המשולש KLM הוא שווה שוקיים $(LM = KM)$
וישר זווית $(\sphericalangle M = 90^\circ)$ שבו אורך היתר, KL, הוא 64 ס״מ.
המרובע ABCD הוא מלבן שבו אורך הצלע הארוכה
גדולה פי 2 מאורך הצלע הקצרה.
מצא את אורכי צלעות המלבן.



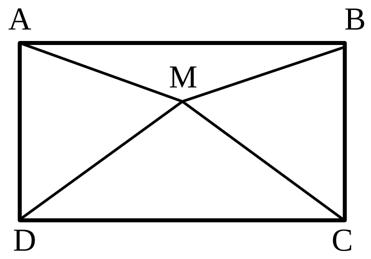
11) המרובע ABCD הוא מלבן.
האלכסונים AC ו-BD נפגשים בנקודה M.
נקודה E נמצאת על האלכסון AC
ונקודה F נמצאת על הצלע AD.
מחברים את הנקודות EF.
נתון: $\sphericalangle FEC = 116^\circ$, $\sphericalangle CAD = 58^\circ$.



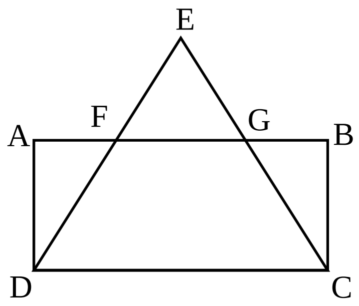
א. הוכח כי $EF \parallel BD$.
ב. הוכח כי משולש AEF הוא שווה שוקיים.
ג. הוכח כי $BD = CE + EF$.

12) לפניך אוסף משפטים.
רשום ״נכון״ או ״לא נכון״ ונמק.
אם רשמת ״נכון״ הוכח את הטענה, ואם רשמת ״לא נכון״ הבא דוגמא נגדית.
א. מרובע שבו שתי זוויות ישרות הוא מלבן.
ב. מקבילית שבה האלכסונים שווים זה לזה היא מלבן.
ג. בכל מלבן האלכסונים הם גם חוצי זוויות.
ד. כל מלבן הוא מקבילית.
ה. כל מקבילית היא מלבן.
ו. אם במרובע האלכסונים חוצים זה את זה אז הוא מלבן או טרפז.

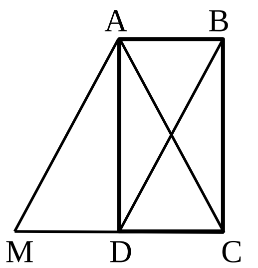
13) נתון מלבן ABCD שבו $DM = MC$.
הוכח: $\sphericalangle MAB = \sphericalangle MBA$.



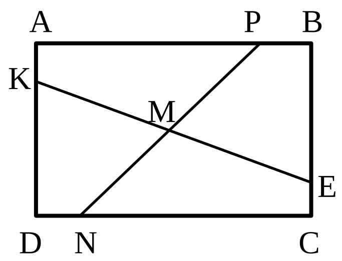
14) המרובע ABCD הוא מלבן.
המשכי הקטעים DF ו-CG נפגשים
בנקודה E.
נתון: $EF = EG$.
הוכח: $FD = GC$.



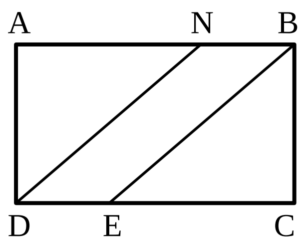
15) המרובע ABCD הוא מלבן.
המרובע ABDM הוא מקבילית.
הוכח כי המשולש ACM הוא שווה שוקיים.



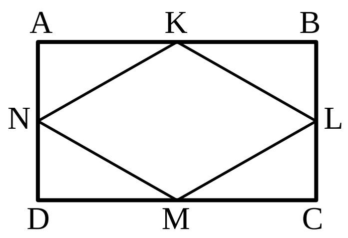
16) מרובע ABCD הוא מלבן.
נתון: $AP = CN$, $AK = CE$.
הוכח: $KM = EM$, $PM = NM$.



17) המרובע ABCD הוא מלבן.
הישרים DN ו-BE מקבילים.
נתון: $AB =$ 32 ס"מ, $DN =$ 30 ס"מ ו-$BN =$ 8 ס"מ.
הוכח כי מרובע NBED הוא מקבילית
וחשב את שטחה.

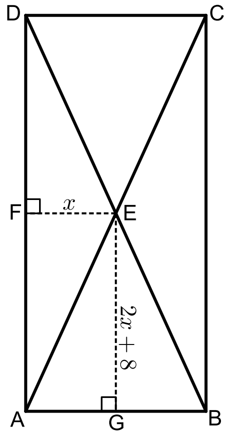


18) הנקודות K, L, M ו-N הן אמצעי
הצלעות AB , BC, CD ו-AD בהתאמה במלבן ABCD.
נתון כי היקף המלבן הוא 120 ס"מ
וכי שטחו הוא 836 סמ"ר.
חשב את שטחו של המרובע KLMN.

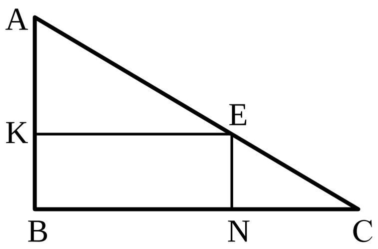


שאלות עם הוכחת מלבן:

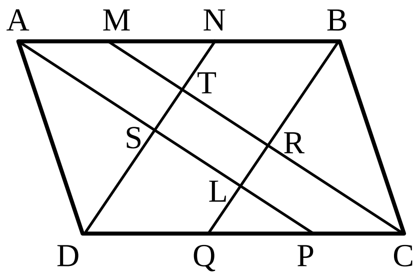
19) מרובע ABCD הוא מלבן שהיקפו הוא 68 ס"מ.
נתון: $EG \perp AB$, $EF \perp AD$.
אורכי הקטעים מסומנים: $EF = x$ ו- $EG = 2x+8$.
א. הוכח כי המרובע AFEG הוא מלבן.
ב. חשב את אורכי צלעות המלבן ABCD.



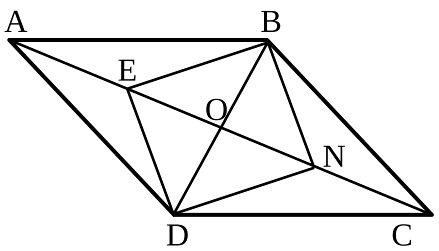
20) ΔABC הוא משולש ישר זווית $(\measuredangle B = 90^\circ)$.
המרובע KENB חסום במשולש זה.
נתון כי: $\measuredangle NEC = \measuredangle A$, $\measuredangle AEK = \measuredangle C$.
הוכח כי המרובע KENB הוא מלבן.



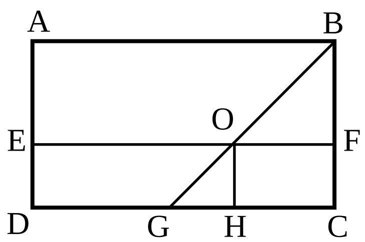
21) נתונה מקבילית ABCD
ובה AP, BQ, CM ו-DN
הם חוצי הזוויות $\measuredangle A$, $\measuredangle B$, $\measuredangle C$ ו- $\measuredangle D$
בהתאמה.
הוכח: TRLS מלבן.

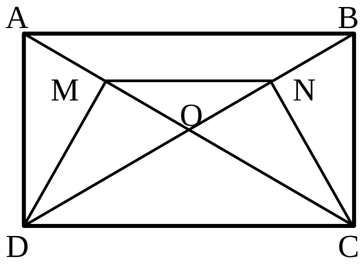


22) מרובע ABCD הוא מקבילית.
מעבירים את האלכסונים AC ו-BD
אשר נחתכים בנקודה O.
נתון: $2BD = AC$.
E – אמצע AO, N – אמצע CO.
הוכח כי המרובע BNDE הוא מלבן.



23) במלבן ABCD נתון:
$\measuredangle ABO = \measuredangle BOF$, $OH \perp DC$.
הוכח: EOHD הוא מלבן.





24) נתון מלבן ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה O.
נתון: MN || DC.
הוכח: DMNC טרפז שווה שוקיים.

תשובות סופיות:

1) א. 10 ס"מ = AB = DC, 6 ס"מ = AD = BC.
ב. 13 ס"מ = KM = LN, 9 ס"מ= KL = MN.

2) א. 10 ס"מ ו-30 ס"מ. ב. 300 סמ"ר.

3) א. 4 ס"מ ו-6 ס"מ. ב. $3:2$.

4) 5 ס"מ ו-7 ס"מ.

5) 40 ס"מ.

6) 60 סמ"ר.

7) 14.21 ס"מ $\approx \sqrt{202}$.

8) א. $\alpha = 55°$, $\beta = 70°$, $\gamma = 35°$ ב. $\alpha = \beta = 60°$, $\gamma = 30°$
ג. $\alpha = 62°$, $\beta = 56°$.

9) $10°$.

10) 16 ס"מ ו-32 ס"מ.

11) שאלת הוכחה.

12) טענות לא נכונות: א', ג', ה', ו'. טענות נכונות: ב', ד'.

13) שאלת הוכחה.

14) שאלת הוכחה.

15) שאלת הוכחה.

16) שאלת הוכחה.

17) 144 סמ"ר.

18) 418 סמ"ר.

19) א. שאלת הוכחה. ב. 6 ס"מ = AB = CD, 28 ס"מ = AD = BC.

20) שאלת הוכחה.

21) שאלת הוכחה.

22) שאלת הוכחה.

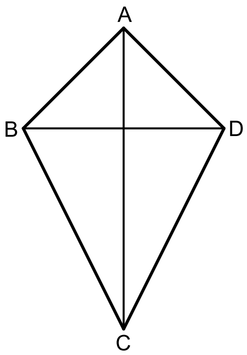
23) שאלת הוכחה.

24) שאלת הוכחה.

הדלתון:

סיכום כללי:

הגדרות:

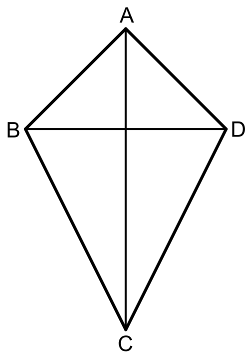


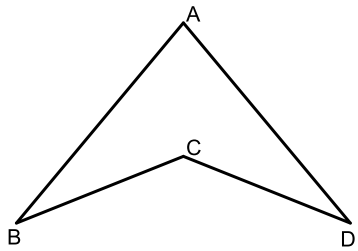
הדלתון הוא מרובע שיש לו שתי צלעות סמוכות שוות ביניהן, ושתי הצלעות האחרות שלו גם הן שוות ביניהן.
כלומר: $AB = AD$, $BC = CD$.

- הנקודות A ו-C נקראות הקודקודים הראשיים.
- הזוויות $\measuredangle A$ ו- $\measuredangle C$ נקראת זוויות הראש.
- הזוויות $\measuredangle B$ ו- $\measuredangle D$ נקראת זוויות הצד.
- AC ו-BD נקראים אלכסוני הדלתון, כאשר:
  - AC נקרא האלכסון הראשי (מחבר את הקודקודים הראשיים).
  - BD נקרא האלכסון המשני (מחבר את הקודקודים האחרים).

סוגי דלתונים:

- דלתון קמור - דלתון שבו האלכסונים עוברים בתוך הדלתון.
- דלתון קעור - דלתון שבו האלכסון הראשי עובר בתוכו אך האלכסון המשני עובר מחוצה לו.

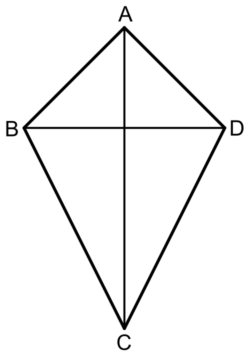




הגדרה (נוספת):

הדלתון הוא מרובע המורכב משני משולשים שווי שוקיים בעלי בסיס משותף.

תכונות הדלתון:



- האלכסון הראשי בדלתון חוצה את זוויות הראש: $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2 \ , \ \sphericalangle C_1 = \sphericalangle C_2$.
- האלכסון הראשי בדלתון חוצה את האלכסון המשני: $BM = DM$.
- האלכסונים בדלתון מאונכים זה לזה: $AC \perp BD$.
- בדלתון, הזוויות שאינן זוויות הראש שוות זו לזו: $\sphericalangle B = \sphericalangle D$.

היקף ושטח של דלתון:

- היקף דלתון: $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 2(AB + BC)$
- שטח הדלתון יחושב ע"י מחצית ממכפלת האלכסונים: $S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2}$.

דרכים להוכיח שמרובע הוא דלתון:

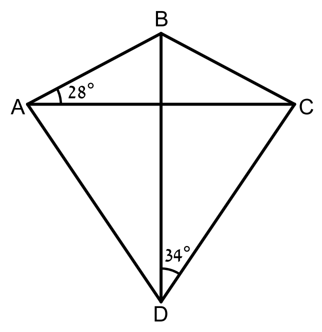
1) אם במרובע זוג צלעות סמוכות שוות ביניהן, ושתי הצלעות האחרות גם שוות ביניהן אז הוא דלתון.
2) אם במרובע האלכסונים מאונכים זה לזה ואלכסון אחד חוצה את השני אז הוא דלתון.
3) אם במרובע אלכסון אחד חוצה את השני והוא גם חוצה זווית אז הוא דלתון.
4) אם במרובע אלכסון אחד חוצה את שתי הזוויות דרכן הוא עובר אז הוא דלתון.
5) אם מרובע מורכב משני משולשים שווי שוקיים בעלי בסיס משותף אז הוא דלתון.

שאלות:

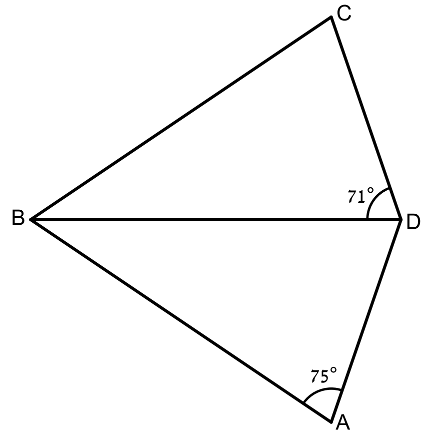
שאלות יסודיות:

1) חשב את זוויות הדלתון לפי הנתונים שבסרטוט בכל מקרה:
(BD הוא האלכסון הראשי).

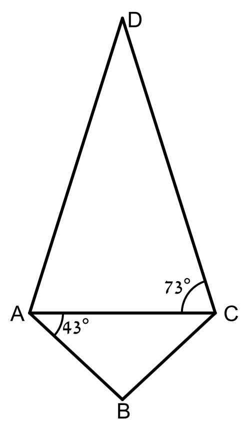
א.



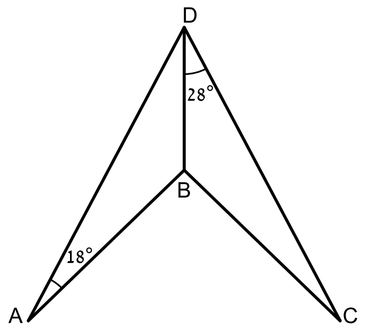
ב.



ג.

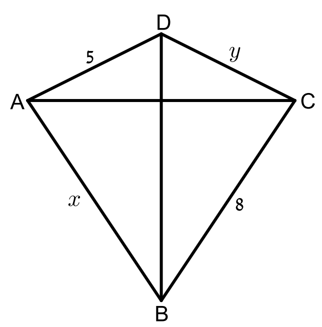


ד.

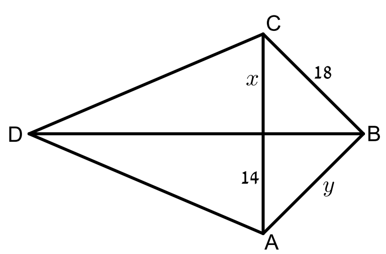


2) מצא את ערכי x, y ו- z בכל אחד מהדלתונים הבאים.
כל המידות נתונות בס"מ ו-BD הוא האלכסון הראשי.

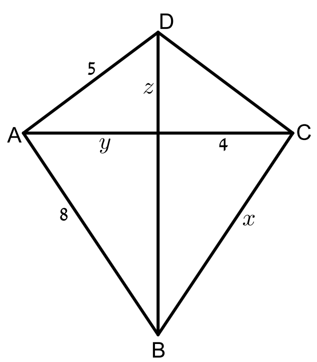
א.



ב.



ג.



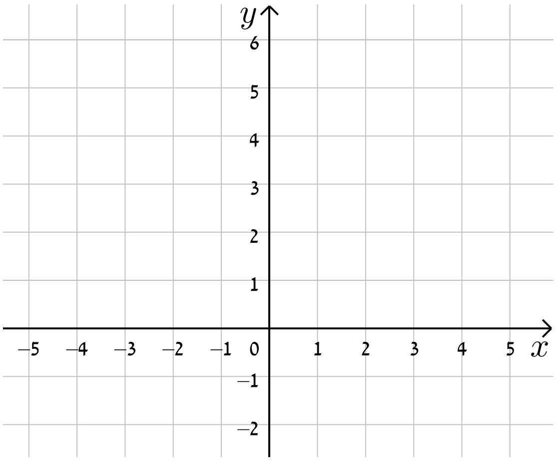
שאלות עם הוכחת דלתון:

3) סרטט במערכת הצירים הבאה את הנקודות:

$A(3,2)$, $B(1,-1)$, $C(-4,2)$, $D(1,5)$

וקבע האם המרובע ABCD הוא דלתון.

נמק באמצעות חישוב מתאים.



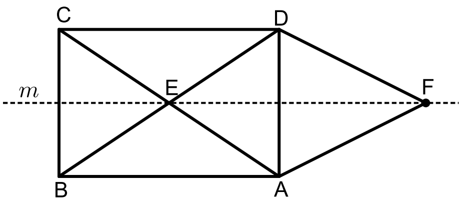
4) קבע, מבלי לסרטט, האם המרובע ABCD

ששיעורי קודקודיו הם: $A(3,4)$, $B(-2,1)$, $C(0,-8)$, $D(6,1)$ הוא דלתון.

נמק באמצעות חישוב מתאים.

5) נתון מלבן ABCD שאלכסוניו נחתכים בנקודה E.

ישר m מקביל לצלעות AB ו-CD של המלבן ועובר דרך נקודת החיתוך של האלכסונים, E. מסמנים נקודה F על הישר m מימין לצלע AD כמתואר באיור:



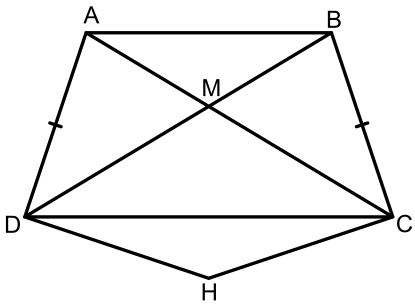
א. הוכח כי $AF = DF$.

ב. הראה כי המרובע AEDF הוא דלתון.

ג. האם המרובע AEDF יהיה דלתון גם אם הנקודה F תהיה משמאל לצלע AD? אם כן נמק מדוע, אם לא, הסבר.

6) המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים $(AB \parallel CD)$ שבו האלכסונים נפגשים בנקודה M.

נקודה H נמצאת מחוץ לטרפז כך שמתקיים: $CH = DH$.



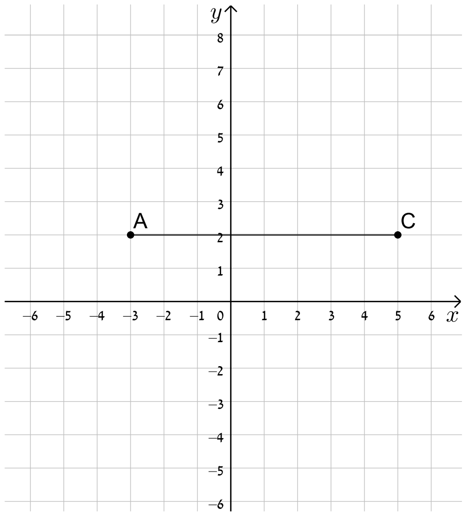
א. קבע האם המרובע DMCH הוא דלתון. נמק.

ב. הוסף נקודה N בתוך הטרפז וקבע איזה מהתנאים הבאים צריך להתקיים על מנת שהמרובע DMCN יהיה דלתון. נמק את בחירתך:

- צריך להתקיים: $CN = CM$.
- צריך להתקיים: $CN = DN$.
- צריך להתקיים: $\sphericalangle DNC = \sphericalangle DMC$.

ג. האם הטרפז ABCD חייב להיות שווה שוקיים על מנת שקביעותיך מהסעיפים הקודמים יתקיימו? אם כן מדוע? אם לא, סרטט דוגמא נגדית ונמק.

7) הנקודות $A(-3,2)$ ו- $C(5,2)$ הן שני קודקודים נגדיים של דלתון.



א. סרטט שני דלתונים שונים במערכת הצירים עבורם הקטע AC הוא אלכסון ראשי. חשב את שטחם של הדלתונים שסרטטת.

ב. סרטט שני דלתונים שונים במערכת הצירים עבורם הקטע AC הוא אלכסון המשני. חשב את שטחם של הדלתונים שסרטטת.

ג. האם קיימת הגבלה למספר הדלתונים השונים שאפשר לסרטט? נמק.

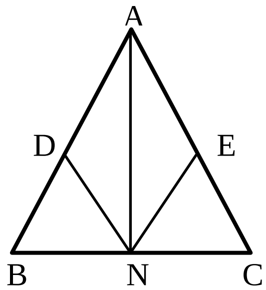
8) במשולש שווה שוקיים ABC $(AB = AC)$

מקצים נקודות D ו-E על השוקיים.

נתון כי: $AD = AE$.

הנקודה N היא אמצע BC.

הוכח כי ADNE הוא דלתון.

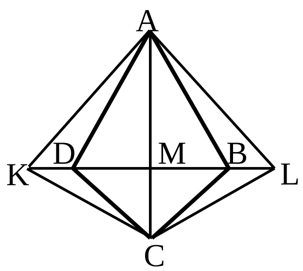


9) בדלתון ABCD האריכו את האלכסון המשני

משני צדיו כמתואר בשרטוט כך

שמתקיים: $KD = BL$.

הוכח: המרובע ALCK הוא דלתון.



תשובות סופיות:

1) א. $\sphericalangle A = 84^\circ$, $\sphericalangle B = 124^\circ$, $\sphericalangle C = 84^\circ$, $\sphericalangle D = 68^\circ$

ב. $\sphericalangle A = 75^\circ$, $\sphericalangle B = 68^\circ$, $\sphericalangle C = 75^\circ$, $\sphericalangle D = 142^\circ$

ג. $\sphericalangle A = 116^\circ$, $\sphericalangle B = 94^\circ$, $\sphericalangle 116^\circ$, $\sphericalangle D = 34^\circ$

ד. $\sphericalangle A = 18^\circ$, $\sphericalangle B = 268^\circ$, $\sphericalangle 18^\circ$, $\sphericalangle D = 56^\circ$.

2) א. $x = 8$, $y = 5$ ב. $x = 14$, $y = 18$ ג. $x = 8$, $y = 4$, $z = 3$.

3) המרובע הוא דלתון.

4) המרובע אינו דלתון.

5) שאלת הוכחה.

6) שאלת הוכחה.

7) ראה איורים בסרטון הוידאו.

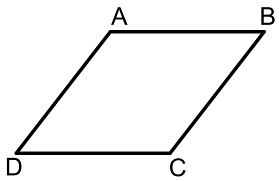
8) שאלת הוכחה.

9) שאלת הוכחה.

המעוין:

סיכום כללי:

הגדרה:

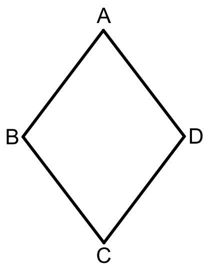


מרובע שכל צלעותיו שוות הוא מעוין.

הגדרות באמצעות מקבילית:

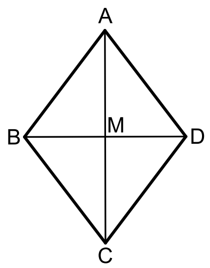
- מקבילית עם שתי צלעות סמוכות שוות היא מעוין.
- מקבילית שבה האלכסונים מאונכים זה לזה היא מעוין.
- מקבילית שבה אלכסון הוא גם חוצה זווית היא מעוין.

המעוין והדלתון:



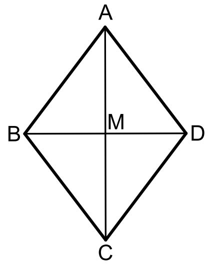
ניתן לראות במעוין כ-'דלתון מיוחד' שבו שני המשולשים שווי השוקיים המרכיבים אותו הם חופפים.

תכונות המעוין:

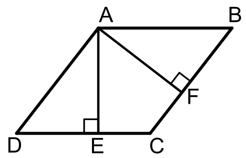


- כל זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו: $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$.
- כל הצלעות שוות זו לזו: $AB = BC = CD = AD$.
- כל זוג זוויות נגדיות שוות זו לזו: $\sphericalangle A = \sphericalangle C$, $\sphericalangle B = \sphericalangle D$.
- כל זוג זוויות סמוכות משלימות ל- $180°$.
- האלכסונים חוצים זה את זה: $AM = CM$, $BM = DM$.
- האלכסונים מאונכים זה לזה: $AC \perp BD$.
- האלכסונים הם חוצי זוויות: $\sphericalangle A_1 = \sphericalangle A_2$, $\sphericalangle B_1 = \sphericalangle B_2$, $\sphericalangle C_1 = \sphericalangle C_2$, $\sphericalangle D_1 = \sphericalangle D_2$.

היקף ושטח של מעוין:



- היקף מעוין: $P_{ABCD}=AB+BC+CD+AD=4AB$.
- שטח מעוין - ניתן לחשב שטח מעוין בשתי דרכים:
  - מחצית ממכפלת האלכסונים: $S_{ABCD}=\dfrac{AC\cdot BD}{2}$.
  - מכפלת צלע בגובה שלה: $S_{ABCD}=DC\cdot AE=BC\cdot AF$.



דרכים להוכיח שמרובע הוא מעוין:

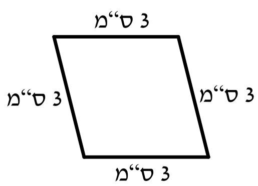
1) אם במרובע כל הצלעות שוות אז הוא מעוין.
2) אם במקבילית שתי צלעות סמוכות שוות אז היא מעוין.
3) אם במקבילית האלכסונים מאונכים זה לזה אז היא מעוין.
4) אם במקבילית אלכסון הוא גם חוצה זווית אז היא מעוין.
5) אם בדלתון המשולשים שווי השוקיים המרכיבים אותו חופפים אז הוא מעוין.

שאלות:

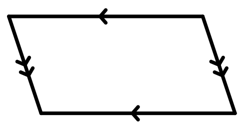
תכונות המעוין ושטח מעוין:

1) קבע על סמך הנתונים שבכל איור איזה מרובע הוא בוודאות מעוין. נמק.

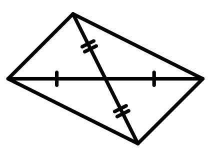
א.



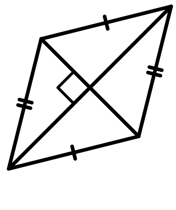
ב.



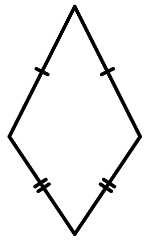
ג.



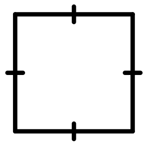
ד.



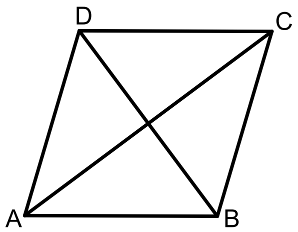
ה.



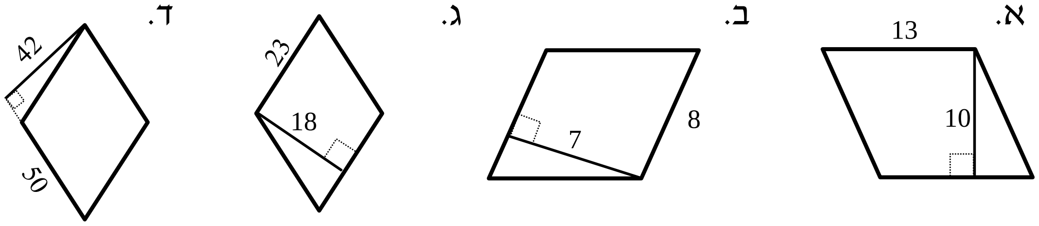
ו.



2) המרובע ABCD הוא מעוין.
היקף המשולש BCD קטן ב-2 ס"מ מהיקף המשולש ABC.
ידוע שסכום אורכי האלכסונים הוא 14 ס"מ.
חשב את אורכי האלכסונים AC ו-BD.



3) חשב את השטחים וההיקפים של המעוינים הבאים (כל המידות בס"מ) :



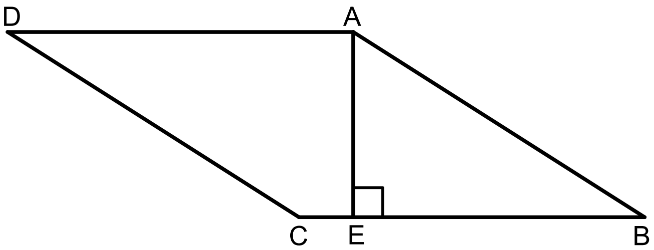
4) במעוין ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה O.
נתון : 3 ס"מ = AO, 4 ס"מ = BO. מצא את אורך צלע המעוין.

5) במעוין ABCD האלכסונים נפגשים בנקודה O.
נתון : 12 ס"מ = AB, 8 ס"מ = BO. מצא את AO.

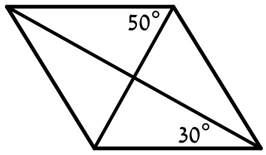
6) במעוין ABCD האלכסון AC שווה באורכו לצלע המעוין.
נתון : 20 ס"מ = AB.
א. חשב את אורך האלכסון BD.
ב. חשב את שטח המעוין.

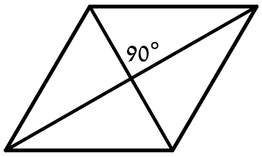
7) נתון מעוין ABCD. אורך האלכסון הקצר הוא 7 ס"מ ושטח המעוין הוא 35 סמ"ר.
חשב את היקף המעוין.

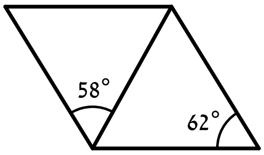
8) המרובע ABCD הוא מעוין.
נתון : $AE \perp BC$.
היקף המעוין הוא 100 ס"מ
ושטח המעוין הוא 336 סמ"ר.
א. חשב את אורך DC.
ב. חשב את אורך AE.
ג. חשב את אורך CE.

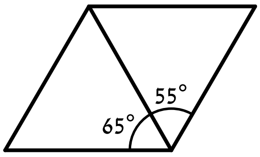


9) המרובעים שבכל סרטוט הם מקבילית. קבע אלו מקביליות הן מעוינים.
נמק כל סעיף.

א.


ב.


ג.


ד.


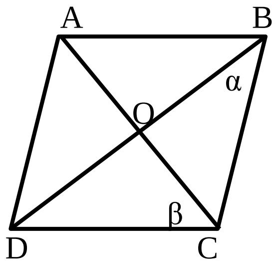
10) המרובע ABCD הוא מעוין.
חשב בכל אחד מהמקרים הבאים את α ו- β.

א. $\measuredangle A = 138^\circ$.

ב. $\beta = 3.5\alpha$.

ג. $\beta = \alpha + 20^\circ$.

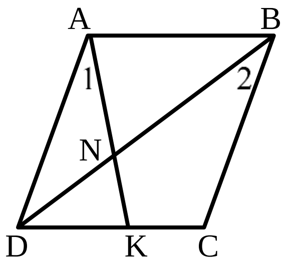
ד. $\measuredangle B = \beta$.



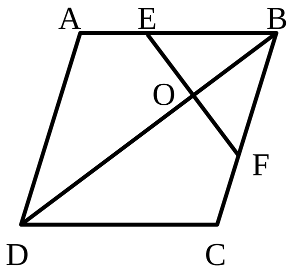
11) המרובע ABCD הוא מעוין.
מעבירים את האלכסון BD ואת הקטע AK
אשר נחתכים בנקודה N.
ידוע כי: $\measuredangle A_1 = \measuredangle B_2$.

א. הוכח כי המשולש ADN הוא שווה שוקיים.

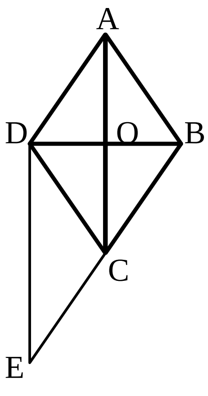
ב. הוכח כי: $\measuredangle AND = \measuredangle C$.



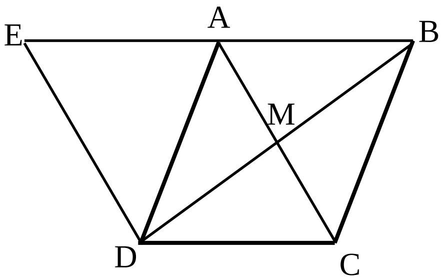
12) מעוין ABCD הנקודות E ו-F
נמצאות על הצלעות AB ו-BC בהתאמה.
נתון: $EF \perp BD$, $\measuredangle DCB = 120^\circ$.
הוכח כי משולש EBF הוא שווה צלעות.



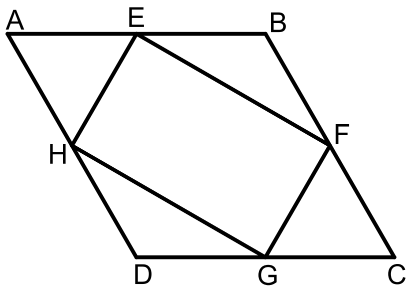
13) נתון מעוין ABCD.
הנקודה E נמצאת על המשך הצלע BC.
נתון: $\measuredangle CDE = \measuredangle BCA$.
הוכח כי המשולש BDE הוא ישר זווית.



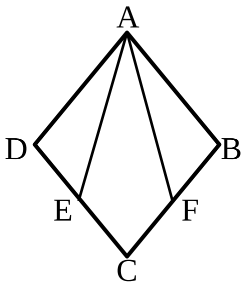
14) נתון מעוין ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה M.
האריכו את הצלע AB עד לנקודה E
כך שמתקיים: $DE \perp BD$.
הוכח: $AD = AE$.



15) המרובע ABCD הוא מעוין.
הנקודות E, F, G, H הן אמצעי צלעות המעוין.
הוכח כי המרובע EFGH הוא מלבן.

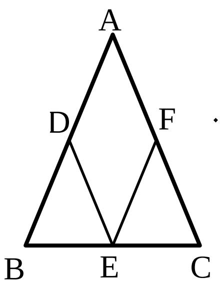


16) נתון מעוין ABCD. הנקודות E ו-F נמצאות
על הצלעות DC ב-BC בהתאמה כך
שהמרובע AFCE הוא דלתון.
הוכח: $\sphericalangle DAE = \sphericalangle FAB$.

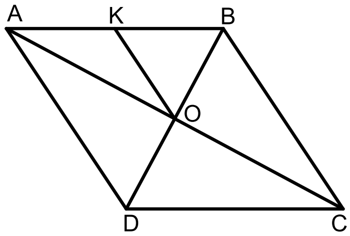


17) נתון מעוין ABCD בעל אורך צלע של 8 ס״מ.
מעבירים את הקטע BE השווה באורכו לצלע המעוין
כך שנוצר המשולש BCE. ידוע כי: 6 ס״מ = CE.
א. איזה סוג משולש הוא המשולש BCE? נמק.
ב. חשב את היקף הצורה ABECD.

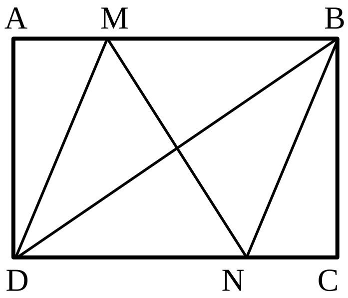
18) נתון משולש שווה שוקיים ABC, (AB =AC).
מסמנים את אמצעי צלעות המשולש ב-D, E ו-F
ומעבירים את הקטעים DE ו-EF כך שהמרובע ADEF הוא מעוין.
נתון: 12 ס״מ = BC, וכי היקף המשולש ABC הוא 48 ס״מ.
א. מצא את אורך צלע המעוין ADEF.
ב. חשב את היקף המעוין ADEF.



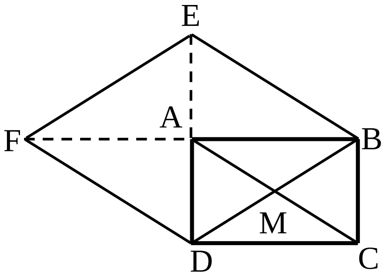
הוכחת מעוין:



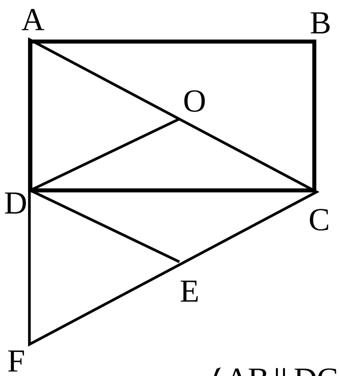
19) מרובע ABCD הוא מקבילית.
הנקודה K היא אמצע הצלע AB.
נתון: OK = KB.
הוכח כי המרובע ABCD הוא מעוין.



20) במלבן ABCD מעבירים את האלכסון BD.
הנקודות M ו-N נמצאות על הצלעות AB ו-DC בהתאמה.
נתון: $AM = CN$ ו- $DM = DN$.
הוכח כי הקטע MN חוצה את הזוויות BMD ו-BND.

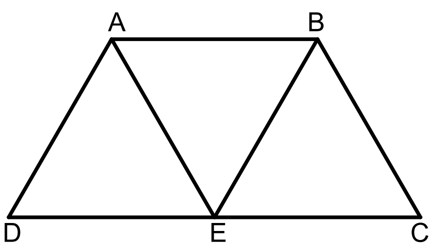


21) נתון מלבן ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה M.
האריכו את הצלע AB כאורכה עד לנקודה F ואת הצלע AD כאורכה עד לנקודה E כמתואר בשרטוט.
הוכח: המרובע EBDF הוא מעוין.



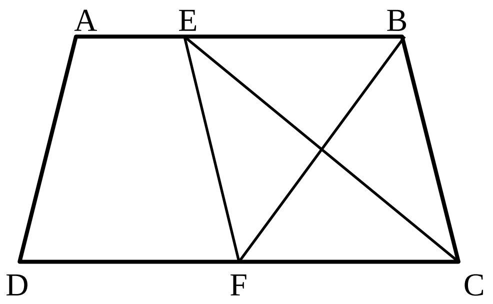
22) ABCD הוא מלבן שאלכסוניו נחתכים בנקודה O.
הנקודה F נמצאת על המשך הצלע AD כך שמתקיים: $AD = DF$.
נתון: $FE = CE$.
הוכח כי DOCE הוא מעוין.

23) המרובע ABCD הוא טרפז שווה שוקיים ($AB \parallel DC$, $AD = BC$).
הנקודה E נמצאת על הבסיס DC כך שהמרובע ABED הוא מקבילית.
נתון בנוסף כי DC גדול פי 2 מ-AB.

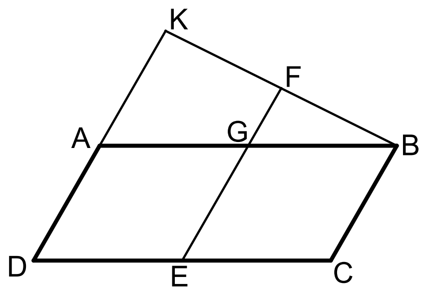


א. הוכח כי המרובע ABCE הוא גם מקבילית.
ב. רשום נתון נוסף שבאמצעותו ניתן יהיה להוכיח כי המקבילית ABCE היא מעוין.
האם הנתון שבחרת מספיק כדי להראות כי גם המקבילית ABED היא מעוין? נמק.

24) נתון טרפז ABCD, $(AB \parallel CD)$ ובו
הקטעים CE ו-BF חוצים את זוויות
הקדקודים C ו- B בהתאמה. הוכח:
א. $BF \perp CE$.
ב. המשולש EBC הוא שווה שוקיים.
ג. המרובע EBCF הוא מעוין.



25) המרובע ABCD הוא מקבילית שבה אורך הצלע AB גדולה פי 2 מהצלע AD.
ממשיכים את הצלע AD עד לנקודה K ומחברים אותה לקדקוד B.
מעבירים את הקטע FE כך ש-F היא אמצע הקטע BK. EF חותך את הצלע AB
בנקודה G ומקביל לצלע AD.
א. הוכח כי המרובע AGED הוא מעוין.
ב. שטח המעוין AGED הוא 20 סמ"ר.
חשב את שטח המרובע DCBK אם ידוע
כי A היא אמצע הקטע DK.



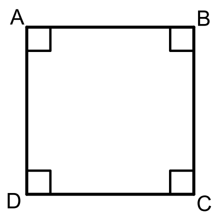
תשובות סופיות:

1) מעוינים: א', ד', ו'. לא מעוינים: ב', ג', ה'.
2) 8 ס"מ = AC, 6 ס"מ = BD.
3) א. 52 ס"מ = P, 130 סמ"ר = S ב. 32 ס"מ = P, 56 סמ"ר = S.
ג. 92 ס"מ = P, 414 סמ"ר = S ד. 200 ס"מ = P, 2100 סמ"ר = S.
4) 5 ס"מ.
5) 8.94 ס"מ $\approx \sqrt{80}$.
6) א. $20\sqrt{3}$ ס"מ = BD ב. 346.41 סמ"ר.
7) 24.413 ס"מ.
8) א. 25 ס"מ = DC ב. 13.44 ס"מ = AE ג. 3.92 ס"מ = CE.
9) מעויינים: ב'. לא מעויינים: א', ג', ד'.
10) א. $\alpha = 21°$, $\beta = 69°$ ב. $\alpha = 20°$, $\beta = 70°$ ג. $\alpha = 35°$, $\beta = 55°$
ד. $\alpha = 30°$, $\beta = 60°$.
11) שאלת הוכחה.
12) שאלת הוכחה.
13) שאלת הוכחה.
14) שאלת הוכחה.
15) שאלת הוכחה.
16) שאלת הוכחה.
17) א. משולש שווה שוקיים, מכיוון ש- BE=BC. ב. 38 ס"מ = P.
18) א. 9 ס"מ. ב. 36 ס"מ = P.
19) שאלת הוכחה.
20) שאלת הוכחה.
21) שאלת הוכחה.
22) שאלת הוכחה.
23) שאלת הוכחה.
24) שאלת הוכחה.
25) ב. 60 סמ"ר.

הריבוע:

סיכום כללי:

הגדרה:



מרובע שכל צלעותיו שוות וכל זוויותיו ישרות הוא ריבוע.

הריבוע הוא גם 'מעוין מיוחד' וגם 'מלבן מיוחד'
ולכן כל תכונות המלבן והמעוין קיימות בו
(וממילא שגם כל תכונות המקבילית).

הגדרות באמצעות מלבן:

- מלבן עם שתי צלעות סמוכות שוות הוא ריבוע.
- מלבן שבו האלכסונים מאונכים זה לזה הוא ריבוע.
- מלבן שבו אלכסון הוא חוצה זווית הוא ריבוע.

הגדרות באמצעות מעוין:

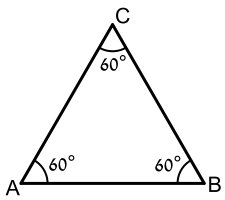
- מעוין עם זווית ישרה הוא ריבוע.
- מעוין שבו האלכסונים שווים זה לזה הוא ריבוע.

מצולע משוכלל:

מצולע שבו כל הצלעות שוות זו לזו וכל הזוויות שוות זו לזו.

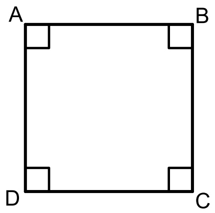
משולש משוכלל:

משולש שווה-צלעות

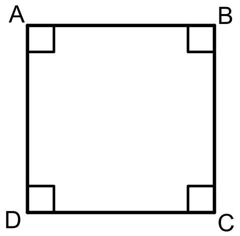


מרובע משוכלל:

הריבוע



תכונות הריבוע:



- כל זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו: $AB \parallel DC$, $AD \parallel BC$.
- כל הצלעות שוות זו לזו: $AB = BC = CD = AD$.
- כל הזוויות ישרות (ושוות): $\sphericalangle A = \sphericalangle B = \sphericalangle C = \sphericalangle D = 90°$.
- האלכסונים מקיימים:
  - חוצים זה את זה.
  - שווים זה לזה.
  - מאונכים זה לזה.
  - חוצי זוויות.

היקף ושטח של ריבוע:

- היקף ריבוע: $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD = 4AB$.
- שטח ריבוע - ניתן לחשב שטח ריבוע בשתי דרכים:
  - מחצית ממכפלת האלכסונים: $S_{ABCD} = \frac{AC \cdot BD}{2} = \frac{AC^2}{2}$.
  - מכפלת שתי צלעות סמוכות: $S_{ABCD} = AB^2$.

דרכים להוכיח שמרובע הוא ריבוע:

1) אם במרובע כל הצלעות שוות ויש לו 3 זוויות ישרות אז הוא ריבוע.
2) אם במלבן שתי צלעות סמוכות שוות אז הוא ריבוע.
3) אם במלבן האלכסונים מאונכים זה לזה אז הוא ריבוע.
4) אם מלבן אלכסון הוא גם חוצה זווית אז הוא ריבוע.
5) אם במעוין יש זווית ישרה אז היא ריבוע.
6) אם במעוין האלכסונים שווים זה לזה אז היא ריבוע.

שאלות:

תכונות הריבוע ושטח ריבוע:

1) חשב את אורך צלע הריבוע בכל אחד מהסעיפים הבאים:

א. היקף הריבוע הוא 48 ס"מ.

ב. שטח הריבוע הוא 64 מ"ר.

ג. היקף הריבוע זהה להיקף מלבן במידות של 8 ס"מ ו-12 ס"מ.

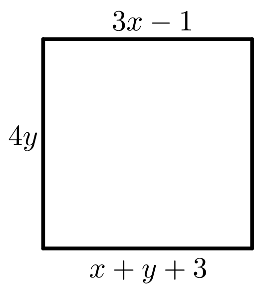
ד. שטח הריבוע הוא כשטח משולש ישר זווית עם אורכי ניצבים של 10 ס"מ ו-5 ס"מ.

ה. היקף הריבוע הוא כהיקף משולש שווה צלעות שאורך צלעו היא 48 ס"מ.

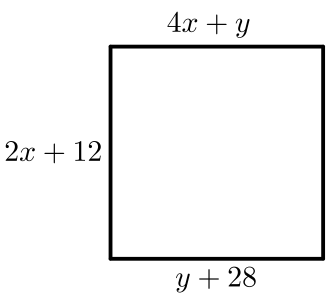
ו. אלכסון בריבוע הוא באורך של $7\sqrt{2}$ מטרים.

2) בכל אחד מהריבועים הבאים חשב את ערכו של x, את ערכו של y ואת אורך צלע הריבוע.

א.



ב.



3) נתון ריבוע ABCD בעל אורך צלע של 6 ס"מ.

א. חשב את שטח הריבוע.

ב. חשב את היקף הריבוע.

ג. חשב את אורך האלכסון בריבוע.

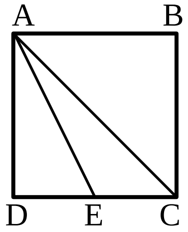
4) שטחו של ריבוע ABCD הוא 49 סמ"ר.

א. מהו אורך צלע הריבוע?

ב. מהו אורך האלכסון בריבוע?

ג. מהו היקף הריבוע?

5) בריבוע ABCD מעבירים את הקטע AE כך ש-E היא אמצע הצלע DC ואת האלכסון AC.
שטח הריבוע הוא 40 סמ"ר.



א. מצא את אורך צלע הריבוע.

ב. מצא את אורך אלכסון הריבוע.

ג. מצא את אורך הקטע AE.

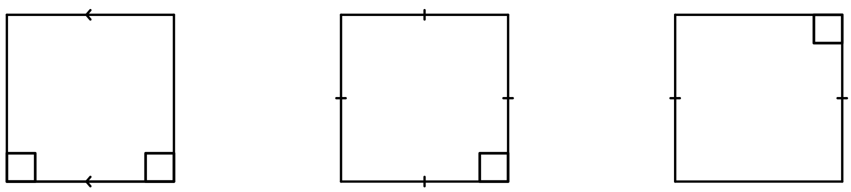
6) חשב את צלע הריבוע השווה בשטחו לשטח משולש שצלעו 25 ס״מ והגובה לצלע זו הוא 18 ס״מ.

7) נתונים מלבן וריבוע השווים בשטחם.
אורכי צלעות המלבן הם 25 ס״מ ו-9 ס״מ. חשב את היקף הריבוע.

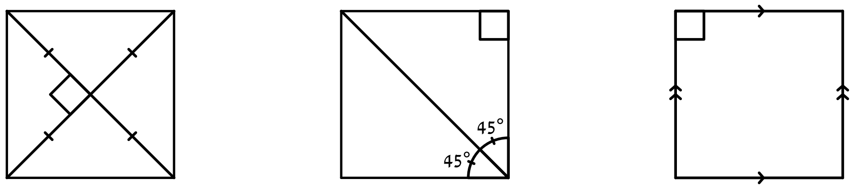
8) נתונים מלבן וריבוע השווים בהיקפם. שטח הריבוע הוא 36 ס״מ ואורך המלבן גדול ב-8 ס״מ מרוחבו. חשב את שטח המלבן.

9) קבע איזה מרובע מהמרובעים הבאים הוא בוודאות ריבוע ונמק.

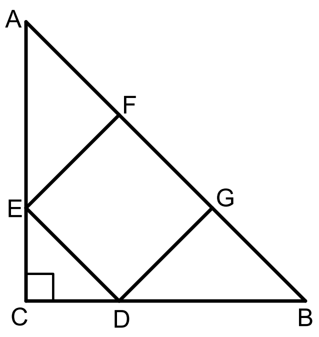
א. ב. ג.



ד. ה. ו.



10) המשולש ABC הוא ישר זווית $(\sphericalangle C = 90°)$ ושווה שוקיים $(AC = BC)$.
מרובע DEFG הוא ריבוע שאורך צלעו היא 4 ס״מ.

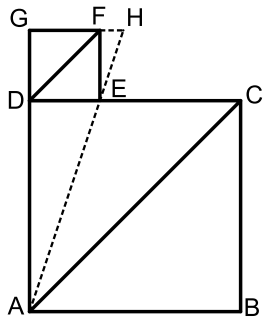


א. האם על בסיס הנתונים ניתן להסיק כי המשולשים ΔAFE, ΔBGD ו- ΔCDE חופפים?
אם כן, אלו? אם לא, מדוע. נמק.

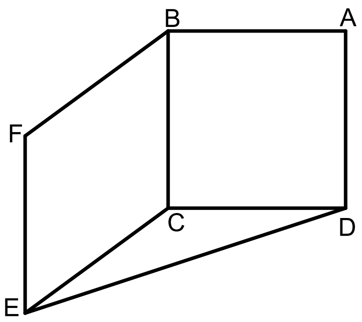
ב. האם המשולשים מהסעיף הקודם דומים?
אם כן, אלו מהם? אם לא מדוע? נמק.

ג. מצא את אורך היתר AB במשולש ABC.

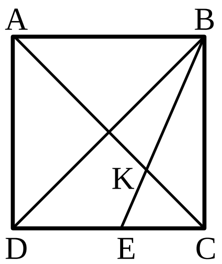
ד. איזה מרובע הוא AEDB? חשב את שטחו.



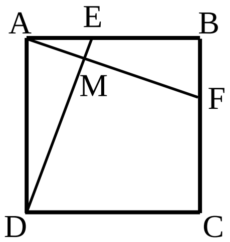
11) המרובע ABCD הוא ריבוע.
הנקודה E נמצאת על הצלע DC כך ש-DEFG הוא גם ריבוע.
א. הוכח: $AC \parallel DF$.
ב. מחברים את הנקודות A ו-E וממשיכים את הישר AE
עד שהוא נפגש עם המשך הצלע GF בנקודה H.
נתון: $\sphericalangle AEC = 108°$.
הגדר וחשב את הזווית החדה
שבין הקטעים AH ו-GH.



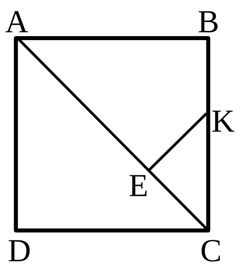
12) המרובע ABCD הוא ריבוע.
על הצלע BC בונים מעוין BCEF.
א. הוכח כי המשולש CDE הוא שווה שוקיים.
ב. ידוע כי הצלע CE קטנה ב-4.5 ס"מ מהצלע DE
וכי היקף המחומש ABFED הוא 29.5 ס"מ.
חשב את שטח הריבוע ABCD.



13) המרובע ABCD הוא ריבוע.
מעבירים את האלכסונים AC ו-BD.
BE חוצה זווית DBC וחותך את AC בנקודה K.
הוכח: $CE = CK$.

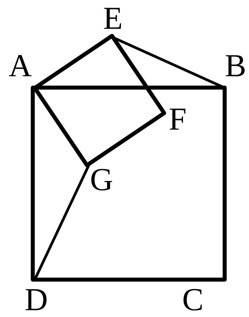


14) בריבוע ABCD מעבירים את הקטעים AF ו-DE.
נתון כי $AE = BF$.
הוכח: $DE \perp AF$.



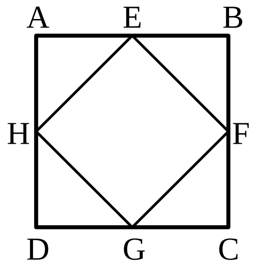
15) המרובע ABCD הוא ריבוע.
מעבירים את האלכסון AC.
מהנקודה E שעל האלכסון מעבירים
את הקטע KE אשר מאונך לאלכסון.
נתון: $AE = AB$.
הוכח כי: $CE = KE = BK$.

16) המרובעים ABCD ו-AEFG הם ריבועים.
הוכח: $BE = DG$

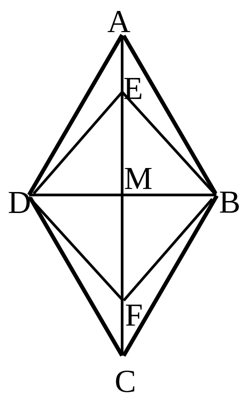


שאלות עם הוכחת ריבוע:

17) הנקודות E, F, G, H הן אמצעי צלעות הריבוע ABCD.
הוכח כי EFGH הוא ריבוע.



18) נתון מעוין ABCD שאלכסוניו נפגשים בנקודה M.
נתון: $AE = FC$, $MB = \frac{1}{2}AB$, $\sphericalangle EBA = 15°$.
הוכח: המרובע EBFD הוא ריבוע.

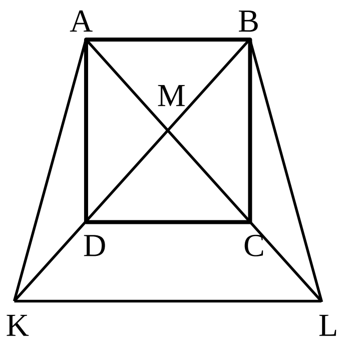


19) נתון ריבוע ABCD.
הנקודה M היא מפגש האלכסונים AC ו-BD.
ממשיכים את האלכסונים ויוצרים את הטרפז
השווה שוקיים ABLK.
ידוע גם כי DC הוא קטע אמצעים משולש KML.

א. קבע אלו מהטענות הבאות ניתן להוכיח:
i. המשולש KML הוא ישר זווית ושווה שוקיים.
ii. הקטעים BK ו-BL מאונכים זה לזה.
iii. המרובע DCLK הוא טרפז שווה שוקיים.
iv. הקטעים DK ו-AD שווים זה לזה.

ב. הוכח כי: $3DK = AL$.

ג. נתון כי $AD = 8\sqrt{2}$ ס"מ.
חשב את היקף הטרפז ABLK.



20) נתון ריבוע ABCD.

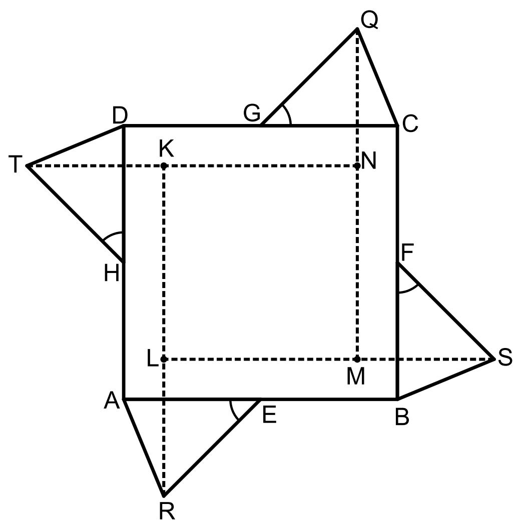
הנקודות E, F, G ו-H הן אמצעי צלעות הריבוע.

הנקודות הנ״ל הן קודקודי הראש של משולשים שווי-שוקיים: ΔAER , ΔBFS , ΔCGQ

ו- ΔDHT . כמו כן מתקיים: $\measuredangle DHT = \measuredangle CGQ = \measuredangle BFS = \measuredangle AER$.

מקודקודי המשולשים R, S, Q ו-T מעבירים אנכים RK, SL, QM ו-TN לצלעות הריבוע.

הוכח כי המרובע KLMN הנוצר בצורה זו הוא ריבוע.



תשובות סופיות:

1) א. 12 ס״מ. ב. 8 מ׳. ג. 10 ס״מ. ד. 5 ס״מ. ה. 36 ס״מ. ו. 7 מ׳.

2) א. $x=3$, $y=2$, $l=8$, ב. $x=7$, $y=-2$, $l=26$.

3) א. 36 סמ״ר ב. 24 ס״מ ג. 8.48 ס״מ.

4) א. 7 ס״מ ב. 9.89 ס״מ ג. 28 ס״מ.

5) א. 6.32 ס״מ ב. 8.94 ס״מ ג. 7.07 ס״מ.

6) 15 ס״מ.

7) 60 ס״מ.

8) 20 סמ״ר.

9) ריבועים : ב׳, ו׳. לא ריבועים : א׳, ג׳, ד׳, ה׳.

10) א. $\Delta BGD \cong \Delta AFE$ בלבד. ב. כולם דומים. ג. 12 ס״מ.
ד. טרפז שווה שוקיים ששטחו 32 סמ״ר.

11) א. הוכחה. ב. $\sphericalangle AHG = 72°$.

12) א. הוכחה. ב. 25 סמ״ר.

13) שאלת הוכחה.

14) שאלת הוכחה.

15) שאלת הוכחה.

16) שאלת הוכחה.

17) שאלת הוכחה.

18) שאלת הוכחה.

19) א. ניתן להוכיח את טענות : i, iii. ב. הוכחה.
ג. 69.71 ס״מ $\approx P_{ABLK} = 16\sqrt{5} + 24\sqrt{2}$.

20) שאלת הוכחה.